



Title	待ち台数と待ち回数を制限したPRTにおける車両待ち時間
Author(s)	浜松, 芳夫; 栗原, 正仁; 加地, 郁夫
Citation	北海道大學工學部研究報告, 124, 25-36
Issue Date	1985-01-31
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/41899
Type	bulletin (article)
File Information	124_25-36.pdf



[Instructions for use](#)

待ち台数と待ち回数を制限したPRTにおける車両待ち時間

浜松 芳夫^{*} 栗原 正仁 加地 郁夫

(昭和 59 年 9 月 29 日受理)

The Waiting Time of Vehicles in a PRT Merging Section with the Restriction of Both the Number of Waiting Vehicles and the Waiting Time

Yoshio HAMAMATSU, Masahito KURIHARA and Ikuo KAJI

(Received September 29, 1984)

Abstract

We consider a merging section of the personal rapid transit (PRT) system. The merging section is composed of overpasses and underpasses and the traffic flow goes from the subline to the mainline through an offline. The vehicles going from the subline into the mainline must form a queue in order to avoid colliding with other vehicles of the mainline, but we assume that the length of the queue is finite.

We restrict both the maximum queue length in the subline and the maximum number of slot slippings to the first vehicle in the queue. In the model, we derive the average number of vehicles in the queue, the average waiting time of vehicles and the rerouting rate using the Markov chain technique.

1. ま え が き

個別軌道輸送システム (PRT) では、多数の車両を個別に誘導制御して目的地まで円滑に乗客を輸送することが特徴の一つである。しかし、円滑な車両運行を妨げる場所の一つに分岐、合流のある交差点がある。筆者らは低速路から高速路への軌道の乗換えを対象にした立体交差点をモデル化し、車両運行密度と車両挙動との関係を解析した^{1)~3)}。合流点での車両の衝突を避けるため高速路上の車両を優先し、低速路上の車両を待たせた。文献 (1) において、後続車への影響を考慮して低速路上に形成される車両の待ち行列に対して次のような制限を加えた。

(1) 待ち台数を制限する (モデル I)。

(2) 待ち台数と待ち回数 (MT 乗換え回数) の両方を制限する (モデル II)。

文献 (2) では、待ち台数のみを制限したモデルの待ち時間に関する検討を行った。この結果、迂回させられる車両は必ず待ち台数が制限状態となるまで待ち、むだな待ち時間が増加することが明らかとなった。システム内の乗客に対するサービスという面からすれば、O D 間

(Origin to Destination) の総旅行時間は、できるだけ短い方が望ましい。待ち時間の観点からすれば、むだな待ち時間の増加するモデルⅠのような制限方法は好ましくないものと考えられる。

本論文では、時間的制約も考慮したモデルとして文献(1)で提案したモデルⅡの車両の待ち時間を求める。待ち時間は、(i)全車両、(ii)流入車両、(iii)迂回車両の3種類に区別して算出する。以上の結果から、待ち時間に対して、許容待ち台数及び許容待ち回数の値が与える影響を検討する。又、流入(又は迂回)する車両だけに着目した場合の条件付平均待ち台数を求め、各平均待ち時間との関係を明らかにする。

2. 合流部モデル

システム内の車両群の制御方式の一つである Point-follower System は車両の追従制御をつかさどる地上コンピュータ内に実際のガイドウェイと等価なウェイを仮想し、車両に相当する仮想的なポイント(Moving Target, 以後 MT と略す)が移動する。実際の車両は、自分に割当てられた MT に追従するように制御される。ここでは、MT 予約の自由度を増すため合流点近傍での MT 乗換えを認める準同期制御方式を採用する。図1に本論文で扱う合流部モデルの概略図を示す。副線(Sub line)に到来した車両は、側線(Off line)を通り本線(Main line)に流入する。本線への流入可否を判定する地点をチェックポイント(Check Point, 以後 CP と略す)と名付ける。CP は合流点から等距離で、本線上と副線上に設ける。副線 CP 上に到来した車両は、本線 CP 上に車両が到来していないときに流入可と判定される。流入不可と判定された車両は衝突を避けるため減速し、後方の MT に乗換えるが、文献(2)でも示したように、確率モデルとしては CP 上にとどまるものとして扱う。

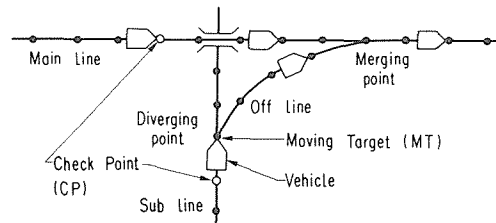


図1 合流部概略図

2.1 制限と迂回

車両の待ち行列に対する制約条件は、前章でも述べたように待ち台数と待ち回数の両方を制限する。ここで、特に一般的表現でない待ち回数とは、待ち行列先頭車(副線 CP 上の車両)に着目したもので、任意の車両が CP 上に到来した時点を 0 とし、その車両が CP 上から移動するまでに何回 MT 乗換えを行ったかを数えたものである。待ち台数の他に、この待ち回数にも上限値を定め、制約条件を越える場合には待ち行列先頭車を強制的に直進させ他の経路を通り、再び目的地に向う迂回方式をとる。

2.2 到来車両

本線に車両が到来する確率、すなわち本線へ到来する任意の MT に車両が割付けられている確率を l とする。任意の MT に車両が割付けられているか否かは、それ以前に到来した MT に車両が割付けられていたか否かには無関係な独立事象であるとする。このとき、本線に車両が到来しない確率は $1-l (=m)$ となる。副線に車両が到来する確率は p とし、到来しない確率を $q (=1-p)$ とする。

3. モデルの状態定義

許容待ち台数と許容待ち回数は、それぞれ n, s で表すものとする。

3.1 行列長モデル

文献(1)では、任意のMTがCP上に到来した時点で待ち台数が i 台、先頭車の待ち回数が w 回になったとき、次のMTの到来まで確率過程は状態 (i, w) にあると定義した。このとき、モデルは再帰的マルコフ連鎖を構成する。文献(2)と同様に、これを行列長モデル (Queue length model) と呼ぶ。図2に行列長モデルの状態推移図と推移確率の値を示す。詳細については、文献(1)を参照されたい。

3.2 待ち時間モデル

待ち時間は、副線に到来する任意の車両に着目し、その車両が待ち行列に加わってからCPを通過するまでの時間であると定義する。強制的な迂回を考慮した待ち時間を算定するため以下に述べるような吸収マルコフ連鎖を構成する。再帰的マルコフ連鎖を構成する行列長モデルと区別するため、待ち時間モデル (Waiting time model) と呼ぶことにする。

任意の副線到来車両に着目し、車両が待ち行列最後尾に位置してから、流入又は迂回するまでの状態推移を考える。待ち台数が i 台、待ち回数が w 回、そして着目車両が先頭から j 台目に位置しているときを状態 (i, j, w) と定義する。但し、 $1 \leq j \leq i \leq n, 0 \leq w \leq s$ である。更に、流入と迂回を区別して扱うために、状態 E 及び D を次のように定義する。

状態 E : 着目車両が本線へ流入可と判定され、CPの通過を終了した状態。

状態 D : 着目車両の迂回が終了した状態。

状態 E, D を吸収状態、他の状態を一時状態と呼び、一時状態の集合を T で表す。状態の総数は E, D も含め $n(n+1)(s+1)/2+2$ となる。

3.2.1 待ち時間モデルの状態推移

任意の一時状態 (i, j, w) から次の状態への推移の特徴に着目すれば、状態推移は形式的には、以下の6つのグループに大別できる。

- [1] 状態 $(i, 1, s)$: 待ち回数が制限回数で、且つ着目車両が先頭車の状態。
- [2] 状態 $(n, 1, w)$: 待ち台数が制限台数で、且つ着目車両が先頭車の状態。
- [3] 状態 $(i, 1, w)$: 着目車両が先頭車の状態。
- [4] 状態 (i, j, s) : 待ち回数が制限回数の状態。
- [5] 状態 (n, j, w) : 待ち台数が制限台数の状態。
- [6] 状態 (i, j, w) : [1]~[5] 以外の状態。

状態 E, D を含め6つのグループからの状態推移をまとめれば表1のようになる。表より、待ち時間モデルの状態推移を考慮すれば、状態推移図は図3となる。

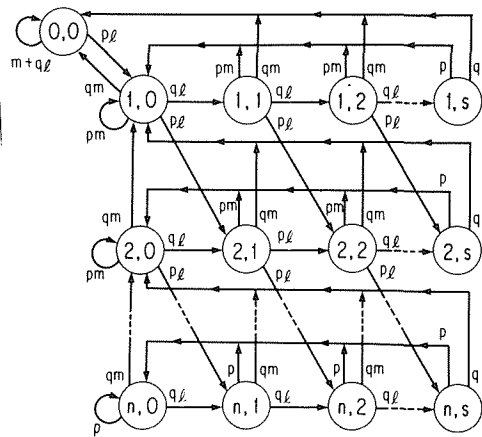


図2 状態推移図と推移確率 (行列長モデル)

表1 待ち時間モデルの状態推移

次の時点での状態	現時点での状態						確率
	⁽¹⁾ $i, 1, s$	⁽²⁾ $n, 1, w$	⁽³⁾ $i, 1, w$	⁽⁴⁾ i, j, s	⁽⁵⁾ n, j, w	⁽⁶⁾ i, j, w	
D	D	D	$i+1, 1, w+1$	$i, j-1, 0$	$n, j-1, 0$	$i, j, w+1$	$p\ell$
D		$n, 1, w+1$	$i, 1, w+1$	$i-1, j-1, 0$	$n, j, w+1$	$i, j, w+1$	$q\ell$
E	E	E	E	$i, j-1, 0$	$n, j-1, 0$	$i, j-1, 0$	pm
E	E	E	E	$i-1, j-1, 0$	$n-1, j-1, 0$	$i-1, j-1, 0$	qm

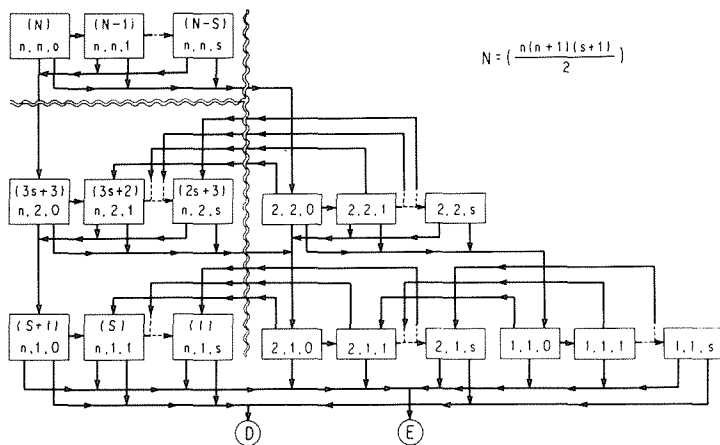


図3 状態推移図 (待ち時間モデル)

3.2.2 待ち時間モデルの推移確率行列

図3における一時状態に、矢線の方向を状態 $(n, 1, s)$ から逆にたどって新たな状態番号を付ける (図3の $()$ で示した番号)。新たな状態番号 k と一時状態 (i, j, w) の関係は次式となる。

$$k = [(n-i+j-1)(n-i+j)(s+1) + 2j(s+1) - 2w] / 2 \tag{1}$$

待ち時間モデル (吸収マルコフ連鎖) の推移確率行列の標準形は次式のように表せる。

$$\mathbf{R} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{D} & \text{E} & 1 & 2 & \cdots & k & \cdots & N \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{D} \\ \text{E} \\ 1 \\ 2 \\ \vdots \\ k \\ \vdots \\ N \end{matrix} & \left(\begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & | & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & | & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \hline & & & \mathbf{N} & & & & & \mathbf{Q} \end{array} \right) \end{matrix} \tag{2}$$

但し、 $N = n(n+1)(s+1)/2$ である。式 (2) の \mathbf{N} は、 $N \times 2$ 行列で各要素の値は、式 (3)

で表す。文献 (1) でも示されているように P は、以下の連立方程式を解くことにより求められる。

$$P(0, 0) = (q + pm) P(0, 0) + qm \sum_{w=0}^{s-1} P(1, w) + qP(1, s) \quad (8)$$

$$P(1, 0) = p\ell P(0, 0) + pm \sum_{w=0}^{s-1} P(1, w) + pP(1, s) + qm \sum_{w=0}^{s-1} P(2, w) + qP(2, s) \quad (9)$$

$$P(k, 0) = pm \sum_{w=0}^{s-1} P(k, w) + pP(k, s) + qm \sum_{w=0}^{s-1} P(k+1, w) + qP(k+1, s); 2 \leq k < n \quad (10)$$

$$P(n, 0) = p \sum_{w=0}^s P(n, w) \quad (11)$$

$$P(1, w) = q\ell P(1, w-1); 1 \leq w \leq s \quad (12)$$

$$P(k, w) = p\ell P(k-1, w-1) + q\ell P(k, w-1); 2 \leq k \leq n, 1 \leq w \leq s \quad (13)$$

$$P(0, 0) + \sum_{k=1}^n \sum_{w=0}^s P(k, w) = 1 \quad (14)$$

n, s の値を両方共に任意とした形で解析的結果を得ることが困難であることは、文献 (1) でも示した通りである。ここでは、以下に示す $\varphi_{(i, n, s)}$ ($i=0, 1, 2, \dots, n-1$) を定義し、 s を任意とした形で $P(0, 0)$ を求める手法を示す。

$$\sum_{w=0}^s (q\ell)^w; i=0 \quad (15)$$

$$\varphi_{(i, n, s)} = \begin{cases} \sum_{w=0}^s (q\ell)^w; i=0 \\ \sum_{w=i}^s \left\{ \frac{\prod_{k=0}^{i-1} (w-k)}{i!} (q\ell)^{w-i} \right\}; 1 \leq i \leq n-1, i \leq s \\ 0; i > s \end{cases} \quad (16)$$

$$0; i > s \quad (17)$$

上式の $\varphi_{(i, n, s)}$ を用いることにより、

$$P(1, 0) = p\ell P(0, 0) / W \quad (18)$$

$$P(k, 0) = p \sum_{i=1}^{k-1} \{ (p\ell)^i \varphi_{(i, n, s)} P(k-i, 0) \} / W; k=2, 3, \dots \quad (19)$$

$$\sum_{w=0}^k P(k, w) = \sum_{i=1}^k (p\ell)^{i-1} \varphi_{(i-1, n, s)} P(k+1-i, 0); k=1, 2, \dots \quad (20)$$

の漸化的関係があることが明らかとなった。但し、式 (18), (19) において $W=1-p\ell \varphi_{(0, n, s)}$ である。

任意の n, s の組合せにおける $P(0, 0)$ の値は以下のようにして求める。

まず初めに $n=1, s=1$ の場合を求める。 $i \leq n-1$ であるから、 $n=s=1$ のとき、 $\varphi_{(i, n, s)}$ は $\varphi_{(0, 1, 1)}$ のみとなる。式 (15) より、

$$\varphi_{(0, 1, 1)} = 1 + q\ell \quad (21)$$

となる。 $P(1, w)$ ($w=0, 1$) の和、及び $P(0, 0)$ は式 (18), (20) 及び (14) を用いて容易に解け、

$$\sum_{w=0}^1 P(1, w) = p\ell \varphi_{(0,1,1)} P(0,0)/W \quad (22)$$

$$P(0,0) = W/(W + p\ell \varphi_{(0,1,1)}) \quad (23)$$

となる。\$n=1, s=2\$ の場合には、\$\varphi_{(0,1,1)}\$ の代わりに式 (15) で得られる \$\varphi_{(0,1,2)} = 1 + p\ell + (q\ell)^2\$ を用いれば、式 (22), (23) がそのままの形で成立する。一般に \$n=1\$ として、\$s\$ を任意とした組合せの場合には、式 (22), (23) の \$\varphi_{(0,1,1)}\$ が \$\varphi_{(0,1,s)} = 1 + q\ell + \dots + (q\ell)^s\$ となることに注意すればよく、

$$\sum_{w=0}^s P(1, w) = p\ell \varphi_{(0,1,s)} P(0,0)/W \quad (24)$$

$$P(0,0) = W/(W + p\ell \varphi_{(0,1,s)}) \quad (25)$$

が得られる。

次に、\$n=2, s=1, 2, \dots\$ の場合を考える。\$i \le n-1\$ から \$\varphi_{(i,n,s)}\$ は \$\varphi_{(0,2,s)}\$ と \$\varphi_{(1,2,s)}\$ が存在することになる。式 (15), (16) より、

$$\varphi_{(0,2,s)} = 1 + q\ell + (q\ell)^2 + \dots + (q\ell)^s \quad (26)$$

$$\varphi_{(1,2,s)} = 1 + 2q\ell + 3(q\ell)^2 + \dots + s(q\ell)^{s-1} \quad (27)$$

を得る。\$n=1\$ の場合と同様の方法で状態 \$(1, w)\$ (\$w=0, 1, 2, \dots\$) 及び状態 \$(2, w)\$ (\$w=0, 1, 2, \dots\$) の極限状態確率の和が求められ、それぞれ

$$\sum_{w=0}^s P(1, w) = p\ell \varphi_{(0,2,s)} P(0,0)/W \quad (28)$$

$$\sum_{w=0}^s P(2, w) = \{ (p\ell)^2 \varphi_{(1,2,s)} + W + p (p\ell)^2 \varphi_{(0,2,s)} \varphi_{(1,2,s)} \} P(0,0)/W^2 \quad (29)$$

となる。すべての状態確率の和が1となることから、

$$\begin{aligned} & P(0,0) + \sum_{w=0}^s P(1, w) + \sum_{w=0}^s P(2, w) \\ &= P(0,0) + \{ p\ell \varphi_{(0,2,s)} P(0,0)/W \} \\ &+ \{ (p\ell)^2 \varphi_{(1,2,s)} + W + p (p\ell)^2 \varphi_{(0,2,s)} \varphi_{(1,2,s)} \} P(0,0)/W^2 = 1 \end{aligned} \quad (30)$$

が成立する。この結果 \$n=2, s=1, 2, \dots\$ の場合の \$P(0,0)\$ は、

$$P(0,0) = \frac{W^2}{W^2 + p\ell \{ \varphi_{(0,2,s)} + p\ell \varphi_{(1,2,s)} \} + p (p\ell)^2 \varphi_{(0,2,s)} \varphi_{(1,2,s)}} \quad (31)$$

で与えられる。式の形が複雑になるので、ここでは省略するが、\$n=3, 4, \dots\$ の場合の \$P(0,0)\$ もこれまでと全く同様にして求められる。極限状態確率の1つである \$P(0,0)\$ が与えられれば、式 (18), (19) により \$P(k,0)\$ (\$k=1, 2, \dots, n\$) が、式 (12), (13) より \$P(k, w)\$ (\$k=1, 2, \dots, n; w=1, 2, \dots, s\$) が得られ、モデルのすべての極限状態確率が求まる。以上の結果を用い、平均待ち台数 \$L_{||}\$ と迂回率 \$\varepsilon_2\$ は、それぞれ下式で与えられる。

$$L_{||} = \sum_{k=1}^n \{ k \sum_{w=0}^s P(k, w) \} \quad (32)$$

$$\varepsilon_2 = \ell \sum_{w=0}^{s-1} P(n, w) + \frac{\ell}{p} \sum_{k=1}^n P(k, s) \quad (33)$$

5. 平均待ち時間

待ち時間は、吸収マルコフ連鎖の手法を用いて求める。待ち時間モデル(吸収マルコフ連鎖)の推移確率行列 \mathbf{R} が式(2)の形で与えられ、その小行列 \mathbf{Q} は式(4), (5), (6)で与えられる。従って、基本行列 \mathbf{M} は、

$$\mathbf{M} = (\mathbf{I} - \mathbf{Q})^{-1} \quad \text{但し, } \mathbf{I} : \text{単位行列} \quad (34)$$

で計算できる¹⁴⁾。待ち時間モデルの任意の一時状態 (i, j, w) から吸収状態 D, E への吸収確率や、いずれかの吸収状態に吸収されるまでの平均吸収時間は次式で算定できる。

$$\mathbf{B} = \mathbf{M}\mathbf{N} \quad (35)$$

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}\boldsymbol{\xi} \quad (36)$$

但し、 \mathbf{B} : 吸収確率行列 ($N \times 2$)

$\boldsymbol{\tau}$: 平均吸収時間ベクトル ($N \times 1$)

$\boldsymbol{\xi}$: すべての要素が $1 \Delta t$ (Δt : MT の時間間隔) の列ベクトル ($N \times 1$)

5.1 平均吸収時間

待ち時間は、(i)全車両、(ii)流入車両、(iii)迂回車両に区別して、それぞれの平均待ち時間を求める。このため平均吸収時間も(i)の場合は状態 D, E を区別せず各一時状態からいずれかの吸収状態に吸収されるまでの平均時間を求めればよい。(ii), (iii)の場合は、それぞれの状況(流入又は迂回)に対応した状態 E, D 個々へ吸収されるという条件のもとでの平均吸収時間を求めなければならない。(i)の平均吸収時間は式(36)で求まる。(ii), (iii)の平均吸収時間は、文献(2)でも示したように複数の吸収状態のうちのある1つの吸収状態に吸収されるという条件のもとでの平均吸収時間を求める手法を用いる。(ii), (iii)の平均吸収時間は以下のように求まる。

(ii) 状態 E のみへの平均吸収時間 ${}^{(E)}\boldsymbol{\tau}$

$${}^{(E)}\boldsymbol{\tau} = \mathbf{E}^{-1} \mathbf{M}\mathbf{B}^{(E)} \quad (37)$$

但し、 $\mathbf{B}^{(E)}$: \mathbf{B} の第 E 列ベクトル (要素: b_{iE})。

\mathbf{E} : 対角要素が b_{iE} ($i \in T$) の対角行列。

(iii) 状態 D のみへの平均吸収時間 ${}^{(D)}\boldsymbol{\tau}$

$${}^{(D)}\boldsymbol{\tau} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{M}\mathbf{B}^{(D)} \quad (38)$$

但し、 $\mathbf{B}^{(D)}$: \mathbf{B} の第 D 列ベクトル (要素: b_{iD})。

\mathbf{D} : 対角要素が b_{iD} ($i \in T$) の対角行列。

5.2 車両の待ち時間

初期分布を求めるため着目車両が副線に到来し、待ち台数が k 台、待ち回数が w 回になる場合を考える。着目車両は、待ち行列最後尾に位置するため待ち時間モデルの生起する一時状

態は、状態 (k, k, w) である。行列長モデルの状態推移図を参照して、待ち時間モデルの一時状態 (k, k, w) の初期分布 $A(k, k, w)$ は、

$$\begin{aligned} A(k, k, w) &= P_r \{ \text{状態が } (k, w) \text{ となる | 副線に車両が到来} \} \\ &= p\ell P(k-1, w-1)/p \\ &= \ell P(k-1, w-1) \end{aligned}$$

から求められる。他の初期分布も同様の考え方で求めればよい。従って、すべての初期分布は、

$$\left. \begin{aligned} A(E) &= mP(0,0), \quad A(D) = 0 \\ A(1,1,0) &= \ell P(0,0) + m \sum_{w=0}^{s-1} P(1,w) + P(1,s) \\ A(k,k,w) &= m \sum_{w=0}^{s-1} P(k,w) + P(k,s) \quad ; 2 \leq k \leq n-1 \\ A(k,k,w) &= \ell P(k-1, w-1) \quad ; 2 \leq k \leq n, \quad 1 \leq w \leq s \\ A(n,n,0) &= \sum_{w=0}^s P(n,w) \\ A(1,1,w) &= 0 \quad ; 1 \leq w \leq s \\ A(i,j,w) &= 0 \quad ; i \neq j, \quad 0 \leq w \leq s \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

となる。着目車両が到来したときのすべての状況を考慮していることは、式 (39) の初期分布の総和が1となることから明らかである。

(i) 全車両の平均待ち時間 W_{\parallel} : 式 (39) の初期分布と任意の一時状態 (i, j, w) から状態 E, 又は D への平均吸収時間, つまり式 (36) で与えられる τ の任意の要素 $\tau(i, j, w)$ を用いれば次式により算定できる。

$$W_{\parallel} = \sum_{k=1}^n \sum_{w=0}^s A(k, k, w) \tau(k, k, w) \quad (40)$$

(ii) 流入車両の平均待ち時間 ${}^{(E)}W_{\parallel}$: この場合の初期分布は、 ${}^{(E)}\tau$ と同様に状態 E に吸収されるという条件のもとで考えなければならない。状態 E に吸収されるという条件付の初期分布 ${}^{(E)}A(i, j, w)$ は、ベイズの定理で明らかのように、式 (39) を次式で与えられる $H(E)$ で重み付けすればよい。

$$H(E) = \frac{b_{1, k, k, w, E}}{A(E) + \sum_{i=1}^n \sum_{w=0}^s A(i, i, w) b_{1, i, i, w, E}} \quad (41)$$

待ち時間の算定に必要な一時状態の初期分布のみを次に示す。

$${}^{(E)}A(k, k, w) = A(k, k, w) H(E) \quad ; 1 \leq k \leq n, \quad 0 \leq w \leq s \quad (42)$$

よって、式 (37) で与えられる平均吸収時間 ${}^{(E)}\tau(i, j, w)$ を用い、 ${}^{(E)}W_{\parallel}$ は次式で算定できる。

$${}^{(E)}W_{\parallel} = \sum_{k=1}^n \sum_{w=0}^s {}^{(E)}A(k, k, w) {}^{(E)}\tau(k, k, w) \quad (43)$$

(iii) 迂回車両の平均待ち時間 ${}^{(D)}W_{\parallel}$: (ii) と同様に

$${}^{(D)}A(k, k, w) = A(k, k, w) H(D) ; 1 \leq k \leq n, \quad 0 \leq w \leq s \quad (44)$$

で与えられる初期分布と式 (38) で与えられる平均吸収時間 ${}^{(D)}\tau(i, j, w)$ を用い、式 (45) で算定できる。但し、式 (44) の $H(D)$ は、式 (41) の添字 E を D で置き替えて得られる値である。

$${}^{(D)}W_{\parallel} = \sum_{k=1}^n \sum_{w=0}^s {}^{(D)}A(k, k, w) {}^{(D)}\tau(k, k, w) \quad (45)$$

以上の W_{\parallel} 、 ${}^{(E)}W_{\parallel}$ 、 ${}^{(D)}W_{\parallel}$ には、次式の関係が成立する。

$$W_{\parallel} = \varepsilon_2 {}^{(D)}W_{\parallel} + (1 - \varepsilon_2) {}^{(E)}W_{\parallel} \quad (46)$$

5.3 条件付平均待ち台数

待ち台数として、待ち車両のうち流入（又は迂回）する車両だけに着目した平均待ち台数 ${}^{(E)}L_{\parallel}$ （又は ${}^{(D)}L_{\parallel}$ ）も考えることができる。いま、待ち台数が k 台、待ち回数が w 回である場合を考える。待ち行列の先頭から j 台目の車両が流入できる確率は、吸収確率 $b_{(k,j,w)E}$ である。従って、 k 台のうち流入することができる車両の割合 \bar{e}_k は、

$$\bar{e}_k = \sum_{j=1}^k b_{(k,j,w)E} / k ; 0 \leq w \leq s \quad (47)$$

で求まる。同様に k 台のうち迂回することになる車両の割合 \bar{d}_k も、

$$\bar{d}_k = \sum_{j=1}^k b_{(k,j,w)D} / k ; 0 \leq w \leq s \quad (48)$$

で求められる。式 (47)、(48) の \bar{e}_k 、 \bar{d}_k を用いて、条件付平均待ち台数 ${}^{(E)}L_{\parallel}$ 、 ${}^{(D)}L_{\parallel}$ は、

$${}^{(E)}L_{\parallel} = \sum_{k=1}^n \left\{ k \sum_{w=0}^s \bar{e}_k P(k, w) \right\} = \sum_{k=1}^n \sum_{w=0}^s \sum_{j=1}^k b_{(k,j,w)E} P(k, w) \quad (49)$$

$${}^{(D)}L_{\parallel} = \sum_{k=1}^n \left\{ k \sum_{w=0}^s \bar{d}_k P(k, w) \right\} = \sum_{k=1}^n \sum_{w=0}^s \sum_{j=1}^k b_{(k,j,w)D} P(k, w) \quad (50)$$

で算定できる。全車両の平均待ち時間 W_{\parallel} と式 (32) で与えられる平均待ち台数 ${}^{(E)}L_{\parallel}$ 、 ${}^{(D)}L_{\parallel}$ の間には、

$${}^{(E)}L_{\parallel} = p (1 - \varepsilon_2) {}^{(E)}W_{\parallel} \quad (52)$$

$${}^{(D)}L_{\parallel} = p \varepsilon_2 {}^{(D)}W_{\parallel} \quad (53)$$

のように、迂回率 ε_2 で到来頻度 p を補正した形でリトルの公式が成立している。

6. 数 値 例

モデル II において、許容待ち回数のみを無限大とした場合、つまり時間的制約を除くと文献 (1) におけるモデル I となることは常識的にも予想できる。このため、数値例はモデル I と最も異なる許容待ち回数 $s=1$ に設定した場合を示す。図 4 (a)～(c) は、本線の車両運行密度 ℓ と副線の車両運行密度 p を変数にとり、全車両 (W_{\parallel})、流入車両 (${}^{(E)}W_{\parallel}$)、迂回車両 (${}^{(D)}W_{\parallel}$) の各平均待ち時間を示したものである。但し、許容待ち台数 $n=5$ に設定した。モデル I と比較したときのモデル II の特徴をまとめれば、

- (1) 各待ち時間 (W_{\parallel} 、 ${}^{(E)}W_{\parallel}$ 、 ${}^{(D)}W_{\parallel}$) とも有限値となる。

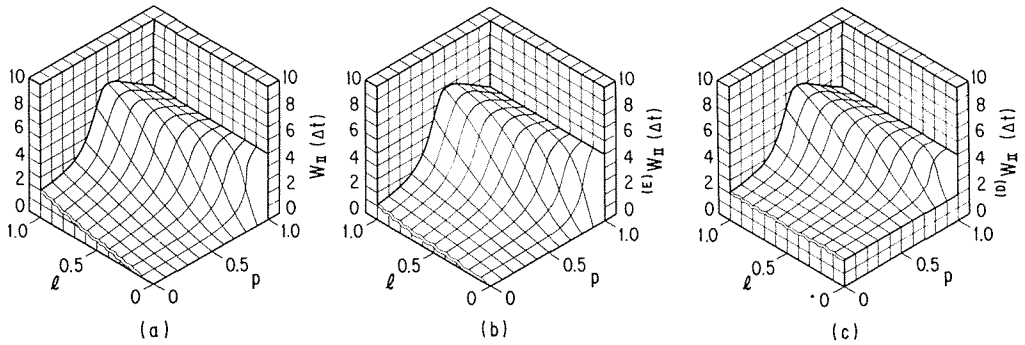


図4 数値計算例

- (2) 流入車両も迂回車両も同じ p, ℓ の組合せに対して同程度の待ち時間となる。
- (3) ここでは $n > s$ としたが、このとき迂回車両は必ず $2(=s+1) \Delta t$ 以上待つことがわかる。

などとなる。次に、 $p=0.4, \ell=0.5$ に固定し、 s と n を変化させた場合の数値例を示す。図5

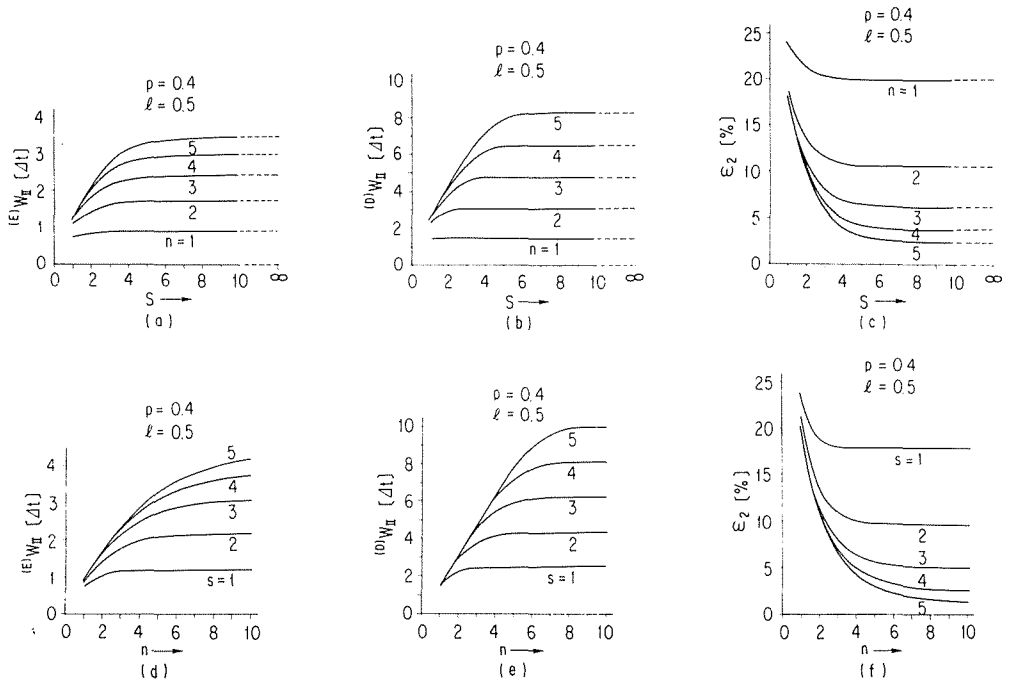


図5 数値計算例

はすべて横軸に離散値をとっているので折れ線グラフで示すべきであるが、便宜上連続曲線で示してある。図5 (a)~(c) は、 s を 1~10 まで変えたときの ${}^{(E)}W_{II}$, ${}^{(D)}W_{II}$, ϵ_2 を n をパラメータにとって示したものである。但し、 $s=\infty$ はモデル I の値に相当する。本章の初めにも述べたように、 $n=1\sim 5$ の範囲では s が 10 程度になるとモデル I とほとんど変わらなくなっていることがわかる。図5 (d)~(f) は、 n を 1~10 まで変えたときの ${}^{(E)}W_{II}$, ${}^{(D)}W_{II}$, ϵ_2 を s をパラメータにとって示したものである。モデル I では、 n を大きくすると p, ℓ の組合せによっては、待ち時間が比例的に増大する場合もあったが、モデル II では n (または s)

を大きくとつても待ち時間は飽和している。これは、一方の制約条件を緩くしていても、他方の制約条件によって待ち時間が規制されるためと考えられる。勿論、この数値例よりも n , s を大きくとる程、待ち時間は比例的に増加する傾向となる。

7. む す び

副線上で待ち行列を形成している車両に対する制約条件として、待ち台数と待ち行列先頭車の待ち回数²の両方を制限したときの全到来車両、流入車両、迂回車両の各平均待ち時間を吸収マルコフ連鎖の手法を用いて求めた。更に、流入（又は迂回）する車両だけに着目した場合の条件付平均待ち台数も求め、各平均待ち時間との関係を明らかにした。

本論文では、副線に到来する車両はすべて本線への流入希望車であると仮定している。このため、得られた結果は流入非希望車も到来する場合とは異なるが、待ち行列が最も形成されやすい最悪の状況を示す指標とあると考えてよい。又、流入非希望車が到来した場合は、待ち台数だけでなく時間的制約（待ち回数）をも考慮したモデルⅡは流入希望車よりも流入非希望車にとって有利となる制限方法であると考えられる。

今後の課題として、交差部や合流部はネットワーク内の1つのサブシステムであるとの観点から、ネットワーク全体との関連を検討したい。

参 考 文 献

- 1) 浜松, 中田, 加地, 土肥: “個別軌道輸送システム十字路付近のモデル化とその解析”, 信学論(A), J64-A, 10, pp. 835-842 (昭56-10).
- 2) 浜松, 栗原, 中田, 加地: “個別軌道輸送システム合流部における車両待ち時間の解析”, 信学論(A), J65-A, 11, pp. 1144-1151 (昭57-11).
- 3) 浜松, 栗原, 中田, 加地: “直進車を考慮したPRT十字路モデルの車両挙動の解析”, 信学論(A), J66-A, 8, pp. 717-724 (昭58-08).
- 4) Kemeny, J. G. and Snell, J. L.: “Finite Markov Chains”, pp. 43-68, Springer, Berlin (1976)
- 5) 栗原, 加地, 浜松, 中田: “個別軌道輸送システム平面交差点のトラヒック解析”, 信学論(A), J66-A, 9, pp. 836-843 (昭58-09).
- 6) 佐藤, 栗原, 加地, 浜松: “個別軌道輸送システムにおける立体交差同期制御方式とそのトラヒック解析”, 信学論(A), J67-A, 9, pp. 904-911 (昭59-09).