HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	非対称な液体圧力を受ける円筒形空気支持膜の変形と安定領域
Author(s)	田中, 克明; 入江, 敏博; 山田, 元
Citation	北海道大學工學部研究報告, 126, 15-20
Issue Date	1985-05-31
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/41928
Type	bulletin (article)
File Information	126_15-20.pdf

Instructions for use

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

北海道大学工学部研究報告
第126号（昭和60年）

Bulletin of the Faculty of Engineering,
Hokkaido University, No. 126 (1985)

非対称な液体圧力を受ける円筒形空気支持膜の変形と安定領域

田中克明　入江敏博　山田　元

（昭和59年12月27日受理）

Deformation and Stability Region of Cylindrical Air-Supported Membranes Under an Asymmetric Ponding Fluid Load

Katsuaki TANAKA, Toshihiro IRIE and Gen YAMADA

(Received December 27, 1984)

Abstract

The deformation and stability region are determined for a cylindrical air-supported membrane under the action of an asymmetrically ponding fluid load. For the purpose of this study, the force equilibrium and geometry of a small circumferential element of the membrane are expressed as a set of non-linear differential equations using dimensionless variables and parameters. The equations are calculated numerically by the Runge-Kutta-Gill integration method, and the effects of the fluid density, the depth of the ponding fluid, and the internal pressure and properties of the membrane on the deformation are clarified quantitatively.

1. 緒　　言

最近，新しい膜材料の開発と施工法の進歩によって，空気支持膜構造は博覧会場などの仮設建築物をはじめ，全天候性の多目的スポーツ施設や，ショッピングマーケット，動・植物園，工場施設などの恒久的な屋根建築物，さらに河川の堰止めや貯水を目的とする土木構造物などに広い応用範囲をもつにいたっている。したがって，風圧[1]，雨水[2]，あるいは積雪[3]による屋根構造物や，水圧による空気支持膜を用いたダム構造物の変形について，級数を用いた近似解法と実験[4,5]，有限要素法[6]，あるいは数値積分法[7~11]によって多くの研究がなされている。

本論文は，可撓性をもつ薄い円筒形空気支持膜の，非対称な液圧による変形と，変形に対する安全限界を研究したものである。そのために，空気膜の軸に直角な断面に関して，膜の自重，伸び変形，内圧，液の深さ等の諸因子をすべて考慮に入れて，力の釣合いと幾何学的関係を表わす連立非線形微分方程式を導く。次いで，この式を無次元化された諸量で書きかえて一般化した上で，数値積分による解を求め，その結果から断面変形におよぼす諸因子の影響を明らかにする。

この種の問題とその解法は，上記水圧を受けるダムの諸研究に多くみられ，必ずしも新しいものではないが，本報告のように，可撓性円筒膜に関するすべての因子を考慮に入れて取り扱った

機械工学第二学科　機械力学講座

論文は見当らない。

2. 基礎方程式

図1は，非対称な静止した液体の圧力によって変形した，円筒形の薄い空気支持膜の軸に垂直

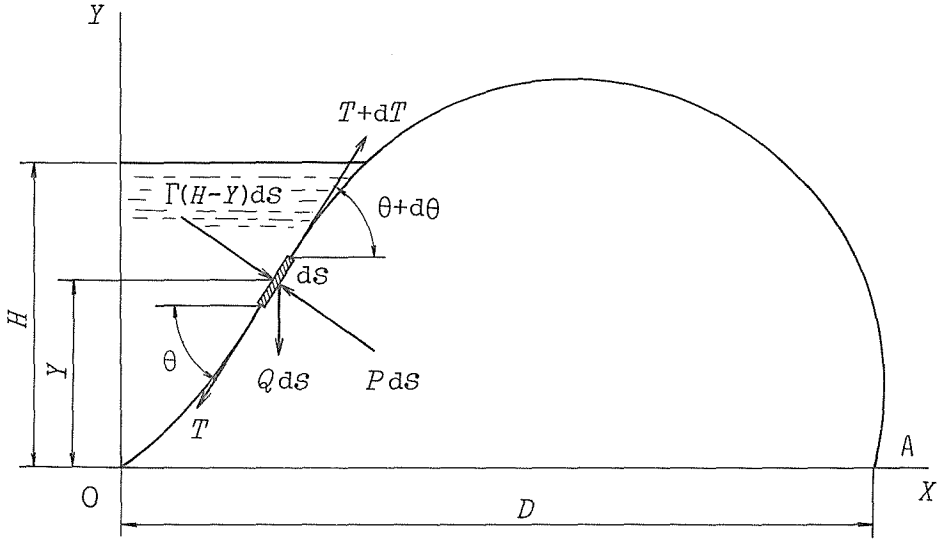

図 1　非対称な液圧を受ける円筒形空気支持膜の断面

な断面形状を示す。いま，図のように膜の断面の一端を原点Oとし，水平と鉛直方向に，それぞれ X 軸と Y 軸をとる。単位長さ当りの膜重量を Q，膜に働く張力を T，傾き角を θ とすれば，可撓性膜の微小要素 $\mathrm{d}S$ の接線方向の力の釣り合いは

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}S}=Q\sin\theta \tag{1}$$

また，液体の比重量を Γ，液体の深さを H，膜の内圧（大気圧との差）を P とすれば，膜に垂直な法線方向の力の釣合いは

$$T\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}S}=\Gamma(H-Y)-P+Q\cos\theta \tag{2}$$

で与えられる。ここで微小要素 $\mathrm{d}S$ の方向余弦は

$$\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}S}=\cos\theta,\qquad \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}S}=\sin\theta \tag{3}$$

で表わされる。膜が変形していないときの長さを $\mathrm{d}S_0$，伸長した後の長さを $\mathrm{d}S$ とすれば

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}S_0}=1+\mathrm{f}(T) \tag{4}$$

ここで，$\mathrm{f}(T)$ は膜材料の物性に関する張力の関数を表わす。また，S_0 と S は原点Oから膜の断面に沿って測るものとする。

解析の簡単化のためと，一般性をもたせるために，次の無次元量を導入する。

$$(x, y)=\frac{1}{D}(X, Y),\quad (s, s_0)=\frac{1}{L}(S, S_0),\quad (h, l_0)=\frac{1}{D}(H, L_0),$$

$$\gamma=\Gamma\frac{D}{Q},\quad p=\frac{P}{Q},\quad \tau=\frac{T}{QL} \tag{5}$$

ここで，L_0 は無変形時の膜の断面の周長，D は断面両端の水平長さである。

式 (5) で与えられた無次元量を用いれば，式 (1)～(4) は

$$\frac{d\tau}{ds}=\sin\theta,\quad \tau\frac{d\theta}{ds}=\gamma(h-y)-p+\cos\theta \tag{6}$$

$$\frac{dx}{ds}=l_0\cos\theta,\quad \frac{dy}{ds}=l_0\sin\theta \tag{7}$$

$$\frac{ds}{ds_0}=1+f(\tau) \tag{8}$$

となる。この場合の未定変数は x, y, s, θ, τ の5個で，これらは断面の周長 l_0，液体の比重量 γ と深さ h，膜の内圧 p が与えられたとき，同数個の式 (6)～(8) を独立変数 s_0 について解いて得られ液体の圧力による膜の断面の形状と張力変化が決定する。

空気膜の内圧 p が一定ではなく，断面積の変化によって等温変化（pv＝一定）するときは

$$p\int_0^1 y\,dx=\text{const} \tag{9}$$

により，内圧を補正しつつ計算すべきである。また，膜断面の伸長が小さいときは，$ds=ds_0$ で，変数 s を独立変数と考えることができる。

3.　数値計算結果と考察

上記の式 (6)～(8) は非線形の連立微分方程式で，これを解析的に解くことはできない。したがって，本論文ではルンゲ・クッタ・ギル法によって数値計算する。そのために，式 (6)～(8)

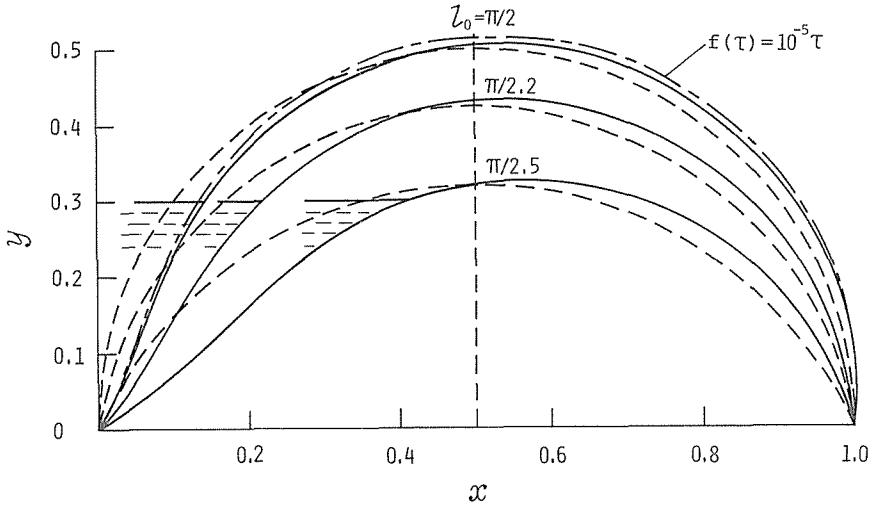

図 2　周長と空気支持膜の断面の断面変化との関係
$f(\tau)=0$, $p=350$, $h=0.3$, $\gamma=2000$

を $s_0=0$ で $x=y=0$ を出発値とし，その点での τ と θ の値を適宜仮定して，$s_0=1$ まで数値積分し，$s_0=1$ における断面の位置が $|x-1|$，$|y|<10^{-6}$ 程度に収束するまで計算を繰り返す。こうして得られた数値計算の結果を以下に示す。

図2は，液の深さと膜の内圧を一定として，断面の周長を変化させたときの断面形状の変化を示す。図中の破線はいずれも無負荷時の形状を表わす。断面の周長が短くなるほど，液圧による変形は大きい。実線と破線は，いずれも膜の伸び変形を考慮しないときの断面形状を示すが，周長 $l_0=\pi/2$ に対して描かれた鎖線は，$f(\tau)=10^{-5}\tau$ として膜の伸び変形を考慮したときの断面の変形を示す。膜の伸びを考慮したときのほうが，断面が若干高くなるのは当然であるが，通常の膜材料では，この影響はそれほど大きいものではない。

図3は，断面の周長と液の深さを一定に保ったときの種々の内圧による膜の断面変形を示す。内圧が小さくなるにしたがって，当然断面の変形は大きくなる。図中の破線は，図2と同様，液

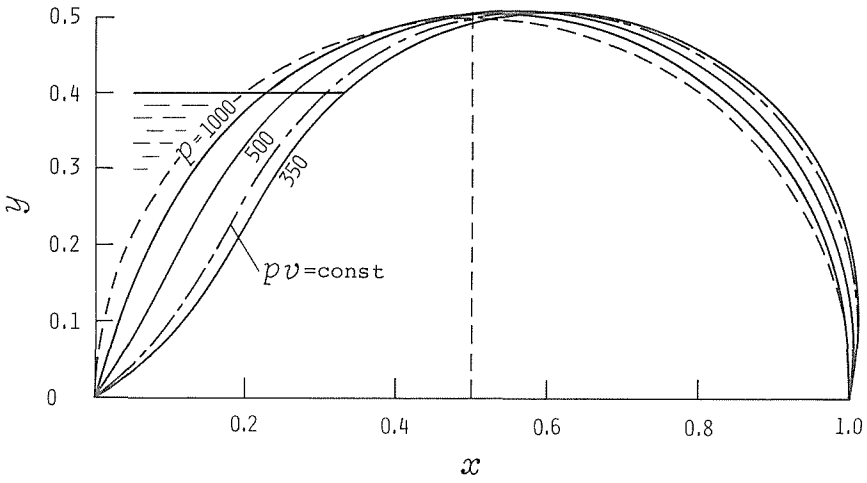

図 3　膜の内圧と空気支持膜の断面変化との関係
$f(\tau)=0$，$h=0.4$，$l_0=\pi/2$，$\gamma=2000$

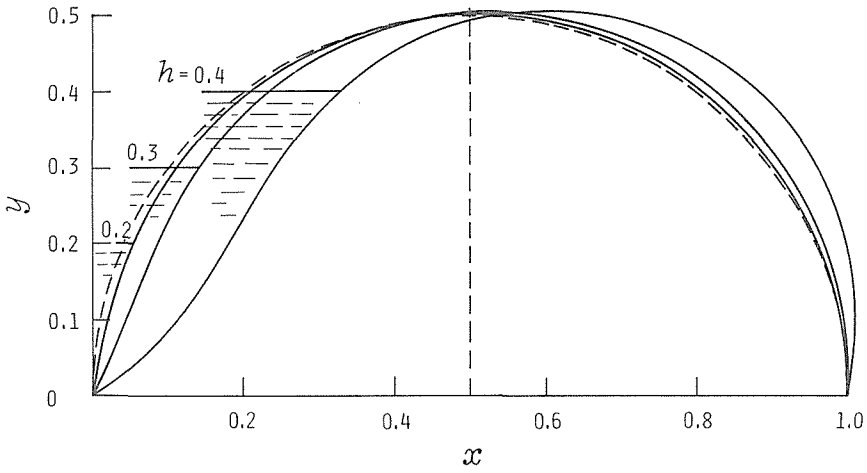

図 4　液体の深さと空気支持膜の断面変化との関係
$f(\tau)=0$，$l_0=\pi/2$，$p=350$，$\gamma=2000$

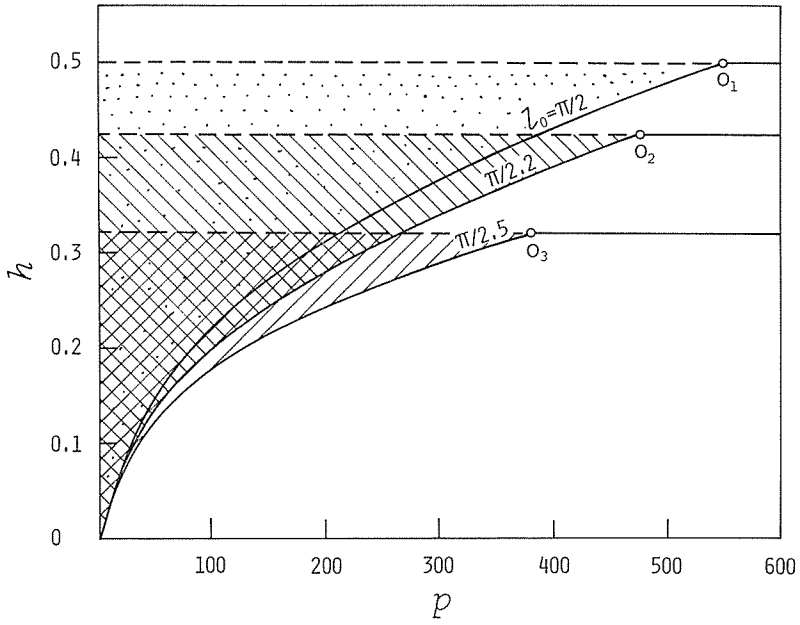

図 5 非対称な液圧を受ける空気膜の崩壊に対する安全領域
$f(\tau)=0,\ \gamma=2000$

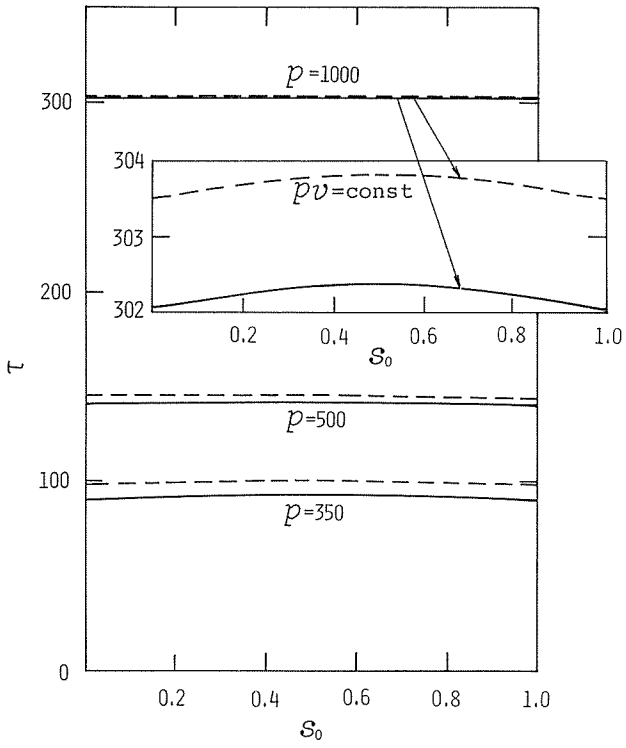

図 6 円筒形空気支持膜の内圧と張力変化
$f(\tau)=0,\ h=0.4,\ l_0=\pi/2,\ \gamma=2000$

圧が働かないときの断面の形状で，鎖線は，初期内圧 $p=350$ の膜の内圧を，式（9）によって補正したときの形状を示す。この場合の内圧変化はほぼ6%程度の上昇に留まっている。

図4は，膜の周長と内圧を一定に保ち，液の深さが変化したときの膜の断面形状を示す。破線は液圧が働かないときの形状を表わすが，液の深さが増すにしたがって，膜の変形が大きくなり次第に円弧より大きくずれていく。

液の深さが増したり，膜の内圧と大気圧との差が小さくなると，力が平衡した空気膜の断面形状の解は得られず，膜は液圧を支え切れなくて崩壊する。図5は，液の深さと膜の内圧に関する膜構造の不安定領域を示す。三種の周長をもつ膜について，それぞれ点あるいは斜線を施した領域内では膜の液圧のためにつぶれてしまうが，各実線の下側においては膜は液圧を支えて安定である。また図中の○印で示す O_1, O_2, O_3 点とこれらを通る水平線は水が溢流する限界を示し，○印以上の内圧をもつ膜では，液圧による崩壊は起こらない。

図6は，三種の内圧の値に対する膜の周方向の張力変化を示す。内圧が高くなるに従って，当然張力の大きさも増してくる。このうち，実線は内圧 $p=$一定として計算したもの，破線は $pv=$一定，あるいは式(9)の条件を満すときの張力を示す。張力は $pv=$一定としたときの方がいくらか大きい。これに対して，周方向の膜の張力変化はきわめて小さく，$p=1000$ に対する拡大図より膜の中央部（上部）で張力が幾分高くなっていることがわかる。

4. 結　　言

非対称な液圧を受ける円筒形の可撓性空気膜の変形問題を，膜の重量，物性，内圧，液体の比重，深さ等をすべて考慮した非線形連立微分方程式を数値積分して，断面の変形とその安全領域を求め，膜と液体の諸因子がこれに与える影響を定量的に明らかにした。本論文の数値計算では，結果を一般化するため，すべて無次元量を用いているが，計算の対象としたパラメータや変数はすべて実用的な範囲にとられており，実際の数値に換算することも容易で，設計上の重要性も大きいと思われる。

参 考 文 献

1) Uemura, M.: Proc. IASS Pacific Symposium-Part II on Tension Structures and Space Frames, Tokyo (1971), p. 2-6-1～11
2) Lukasiewicz, S. and Glockner, P. G.: J. Struct. Mech., **10** (1982～83), 4, p. 419～435
3) Chiarugi, A., Majowiecki, M. and Tironi, G.: World Congress on Shell and Spatial Structures, **3** (1979), p. 5. 135～150
4) Anwar, H. O.: J. Hydraul. Div., Proc. ASCE, **93** (1967), p. 99～117
5) Harrison, H. B.: Proc. Inst. Civ. Eng., **45** (1970), p. 661～676
6) 荻原国宏，立石　勗，古屋久和：土木学会論文報告集，(昭45)，179, p. 37～47
7) Binnie, H. B.: J. Hydraulic Research, **11** (1973), 1, p. 61～68
8) Parbery, R. D.: Proc. Inst. Civ. Eng. Part 2, **61** (1976), p. 725～736
9) Parbery, R. D.: Proc. Inst. Civ. Eng. Part 2, **65** (1978), p. 645～654
10) 荻原国宏，斎藤秀明：第27回水理講演会論文集，(昭58)，p. 653～658
11) Hitch, N. M. and Narayanan, R.: J. Hydraul. Div., Proc. ASCE, **109** (1983), p. 1044～1048