



Title	部分球殻の定常応答
Author(s)	山田, 元; 小林, 幸徳; 小野, 善宏
Citation	北海道大學工學部研究報告, 150, 35-44
Issue Date	1990-05-31
Doc URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/42233">http://hdl.handle.net/2115/42233</a>
Type	bulletin (article)
File Information	150_35-44.pdf



[Instructions for use](#)

## 部分球殻の定常応答

山田 元 小林 幸徳 小野 善宏

(平成元年12月26日受理)

## Steady State Response of a Spherical Shell

Gen YAMADA, Yukinori KOBAYASHI, and Yoshihiro ONO

(Received December 26, 1989)

### Abstract

The steady state response of an internally damped spherical shell is determined by the transfer matrix. For this purpose, governing equations of vibration of the shell are written as a coupled set of first order differential equations by using the transfer matrix of the shell. Once the matrix has been determined by numerical integration of the equations, the steady state response of the shell is obtained together with the natural frequencies in terms of the elements of the transfer matrix of the shell under any combination of boundary conditions. By the application of this method, the dynamic responses and the resonant frequencies are calculated numerically for the shells driven sinusoidally at an edge of the shell.

### 1. 緒 言

球殻はさまざまな分野に広く用いられる重要な構造要素で、その振動に関する研究は古くから行われている。Kraus と Kalnins<sup>1)</sup> は自由振動解の重ね合わせによる方法で任意の形状の殻の過渡応答を、国枝<sup>2),3)</sup> は、ガラーキン法により上下地震動を受ける球殻の応答を解析している。また、Irie と Kobayashi<sup>4)</sup> は伝達マトリックス法により調和入力を受ける半球殻の定常応答を研究している。しかし、浅い球殻の定常応答に関するものは見当たらない。そこで本論文では、宇宙通信分野では欠くことのできない構造物であるパラボラ・アンテナが地震等の強制的な入力を受ける場合のモデルとして、内部減衰を有する部分球殻の定常応答および自由振動を伝達マトリックス法を用いて解析をする。

ここでは、いくつかの殻理論の中でも球殻に対して簡潔な表記ではあるが、精度の良い結果を与える Love の理論に基づいて内部減衰を有する球殻の運動方程式を誘導し、子午線方向の伝達マトリックスを導入して、方程式を一階のマトリックス微分方程式に書き改める。伝達マトリックスは、この式を数値積分することにより得ることができ、これに境界条件を適用して振動数方程式を導く。本方法をいくつかの加振条件に適用して数値計算を行い、定常応答ならびに固有振動数と振動モードを求め、その結果から球殻の応答におよぼす諸因子の影響を明らかにする。

## 2. 基礎方程式

本論文で扱う部分球殻とその座標系  $(a, \theta, \phi)$  を図 1 に示す。殻の厚さ  $H$  は一様で、 $a$  は殻の半径、 $\phi_0$  は自由端の角度、 $\phi_1$  は固定端の角度である。各方向の変位成分  $u, v, w$  は図 1 の矢印の方向を正とする。

殻の運動方程式は、Love の理論に基づけば次のように導びかれる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{a} \frac{\partial N_{\phi\theta}}{\partial \phi} + \frac{2\cos\phi}{R} N_{\theta\phi} + \frac{\sin\phi}{R} Q_\theta + \rho H \omega^2 u &= 0 \\ \frac{1}{R} \frac{\partial N_{\theta\phi}}{\partial \theta} + \frac{1}{a} \frac{\partial N_\phi}{\partial \phi} + \frac{\cos\phi}{R} (N_\phi - N_\theta) + \frac{1}{a} Q_\phi + \rho H \omega^2 v &= 0 \\ \frac{1}{R} \frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{a} \frac{\partial Q_\phi}{\partial \phi} + \frac{\cos\phi}{R} Q_\phi - \frac{\sin\phi}{R} N_\theta - \frac{1}{a} N_\phi + \rho H \omega^2 w &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $R = a \sin\phi$  は緯円の半径、 $\rho$  は単位体積当たりの質量、 $\omega$  は円振動数である。横せん断力の成分は、

$$\begin{aligned} Q_\theta &= \frac{1}{R} \frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{a} \frac{\partial M_{\phi\theta}}{\partial \phi} + \frac{2\cos\phi}{R} M_{\theta\phi} \\ Q_\phi &= \frac{1}{R} \frac{\partial M_{\theta\phi}}{\partial \theta} + \frac{1}{a} \frac{\partial M_\phi}{\partial \phi} + \frac{\cos\phi}{R} (M_\phi - M_\theta) \end{aligned} \quad (2)$$

与えられ、合応力とモーメントの成分は、

$$\begin{aligned} N_\theta &= D^* \left\{ \frac{1}{R} \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} + v \cos\phi + w \sin\phi \right) + \frac{\nu}{a} \left( \frac{\partial v}{\partial \phi} + w \right) \right\} \\ N_\phi &= D^* \left\{ \frac{\nu}{R} \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} + v \cos\phi + w \sin\phi \right) + \frac{1}{a} \left( \frac{\partial v}{\partial \phi} + w \right) \right\} \\ N_{\theta\phi} = N_{\phi\theta} &= \frac{(1-\nu)}{2} \frac{D^*}{R} \left\{ \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{1}{R} \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} - u \cos\phi \right) \right\} \\ M_\theta &= K^* \left\{ \frac{1}{R} \left( \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \chi \cos\phi \right) + \frac{\nu}{a} \frac{\partial \chi}{\partial \phi} \right\} \\ M_\phi &= K^* \left\{ \frac{\nu}{R} \left( \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \chi \cos\phi \right) + \frac{1}{a} \frac{\partial \chi}{\partial \phi} \right\} \\ M_{\theta\phi} = M_{\phi\theta} &= \frac{(1-\nu)}{2} \frac{K^*}{R} \left\{ \frac{1}{a} \frac{\partial \psi}{\partial \phi} + \frac{1}{R} \left( \frac{\partial \chi}{\partial \theta} - \psi \cos\phi \right) \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

となる。ここで、 $\psi$  と  $\chi$  は角変位で、

$$\psi = \frac{1}{R} (u \sin\phi - \frac{\partial w}{\partial \theta}), \quad \chi = \frac{1}{a} (v - \frac{\partial w}{\partial \phi}) \quad (4)$$

であり、Kelvin-Kirchhoff の等価せん断力と膜力は、

$$S = Q_\phi + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{\theta\phi}}{\partial \theta}, \quad T = N_{\theta\phi} + \frac{\sin\phi}{R} M_{\theta\phi} \quad (5)$$

与えられる。また、 $D^*$ 、 $K^*$  はそれぞれ殻の伸びこわさと曲げこわさであり、縦弾性係数  $E^*$ 、ポアソン比  $\nu$  を用いて、

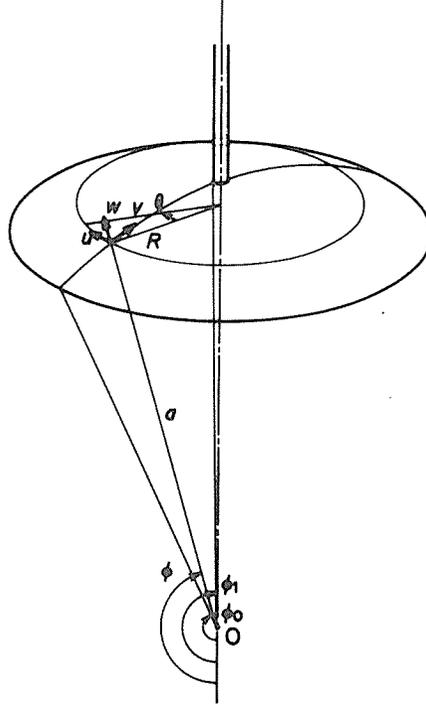


図1 部分球殻と座標系

$$D^* = \frac{E^* H}{1 - \nu^2}, \quad K^* = \frac{E^* H^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (6)$$

で与えられる。縦弾性係数は内部減衰を考慮して複素量  $E^* = E(1 + j\delta_E)$  で表す。ここで、 $E$  は  $E^*$  の実数部、 $\delta_E$  は殻の内部減衰比である。

殻の定常応答に対して、上式中の各変数は次のように変数分離することができる。

$$\begin{aligned} u &= H\bar{u}\sin n\theta, \quad (v, w) = H(\bar{v}, \bar{w})\cos n\theta, \\ \psi &= (H/a)\bar{\psi}\sin n\theta, \quad \chi = (H/a)\bar{\chi}\cos n\theta, \\ (N_\theta, N_\phi, Q_\phi, S) &= (K/a^2)(\bar{N}_\theta, \bar{N}_\phi, \bar{Q}_\phi, \bar{S})\cos n\theta, \\ (N_{\phi\theta}, N_{\theta\phi}, T, Q_\theta) &= (K/a^2)(\bar{N}_{\phi\theta}, \bar{N}_{\theta\phi}, \bar{T}, \bar{Q}_\theta)\sin n\theta, \\ (M_\theta, M_\phi) &= (K/a)(\bar{M}_\theta, \bar{M}_\phi)\cos n\theta, \\ (M_{\phi\theta}, M_{\theta\phi}) &= (K/a)(\bar{M}_{\phi\theta}, \bar{M}_{\theta\phi})\sin n\theta, \quad n=0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (7)$$

なお、上式中の  $n$  は円周方向波数を表し、記号  $\bar{\phantom{x}}$  を付した変数は無次元量である。さらに、解析の簡単化のため次の無次元パラメーターを導入する。

$$h = H/a, \quad \lambda^2 = \rho H a^2 \omega^2 / D \quad (8)$$

ここで、 $\lambda$  は振動数パラメーター、 $D$  は伸びこわさ  $D^*$  の実部である。式(1)~(5)より、変数  $\psi$ ,  $N_\theta$ ,  $N_{\phi\theta}$ ,  $N_{\theta\phi}$ ,  $Q_\theta$ ,  $Q_\phi$ ,  $M_\theta$ ,  $M_{\phi\theta}$ ,  $M_{\theta\phi}$  を消去することにより、次のような一階のマトリックス常微分方程式に書き直される。

$$\frac{d}{d\phi} \{z(\phi)\} = [U(\phi)] \{z(\phi)\} \quad (\phi_0 \leq \phi \leq \phi_1) \quad (9)$$

ここで、 $\{z(\phi)\}$  は状態量ベクトル

$$\{z(\phi)\} = \{\bar{u} \ \bar{v} \ \bar{w} \ \bar{\chi} \ \bar{M}_\phi \ \bar{S} \ \bar{N}_\phi \ \bar{T}\}^T \quad (10)$$

であり、係数マトリックス  $[U(\phi)]$  の零以外の要素は次の通りである。

$$\begin{aligned} U_{11} &= -U_{66} = \cot\phi, \quad U_{12} = -U_{78} = n/\sin\phi, \quad U_{13} = -U_{68} = nh^2\cot\phi/(6\sin\phi), \\ U_{14} &= -U_{58} = nh^2/(6\sin\phi), \quad U_{18} = h/\{6(1-\nu)(1+j\delta_E)\}, \\ U_{21} &= U_{41} = -U_{85} = -U_{87} = -n\nu/\sin\phi, \quad U_{22} = U_{44} = -\nu\cot\phi, \\ U_{23} &= -U_{67} = -(1+\nu), \quad U_{27} = h/\{12(1+j\delta_E)\}, \\ U_{32} &= -U_{34} = U_{56} = -U_{76} = 1, \quad U_{43} = -U_{65} = -n^2\nu/\sin^2\phi, \\ U_{45} &= 1/\{h(1+j\delta_E)\}, \quad U_{51} = U_{84} = n(1-\nu^2)(1+j\delta_E)h\cot\phi/\sin\phi, \\ U_{52} &= U_{74} = -2n^2(1-\nu)(1+j\delta_E)h/\sin^2\phi, \\ U_{53} &= U_{64} = n^2(1-\nu)(3+\nu)(1+j\delta_E)h\cot\phi/\sin^2\phi, \\ U_{54} &= (1-\nu)(1+j\delta_E)h\{2n^2+(1+\nu)\cos^2\phi\}/\sin^2\phi, \\ U_{55} &= U_{77} = -(1-\nu)\cot\phi, \\ U_{61} &= U_{83} = n(1-\nu^2)(1+j\delta_E)h(12/h^2+n^2/\sin^2\phi)/\sin\phi, \\ U_{62} &= U_{73} = (1-\nu)(1+j\delta_E)h\{12(1+\nu)/h^2-2n^2/\sin^2\phi\}\cot\phi, \\ U_{63} &= (1-\nu)(1+j\delta_E)h\{(1+\nu)n^4+2n^2\cos^2\phi+12(1+\nu)\sin^4\phi/h^2\}/\sin^4\phi - (12/h)\lambda^2, \\ U_{71} &= U_{82} = 12n(1-\nu^2)(1+j\delta_E)\cot\phi/(h\sin\phi), \\ U_{72} &= (1-\nu)(1+j\delta_E)h\{12(1+\nu)\cos^2\phi/h^2+2n^2\}/\sin^2\phi - (12/h)\lambda^2, \\ U_{81} &= 12n^2(1-\nu^2)(1+j\delta_E)/(h\sin^2\phi) - (12/h)\lambda^2, \quad U_{88} = -2\cot\phi \end{aligned} \quad (11)$$

状態量ベクトル  $\{z(\phi)\}$  は、殻の子午線方向の伝達マトリックス  $[T(\phi)]$  を用いて次のように表すことができる。

$$\{z(\phi)\} = [T(\phi)]\{z(\phi_0)\} \quad (\phi_0 \leq \phi \leq \phi_1) \quad (12)$$

これを式(9)に代入することによって、

$$\frac{d}{d\phi}[T(\phi)] = [U(\phi)][T(\phi)] \quad (13)$$

が得られる。伝達マトリックス  $[T(\phi)]$  は、上式を出発値  $[T(\phi_0)] = [I]$  (単位マトリックス) のもとで、数値積分することにより求められる。本論文では、Runge-Kutta-Gill 積分法を用いて行う。

### 3. 数値計算結果および考察

伝達マトリックス法を適用し、図1に示した部分球殻の固有振動数、振動モード、さらに、固定端にさまざまな加振条件を与えた場合の定常応答を数値計算して求める。自由端と固定端の境界条件は次式により与えられる。

$$\begin{aligned} \bar{M}_\phi &= \bar{N}_\phi = \bar{S} = \bar{T} = 0 && \text{(自由端)} \\ \bar{u} &= \bar{v} = \bar{w} = \bar{\chi} = 0 && \text{(固定端)} \end{aligned} \quad (14)$$

#### 3.1 自由振動

内部減衰を零とすることにより、殻の固有振動数と振動モードを求める。 $\phi_0$  を自由端、 $\phi_1$  を固定端として、式(12)に境界条件(14)を代入すると

$$\{z(\phi_1)\} = [T(\phi_1)]\{z(\phi_0)\} \quad (15)$$

となり、これより次の振動数方程式が得られる。

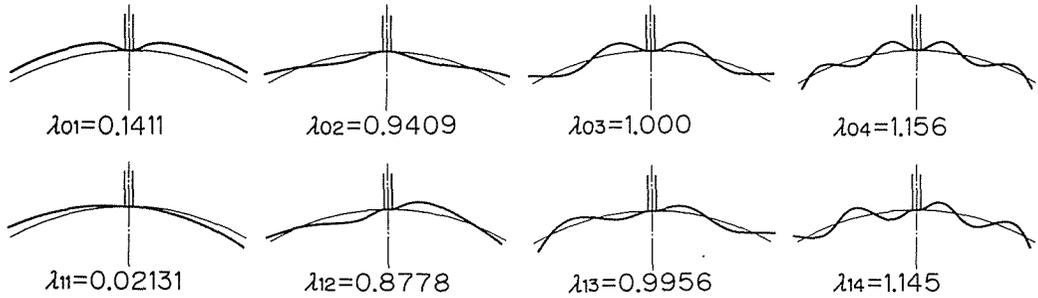


図2 振動モード ( $h=0.005, \nu=0.3, \phi_0=150^\circ, \phi_1=179^\circ$ )

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_{(\phi_1)} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix}_{(\phi_1)} \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \\ \bar{w} \\ \bar{\chi} \end{Bmatrix}_{(\phi_0)} \quad (16)$$

上式の係数マトリックス $[T(\phi_1)]$ の行列式が零となる振動数パラメータ $\lambda$ が固有振動数となる。また、上式は同次方程式なので、 $\bar{u}=1$ として変形すると次式となる。

$$\begin{Bmatrix} \bar{v} \\ \bar{w} \\ \bar{\chi} \end{Bmatrix}_{(\phi_0)} = - \begin{bmatrix} T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{32} & T_{33} & T_{34} \end{bmatrix}_{(\phi_1)}^{-1} \begin{Bmatrix} T_{11} \\ T_{21} \\ T_{31} \end{Bmatrix}_{(\phi_1)} \quad (17)$$

式(17)より自由端( $\phi_0$ )での変位が定められ、この結果と式(12)より殻の任意の点での状態量ベクトルが求められる。

図2は、式(16)および(17)より得られた固有振動数と振動モードである。図中の $\lambda_{mn}$ の添字 $n$ は殻の緯円方向の波数、 $m$ は振動形の次数である。図より $n=0$ の軸対称振動では節と節の間隔は固定端から遠くなるに従って狭くなっている。 $n=1$ では固定端に一番近い節は、次数が高くなるに従って固定端に近づいて行くことがわかる。自由振動のモード図より、以後解析を進めて行く定常応答についてその振動の形状をおおよそ知ることができる。

### 3.2 軸方向に加振される殻

一端( $\phi_1$ )が振幅 $\bar{v}_1 = v_1/H$ をもつ軸方向の変位 $\bar{v}_1 e^{j\omega t}$ によって調和加振される殻を考える。この場合の殻には軸対称振動( $n=0$ )のみが生じ、加振端( $\phi_1$ )における境界条件は、 $\bar{v}_1$ を各方向の変位成分に分解して次のように求められる。

$$\bar{v} = \bar{v}_1 \sin \phi_1, \quad \bar{w} = -\bar{v}_1 \cos \phi_1, \quad \bar{\chi} = \bar{v}_1 \sin \phi_1 \quad (18)$$

以上の境界条件を式(12)に代入すると伝達マトリックス $[T(\phi_1)]$ の一部の要素を用いて次式が導かれる。

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix}_{(\phi_1)} \begin{Bmatrix} \bar{v} \\ \bar{w} \\ \bar{\chi} \end{Bmatrix}_{(\phi_0)} = \bar{v}_1 \begin{Bmatrix} \sin \phi_1 \\ -\cos \phi_1 \\ \sin \phi_1 \end{Bmatrix}_{(\phi_1)}, \quad n=0. \quad (19)$$

上式は自由端( $\phi_0$ )での未定係数 $\{\bar{v} \ \bar{w} \ \bar{\chi}\}^T$ に関する連立線形方程式で、これらの係数を求めると殻の定常応答が得られる。

図3は、軸方向に加振される部分球殻について、内部減衰比 $\delta_e$ を変えた場合の自由端( $\phi_0$ )で

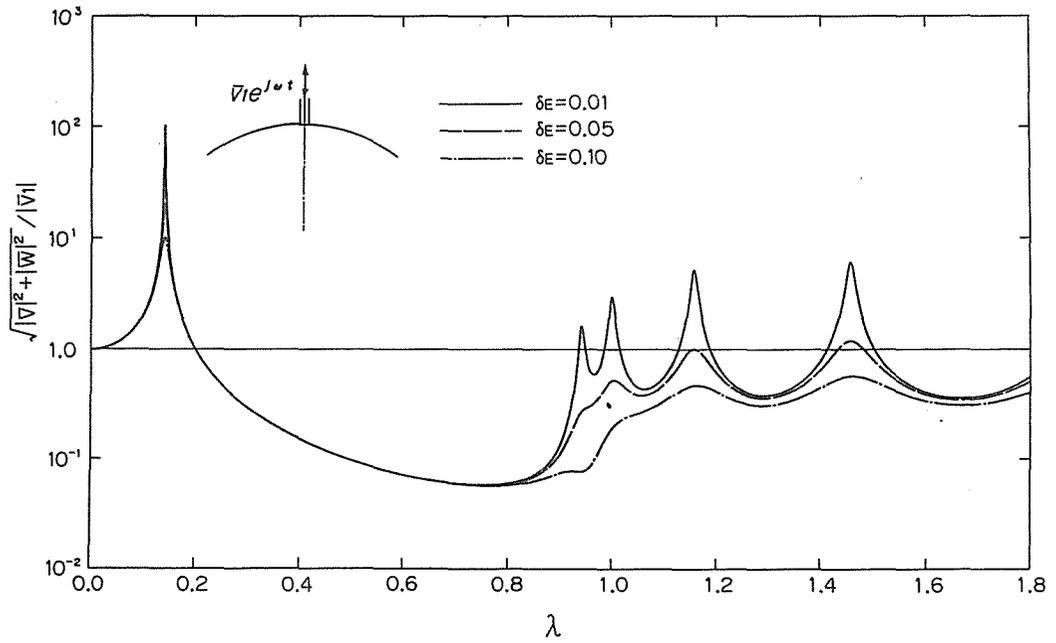


図3 軸方向に加振される部分球殻の定常応答  
 ( $h=0.005$ ,  $\nu=0.3$ ,  $\phi_0=150^\circ$ ,  $\phi_1=179^\circ$ ,  $n=0$ )

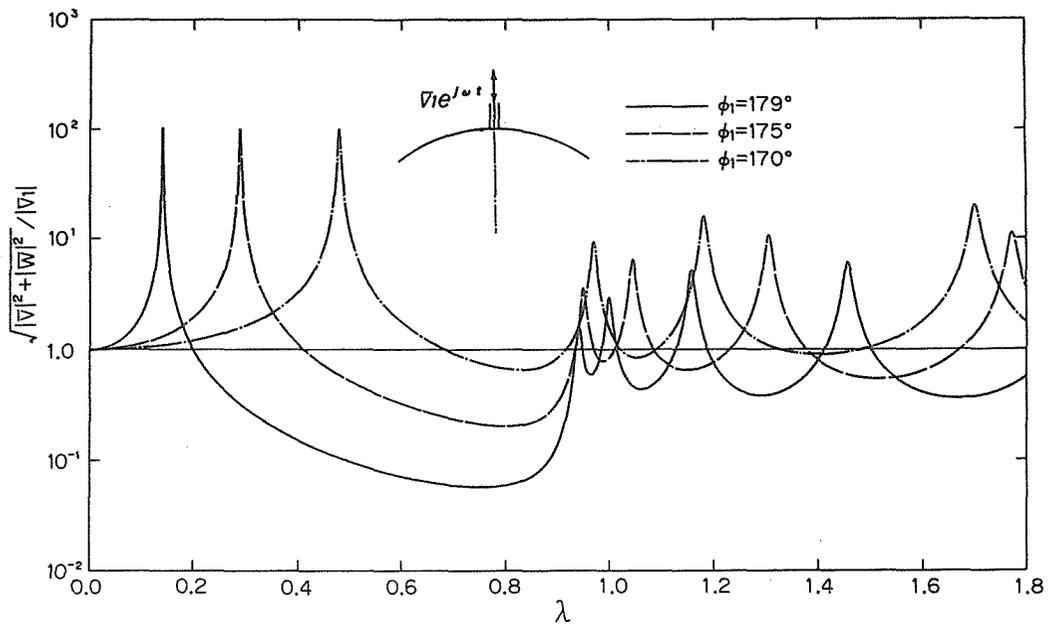


図4 軸方向に加振される部分球殻の定常応答  
 ( $h=0.005$ ,  $\nu=0.3$ ,  $\delta\epsilon=0.01$ ,  $\phi_0=150^\circ$ ,  $\phi_1=179^\circ$ ,  $n=0$ )

の応答を示す。図4は、同様の加振条件で加振端 ( $\phi_1$ ) の角度を変えた場合の自由端 ( $\phi_0$ ) での応答を示す。図3より、一次の固有振動数は他の固有振動数に比べて非常に低く、一次と二次の固有振動数の間では、内部減衰比  $\delta_E$  によらず応答が小さい。また、固有振動数が近接する場合、内部減衰比  $\delta_E$  を大きくしていくと応答ピークの低い共振点からピークが消滅して行くのが認められる。図4より、加振端の面積を大きくする ( $\phi_1$  を小さくする) と共振ピークは高い振動数へと移って行き、さらに、概して応答変位は増大するのが認められる。

### 3.3 軸に垂直な方向に加振される殻

一端 ( $\phi_1$ ) が振幅  $\bar{u}_1 = u_1/H$  の軸に垂直な方向の変位  $\bar{u}_1 e^{i\omega t}$  によって調和加振される殻を考える。この場合殻には  $n=1$  の振動のみが生じ、加振端 ( $\phi_1$ ) における境界条件は  $\bar{u}_1$  を各方向の変位成分に分解して次のように求められる。

$$\bar{u} = \bar{u}_1, \quad \bar{v} = -\bar{u}_1 \cos \phi_1, \quad \bar{w} = -\bar{u}_1 \sin \phi_1, \quad \bar{\chi} = -\bar{u}_1 \cos \phi_1 \tag{20}$$

以上の境界条件を式(12)に代入すると伝達マトリックス  $[T(\phi_1)]$  の一部の要素を用いて次式が導かれる。

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix}_{(\phi_1)} \begin{bmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \\ i\bar{w} \\ \bar{\chi} \end{bmatrix}_{(\phi_0)} = -\bar{u}_1 \begin{bmatrix} -1 \\ \cos \phi_1 \\ \sin \phi_1 \\ \cos \phi_1 \end{bmatrix}_{(\phi_1)}, \quad n=1. \tag{21}$$

上式より、軸に垂直な方向に加振される殻の定常応答が求められる。

図5は、軸に垂直な方向に加振される部分球殻について、内部減衰比  $\delta_E$  を変えた場合の自由端 ( $\phi_0$ ) での応答を示す。図より、先に示した軸方向に加振される場合と同様、一次の固有振動数は他の固有振動数に比べて非常に低く、内部減衰比  $\delta_E$  を大きくして行くと、応答ピークは鈍化する。また、軸方向加振の場合に比べ、高次の振動数領域における応答が大きいことがわかる。

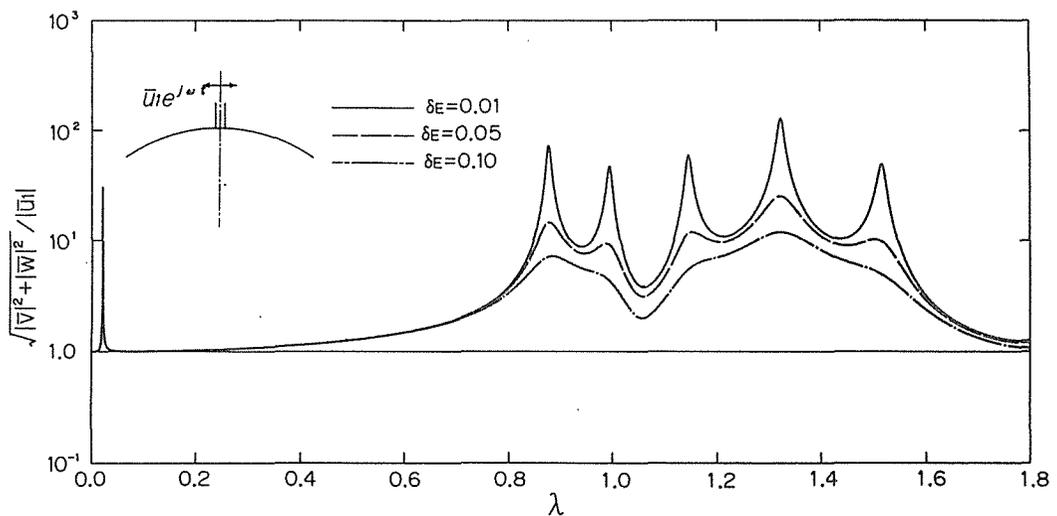


図5 軸に垂直な方向に加振される部分球殻の定常応答  
( $h=0.005, \nu=0.3, \phi_0=150^\circ, \phi_1=179^\circ, n=1$ )

### 3.4 中心軸上の1点を中心に回転加振される殻

図6のように、殻が軸上のある1点 $O'$ を中心として振幅 $\alpha$  (rad)の回転加振される場合を考える。図6中の諸量を次のように改める。

$$\bar{\alpha} = \alpha/H, \quad l = L/a, \quad l' = L'/a \quad (22)$$

また、図より $\beta$ は次式のように求められる。

$$\beta = \cot^{-1}\left(\frac{l}{\sin\phi_1}\right) \quad (23)$$

殻が調和的な回転加振 $\bar{\alpha}e^{j\omega t}$ を受けるとき、殻には $n=1$ の振動のみが生じる。このとき、加振端 $(\phi_1)$ の境界条件は、 $\alpha$ を微小角とすると

$$\begin{aligned} \bar{u} &= l'\bar{\alpha}\cos\beta, \quad \bar{v} = -l'\bar{\alpha}\cos(\phi_1 - \beta) \\ \bar{w} &= -l'\bar{\alpha}\sin(\phi_1 - \beta), \quad \bar{\chi} = -l'\bar{\alpha}\cos(\phi_1 - \beta) \end{aligned} \quad (24)$$

となる。式(24)を式(12)に代入すると伝達マトリックス $[T(\phi_1)]$ の一部の要素を用いて次式が導かれる。

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix}_{(\phi_1)} \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \\ i\bar{w} \\ \bar{\chi} \end{Bmatrix}_{(\phi_0)} = -l'\bar{\alpha} \begin{Bmatrix} -\cos\beta \\ \cos(\phi_1 - \beta) \\ \sin(\phi_1 - \beta) \\ \cos(\phi_1 - \beta) \end{Bmatrix}_{(\phi_1)}, \quad n=1. \quad (25)$$

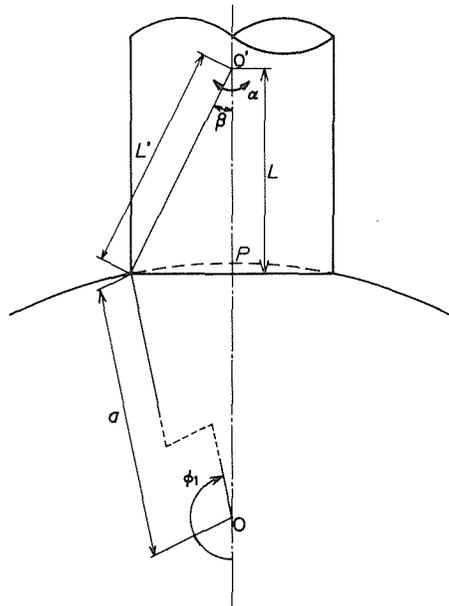


図6 回転加振される殻

上式より、回転加振される殻の定常応答が得られる。図7は、中心軸上の1点を中心に回転加振される部分球殻について、内部減衰比 $\delta_E$ を変えた場合の自由端 $(\phi_0)$ での応答を示す。また、図8は同様の加振条件で回転中心 $O'$ を変えた場合の応答を示す。ここで、図7のパラメータ $l$ の値は回転中心を図6中の点 $P$ とした場合を表す。図7より図5と同様に一次と二次の固有振動数の

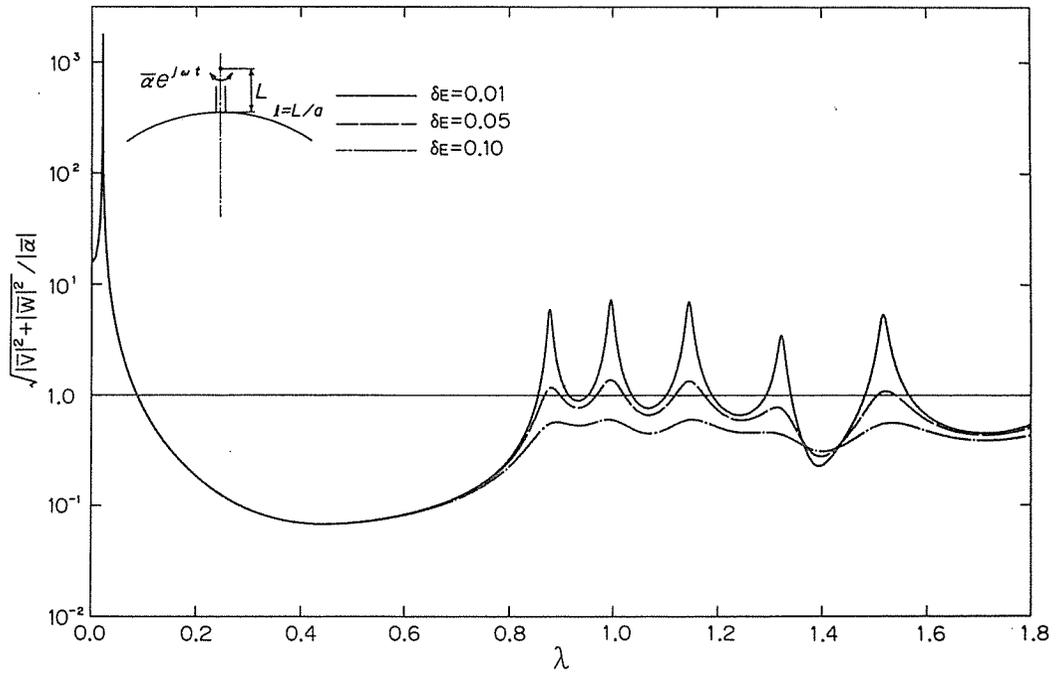


図7 中心軸の1点を中心に回転加振される部分球殻の定常応答  
 ( $h=0.005, l=0.3125 \cdot 10^{-3}, \nu=0.3, \phi_0=150^\circ, \phi_1=179^\circ, n=1$ )

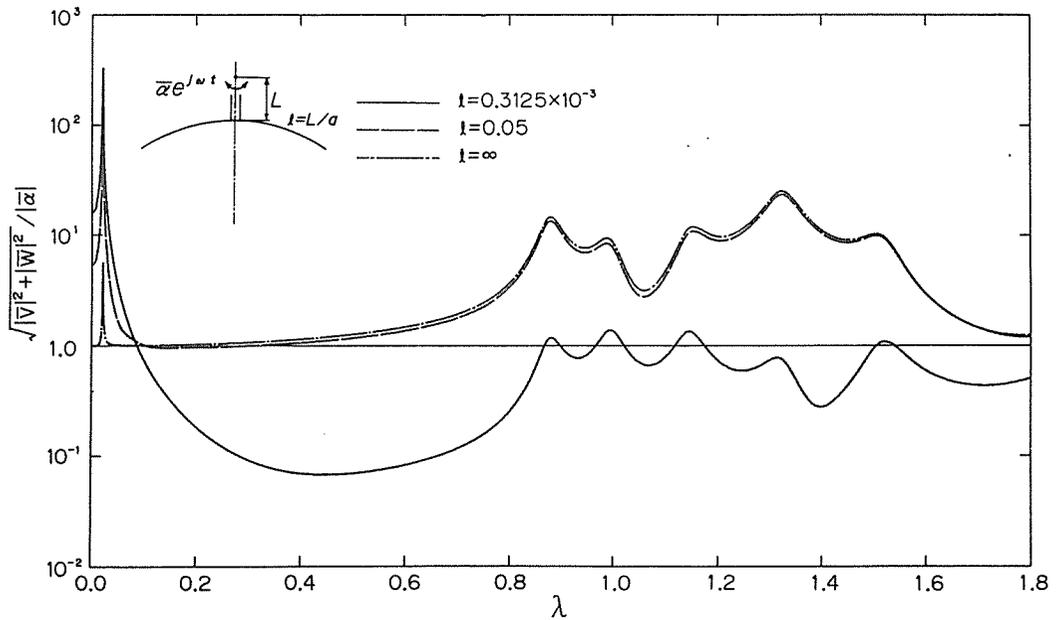


図8 中心軸上の1点を中心に回転加振される部分球殻の定常応答  
 ( $h=0.005, \nu=0.3, \phi_0=0.05, \phi_0=150^\circ, \phi_1=179^\circ, n=1$ )

間では内部減衰比によらず応答が小さい。しかし図5では、加振振動数によらず自由端 ( $\phi_0$ ) の応答変位は加振端 ( $\phi_1$ ) の変位よりも大きい、図7では異なった結果となっている。これは振動の節の位置が自由端の近くとなったために変位が小さくなったのであろう。また、五次と六次の固有振動数の間では、内部減衰比  $\delta_E$  を大きくするほど応答変位が大きくなるという他には見られない特徴を示す。次に図8より、一次の固有振動数付近を除いて  $l$  が大きくなるほど応答変位の値が大きくなることが認められる。また、 $l=\infty$  と  $l=0.05$  の曲線を比較すると一次の固有振動数付近を除いてほぼ一致する。ここで、 $l=\infty$  とすると式(23)より  $\beta=0$  となり、これを式(24)に代入すると次式が得られる。

$$\bar{u} = l'\bar{a}, \bar{v} = -l'\bar{a}\cos\phi_1, \bar{w} = -l'\bar{a}\sin\phi_1, \bar{\chi} = -l'\bar{a}\cos\phi_1$$

上式は軸に垂直な方向に加振される場合の境界条件に他ならない。

#### 4. 結 言

内部減衰を有する部分球殻を、固定端で正弦的に加振される場合の定常応答とこれに関連する固有振動数、振動モードを伝達マトリックス法を適用して解析し次の結果を得た。

- (1) 内部減衰は縦弾性係数を複素量で与えることにより導入し、応答変位は複素マトリックス計算を実施することにより得られる。
- (2) 軸方向に加振される球殻には  $n=0$  の振動のみが生じ、軸に垂直な方向および回転の加振の場合は  $n=1$  の振動のみが生じる。
- (3) いずれの加振条件においても、内部減衰が小さな場合の応答曲線は固有振動数のところで鋭い共振ピークを生じるが、内部減衰が大きくなるとそれらは減退して行く。
- (4) 加振軸の面積を大きくすると固有振動数が高くなるため、応答曲線の共振ピークが高い振動数に移って行くことがわかる。例えば、パラボラ・アンテナを設計する場合、開き角度が決定されると固定端角度を変化させることにより振動特性を変えることができる。
- (5) なお、伝達マトリックス法による解析は、緯円 ( $\theta$ ) 方向に断面形状および拘束条件が一様である場合にのみ適用可能となる。したがって、上記の条件を満足しないものについては他の方法 (エネルギー法等) によらなければならない。

#### 文 献

- 1) Kraus, H. and Kalnins, A.: J. Acoust. Soc. Am., **38** (1965), pp. 994-1002.
- 2) 国枝: 京都大学防災研究所年報, **26B-1** (1983), pp. 161-171.
- 3) 国枝: 第17回自然災害科学総合シンポジウム, (1980), pp. 561-564.
- 4) Irie, T. and Kobayashi, Y.: J. Sound Vib., **105**, (1986), pp. 491-502.
- 5) Flügge, W.: Stresses in Shells, Second ed., Springer-Verlag, 1973.
- 6) 国枝: 日本建築学会論文報告集, 325(1983), pp. 57-66.
- 3) 国枝: 第17回自然災害科学総合シンポジウム, (1980), pp. 561-564.
- 4) Irie, T. and Kobayashi, Y.: J. Sound Vib., **105**, (1986), pp. 491-502.
- 5) Flügge, W.: Stresses in Shells, Second ed., Springer-Verlag, 1973.
- 6) 国枝: 日本建築学会論文報告集, 325(1983), pp. 57-66.