



Title	永久磁石を利用した動吸振器に関する研究
Author(s)	五十嵐, 悟; 渋川, 勝久; 中谷, 誠治; 関戸, 裕巳
Citation	北海道大學工學部研究報告, 156, 29-38
Issue Date	1991-07-20
Doc URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/42288">http://hdl.handle.net/2115/42288</a>
Type	bulletin (article)
File Information	156_29-38.pdf



[Instructions for use](#)

## 永久磁石を利用した動吸振器に関する研究

五十嵐 悟\* 渋谷 勝久\*\*  
中谷 誠治\*\*\* 関戸 裕巳†  
(平成3年3月30日受理)

### Study on a Dynamic Vibration Absorber Using Permanent Magnets

Satoru IGARASHI, Katsuhisa SHIBUKAWA,  
Seiji NAKATANI and Hiromi SEKITO  
(Received March 30, 1991)

#### Abstract

A new magnetic dynamic vibration absorber that has a function of tuning the natural frequencies to the various exciting frequencies by adjusting the distance between magnets is proposed. This is to suppress the vibration of machines effectively. The principle of this absorber is described, and effectiveness of a trial absorber using three rare-earth magnets and equipped with a driving and control unit is investigated through actual vibration experiments.

The following results are obtained: (1) When the amplitude of exciting force is small, the trial absorber shows a remarkable absorbing effect in the relatively low frequency region. (2) When the amplitude of exciting force is large, nonlinear jumping phenomenon is observed around certain frequencies and the amplitude of the primary system has a large peak in this region. (3) In any case, the amplitude of the primary system can be reduced to a low level by adjusting the distance of magnets by manual operation.

#### 1. 緒 言

機械の振動は、機械の正常な運転を妨げ、また騒音の原因となる好ましくない現象の一つである。振動を防止あるいは抑制する方法に関する研究は、これまでも数多く行われ、様々な種類の吸振装置が開発されてきた。それらの吸振装置の代表的なものひとつに受動的な粘性動吸振器<sup>1)</sup>がある。この吸振器を用いると、外力の振動数と動吸振器の固有振動数が一致した場合には、振動振幅が極小値をとり、最大の吸振効果が得られる反面、極小値を与える振動数の両側に二つの共振点が現れ、そこでは振幅が極大値をとる。起振振動数の変化に対して振動体(主系)の振動振幅をできるだけ小さく抑えるには、パラメータ(質量比、吸振器の固有振動数、減衰比)を最適値に設定する必要がある。しかし、パラメータを最適値に設定すると、最大の吸振効果が得

精密工学科 \* 精密加工学第一講座 \*\* 精密機器学第二講座

\*\*\* 現在日本電気株式会社 † 現在日本電装株式会社

られる点での振幅（極小値）が増大して吸振効果が減少する。これに対して、外力の振動数（ $f$ ）の変化に追従して動吸振器の固有振動数（ $f_n$ ）を変化させ、常に  $f_n$  を  $f$  に一致させることができれば、このような現象は起こらず、任意の振動数に対して常に振動振幅を小さく抑えることが可能である。

本研究では、永久磁石間の反発力を復元力として利用し、固有振動数を常に外力の振動数に一致させることのできる固有振動数可変型の動吸振器を提案する。永久磁石を利用した受動的な動吸振器は、山川ら<sup>2)~8)</sup>によって開発され、詳しい解析が成されている。著者らが提案する動吸振器も基本的にはこれと同じ原理を利用している。しかし、今回提案する動吸振器は、外力の振動数の変化に応じて磁石間距離を変化させ、吸振器の固有振動数を外力の振動数に一致させることのできる機構を備えた、新しい磁気動吸振器である。この動吸振器は、能動的な動吸振器とは異なり、力の発生機構そのものは受動的であるが、外力とほぼ逆位相の力が主系に作用するように復元力を調整する機能を備えた吸振器である。なお、制振対象とする振動は、運転速度等の変化に伴って生じる過渡的な振動ではなく、起振振動数が変化した後が生じる定常的な振動である。

本論文では、提案する動吸振器の原理と試作した吸振器の構造について述べ、振動実験によって、開発した動吸振器が特に低周波数領域で優れた吸振効果を持つことを示す。

## 2. 磁気動吸振器の原理と磁石間反発力特性

### 2.1 磁気動吸振器の基本原理解

本研究で提案する磁気動吸振器は、山川らの開発した受動的な磁気動吸振器<sup>3)</sup>と同様に、互いに同極を向き合わせた3個の永久磁石によって構成される(図1参照)。すなわち、永久磁石間の反発力を復元力として利用し、両端の磁石間距離を変化させることによって、吸振器の質量要素を構成する中央の磁石 A に作用する復元力、したがって動吸振器の固有振動数を変化させることのできる磁気動吸振器を提案する。永久磁石を利用する理由は、現在極めて強力な磁石が開発されており、このような磁石を使えば、磁石間距離を変えることによって、復元力、したがって吸振器の固有振動数を比較的広い範囲にわたって変えることができるからである。

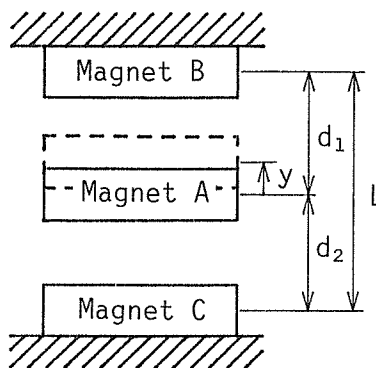


Fig. 1 Arrangement of three cylindrical magnets

### 2.2 磁石間の反発力特性と復元力の線形近似

同極を向き合わせた一対の円筒形磁石間に作用する反発力  $F(d)$  と磁石間距離  $d$  との関係は、解析的に求めることができ<sup>4)9)</sup>、次式によって与えられる。

$$F(d) = \frac{J^2}{\mu_0} f(d), \quad (1)$$

$$f(d) = 4\pi \int_0^\infty r \left[ \int_{(d-r)/2}^{(d+r)/2} \{f_{br}(a_2, r, -\xi) - f_{br}(a_1, r, -\xi)\} d\xi \right]^2 dr, \quad (2)$$

$$f_{br}(a, r, z) = \frac{1}{2\pi} \frac{z}{\sqrt{(a+r)^2+z^2}} \frac{a^2+r^2+z^2}{(a-r)^2+z^2} \{E(\kappa) - K(\kappa)\}, \quad (3)$$

$$\kappa^2 = \frac{4ar}{(a+r)^2+z^2}. \quad (4)$$

ここで、 $J$ ：磁石の磁化の強さ、 $\mu_0$ ：空気の透磁率、 $d$ ：磁石の中心間距離、 $2a_1$ ：磁石の内径、 $2a_2$ ：磁石の外径、 $t$ ：磁石の厚み、 $E(\kappa), K(\kappa)$ ： $\kappa$ を母数とする第1種および第2種の完全楕円積分である。

実験に使用した円筒形磁石（表1参照）について、この理論式を用いて磁石間距離  $d$  と反発力  $F(d)$  の関係を数値計算によって求めた結果を両対数グラフ上にプロットしたものが図2の○印である。式(1)の関係は複雑であるが、適当な範囲の磁石間距離の値に対しては近似的に式(5)で表すことができる<sup>4)</sup>。

$$F(d) = kd^{-n} \quad (k, n: \text{定数}) \quad (5)$$

ここでは、後述の調整距離に対応する25~65 mmの範囲の磁石間距離について、理論値に最小自乗法を適用して式(5)の当てはめを行った。図2の実線がその結果であり、この範囲の磁石間距離に対して(5)の近似が成り立つことが分る。この方法で求めた定数  $k, n$  の値は、 $k = 1.522 \times 10^{-3}$ 、 $n = 3.022$ （単位系 SI）であった。

Table 1 Specification of used magnet

material	Samarium cobalt
magnetization	8.8KG
outside diameter	38mm
inside diameter	10mm
thickness	20mm
mass	0.19kg

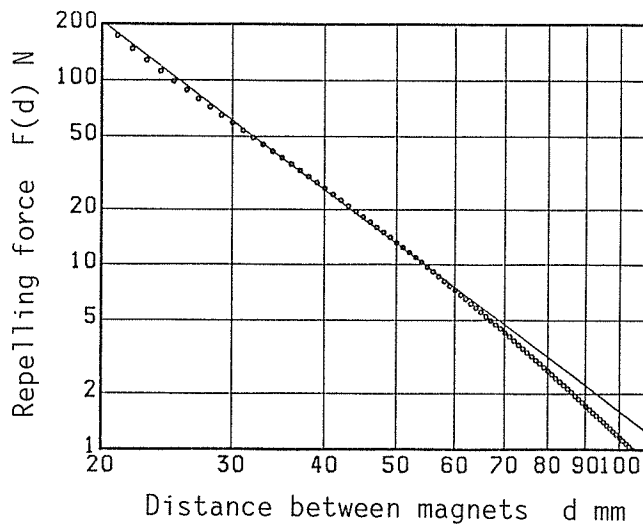


Fig. 2 Repelling force vs. distance between magnets

3個の円筒形磁石を図1の様に配置した場合には、中央の磁石Aに作用する復元力は、磁石A-B間、A-C間の反発力を重ね合わせたものとなる。重力の影響を考慮し、重力と復元力が釣り合ったときの磁石A-B、A-Cの中心間距離をそれぞれ  $d_1$ 、 $d_2$  として、釣合位置からの磁石Aの変位を  $y$  とすると、中央の磁石Aに作用する復元力は、

$$F(y) = k\{(d_1 - y)^{-n} - (d_2 + y)^{-n}\} + mg \tag{6}$$

と表すことができる。ただし、 $m$  は磁石Aの質量、 $g$  は重力加速度である。 $d_1$  と  $d_2$  は、両端磁石の中心間距離を  $L$  として、次式を解いて求められる。

$$\begin{aligned} k(d_1^{-n} - d_2^{-n}) + mg &= 0, \\ d_1 + d_2 &= L. \end{aligned} \tag{7}$$

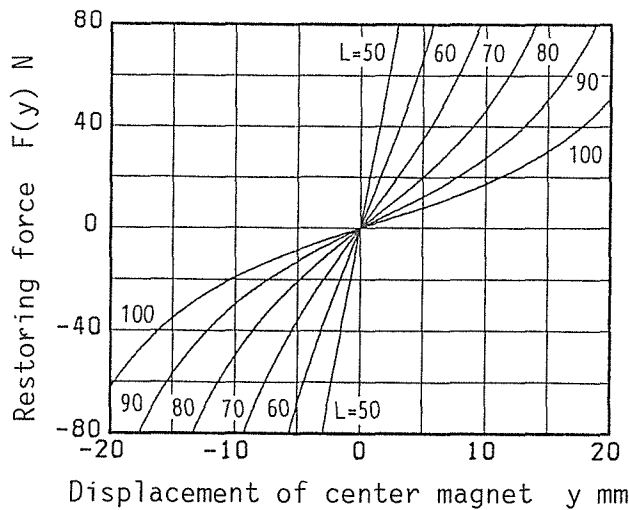


Fig. 3 Restoring force vs. displacement of center magnet

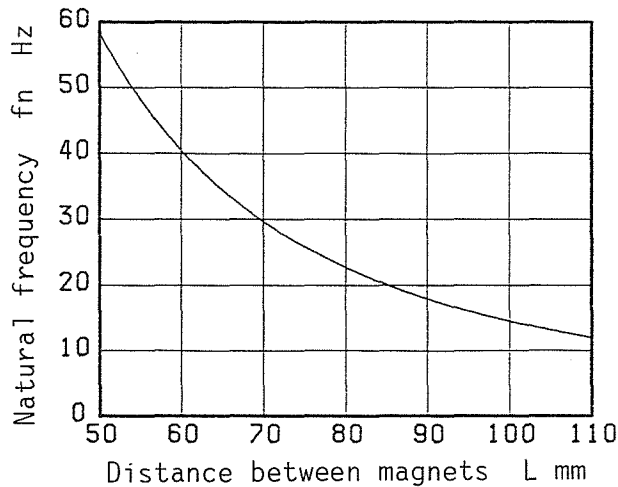


Fig. 4 Natural frequency of absorber vs. distance between magnets

前述の  $k$ ,  $n$  の値を用いて、磁石 A の変位と復元力の関係を式(6)によって計算した結果を図 3 に示す。パラメータは両端磁石の中心間距離  $L$  である。重力の影響によって、復元力は釣合位置に関して僅かに非対称性を示し、また、磁石間距離が大きい場合について明らかのように、復元力は非線形で漸硬ばね特性を示すことが分かる。

式(6)を使って動吸振器の振動特性や吸振効果を解析するのは困難である。しかし、本研究で提案する動吸振器は、主系および吸振器とも常に振幅の小さな状態で作動する。また、本論文の主な目的は提案する動吸振器の原理を説明することにある。そこで以下の議論では、式(6)を線形近似して解析を行うことにする。すなわち、復元力を、図 3 の曲線の釣合位置での傾きを等価ばね定数とする、線形復元力で近似する。等価ばね定数  $k_e$  は式(6)から、

$$k_e = kn\{d_1^{-(n+1)} + d_2^{-(n+1)}\} \quad (8)$$

と書くことができ、動吸振器の固有振動数は、次式から求められる。

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k_e}{m}}. \quad (9)$$

固有振動数の可変範囲を予想するために、式(8)と式(9)を使って両端磁石間距離と固有振動数との関係を求めた結果が図 4 の実線である。これらの結果から、線形近似による予測では、磁石間距離 50~110 mm に対して約 55~12 Hz の範囲にわたって固有振動数を変化させることが可能であることが分かる。

### 3. 試作動吸振器の構造と制御系

#### 3.1 試作動吸振器に対する要求と目標

本研究で提案した動吸振器を実現するには、磁石を安定して保持し案内する機構、および駆動機構が必要であるばかりでなく、外力の振動数を検出して吸振器の固有振動数をこれに一致させるための磁石の移動量を計算し、駆動装置へ指令を出す制御系が必要である。さらに、このような動吸振器に対する機能上の要求がある。ここでは、試作動吸振器に対する要求とその達成目標を次のように定める。

制振対象とするのは、運転速度等の変化直後に生じる過渡的な振動ではなく、定常振動である。従って、加振振動数の変化を検出してから動吸振器の固有振動数をその振動数に一致させるまでの時間は、数秒(2~3秒)以内であれば充分と考える。また、振動数の検出の分解能は、運転速度等の僅かな変動は対象としないという意味で今回の試作では 1Hz 程度を目安とする。これに応じて磁石間距離の位置決めは、誤差 1Hz 以内に相当する精度が必要である。図 4 の結果を参照すれば、これを満たす位置決め精度は 0.1 mm 程度で充分であることが分かる。

#### 3.2 試作動吸振器の構造

3個のサマリウム・コバルト系磁石を図 1 の様に配置し、磁石間距離を自動的に調整する機能を備えた半能動的な動吸振器を試作した。試作した動吸振器の構造を図 5 に示す。同極を向き合わせた 3 個の磁石は、磁石の内径を貫通するアルミ合金製のシャフトによって上下方向に案内されている。ただし、磁石の内径部には、案内用に内面をニダックス処理(ニッケル化学メッキ後テフロン樹脂加工)した黄銅製のスリーブが填められている。上部の磁石 B はフレームに固定されており、中央の磁石 A は上下方向に自由に動くことができる。下部の磁石 C はボールネジのナットに取り付けられたアームに固定されている。このアームはステッピングモーターでボールネジを駆動することによって上下に移動し、これによって両端の磁石間距離を変えることができ

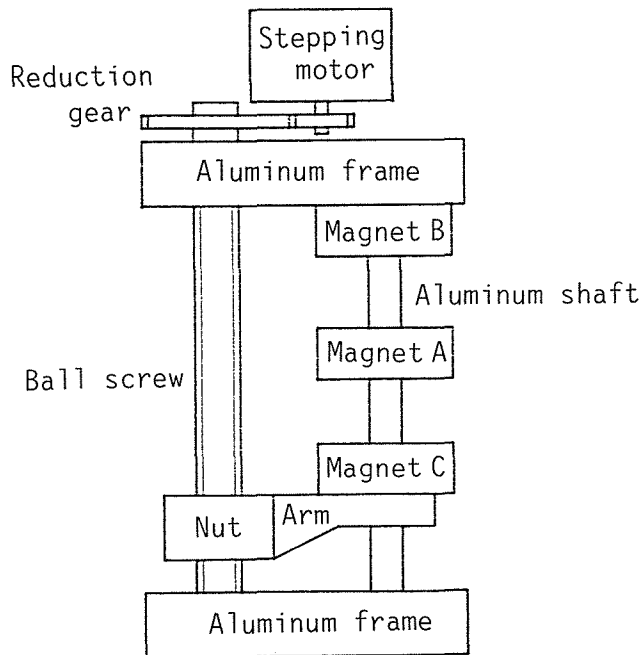


Fig. 5 Schematic view of trial magnetic dynamic vibration absorber

るようになっている。動吸振器の質量を構成するのは、磁石 A の質量のみであり、その他の部分は、吸振器を取り付けた際に主系の質量の一部を構成する。

### 3.3 制御系

動吸振器の固有振動数を外力の振動数に一致させるための検出および制御系の構成を図 6 に示す。まず、あらかじめマイコンの記憶装置内に、計算によって求めた磁石間距離 ( $L$ ) と固有振動数 ( $f_n$ ) との関係、および磁石間距離の現在値 ( $L_0$ ) を記憶させておく。振動検出器によって検出した外力の振動数 ( $f$ ) を周波数カウンターで計数し、その出力をマイコンに入力する。マイコンでは、入力された振動数 ( $f$ ) に対応する磁石間距離 ( $L$ ) を、記憶してあるデータから選び、これと磁石間距離の現在値 ( $L_0$ ) との差として磁石の移動量 ( $\Delta L = L - L_0$ ) を算出する。移動量 ( $\Delta L$ ) はパルス数に変換され、ステッピングモーターのドライバーに入力される。これによってス

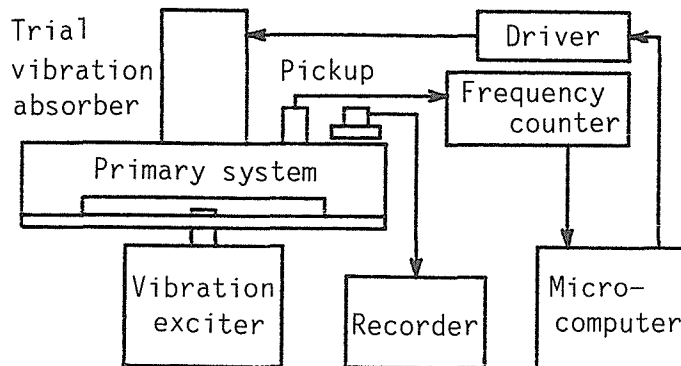


Fig. 6 Diagram of experimental setup

テッピングモーターが回転し、ボールネジが駆動され、磁石間距離が  $L$  にセットされる。同時に現在の磁石間距離 ( $L_0$ ) の値を新しい磁石間距離 ( $L$ ) の値に更新する。こうして動吸振器の固有振動数 ( $f_n$ ) が外力の振動数 ( $f$ ) に一致する。使用した周波数カウンターは、分解能 1Hz、カウントに要する時間は 1 秒である。したがって 1 秒毎に上記の動作が繰り返され、外力の振動数が変わった場合にも、常に動吸振器の固有振動数を外力の振動数に一致させることができる。

これらの装置による磁石間距離調整に要する時間は、周波数カウントに要する時間を含めて、1.5 秒以内、位置決め最小単位は 0.02 mm であり、何れも前述の要求を満たしている。

#### 4. 試作動吸振器の吸振効果

##### 4.1 実験方法

試作動吸振器の吸振効果を調べるために、黄銅製の両端固定はりともアルミ合金製のフレームで構成された振動体模型(主系)を作り、これに試作した磁気動吸振器を取り付けて加振実験を行った(図6参照)。この系の力学モデルを示したのが図7である。

ばねを線形ばねとし、床に調和変位を与えた場合の系の運動方程式は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} M\ddot{x} + m\ddot{y} + C(\dot{x} - \dot{u}) + K(x - u) &= 0, \\ m\ddot{y} + c\dot{z} + k_e z &= 0, \\ z &= y - x, \quad u = u_0 \sin \omega t. \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、 $M$  : 主系の質量,  $m$  : 動吸振器質量,  $K, k_e$  : 主系および吸振器のばね定数,  $C, c$  : 主系および吸振器の減衰係数である。

主系の定常振動の振幅  $x_0$  は式(10)を解いて、次式のように求められる。

$$\begin{aligned} X &= \sqrt{\frac{\{(\sigma^2 - \eta^2)^2 + (2\xi_2\eta)^2\}\{1 + (2\xi_1\eta)^2\}}{R^2 + I^2}}, \\ R &= (1 - \eta^2)(\sigma^2 - \eta^2) - (\mu\sigma^2 + 4\xi_1\xi_2)\eta^2, \\ I &= 2\eta\{\xi_2 + \sigma^2\xi_1 - (\xi_1 + \xi_2 + \mu\xi_2)\eta\}. \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、 $\mu = m/M$  : 質量比,  $\Omega_n = \sqrt{K/M}$ ,  $\omega_n = \sqrt{k_e/m}$  : 主系, および動吸振器の固有振動数,  $\xi_1 = C/(2M\Omega_n)$ ,  $\xi_2 = c/(2m\omega_n)$  : 主系, および動吸振器の減衰比であり,  $X = x_0/u_0$ ,  $\eta = \omega/\Omega_n$ , および  $\sigma = \omega_n/\Omega_n$  なる無次元量を導入した。減衰比  $\xi_1, \xi_2$  は一般に小さいので,  $\omega = \omega_n(\eta = \sigma)$  で主系の振幅はほぼ最小となる。

実験は、加振振動数を 15~50 Hz の範囲で様々な値に固定して主系を加振し、加振振幅をパラメータとして主系の定常振動の振幅を測定した。

##### 4.2 実験結果

まず、主系の振動特性を調べるために、主系に吸振器等価な質量を取り付けて加振した。この場合の振幅曲線を図8(a)に●印で示した。主系は典型的な 1 自由度系の振幅曲線を示し、その固有振動数は 32.4 Hz, 減衰比

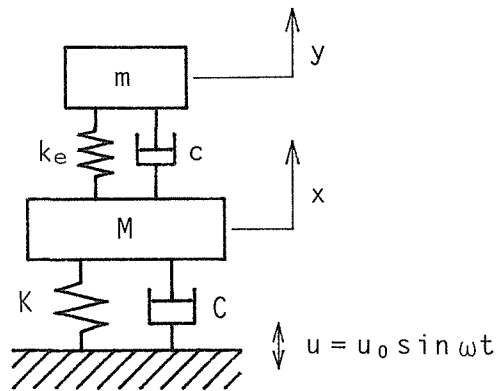


Fig. 7 Mechanical model of system with dynamic vibratin absorber

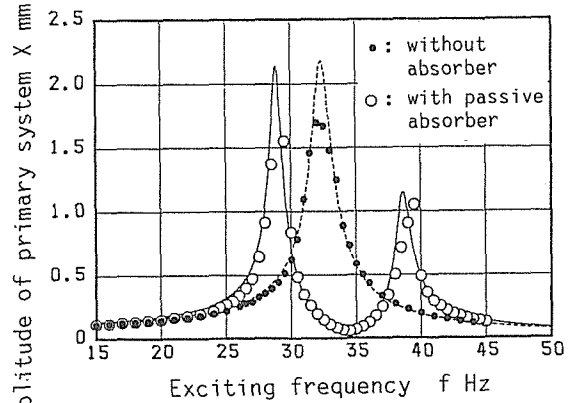


は  $\zeta_1=0.023$  であった。また図中の○印は、主系に試作動吸振器を取り付け、磁石間距離を  $L=65\text{ mm}$  ( $f_n=34.5\text{ Hz}$ ) に固定して、主系の振幅を測定した結果であり、実線は、 $\Omega_n/2\pi=32.4\text{ Hz}$ ,  $\mu=0.076$ ,  $\zeta_1=0.023$ ,  $\zeta_2=0.0075$  として式(11)から求めた主系の振幅の計算値である。計算値(実線)と実測値(○印)は良く一致しており、 $f=f_n$  のときに振幅は最小で、その両側に2つのピークが現れていることが確認できる。加振振幅が  $0.05\text{ mm}$ 、および  $0.1\text{ mm}$  の場合には動吸振器の磁石間距離を他の値に固定した場合にも同様の結果が得られた。

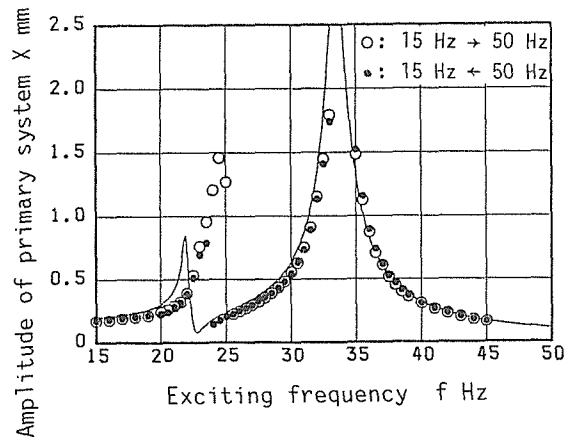
ところが、加振振幅を  $0.15\text{ mm}$  と大きくし、吸振器の磁石間距離を  $L=80\text{ mm}$  ( $f_n=22.5\text{ Hz}$ ) に設定すると、図8(b)に示すように、 $24\sim 25\text{ Hz}$  付近で振幅が急激に変化する現象が認められた。すなわち、振動数を低い方から増加させた場合(○印)、振幅は増加した後この周波数付近で急激に低下し、逆に高い方から減少させた場合(●印)には、振幅は低下した後急激に増加する跳躍現象が現れた。この現象は吸振器の復元力の非線形効果によるものと考えられる。したがって、この部分では線形近似による予測結果(実線)は実験結果とは大きく異なり、また、最小値を与える振動数も正しく予測できていないことが分かる。

なおこの場合、吸振器の磁石の周囲を薄いアルミ合金製の円筒で覆い、渦電流による減衰効果<sup>6)</sup>を利用して吸振器の減衰比を  $\zeta_2=0.040$  と比較的大きな値にしてみた所、図8(c)に示すようにこの跳躍現象は消失した。

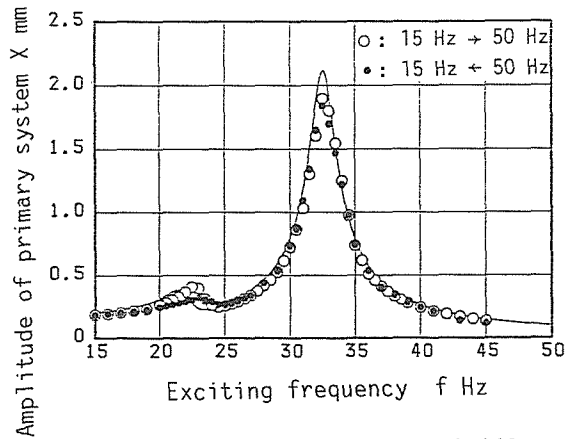
次に、試作した動吸振器の吸振効果を調べるために、加振振動数を変化させて磁石間距離を調整した場合の主系の振幅を測定した。



(a)  $u_0=0.10\text{ mm}$ ,  $L=65\text{ mm}$ ,  $\zeta_2=0.0075$



(b)  $u_0=0.15\text{ mm}$ ,  $L=80\text{ mm}$ ,  $\zeta_2=0.0075$



(c)  $u_0=0.15\text{ mm}$ ,  $L=80\text{ mm}$ ,  $\zeta_2=0.040$

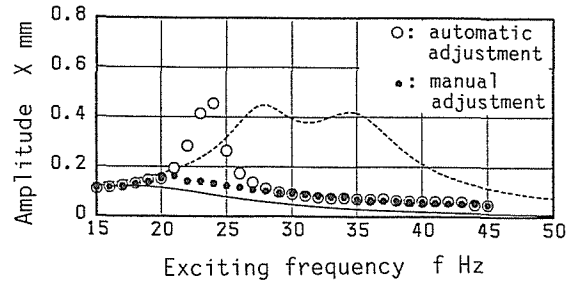
Fig. 8 Response of primary system with passive vibration absorber

加振振幅 0.1 mm の場合についての結果を示したのが図 9 (a) である。図で、実線は線形近似 (式 (11)) による振幅の計算値, ○印は、前述の制御装置を用いて、磁石間距離を自動的に変化させた場合の結果である。また、破線はパラメータを最適値に設定した受動的な動吸振器に対する振幅の計算値である。なお、対象とする振動は定常振動であるから主系の振幅を測定しながら手で磁石間距離を調整して、主系の振幅を最小にする磁石間距離を求めることができる。この距離が、提案した動吸振器で目標とする最適な磁石間距離に外ならない。図の●印は、各振動数に対して、この方法で磁石間距離を設定した場合 (手動による調整の場合) の結果である。自動調整を行った結果 (○印) は 25 Hz 付近で小さなピーク (0.5 mm 以下) をもつが、この近傍を除いては手動で調整を行った結果 (●印) と大きな差は認められず、試作した動吸振器の制御系はほぼ意図した通りに作動していることが分かる。また、これらの結果は、受動的な吸振器の場合 (破線) と比較して著しく良好な吸振効果を示していることも分かる。さらに、手動調整による結果 (●印) は、式 (11) による計算結果 (実線) よりもやや大きな値をもつが、変化の傾向は計算結果と良く一致している。

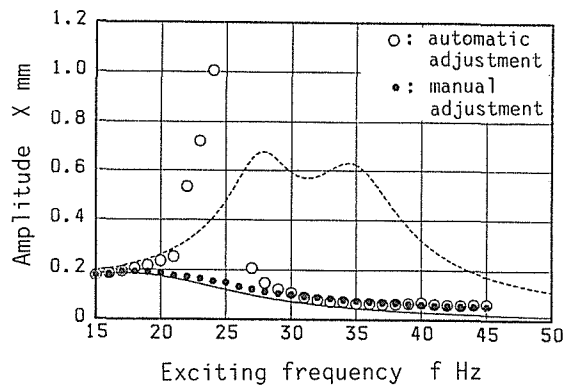
図 9 (b) は、加振振幅が 0.15 mm の場合についての同様の結果である。先に示

した図 8 (b) の非線形現象に対応して自動調整の結果 (○印) は 25 Hz 付近に振幅の大きなピークが現れている。これに対して、手動で振幅の最小値を求めた結果 (●印) にはこのピークは存在しない。ピークの存在する領域を除けば、図 9 (a) の場合と同様に、自動調整 (○印) と手動調整 (●印) の結果はほぼ一致している。また、いずれの場合にも手動による調整 (●印) では、式 (11) による線形計算 (実線) と同様に、常に振幅を小さく抑えることができることも分かる。

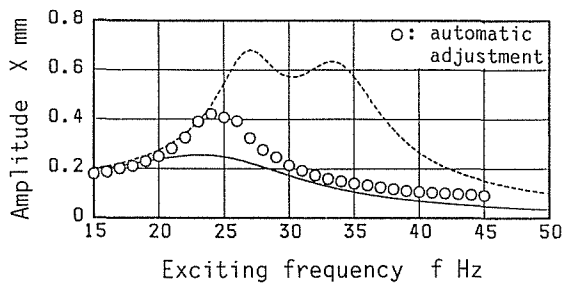
なお、図 8 (c) の場合と同様に減衰を大きくした場合の結果を図 9 (c) に示す。図から自動調整による結果 (○印) は 24~25 Hz 付近でのピークが小さく抑えられており、式 (11) による計算結果 (実線) とも比較的良く一致していることが分かる。この結果から、吸振器に適当な大き



(a)  $u_0=0.10\text{mm}$ ,  $\zeta_2=0.0075$



(b)  $u_0=0.15\text{mm}$ ,  $\zeta_2=0.0075$



(c)  $u_0=0.15\text{mm}$ ,  $\zeta_2=0.040$

Fig. 9 Response of primary system with trial dynamic vibration absorber

さの減衰をもたせることが不安定現象（跳躍現象）を抑える上で有効な手段のひとつであることが分かる。

## 5. 結 論

本研究の結果を要約すれば、次の通りである。

- (1) 外力の振動数の変化に追従して復元力を変化させ、主系の振幅を常に小さく抑えることのできる新しい固有振動数可変型の磁気動吸振器を提案した。
- (2) サマリウム・コバルト系磁石を用い、振動検出器、ボールネジ、ステッピングモーター、マイコンによって構成される、磁石間距離自動調整装置を備えた磁気動吸振器を試作した。
- (3) 試作した動吸振器は、起振力が比較的小さい場合には、特に低周波数領域で、主系の振幅を一樣に小さく抑えることができ、従来の受動的な動吸振器に比べて著しく良好な吸振効果を示した。
- (4) 起振力が大きく、かつ減衰が比較的小さい場合、25 Hz 付近に復元力の非線形に起因すると思われるピークが発生した。このピークは減衰を適度に大きくすることによって小さく抑えることができた。
- (5) いずれの条件の場合にも、最小振幅を与えるように、手で磁石間距離の調整を行えば、全体に振幅を小さく抑えることが可能であることが分った。この結果は本研究で提案した動吸振器の磁石間距離の調整法を改良することによって、より高い吸振効果を得ることが可能であることを示唆している。

## 謝 辞

本研究で提案した磁気動吸振器の製作に関しご協力頂いた、日本精工株式会社生産技術研究所田中守部長に感謝申し上げます。

## 参 考 文 献

- 1) J. Ormondroyd and J. P. Den Hartog: Trans. ASME **50** (1928) p.APM-241.
- 2) 山川出雲, 柴田圭一: 精密機械, **38**, 12 (1972) p.1030.
- 3) 山川出雲, 武田定彦, 小島宏行: 日本機械学会論文誌, **42**, 364 (1976) p.3815.
- 4) 小島宏行: 精密機械, **44**, 5 (1978) p.609.
- 5) 小島宏行, 山川出雲: 精密機械, **45**, 3 (1979) p.305.
- 6) 小島宏行, 山川出雲: 精密機械, **46**, 11 (1980) p.1398.
- 7) 小島宏行, 山川出雲: 精密機械, **47**, 5 (1981) p.568.
- 8) 小島宏行, 武田定彦, 井関重男, 山川出雲: 精密機械, **48**, 7 (1982) p.853.
- 9) 竹山悦三: 電磁気学現象理論, 丸善 (1963) p.246-308.