



Title	非線形時系列データ解析 : 1. 解析法と基礎理論
Author(s)	大友, 詔雄; 寺地, 三朗; 田中, 幸雄
Citation	北海道大學工學部研究報告, 158, 43-55
Issue Date	1992-01-31
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/42308
Type	bulletin (article)
File Information	158_43-56.pdf



[Instructions for use](#)

非線形時系列データ解析

1. 解析法と基礎理論

大友 詔 雄* 寺 地 三 朗** 田 中 幸 雄***
(平成3年10月29日受理)

Nonlinear Time Series Analysis

1. A New Method of Analysis and The Theoretical Background

Norio OHTOMO*, Saburou TERACHI** and Yukio TANAKA***
(Received October 29, 1991)

Abstract

There are still many unsolved problems in the procedures of nonlinear analysis of time series. Chaotic analysis, the currently remarkable one, is a marked breakthrough in this field. The aim of this paper is to present a newly-devised theoretical procedure of nonlinear analysis which is generally applicable to nonstationary time series data.

The time series $x(t)$ is assumed to be given by $x(t)=\text{systematic part}+\text{fluctuating part}$. The systematic part is extracted from the time series data and the nonlinear fluctuating part is also analyzed by the present procedure. The procedure of analysis proposed by the present authors acts as a bridge between the conventional time series analysis and the chaotic analysis. Examples of the application of the present procedure to several kinds of time series data in physical, medical or engineering branches are reported.

1. はじめに

時系列データは、物理学、工学、天文学、海洋学、地球物理学、生物学などの自然科学分野はもとより、医学、医療、公衆衛生、そしてビジネス、経済学、社会学など多くの分野で観測・測定されている。その時系列過程の解析を通して有意な情報を引き出し、その単なる説明にとどまらず、診断、予測、制御などに役立てることが望まれている。これまでに、有名な Anderson¹⁾ や Box-Jenkins²⁾ らの仕事をはじめとして、多くの解析法と適用結果が報告されている³⁻⁸⁾ しかし、時系列データは本質的に非線形・非定常であり、またその解析は非線形にならざるを得ず、具体的解析法の開発は成功しているとはいえない。

非線形・非定常の時系列データの解析について、最初に理論的アプローチを行ったのは Wiener である。Wiener は彼が創始したサイパネテックス理論⁹⁻¹¹⁾ において、統計的に変動する過去から

*北海道大学工学部原子工学科

**北海道工業大学経営工学科

***(有)諏訪トラスト

現在に至るまでの変量（時系列）を観測することによって、時系列の統計的性質を知ることが時系列解析の前提であり、無限に長い観測データがあれば必ず対象の不規則変動の統計的性質を決めることができる、という考え方を提起した。今日、理学、工学はもとより、医学、生物学、経済学等々の各種の科学研究分野における諸現象に関する観測データの解析は、全てこの考え方に立脚している。

一方、最近各方面で精力的に展開されているカオス理論を時系列データ解析に適用する試みは、極めて魅力的であり、注目すべきものである!^{2,13}我々が提起している解析方法は、基本的には Wiener の考え方を土台にし、カオス理論につながる新しい方法である。本報告では、著者らが考案した新しい時系列データの解析法の考え方とその概要を記述し、また各分野における適用結果についても報告し、その実際的有効性を明らかにする。

2. 解析法の基礎となる考え方

観測される時系列データは、基底変動部分 (systematic part) とこれに付加されるランダム変動部分 (fluctuating part) との2つの部分に分けられるとする。即ち、任意の時刻 t における観測データの値を $x(t)$ とすれば、

$$x(t) = \text{systematic part} + \text{fluctuating part}$$

となる。時系列データの解析とは、この2つの部分を定量的に評価し、それぞれの部分から有意な情報を引き出すことである。しかし、一般に、時系列は非線形、非定常であり、この分離は自明のことではない。また、線形解析の適用では限界があり、何らかの非線形解析が組み込まれなければならない。

Systematic part の解析については、非線形最小二乗法を適用することによってその基底変動を原理的に決定できる。例えば、systematic part について、周期関数として Fourier 級数展開

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{N_p} \left\{ a_n \sin \frac{2\pi nt}{T_n} + b_n \cos \frac{2\pi nt}{T_n} \right\} \quad (1)$$

を用いるとする。ここで、 a_0 は水準値、 a_n と b_n は振幅の n 番目の成分、 T_n はリズム周期の n 番目モード、 N_p は用いる周期モードの数である。(一般論としては、基底変動を表現する関数形は Fourier 級数である必要はないが、実用上から Fourier 級数とするのが都合良い。)しかし、非線形最小二乗法は一義的な解を与えない!⁴そこで、著者らは非線形スペクトル解析法である最大エントロピー法 (MEM: Maximum Entropy Method) によるスペクトル解析を組み込むことによって、(1)式を用いる非線形最小二乗法の線形化を計った!^{15,16}

MEM スペクトル解析と非線形最小二乗法とを結合させた結果、非線形・非定常時系列データ解析のための、次のような長所をもつ新しい実用的な解析方法の可能性が開けることとなった：(1) MEM スペクトル解析によって決定された周期値を用いることによって、非線形最小二乗法を線形化することができる、(2)線形化された最小二乗法によって最適周期関数のあてはめを厳密に行うことができる、(3)最適あてはめ曲線によって用いた周期値の妥当性を判定できる、(4)周期関数のあてはめによる時系列データの周期構造の抽出のための強力な方法が確立できる。

一方、systematic part を分離した後の残りの fluctuating part も、本質的に非線形であり、systematic part の解析と同じ手法が適用できる。しかし、fluctuating part が単なる "ランダム雑音" ではなく、決定論的なカオス運動に基づくもの (決定論的ダイナミクス) である場合、非線形解析である "カオス解析" が新たに適用できる。カオス解析からは、これまで全く未解明

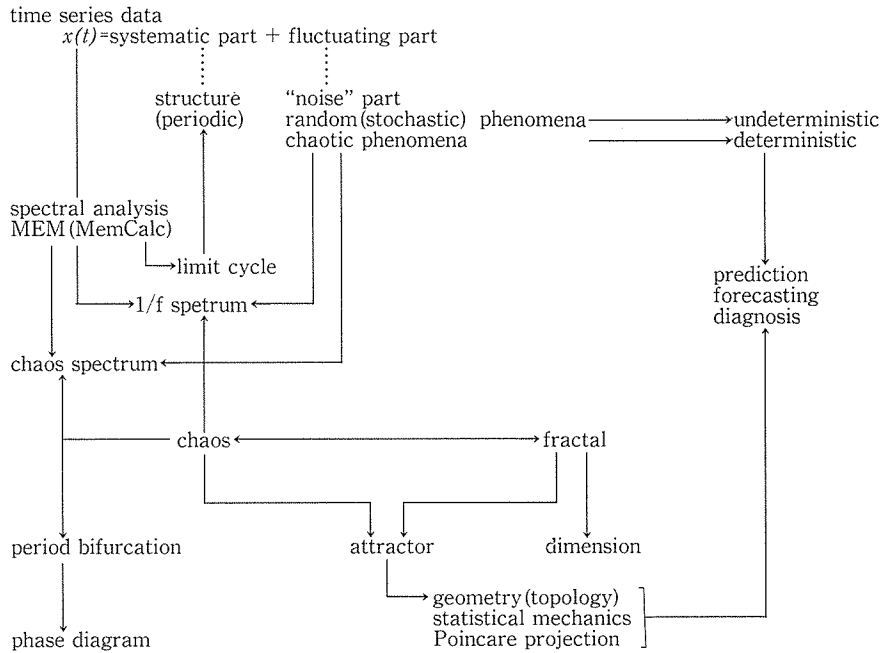


図-1 解析法の全体構成

であった現象に関して多くの知見が得られる¹²⁾¹³⁾

以上の解析法の構成が、図1に概念的にまとめられている。

3. 解析法の理論的枠組

3.1 Systematic part の解析

MEM スペクトル解析を組み込んだ非線形最小二乗法を構成する理論的枠組は以下の通りである。時系列データの systematic な基底変動を最も忠実に再現する周期関数を(1)式としたとき、与えられた時系列データに最も良く当てはまる周期関数を得るためには、水準値 a_0 、振幅値 $\{a_n, b_n\}$ 、周期値 $\{T_n\}$ が決定できれば良い。ここで、最小二乗法によって、未定数 $a_0, \{a_n, b_n\}, T_n$ を求める手続きは、周期値が未定であるから、非線形最小二乗法にならざるを得ない。非線形最小二乗法を解くには、一般に、パラメータの値を逐次微量変化させながら繰り返し計算（逐次近似法 iterative method）を行って、時系列データとの誤差を最小にするようにパラメータ値を決定しなければならない。これは原理的に可能なことではあるが、実際には収斂性が悪く、一義的に解が求まることは極めて幸運な場合に限られる。またたとえ「解」が求まったとしても、それが最適解であるかどうかの判定は不可能である。こうしたことは時系列データの統計性が悪いときにはなおさらである。それ故、非線形最小二乗法を逐次近似法によって解くのは賢明なことではない（しかし、非線形最小二乗法の解法はこれしかない）¹⁴⁾ 従って、何らかの手段を施して線形化することが必要である。

もし周期値 T_n が与えられれば、非線形最小二乗法を線形最小二乗法に変換することが出来る。そこで、非線形スペクトル解析を行ってあらかじめ周期値を求めることが出来れば良い。不規則に変動する時系列データで、しかも比較的短いデータの場合にも適用できるようにするには、

MEM は極めて有効である。また、MEM スペクトル解析による分解能は格段に優れているから周期値の決定には好都合である。こうして、MEM スペクトル解析によって得られるパワースペクトル密度のピーク位置から決まる周期値 T を非線形最小二乗法の線形化に用いることにすれば（ピークの数から最大項数 N_p が求まる）、未定定数は水準値 a_0 および n 次の高調波の振幅 a_n と b_n となる。これは通常の線形最小二乗法を解く問題に帰着し、一義的に、厳密に解を求めることができる。

以上の解析手続きは、著者の一人田中によって、コンピュータ・ソフト：汎用時系列データ解析システム MemCalc として実現され、市販されており入手・利用が可能である。⁶⁾ MemCalc システムの主要部分は、MEM によるパワースペクトル密度の計算と最小二乗法による最適あてはめ曲線の計算の2つの部分から構成されている。MemCalc の詳細とその性能については次報で紹介する。

3.2 Fluctuating part の解析—カオス解析—

Fluctuating part の解析には2つの場合がある。1つは、systematic part としての基底変動が事実上時系列データに観測されない、fluctuating part だけからなる時系列データの場合である。このときは、当然上述した systematic part の解析は必要ない。後に紹介する脳波や地震波などはこのような fluctuating part のみの時系列データの例である。もう一つは、systematic part と fluctuating part の両方が観測される場合である。このときには、3.1 に記述した手続きによって、systematic part を差し引いたその残りとして fluctuating part (残差の時系列データ) が得られる。このような時系列データの例としては、太陽黒点数や感染症の発生数などがある。いずれにせよ、fluctuating part の解析には、再び3.1の解析手続き、即ち、MemCalc の適用が可能である。その結果得られたスペクトルの様相から、fluctuating part が単なる“ランダム雑音”(従来、「ノイズ」、「雑音」、「ゆらぎ」などの言葉で表現されてきた不規則変動)であるのか、決定論的なカオス運動に基づくもの(決定論的ダイナミクス)であるのか、といった点に対する評価が可能となる。そして、与えられた時系列データがカオス運動に由来するものである場合、カオス解析^{12),17),18)}が適用できる。

カオス解析にあたっては、まずもって対象とする時系列データのカオス性が検証されなければならない。カオス性の判定基準は、カオスの定義と関係し、研究者によって微妙に違っている。我々が提起している解析法は、Kadanoff¹⁷⁾、Schuster¹²⁾、及びPomeauら¹⁸⁾によるカオスの定義に合致するものである。例えば、Schuster の定義は次のようなことである：¹²⁾

1. The time dependence of the signal "looks chaotic".
2. The power spectrum exhibits broadband noise at low frequencies.
3. The autocorrelation function decays rapidly.
4. The Poincaré map shows space-filling points.

カオス解析は、与えられた時系列データから元の多次元空間におけるカオス運動の軌道を再構成することから始められる。この手続きの数学的証明はTakensによってなされている!⁹⁾ 再構成された軌道は、滑らかな曲線を描きながら全体としてカオス運動固有の、“アトラクタ”と呼ばれる美しい幾何学的構造を作り出す。アトラクタは、“自己相似な入れ子構造”、即ち、“フラクタル構造”になっている。カオス解析は、フラクタル構造をもつアトラクタ(ストレンジアトラクタ)の幾何学(トポロジー)的および統計力学的性質を明らかにすることである。フラクタル次元を求める方法はいくつか提案されているが、時系列データについては、Grassberger-Procacciaに

よって提案された相関次元 (correlation dimension)²⁰⁾ が比較的容易に適用できる。

3.3 診断・予測への応用

Wiener は、「最適の予測を見いだす問題は、予測すべき時系列の統計的性質を考慮してはじめて解かれる⁹⁾」とし、予測問題の出発点は予測すべき時系列データの解析にあることを示した。従来、時系列に伴う不規則変動はランダム変動であり、非決定論的であるとして、確率過程として扱うのが主流であった。しかし、本報で示した systematic part はランダム変動ではないし、また、fluctuating part もカオス運動による場合はランダム変動ではないから、確率過程としての取り扱いが正しくない。即ち、時系列が元々決定論的運動に基づくものである場合には、以上概略述べた時系列解析方法によるアプローチが有効になる。

このように、我々の解析法は、与えられた時系列の時間的変動の要因と構造を明らかにでき、その結果として、医療診断などの診断技術や各種の予測技術としても応用できる。MEM スペクトル解析を組み込んだ非線形最小二乗法の解析システムである MemCalc は、診断や予測についても実用水準にある⁶⁾。

また、カオス解析を診断や予測に用いることは極めて魅力的である。予測問題では、従来、そもそも与えられた時系列データが「予測」に耐えられるものであるのかどうか、即ち、予測問題として成立するのかどうか、という点については不問にされていた。カオス解析では、この予測可能性あるいは予測不可能性という根本問題から明らかにして予測問題を取り扱うことができる。

4. 時系列データ解析の実際

著者らが開発した解析法を、現実の時系列データに適用した結果について、いくつか簡単に紹介する。

4.1 Systematic part の解析結果—血圧の日内変動—

Systematic part である基底変動の周期構造を決定することが重要な意味をもつものとして、血圧の日内変動を上げることが出来る^{15,21)} ABPM (携帯型血圧測定装置) を用いた 30 分間隔、24 時間の測定では、図 2-a に示すような、大きなバラつきを伴った時系列データが得られる。このような時系列データでは、systematic part としての日内変動パターンを基底変動として、これにかなり大きな不規則変動としての fluctuating part が重なっている。

血圧は、精神的、肉体的ストレスに敏感に反応し、極めて短時間に急上昇するため、30 分間隔の測定では、fluctuating part は本質的にランダム変動と見なし得る。従って、fluctuating part からは有意な情報を引き出すことは難しく、むしろその「ゆらぎ」 fluctuation に隠された基底変動にこそ意味がある。MemCalc による解析では、こうした大きなゆらぎに隠された基底変動の周期構造を取り出すことが可能である。^{15,16,21)}

図 2-b は、a 図に示した血圧時系列データ (白丸) に MemCalc を適用して得られた MEM パワースペクトル密度である。スペクトルのピークは、周期値 11 時間 59 分に卓越ピークが観測されて、周期値 26 時間 30 分と 6 時間 35 分に弱いピーク (卓越ピークの 2~6% 程度の強度) が観測されている。この 3 つの周期モードの内、11 時間 59 分と 26 時間 30 分の 2 つの周期モードを取り込んで、MemCalc によって計算した日内変動パターンが図 2-a に示されている。鎖線が卓越ピークの周期モード、破線が 26 時間 30 分の周期モード、実線が 2 つの周期モードの合成である。この結果には、各周期モードの寄与の度合いが良く示されている。この例では、基底変動パターン

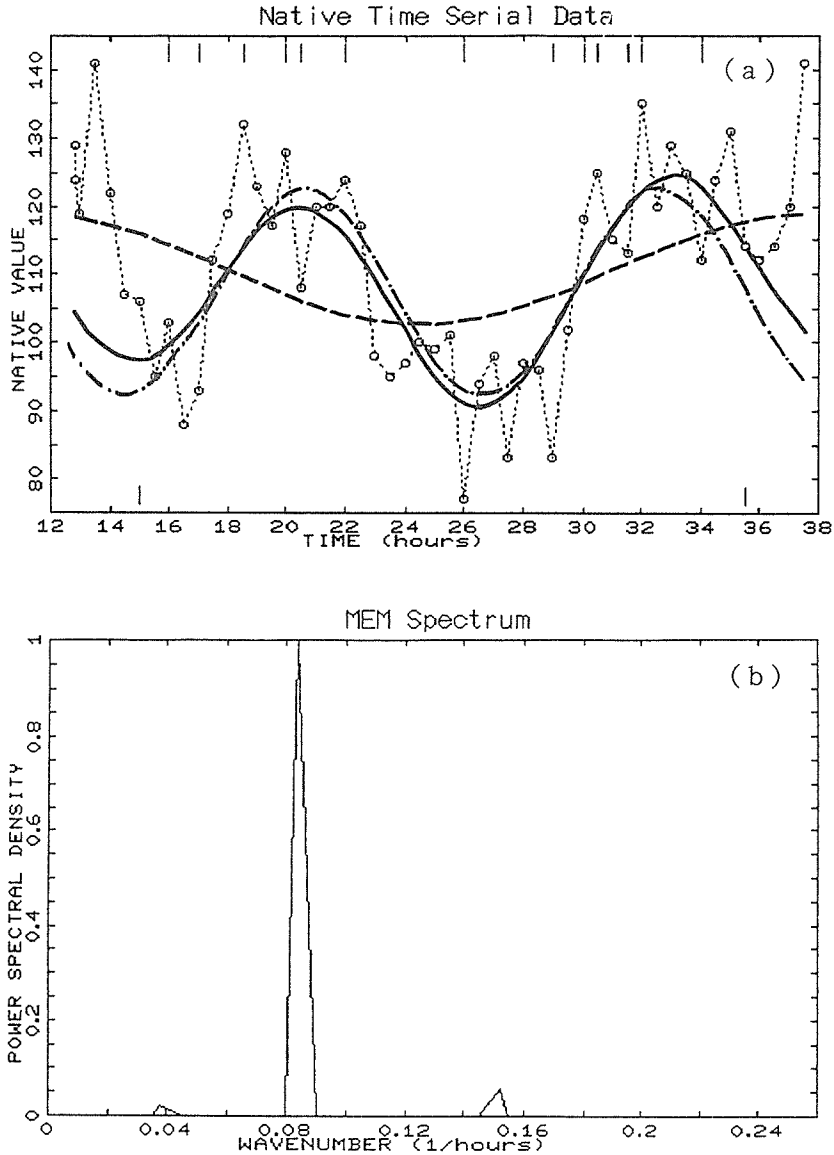


図-2 血圧の時系列データの解析例

- (a) 測定された血圧時系列データ（白丸と最適あてはめ曲線（鎖線：単一周期 11 時間 59 分モード，破線：単一周期 26 時間 30 分モード，実線：2 周期 11 時間 59 分 + 26 時間 30 分モード）
- (b) MEM パワースペクトル密度（左から，周期値 26 時間 30 分，11 時間 59 分，6 時間 35 分のピーク）

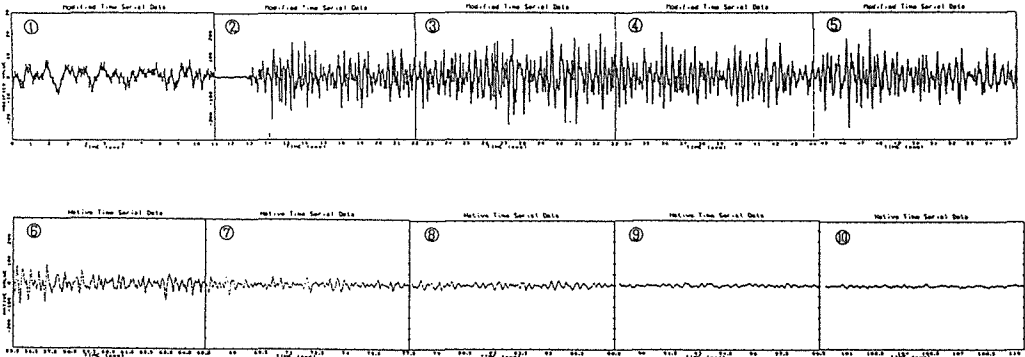
は卓越ピークを示す周期モードで十分であることが判かる。血圧の時系列データの解析の詳細については本シリーズで紹介する予定である。

4.2 Fluctuating part の解析結果

(1) Fluctuating part のみの時系列データ—地震波—

図 3-a に典型的な地震波の時系列データが示されている。地震波の特徴は systematic な

(a)



(b)

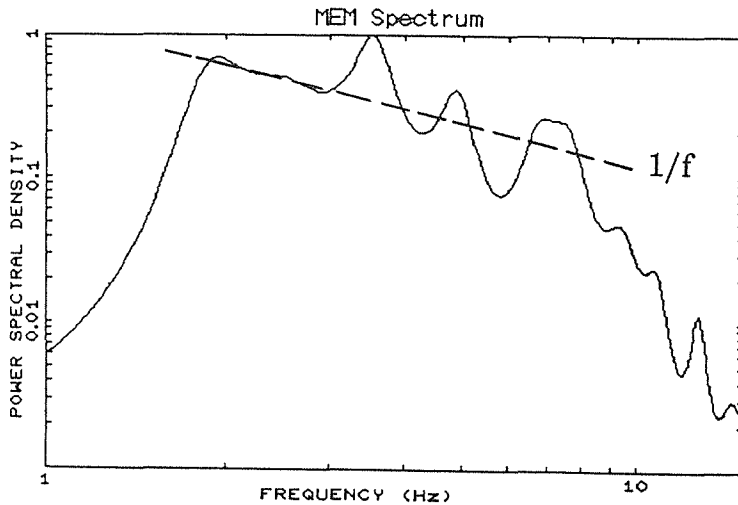


図-3 地震波の時系列データの解析例

- (a) 観測された地震波の時系列データ (10 区間に分割, 区間①はスケールは 10 倍になっている)
 (b) 区間③の MEM パワースペクトル密度

基底変動が認められず、本質的に fluctuating part からなる時系列データであり、全体としては一見同じように見える不規則振動パターンが観測される。しかし、この地震波は、時系列的には、P波、S波および表面波の3種の波が部分的に重畳しつつ、漸次入れ替わる現象である。したがって、区間を区切って見れば、個々の区間に特有の変動パターンとなっているはずである。MemCalcによって、このことを定量的に調べることができる。

例えば、区間③のパワースペクトルを図3-bに示す。興味深いことには、1～7 Hzの領域にかけて $1/f$ スペクトルが観測される。区間③は、S波が到着した時間帯であるが、P波もまだ残存している。したがって、この $1/f$ スペクトル特性は、P波とS波の混在によるある種の複雑な状況の反映である。地震波解析については別の報告を参照されたい。²⁾

(2) 残差の時系列データ—河川流量データ—

Systematic partとしての基底変動の周期構造を決定し、その基底変動を差し引いた後に得ら

れる残差の時系列データ (fluctuating part) を解析することによって、これまで明らかになっていなかった知見が得られた例として、河川流量の時系列データ (図 4-a) の解析がある。^{21,23)} 図に示されているデータは、十勝川の月毎の 20 年間の流量データである。この時系列データに MemCalc を適用して得られた MEM パワースペクトル密度が図 4-b に示されている。12, 6, 4 ケ月に顕著なピークが観測されている。これらの周期モードを取り込んで求めた基底変動の周期構造が図 4-a に実線で示されている。元の時系列データから基底変動パターンを差し引いて残差の時系列データ (図 4-c) が求まる。この残差の時系列のパワースペクトル密度は、 $1/f$ スペクトル特性を示す (図 4-d)。従来、河川流量モデルにおける fluctuating part の取り扱いについては、白色雑音とするのが主流であるが、この事実は、この点について重要な問題提起を与えるものである。この詳細についても本シリーズで報告する予定である。

4.3 カオス解析

脳波の時系列データには、特徴的な「フラクタル構造」が観測される (図 5-a)。0.1 秒オーダーの周期の α 波の振動を含め、ミリ秒のオーダーの周期の振動から時間、日オーダーの周期の振動までを含む無数の周期の波から成っている。これは、それぞれ脳神経細胞、組織、器官の各種の神経生理現象を反映したものであって、ランダム雑音ではないと考えられる。^{21,24)}

MemCalc によって求めた MEM パワースペクトル密度の特徴は、 α 波の周波数より低い周波数の領域の $1/f$ スペクトル特性と高い領域の $1/f^3$ スペクトル特性とが観測されることである (図 5-b)。^{21,24)}

$1/f$ スペクトル特性は、間欠カオス¹²⁾ の特徴として知られている。また、 $1/f^3$ スペクトル特性は、例えば、プラズマの 3 次元等方乱流の磁場による 2 次元化の場合に見い出されるものであり、一定の強制力が作用する結果であることを示す。²⁵⁾ 脳波の場合に見られる $1/f^3$ スペクトル

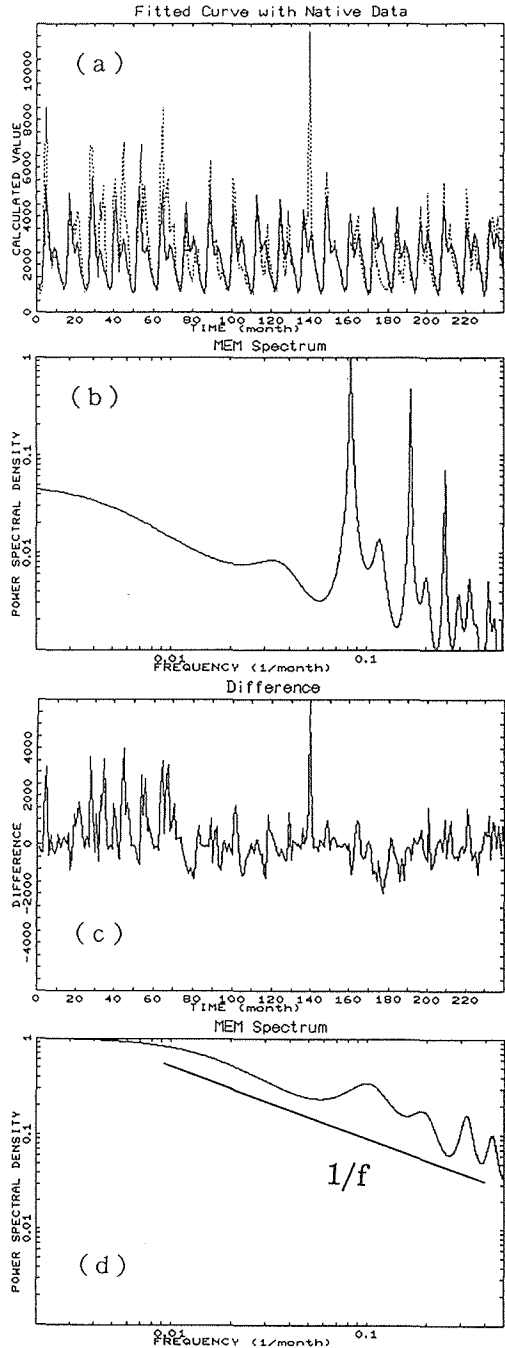


図-4 河川流量の時系列データの解析例

- (a) 測定された流量時系列データ (点線) と最適あてはめ曲線 (実線)
- (b) 流量時系列データ (図 a) の MEM パワースペクトル密度
- (c) 残差の時系列データ
- (d) 残差の時系列データ (図 c) の MEM パワースペクトル密度

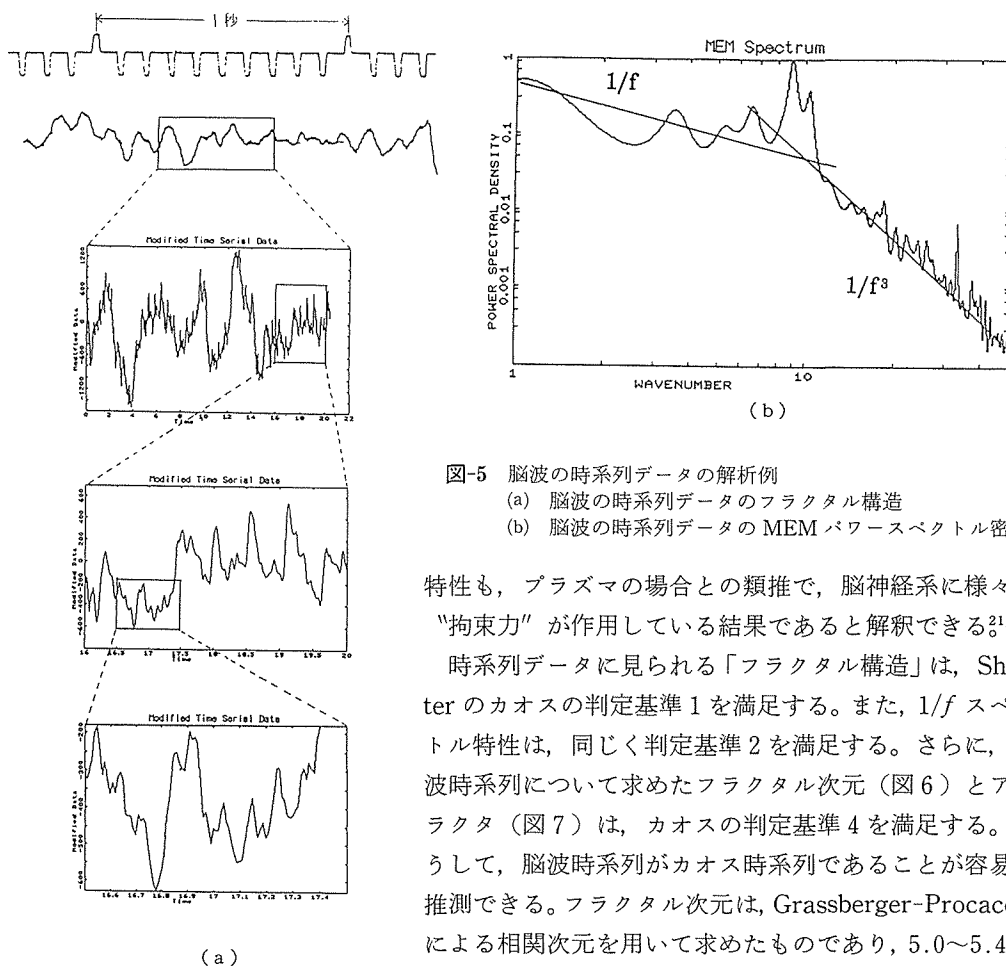


図-5 脳波の時系列データの解析例

(a) 脳波の時系列データのフラクタル構造

(b) 脳波の時系列データのMEM パワースペクトル密度

特性も、プラズマの場合との類推で、脳神経系に様々な“拘束力”が作用している結果であると解釈できる²¹⁾

時系列データに見られる「フラクタル構造」は、Shuster のカオスの判定基準 1 を満足する。また、 $1/f$ スペクトル特性は、同じく判定基準 2 を満足する。さらに、脳波時系列について求めたフラクタル次元 (図 6) とアトラクタ (図 7) は、カオスの判定基準 4 を満足する。こうして、脳波時系列がカオス時系列であることが容易に推測できる。フラクタル次元は、Grassberger-Proccacia による相関次元を用いて求めたものであり、5.0~5.4 程度の次元数となっている (図 6(b))。5 よりも大きな次元の値は、Babloyantz らの脳波解析の結果^{26,27)} と整合的

である。カオス解析は、図 7 のアトラクタのトポロジーと統計力学的構造や性質とを明らかにすることである。

4.4 予測解析

我々の方法は、Wiener の予測理論の考え方を決定論的立場からアプローチするものであり、その出発点は与えられた時系列データの構造と性質を徹底的に解析することにある。即ち、systematic part としての基底変動の構造と fluctuating part の性質を定量的に明らかにすることである。このためには、MemCalc による解析は極めて有効であり、また同時に、カオス解析への橋渡しとしても重要な知見を得ることができる。

MemCalc を用いて予測解析を行った例を図 8 に示す。これは、感染症の発生数の変動を予測解析した結果である。対象としているデータ (図 8 (a) の点線、(b) の白抜き菱形) は、北海道全域 (札幌市を除く) の 1982 年 1 月から 1987 年 12 月までの 6 年間の月毎の流行性耳下腺炎患者数である。まず、この時系列データを解析し、得られた最適あてはめ曲線が図 8 (a) に示されている (実線)。この 6 年間の解析区間における最適あてはめ曲線を延長し、一定の統計処理を加えて、1988 年 1 月から 1989 年 12 月までの 2 年間の最適予測曲線 (図 8 (b) の太実線) を求めた。予測区間に

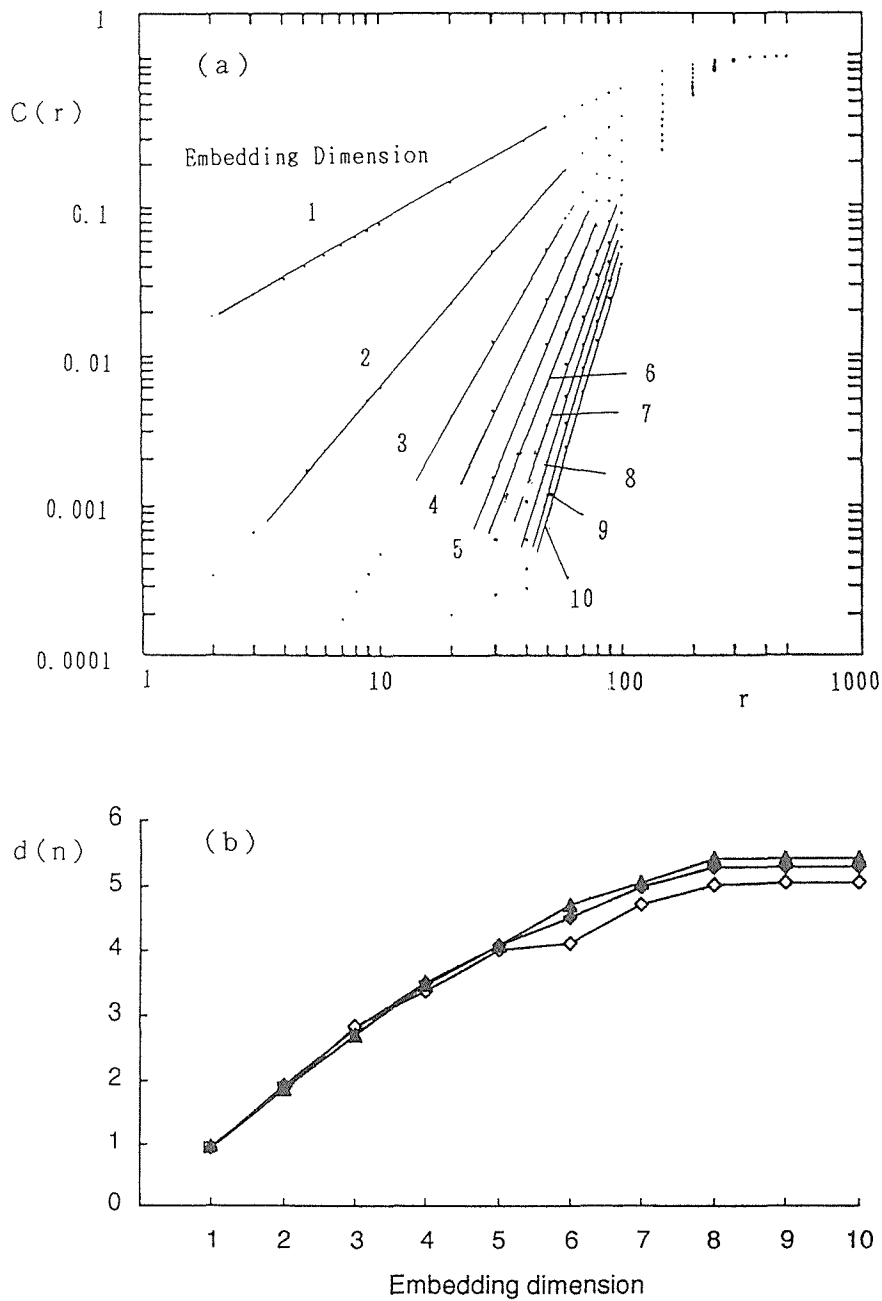


図-6 脳波の時系列データのフラクタル次元の求め方
 (a) 埋め込み次元をパラメータとした相関積分 $C(r)$ の計算結果
 (b) 埋め込み次元に対する相関指数 $d(n)$ の変化

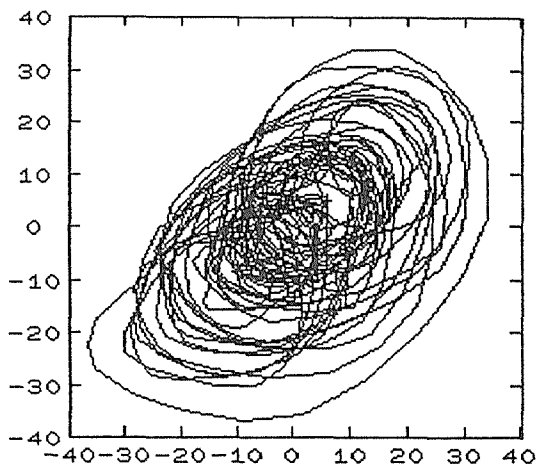


図-7 脳波のカオス・アトラクタ

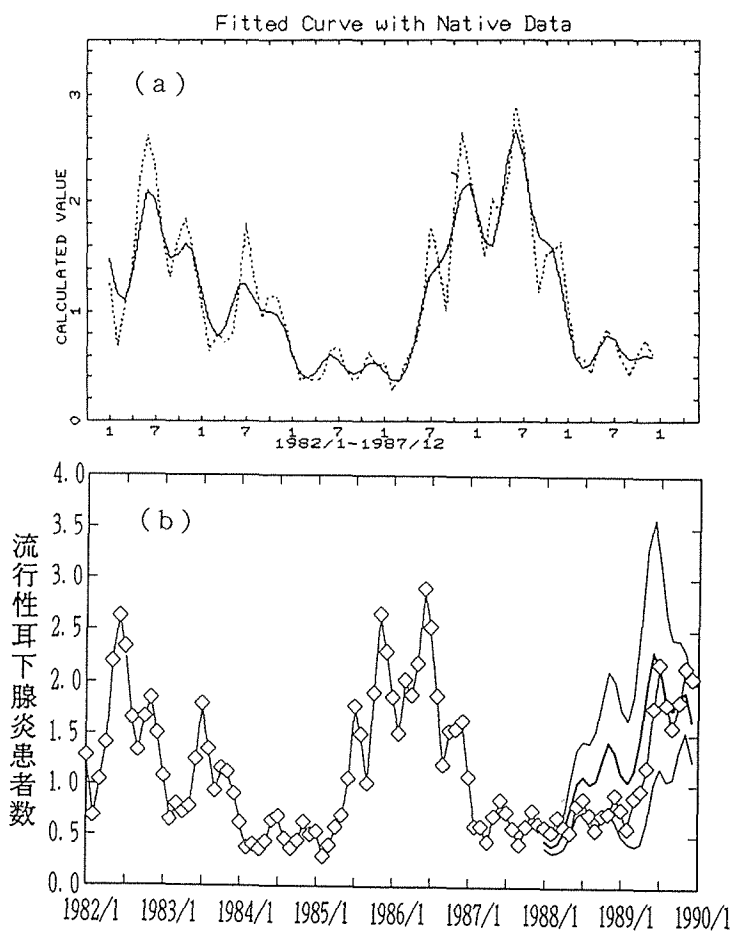


図-8 流行性耳下腺炎患者数の時系列データの解析例
 (a) 患者数時系列データ（点線）と最適あてはめ曲線（実線）
 (b) 患者数時系列データ（白抜き菱形）と最適予測曲線（太実線）及び予測の上限・下限（細実線）

示されている他の2本の曲線(細実線)は、上が予測上限、下が予測下限を示している。実際の発生数の変動(図8(b)の白抜き菱形)は、この予測曲線の上限と下限の間におさまっており、また、1989年の夏から冬にかけての大発生は最適予測曲線と見事に一致している。このように、MemCalcを用いることによって、これまでのようにモデル構成の段階に恣意性を一切持ち込むことなく、予測曲線を求めることが可能である。

カオス解析は、予測解析に全く新しい局面を開くものと期待される。Sugihara-May²⁸⁾は、時系列データのゆらぎが決定論的カオスに起因するのか、サンプリング・エラーや外的環境からのノイズによるものであるのか、ということの識別を、カオス予測解析によって行う手法を提起している。この例に見られるように、カオス理論に基づく予測解析は極めて魅力的である。

引用文献

- 1) Anderson, T. W.: The Statistical Analysis of Time Series (1971), John Wiley & Sons, New York.
- 2) Box, G. E. P. & Jenkins, G. M.: Time Series Analysis—forecasting and control— (1976). Holden-Day.
- 3) Vandaele, W.: Applied Time Series and Box-Jenkins Models (1983). Academic Press. (邦訳『時系列入門』(1988), 多賀出版.)
- 4) 赤池弘次, 中川東一郎: ダイナミックシステムの統計的解析と制御 (1973), サイエンス社.
- 5) 藤井光昭: 時系列解析 (1974), コロナ社.
- 6) 日野幹雄: スペクトル解析 (1977), 朝倉書店.
- 7) 中塚利直: 時系列解析の数学的基礎 (1978), 教育出版.
- 8) 廣松毅, 浪花貞夫: 経済時系列分析 (1990), 朝倉書店.
- 9) Wiener, N.: サイバネティックス—動物と機械における通信と制御—(第2版, 1961), 岩波書店.
- 10) 大友詔雄, 常盤野和男: 情報理論・サイバネティックスにおける基本的問題点の検討—科学・技術におけるコンピュータ利用と関連して—, 「科学と思想」, No. 30, (1978).
- 11) 大友詔雄, 田中幸雄, 清藤正: 情報の科学 (1989), 富士書院.
- 12) Schuster, H. G.: Deterministic Chaos: An Introduction (1984). Physik-Verlag.
- 13) Markus, M. Müller, S. C. and Nicolis, G.: From Chemical to Biological Organization (1988). Springer-Verlag.
- 14) Brandt, S.: データ解析の方法 (1976), みすず書房.
- 15) 大友詔雄, 国本清治, 中川基哉, 島本和明, 飯村攻, 田中幸雄: 血圧・心拍数の日内変動に関する新しい解析法について, 「第10回東京循環器カンファレンス」, 1990年1月.
Ohtomo, N. Kunimoto, S. Nakagawa, M, Shimamoto, K, and Iimura, O.: The Periodic Structure of Human Blood Pressure: I A Theoretical Procedure of Analysis Using The Maximum Entropy Method, to be published.
- 16) 田中幸雄: 汎用時系列データ解析システム MemCalc 説明資料 (1991), 諏訪トラスト.
- 17) Kadanoff, L. P.: Roads to Chaos. Phys. Today. Dec., (1983). 46.
- 18) Bergé, P., Pomeau, Y., and Vidal, C.: Order within Chaos—Towards a Deterministic Approach to Turbulence (1984). John Wiley & Sons.
- 19) Takens, F.: Detecting Strange Attractors in Turbulence, in Dynamical Systems & Turbulence: Lecture Note in Mathematics (1981). 898.
- 20) Grassberger, P. and Procaccia, I.: Characterization of Strange Attractors. Phys. Rev.

- Letters. 50 (1983). 346.
- 21) 三宅浩次監修, 高橋延昭, 神山昭男, 大友詔雄編: 生物リズムの構造 (1991), 富士書院.
 - 22) 鷺見紋子, 大友詔雄, 田中幸雄: 地震波のパワースペクトルの時間的变化に関する研究—MemCalc 1000 による MEM スペクトル解析—, (内部資料, 1991 年 5 月).
 - 23) 寺地三朗, 田中幸雄, 大友詔雄: 河川流量の MEM スペクトル解析, 「第 23 回確率システムシンポジウム」, システム制御情報学会 (1991).
 - 24) Kohyama. A., Saito. T., Itoh. T., Inuzuka, Y. Horiguchi. M., Saito. K., Ohtomo. N. and Tanaka. Y.: Maximum Entropy Method (MEM) Spectrum Analysis Regarding Periodic Structure in Quantitative EEG Affected by Work Stress. Environmental Research (1991). in press.
 - 25) Seidou. T. and Ohtomo. N.: Maximum Entropy Spectral Analysis of Time-Series Data from Combustion MHD Plasma. Jpn. J. Appl. Phys., 24. (1985). 1204.
Seidou. T. and Ohtomo. N.: Maximum Entropy Spectral Analysis of Time-Series Data from Combustion MHD Plasma. II. The Effect of An Externally-Applied Magnetic Field on The Plasma Turbulent Flow. Jpn. J. Appl. Phys., 25. (1986). 248.
 - 26) Babloyantz. A., Aalazar. J. M. and Nicolis. C.: Evidence of Chaotic Dynamics of Brain Activity during The Sleep Cycle. Phys. Letters. 111 A. (1985). 152.
 - 27) 青木亮三: 脳波の物理的特性: 物理からみた脳波, 日本物理学会誌, Vol. 45. No. 9. (1990).
 - 28) Sugihara. G. and May. R. M: Nonlinear Forecasting Way as A Way of Distinguishing Chaos from Measurement Error in Time Series. Nature. Vol. 344 (1990). 734.