北海道大学工学部研究報告
第165号（平成５年）
Bulletin of the Faculty of Engineering
Hokkaido University No.165(1993)

部分例示手法に基づいた述語論理式の充足可能性判定手続き

山本　雅人　　大柳　俊夫　　大内　東

（平成５年３月30日受理）

A procedure for solving satisfiability problem based on the partial instantiation technique in the first-order logic.

Masahito YAMAMOTO, Toshio OHYANAGI and Azuma OHUCHI.

(Received March 30, 1993)

Abstract

Satisfiability problem in the first-order logic is one of very important problems in the field of information science. Many methods for solving these problems have been proposed. In 1988, Jeroslow proposed a procedure for deciding whether given formulas without function symbols are satisfiable or not. This method is remarkable for using the partial instantiation technique. However, it has some following weakpoints:
(a) it is not suitable for checking satisfiability of formulas given in clausal form, (b) an increase of formulas reduces computational efficiency. Moreover, no reports concerning implementations of Jeroslow's method have been done so for.
This paper intends to present a procedure for solving satisfiability problem based on the partial instantiation technique. The proposed procedure restricts given formulas to be in clausal form to improve Jeroslow's method. Some computational results are also reported.

１．はじめに

記号論理における充足可能性問題は，情報処理の分野における基本的かつ重要な問題の一つである。記号論理の最も簡単な体系である命題論理においてさえも，その充足可能性問題は*NP*完全問題として有名であり，第一階述語論理においては決定不能な問題であることが知られている。この第一階述語論理の充足可能性問題の解法として，導出原理に基づくさまざまな方法が提案されている[1,2]。これらの方法は，与えられた節集合から導出を繰り返し，空節を導出することを目的としている。そして，空節が導出されれば，与えられた節集合は充足不能であると結論するものである。

Jeroslowは1988年に論理式の変数に対して定数を部分的に代入する部分例示と呼ばれる方法を基に，関数記号を含まない述語論理式の充足可能性を判定する方法を提案した[3]。この方法では，部分例示された論理式の連言を命題論理式とみなし，変種独立割当てと呼ばれる原子論理式への真理値の割当てを求める。その結果，与えられた論理式が，(1)充足不能である，(2)充足可能である，(3)充足可

情報工学科　システム工学講座

能かどうかは現段階で判定できない，という三つの場合のいずれか一つが起こる。(1)，(2)の場合は解が得られているので終了し，(3)の場合は論理式の連言に部分例示された論理式をさらに加え，この増大した論理式の連言に対して再び変種独立割当てを求める。このような処理を充足可能性が判定できるまで繰り返す。

この方法は，述語論理の充足可能性問題を命題論理の充足可能性問題の解を利用して解くという点に加え，節形式に限らない一般の論理式に対して適用可能である点からも注目されるものである。しかし，以下のような欠点がある。(a) 節形式ではない命題論理式の充足可能性問題を解く効率のよい方法は今のところ提案されていないことから，現在のところこの特徴が生かされていない。(b) 論理式の連言が増大する可能性が大きく，計算効率の悪化をまねくことが予想される。さらに，この方法に関する実験などの報告が今までなされていない。

本論文では，これらの Jeroslow の方法の欠点を考慮して，節形式で与えられた第一階述語論理式の部分例示に基づく充足可能性判定手続きを提案する。この手続きにおいても，論理式は関数記号を含まないものとする。扱う論理式を節形式に制限することで，命題論理の充足可能性問題を解く際に，Davis-Putnamの手続き[4]，ホーン緩和戦略による導出[5]，0 - 1 整数計画法に基づく方法[6]などが利用可能となる。また，論理式の増大が Jeroslow の方法に比べて少なくなり，計算効率が良くなる可能性が大きいことを示す。さらに，Jeroslow の方法と本論文で提案する手続きをインプリメントし，実験による比較を行う。

以下，2 章で本論文で提案する手続きの記述に必要となる用語を定義する。3 章で基本的な定理について述べ，4 章において，充足可能性判定手続きの詳細について述べる。5 章では，例題を用いて本手続きの流れを説明し，6 章で，実験によってその有効性を示す。最後に 7 章で，まとめと今後の課題について述べる。

2．記号および用語の定義

充足可能性を判定したいm個の節からなる節集合Sが以下のように与えられているとする。ただし，すべての節 C_i ($i=1,\cdots,m$) には関数記号があらわれず，どの二つの節も共通の変数をもたないとする。

$$S = \{C_1, \cdots, C_m\}$$

節集合Sが充足可能であるのは，Sの節のすべての基礎例を真とする原子式への真理値の割当てが存在するときであり，かつそのときに限る，ということが知られている。ここでは，関数記号を含まないので，Herbrand 空間は有限集合となる。

以下では，本論文で提案する充足可能性判定手続きの記述で用いる用語について定義する。

定義 1

論理式中の変数に対して，Herbrand 空間の要素を代入することを部分例示するという。

定義 2

ある節C_iの少なくとも一つの変数に対して部分例示した節$\bar{C}_i$をC_iの改良という。

本論文で提案する手続きは，最初に与えられた充足可能性を判定したい節集合$S=\{C_1,\cdots,C_m\}$に対して，S中のある節C_iの改良$C_{m+1}=\bar{C}_i$をSに加え，$S=\{C_1,\cdots,C_m,C_{m+1}\}$とすることを繰り返し，$S$中の節の数を増やしながら進められる。以下では，このように処理の各段階で変化する節集合を $S=\{C_1,\cdots,C_t\}$ とおく。ただし，tは，$t\geq m$である整数である。

定義 3

節集合$S=\{C_1,\cdots,C_t\}$中の節のある基礎例C'について，C_iを部分例示してC'が得られるとき，C_iはC'を被覆するという。このとき，S中のC_iの改良がすべてC'を被覆しないとき，C_iはC'を直接被覆するという。

定義 4

二つの原子式が変数のみ異なるとき，それらの原子式は変種であるという。

定義 5

変種である原子式に対してすべて同じ真偽を割当てる真理値の割当てを変種独立割当てという。

定義 6

節集合$S=\{C_1,\cdots,C_t\}$を真とする* 変種独立割当てVが与えられているとき，以下の条件をすべて満たす二つの原子式FとGを純障害物という。ただし，FとGはそれぞれC_i，$C_j(1\leq i<j\leq t)$に含まれているとする。

(1) FとGはVで異なる真理値が割当てられている。
(2) FとGを含むリテラルがVで共に真となる。
(3) FとGを部分例示して同じ基礎原子式Pになるとき，C_i, C_jがそれぞれ直接被覆している基礎例C'_i，C'_jの両方にPが含まれる。

これらの定義は，Jeroslow の定義を基に節形式の論理式を扱うために定義し直したものである。特に，被覆に関しては，Jeroslow は論理式全体に対して定義していたものを，ここでは節それぞれに対して定義している。また，Jeroslow は，(2) の条件を除いたものを障害物(blockage)として定義している。すなわち，本論文における純障害物は Jeroslow の定義した障害物に対してさらに条件をつけ加えたものである。このことで，後で述べるように論理式の無駄な増大を抑えることが可能となる。

これらの定義を例を用いて説明する。$C_1=P(x)\vee\sim Q(y)$，$C_2=\sim P(a)$，$C_3=Q(b)$とし，$S=\{C_1, C_2, C_3\}$とする。ただし，x，yは変数，a，bは定数であり，P，Qは述語記号である。

このとき，Sに対するHerbrand空間は$\{a,b\}$であり，Sの節のすべての基礎例は$P(a)\vee\sim Q(a)$，$P(a)\vee\sim Q(b)$，$P(b)\vee\sim Q(a)$，$P(b)\vee\sim Q(b)$，$\sim P(a)$，$Q(b)$である。基礎例の一つである$C'=P(a)\vee\sim Q(a)$は，$C_1=P(x)\vee\sim Q(y)$を部分例示することで得られるからC_1はC'を被覆している。また，C_1の改良はS中に存在しないから，C_1はC'を直接被覆してもいる。ここで，C_1中の変数xにaを

* 節集合S中のすべての節を真とすることを意味する

代入したC_1の改良$C_4=\bar{C}_1=P(a)\vee\sim Q(y)$を$S$に加えると，$C_1$は$C'$を直接被覆しなくなる。なぜなら，$C_1$の改良$C_4$が$C'$を被覆するからである。

上記の節集合Sに対して，Sを真とする以下のような変種独立割当てが存在する。

$$S=\{C_1, C_2, C_3\}=\{\underbrace{P(x)}_{T}\vee\sim\underbrace{Q(y)}_{T},\ \sim\underbrace{P(a)}_{F},\ \underbrace{Q(b)}_{T}\}$$

このとき，C_1中の$P(x)$とC_2中の$P(a)$は純障害物である。なぜなら，これらの原子式には異なる真理値が割当てられており，その原子式を含むリテラルが真となっている。さらに，これらは基礎原子式$P(a)$に単一化可能であり，$P(a)$は，C_1が直接被覆している基礎例$P(a)\vee\sim Q(a)$と，C_2が直接被覆している基礎例$\sim P(a)$の両方に含まれるからである。

3．主要定理

以下では，本論文で提案する手続きの終了条件となる重要な定理を述べる。定理1は，与えられた節集合が充足不能である場合について，定理2は，充足可能である場合の定理である。

定理1

節集合$S=\{C_1, \cdots, C_t\}$を真とする変種独立割当てが存在しなければ，Sは充足不能である。

証明

Sの Herbrand 空間の要素の一つをaとする。節集合$S=\{C_1, \cdots, C_t\}$中のすべての変数にaを代入した節集合をS'とすると，明らかに，S'のすべての節はSの節の基礎例になる。仮定より，Sを真とする変種独立割当ては存在しないから，S'は充足不能である。なぜなら，このときS中のすべての変種はS'中ですべて同じ基礎原子式になるからである。よって，充足不能なSの節の有限個の基礎例が存在するから，Herbrandの定理より，Sは充足不能である。(証明終)

以下の補題は，定理2の証明に用いるものである。

補題1

$S=\{C_1, \cdots, C_t\}$中の節の任意の基礎例は直接被覆される節を必ずS中にもつ。

証明

tに関する帰納法で証明する。

$t=m$のとき，すなわち，Sが最初に与えられた節集合であるとする。S中の節の任意の基礎例はSのいずれかの節を部分例示することによって得られるから，直接被覆される節を必ずS中にもつ。

$t=m+k$のとき，この補題が成り立つと仮定する。すなわち，$S=\{C_1, \cdots, C_{m+k}\}$に対してこの補題が成り立つとする。$t=m+k+1$のとき，$C_{m+k+1}$はある$C_i\ (1\leq i\leq m+k)$の改良である。このとき，$C_i$に直接被覆されなくなるすべての基礎例は，明らかに$C_{m+k+1}$に直接被覆される。よって，$t=m+k+1$のときも成り立つ。(証明終)

定理2

節集合$S=\{C_1, \cdots, C_t\}$を真とする変種独立割当てが与えられているとする。この変種独立割当て

において，純障害物が存在しなければ，Sは充足可能である。

証明

Sの節のすべての基礎例を真とする原子式への真理値の割当てが存在することを示す。Sの節のある基礎例C'_iにおいて，補題１より，C'_iを直接被覆する節がS中に存在する。その節の一つをC_iとする。仮定より，C_i中には変種独立割当てによって真となるリテラルが少なくとも一つは存在する。そのリテラルの一つをlとする。C'_iはC_iの基礎例であるから，C'_i中のリテラルでlを部分例示することによって得られるリテラルl'が存在する。このとき，l'中の基礎原子式Rにl'が真となるように真理値を割当てる。この割当てによって，C'_iを真とすることができる。このような割当てをS中の節の任意の基礎例に対して行う。この割当てができないのは，C'_i中で真理値を割当てられた基礎原子式Rが別の基礎例C'_j中で異なる真理値を割当てられるときのみである。このことは，C'_jを直接被覆する$C_j (i \neq j)$中で，部分例示するとRとなる原子式を含むリテラルが真となっているときのみ起こる。すなわち，純障害物が存在するときのみである。仮定より，純障害物は存在しないから，このような割当てを行うことで，S の節の任意の基礎例を真とすることができる。(証明終)

４．充足可能性判定手続き

４．１　手続きの概要

与えられた節集合$S=\{C_1, \cdots, C_m\}$ の充足可能性判定手続きの概要を図１に示す。

1: **begin**
2: 　節集合を $S = \{C_1, \cdots, C_t\}$, $t = m$ とする
3: 　**while** 充足可能性問題が解けていない **do**
4: 　**begin**
5: 　　**if** S を真とする変種独立割当てが存在しない
　　　　then S は充足不能である (終了)
6: 　　**if** S を真とする変種独立割当てに純障害物が存在しない
　　　　then S は充足可能である (終了)
7: 　　節集合を拡大する (図 2)
8: 　**end**
9: **end**;

図１　充足可能性判定手続きの概要

$t=m$として開始し，節集合$S=\{C_1, \cdots, C_t\}$ を真とする変種独立割当てを求める(図１の5:)。このような変種独立割当てが存在しなければ，定理１より，Sは充足不能であり終了する。Sを真とする変種独立割当てが得られたなら，その変種独立割当てに対して，S中に純障害物が存在するかどうかを調べる(図１の6:)。純障害物が存在しなければ，定理２より，Sは充足可能である。純障害物が存在したときには，S中のある節の改良 $C_{t+1}=\bar{C}_i$を一つ節集合に加え，$t=t+1$として(図１の7:)，図１の3:に戻る。ただし，4.4で示すように$\bar{C}_i$と$C_j (i \neq j)$ の改良$\bar{C}_j$を同時に加え，$t=t+2$とする場合がある。

このように，充足可能性が判定できるまで部分例示された節を増やしながら処理を繰り返す。この

処理が有限回の繰り返しの後停止することは，Herbrand 空間が有限であるために節集合中の節のすべての基礎例の数も有限であること，図１の7:で少なくとも一つの変数に対して部分例示が行われること，から容易の証明可能である。

以下では，図１の5: 6: 7: における処理の詳細について順に述べる。

４．２　変種独立割当て

図１の 5: において，節集合$S=\{C_1,\cdots,C_t\}$を真とする変種独立割当てを求める。これは，S中の変種であるすべての原子式を同じ命題変数に，変種でない原子式はすべて異なる命題変数になるようにSを命題論理式の節集合に変換し，その命題論理式の充足可能性問題を解くことで実現できる。節集合で表された命題論理式の充足可能性問題を解くために，Davis-Putnamの手続き，ホーン緩和戦略による導出，0-1整数計画法を利用した方法などが利用可能である。この充足可能性問題を解いた結果，充足不能であることがわかれば，Sを真とする変種独立割当ては存在しない。また，充足可能な解が存在すればその解がSを真とする変種独立割当てである。

４．３　純障害物の存在

図１の 6: においては，すでにSを真とする変種独立割当てが得られている。この変種独立割当てをVとする。このとき，純障害物が存在するかどうかを以下のように調べる。

$S=\{C_1,\cdots,C_t\}$中のC_iに含まれる原子式をF，C_jに含まれる原子式をGとする。Vが与えられているとき，FとGが純障害物の定義６の(1)，(2)を満たすかどうかは容易に判定可能である。定義６の(3)を満たすためには，FとGが単一化可能であることが必要である。単一化できないときは，直ちにFとGが純障害物でないと結論できる。単一化可能なときは，最汎単一化作用素σが存在する。このσによって$F\sigma$と$G\sigma$は同じ原子式となる。C_iが直接被覆する基礎例のどれかに$F\sigma(G\sigma)$の基礎例が存在し，かつ，C_jが直接被覆する基礎例のどれかに$F\sigma(G\sigma)$の基礎例が存在するなら，FとGは純障害物である。それ以外なら，FとGは純障害物ではない。このように，S中の異なる節中のすべての原子式の組について純障害物となるかどうかを調べる。

図１において，Vに対する純障害物をすべて発見した後に7: に進むこともできるが，すべての純障害物を発見するための計算時間を考慮して，本論文で提案する手続きでは，純障害物を一つ発見したとき，直ちに 6: を終了し 7: に進むことにする。

４．４　節集合の拡大

図１の 6: において，C_i，C_jにそれぞれ含まれる純障害物FとGが存在したとする。図１の 7: では，この純障害物を純障害物でなくすることを目的として，以下のように節集合を拡大する。

FとGは純障害物であるから，最汎単一化作用素σが存在する。もし，Fのみがσによって変化するなら，$C_{t+1}=C_i\sigma$，Gのみがσによって変化するなら，$C_{t+1}=C_j\sigma$とし，$S\leftarrow S\cup\{C_{t+1}\}$，$t=t+1$とする。また，$F$と$G$の両方が$\sigma$によって変化するなら，$C_{t+1}=C_i\sigma$，$C_{t+2}=C_j\sigma$とし，$S\leftarrow S\cup\{C_{t+1},C_{t+2}\}$，$t=t+2$とする。このとき，純障害物の定義から$F$と$G$が両方変化しないことはありえない。このように節集合を拡大する手続きを図２に示す。

節集合拡大の結果，$F\sigma$と$G\sigma$は同じ原子式かまたは変種になり，拡大された節集合Sに必ず含まれる。よって，Sを真とする変種独立割当てにおいて，これらは純障害物にはなり得ない。なぜなら，これらが異なる真理値を割当てられることはないからである。また，C_i，C_j中のF，GもC_i，または，C_jの改良がSに加わったことで純障害物とはならない。

この節集合の拡大において，本手続きでは一つまたは二つの節が加わるのみであるのに対して，Jeroslowの方法では，より多くの節が加わることになる。したがって， Jeroslow の方法では，扱う論理式中

1: **begin**
2: C_i と C_j にそれぞれ含まれる純障害物を F と G とし，
その最汎単一化作用素を σ とおく．
3: **if** $i = j$ **then**
$C_{t+1} = C_i\sigma$, $S \leftarrow S \cup \{C_{t+1}\}$, $t = t + 1$ とする．
4: **else begin**
5: **if** F が σ によって変化する **then**
$C_{t+1} = C_i\sigma$, $S \leftarrow S \cup \{C_{t+1}\}$, $t = t + 1$ とする．
6: **if** G が σ によって変化する **then**
$C_{t+1} = C_j\sigma$, $S \leftarrow S \cup \{C_{t+1}\}$, $t = t + 1$ とする．
7: **end**
8: **end;**

図2　節集合 S の拡大手続き

の原子式の数が増加することになり，変種独立割当てを求める際の計算時間が長くなる，純障害物かどうかを判定するために単一化を行う原子式の組が著しく増加する，などの理由から計算時間が長くなる可能性がある。

5．例題

本論文で提案した手続きを例題を用いて説明する。

例題 1

充足可能性を判定したい節集合が以下のように与えられているとする。

$$S = \{C_1,\ C_2,\ C_3\}$$

ここで，$C_1 = P(x) \vee \sim Q(y)$，$C_2 = \sim P(a)$，$C_3 = Q(b)$ である。

まず，図1の 5: において，C_1, C_2, C_3 を真とする変種独立割当てを求めると以下のようになる。このような割当ては一般に複数存在するが，任意の割当てを用いてよい。

$$C_1 = \underbrace{P(x)}_{T} \vee \sim \underbrace{Q(y)}_{T}, \quad C_2 = \sim \underbrace{P(a)}_{F}, \quad C_3 = \underbrace{Q(b)}_{T}$$

このとき，図1の 6: において純障害物が存在するかどうかを調べる。ここでは，C_1 中の $P(x)$ と C_2 中の $P(a)$ が純障害物であり，最汎単一化作用素は $\sigma_1 = \{a/x\}$ である。純障害物が存在したので，図1の 7: において節集合を拡大する。σ_1 によって変化するのは，C_1 中の $P(x)$ のみであるから，$C_4 = C_1\sigma_1 = P(a) \vee \sim Q(y)$ を用いて，$S \cup \{C_4\}$ を新たな節集合 S とする。この新しい節集合 S を真とする変種独立割当ては以下のようになる。

$$C_1 = \underbrace{P(x)}_{T} \vee \sim \underbrace{Q(y)}_{F}, \quad C_2 = \sim \underbrace{P(a)}_{F}, \quad C_3 = \underbrace{Q(b)}_{T}, \quad C_4 = \underbrace{P(a)}_{F} \vee \sim \underbrace{Q(y)}_{F}$$

ここで，純障害物であった C_1 中の $P(x)$ と C_2 中の $P(a)$ は，C_1 の改良である $C_4 = P(a) \vee \sim Q(y)$ が加わったために，C_1 が直接被覆する節の中に，$P(a)$ を含むものはなくなる。したがって，これらは，純障害物ではなくなる。

しかし，別の純障害物C_3中の$Q(b)$とC_4中の$Q(y)$が存在し，最汎単一化作用素は$\sigma_2=\{b/y\}$である。このσ_2で$Q(y)$のみが変化するから，$C_5=C_4\sigma_2=P(a)\vee\sim Q(a)$を$S\cup\{C_5\}$を新たな節集合$S$とする。この新しい節集合$S=\{C_1,\cdots,C_5\}$を真とする変種独立割当ては存在しないから，定理１より与えられた節集合$S=\{C_1,\cdots,C_3\}$は充足不能である。

例題２

節集合Sが以下のように与えられているとする。

$$S=\{C_1,\ C_2\}$$

ここで，$C_1=\sim P(a)\vee P(b)\vee P(c)$，$C_2=P(x)$である。$S$を真とする変種独立割当ては，以下のようになる。

$$C_1=\sim\underbrace{P(a)}_{T}\vee\underbrace{P(b)}_{T}\vee\underbrace{P(c)}_{F},\qquad C_2=\underbrace{P(x)}_{T}$$

このとき，この変種独立割当てに対して，純障害物は存在しない。したがって，定理２より，Sは充足可能であることが結論できる。ここで，C_1中の$P(c)$と，C_2中の$P(x)$とは，異なる真理値が割当てられていて，単一化可能である。しかし，これらの原子式を含むリテラルが共に真とはなっていないから純障害物ではない。これに対し，前に述べた Jeroslow の定義では，これらは障害物となる。このとき，Jeroslow の方法では，論理式の改良をさらに加え処理を続けることになる。この処理は明らかに無駄である。このように，簡単な例ではあるが，本論文で提案した手続きでは無駄な論理式の増大を抑えることができることを示している。

６．実験および考察

６．１　実験方法と結果

本論文で提案した手続きの有効性を示すために，この手続きと，Jeroslow の方法，一般的によく用いられる導出法との計算時間を比較した。結果を表１，表２に示す。

実験では，Sun SPARC Station IPX（主記憶 32 Mbyte，28.5 MIPS)を用い，プログラムは，Sun Common Lisp により開発した。表１において使用した問題は，文献 7）中の関数記号を含まない節形式の論理式である問題 21～33 および 39 である。これらの問題の充足可能性は，問題 26 と 28 のみ充足可能(表では T で示す)であり，残りの問題はすべて充足不能(表では F で示す)である。また，表２における問題は，表１で使用した問題 21 ～ 33，39 に対して，最後の節を一つ取り除いた問題を用い，問題番号に「 ′ 」を付加して表した。この結果，表２に示すようにほとんどの問題の充足可能性は充足可能となる。なお，導出法に関しては，支持集合戦略などの戦略は用いていない。

表中の Time は各問題に対する実行時間（単位[秒]）を，Loop は変種独立割当てを求めた回数を表す。また，表中の「 - 」は，30分経過しても解が得られなかったため，または，節の爆発的増加により計算続行が不能になったために，計算を中止したことを表す。

６．２　考察

まず，Jeroslow の方法と比べると，表１のすべての問題において，本論文で提案した手続きの実行時間が，Jeroslow の方法の実行時間より短くなっていることが分かる。また，ループの回数についてもすべての問題で少ないか，または等しくなっている。

表1　実験結果1

問題番号	充足可能性	本手続き Time	本手続き Loop	Jeroslow Time	Jeroslow Loop	導出 Time
21	F	0.01	3	0.06	5	0.05
22	F	0.01	2	0.02	3	0.07
23	F	0.03	6	0.98	25	0.82
24	F	0.11	8	0.53	10	4.67
25	F	0.20	12	-	-	43.80
26	T	10.60	41	-	-	-
27	F	0.14	9	28.51	76	124.74
28	T	0.04	2	0.18	2	1.08
29	-	-	-	-	-	-
30	F	0.03	4	1.17	19	0.16
31	F	0.03	5	0.78	17	0.04
32	F	0.06	5	0.28	7	1.19
33	F	0.02	3	0.03	3	16.96
39	F	0.01	2	0.02	2	0.01

表2　実験結果

問題番号	充足可能性	本手続き Time	本手続き Loop	Jeroslow Time	Jeroslow Loop	導出 Time
21'	T	0.01	2	0.05	3	0.03
22'	F	0.01	2	0.01	3	0.06
23'	T	0.02	3	0.16	4	-
24'	T	0.11	7	88.00	72	-
25'	T	0.11	6	-	-	-
26'	T	10.97	41	-	-	-
27'	T	0.13	7	374.54	114	-
28'	T	0.03	2	0.16	2	0.26
29'	-	-	-	-	-	-
30'	T	0.01	1	0.02	1	-
31'	T	0.03	4	2.36	16	0.04
32'	T	0.08	5	100.74	65	26.56
33'	F	0.02	3	0.03	3	16.53
39'	T	0.01	1	0.01	1	0.00

このことは，本手続きが Jeroslow の方法に対して以下の点で有利であるためと考えられる。

(1) 本論文で提案した手続きでは，処理の繰り返し(図1の 3: 〜 8:)とともに節一つかまたは二つが増えるのみである。

(2) (1) によって扱う節数が少なくなるために，変種独立割当てを求める際の計算時間が短くなる。

(3) 本論文で定義した純障害物は，Jeroslow の定義した障害物よりも条件が厳しいことと，(1) によって扱う節数が少なくなるために，Jeroslow の方法より，純障害物発見のために単一化を試みる回数が減る。

(4) (3) と関連して，純障害物が障害物よりも条件が厳しいために，処理の繰り返し(図1の 3: 〜 8:)回数が減る可能性がある。

これらの点は，表2に示すように，問題が充足可能なときにさらに顕著になり，Jeroslow の方法は多くの問題で実行時間が長くなる。

次に，導出法と比べると，39′ を除くすべての問題で実行時間が短くなっている。また，導出法では問題が充足可能である場合は，充足不能である場合に比べて極端に実行時間が増加する傾向があるのに比べて，本論文で提案した手続きは，問題が充足可能な場合も，充足不能な場合も実行時間に大きな違いがみられない。このことは，本論文で提案した手続きが，論理式が充足不能かどうかわからない問題に対して有効な方法であるということを示している。

以上より，本論文で提案した手続きは，関数記号を含まない論理式の充足可能性問題においてかなり有効であるといえる。

7．おわりに

本論文では，関数記号を含まず，節形式で表された第一階述語論理式の充足可能性問に対して，部分例示に基づく手続きを提案した。この手続きは，節形式に限定することで Jeroslow の方法を以下のように改良した。

(1) Jeroslow の障害物に対して，さらに条件の厳しい純障害物を定義した。

(2) 被覆，改良などを節に着目して定義することで，論理式の増加が節単位で行われるようにした。

これらから，本論文で提案した手続きが，

(1) Jeroslow の方法よりも実行時間が短く，ループの回数が少なくなる，

(2) 一般によく用いられる導出法と比較しても実行時間が短い。特に，論理式が充足可能な場合には有効である，ことを実験によって明らかにした。

今後の課題としては，

(1) 関数記号を含む論理式に対しての適用についての検討，

(2) 処理の繰り返しの中で，変種独立割当てを求める際の効率化，などが挙げられる。

参考文献

1) Robinson, J. A.: A Machine-oriented Logic based on the Resolution Principle, Journal of the ACM, Vol. 12, pp. 23-41 (1965).

2) Chang, C. -L., Lee, R. C. -T.: Symbolic Logic and Mechanical Theorem Proving, ACADEMIC PRESS (1973).

3) Jeroslow, R. G.: Computation-oriented Reductions of Predicate to Propositional Logic, Decision Support Systems, Vol. 4, pp. 183-197 (1988).

4) Davis, M., Putnam, H.: A Computing Procedure for Quantification Theory, Journal of the ACM, Vol. 7, pp. 201-215 (1960).

5) Gallo, G., Urbani, G.: Algorithm for Testing Satisfiability of Propositional Formulae, Logic Programming, Vol. 7, pp. 45-61 (1989).

6) Hooker, J. N.: A Quantitative Approach to Logical Inference, Decision Support Systems, Vol 4, pp. 45-69 (1988).

7) Pelletier, F. J.: Seventy-five Problems for Testing Automatic Theorem Provers, Journal of Automated Reasoning, Vol 2, pp. 191-216 (1986).