



Title	FISMに基づいた学習課題の達成経路分析法
Author(s)	伊藤, 公紀; 大内, 東
Citation	北海道大學工學部研究報告, 165, 61-72
Issue Date	1993-07-30
Doc URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/42380">http://hdl.handle.net/2115/42380</a>
Type	bulletin (article)
File Information	165_61-72.pdf



[Instructions for use](#)

## FISMに基づいた学習課題の達成経路分析法

伊藤 公紀 大内 東

(平成5年3月30日受理)

### Learning Task Attainment Path Analysis by FISM.

Kohki ITOH and Azuma OHUCHI

(Received March 30, 1993)

#### Abstract

One of the effective methods for evaluating how well students understand materials is to identify the students' point of view of logical relations among materials and to compare it with the teachers' point of view. A comparison is made for finding those discrepancies between both views that are to be dissolved in the succeeding teaching process. With previous methods, however, it is difficult to analyze how to dissolve part of the discrepancy effects from other parts.

In this paper we propose Learning Task Attainment Path analysis (LTAP analysis) as an application of FISM (Flexible Interpretive Structural Modeling). In addition to previous points of view such as correct response rate and attainment order, LTAP analysis has some new points of view such as discrepancy degree, etc. We have applied LTAP analysis to the evaluation of classes in programming language LISP. The result shows that LTAP is effective for measuring how well students understand learning tasks.

#### 1. はじめに

教育工学の重要な研究分野に教材の構造化や学習課題の系列化等が挙げられる。筆者らは授業の構想から実施までを、教材の構造化、学習課題の系列化、授業展開、教育評価、そして再び教材の構造化という流れを想定している。教材の構造化では教師は過去の評価情報を考慮しながら授業で取り扱う学習課題を選択し、各学習課題への達成経路を設定する。次に、2次元の教材構造を1次元に変換する学習課題の系列化(提示順序の決定)を行い、授業を展開する。更に授業結果を評価し再び学習課題の選択へと続く。

教育評価は教材の質や量あるいは指導法が適切であったかなど、今後の教育計画を立てるための資料を得ることを目的の一つとする。教育評価では多くの場合、テストを用いる。一般に再指導を行う内容として比較的正答率の低いテスト項目を選択することが多い。これはテスト項目の正誤情報が学習者の理解状況を端的に表す情報として捉えられていることによる。

しかし、テスト項目の正答率の高低だけでは学習者の理解状況を十分に表せない場合がある。例えば次のような場合である。

仮に教師が学習課題*b*の理解が学習課題*a*の理解の上に成り立っているとの考えの上で、各課題を授業において十分に指導したとする。学習課題を受験者が正しく理解しているのなら、学習課題間の内容的つながりの認識も教師と比較してほぼ同様に形成されていると考えるのが自然である。したがって、*a*、*b*をそれぞれ反映したテスト項目*t<sub>a</sub>*、*t<sub>b</sub>*に関して、*t<sub>a</sub>*を誤答し、かつ*t<sub>b</sub>*を正答するというテスト受験者は少数なはずである。

例えば、従来用いられているIRS分析<sup>1)</sup>を適用し、表1および表2の2×2分割表を得たとする。表1では*t<sub>a</sub>*から*t<sub>b</sub>*への項目順序性係数 $r_{ab}^{*1)}$ は0であり順序関連は存在しないが、表2では $r_{ab}^{*}$ は約0.72であり、かなり強い順序関連があることが分かる。この結果から考えると、2つのテスト項目*t<sub>a</sub>*、*t<sub>b</sub>*の正答率は表1と表2とも同じでそれぞれ60%と70%であるが、学習課題の理解の程度は表1と表2の場合では明らかに表2の場合の受験者の方が教師の認識に近いといえる。

表1 テスト項目に対する反応(1)

		課題 j		
		正答	誤答	合計
課題 i	正答	35	35	70
	誤答	25	5	30
	合計	60	40	100

$$r_{ij}^{*} = 0$$

表2 テスト項目に対する反応(2)

		課題 j		
		正答	誤答	合計
課題 i	正答	55	15	70
	誤答	5	25	30
	合計	60	40	100

$$r_{ij}^{*} = 0.72$$

このように、IRS分析を適用することにより単なる正答率から得られる情報に比べて、より深い情報を得ることができる。しかし、認識の相違箇所に対する教師の指導の波及効果を明らかにすることが難しい。したがって、教師と学習者集団との認識の相違箇所を確認することはできても、それらの相違箇所を解消しようとするためには全ての相違箇所に対して何らかの処置をしなければならない。しかし、ある相違箇所に対して行った指導が他の何れの相違箇所に波及効果を及ぼすのかが明かとなれば効果的な指導が期待できる。本論文はこのような情報の獲得を目指すものである。

本論文では、学習者の理解度を推定するために多角的な視野を持つことが重要であるとの見地から、従来の正答率に注目する視点およびIRS分析の考え方に加えて教師の教材構造の認識が授業を通して学習者集団の中にどの程度近似して形成されているかを分析する方法として学習課題達成経路分析法を提案する。提案する分析法は、部分可到達行列理論に基づく柔軟なISM (Interpretive Structural Modeling)<sup>2)</sup>として筆者らが開発を続けているシステム構造分析法FISM (Flexible ISM)<sup>3)</sup>にIRS分析の手法を加え、更に認識相違度等の新たな概念を加え教育評価への応用の可能性を検討したものである。

学習課題達成経路分析では次の3つが成立していることを仮定する。

1. 分析対象となる各テスト項目は、教師が指導すべき学習課題を十分に反映している。

2. 教師が行う授業によって各学習課題への達成経路が学習者のなかで形成されている。
3. 教師は $p$ 個の選択可能な学習課題の中から実際に授業で $m$ 個( $m \leq p$ )の学習課題を選択して授業を展開する。

以上の仮定のもとに次の(a)~(c)の3点を明かにする。

- (a) 教師と学習者集団とのテスト項目への達成経路の認識の相違箇所と相違の度合いを明らかにする。
- (b) 認識の相違箇所に対する指導の波及効果を明らかにする。
- (c) 認識の相違箇所を解消するために必要最小限の指導箇所を明らかにする。

以下、第2章では本論文で用いる記号および概念の定義を行い、第3章で学習課題達成経路分析法の手続きを説明する。第4章ではLISP言語の学習の講義について本分析を用いた結果について報告する。

## 2. 諸記号および諸定義

本論文で用いる主な記号と定義を以下に記す。さらに必要なものについてはその都度定義する。演算は特に断らない限り二値ブール代数である。ブール変数 $y$ の否定 $\bar{y}$ はと表す。

定義1: 学習課題集合 $L$ とテスト項目集合 $T$

学習課題集合 $L$ は、学習者が理解すべき抽象的な内容を持つ $m$ 個の学習課題 $l_i$  ( $i=1, 2, \dots, m$ )により構成される。

$$L = \{l_1, l_2, \dots, l_m\} \quad (1)$$

テスト項目集合 $T$ は、一つまたは複数個の学習課題を含有した $n$ 個のテスト項目 $t_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )により構成される。

$$T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\} \quad (2)$$

定義2: テスト項目集合上の関係 $R$

後述の教師側教材認識モデル作成プロセスにおいて、テスト項目 $t_j$ の達成がテスト項目 $t_i$  ( $i \neq j$ )の達成を必要条件と認めるとき、二項対 $(t_i, t_j)$ は $R$ に含まれる。本論文では簡略化のために $(t_i, t_j) \in R$ のとき、

$$t_i \rightsquigarrow t_j \quad (3)$$

と表す。

このとき $t_i$ は $t_j$ の下位項目、 $t_j$ は $t_i$ の上位項目と呼ぶ。

また、 $(t_i, t_j) \notin R$ のとき、

$$t_i \not\rightsquigarrow t_j \quad (4)$$

と表す。

$t_j$ の達成が $t_i$ の達成を必要条件とし、かつ $t_k$ の達成に $t_j$ の達成を必要条件とするとき、 $t_k$ は $t_j$ のみならず $t_i$ をも必要条件とすると考えることは妥当と思われる。したがって、 $R$ は反射性と推移性を満たす擬順序関係として取り扱う。

定義3: テスト項目集合上の関係

後述の学習者側教材認識モデル作成プロセスにおいて、項目順序性係数 $r_{ij}^*$ が適当に設定したしきい値 $\mu$ を上回ったとき、かつその時に限って二項対 $(t_i, t_j)$ は $S_\mu$ に含まれる。

$$r_{ij}^* \geq \mu \text{ iff } (t_i, t_j) \in S_\mu \quad (5)$$

$$r_{ij}^* < \mu \text{ iff } (t_i, t_j) \notin S_\mu \quad (6)$$

本論文では簡略化のために  $(t_i, t_j) \in S_\mu$  のとき、

$$t_i \rightarrow t_j \quad (7)$$

と表す。また、 $(t_i, t_j) \notin S_\mu$  のときは

$$t_i \not\rightarrow t_j \quad (8)$$

と表す。

項目順序性係数の性質上、 $S_\mu$  は  $t_i \rightarrow t_j$ 、かつ  $t_j \rightarrow t_k$  のとき必ずしも  $t_i \rightarrow t_k$  となるとは限らない。また、定義より  $t_i \rightarrow t_i$  は常に成り立つ。従って  $S_\mu$  は反射性のみを満たす二項関係である。

定義4：教材  $TM$

学習課題集合  $L$  と  $L$  上の二項関係  $Q$  により、教材  $TM$  を次のようなモデルで表す。

$$TM = \langle L, Q \rangle \quad (9)$$

学習課題  $l_j$  を達成するために学習課題  $l_i$  の達成が必要条件となるとき、二項対  $(l_i, l_j)$  は  $Q$  に含まれる。 $(l_i, l_j) \in Q$  かつ  $(l_j, l_k) \in Q$  のとき  $(l_i, l_k) \in Q$  となると考えることは妥当である。従って  $Q$  は反射的かつ推移的な二項関係として取り扱う。

教材  $TM$  は一つまたは複数個の抽象的な概念である学習課題を内包している。教師が予想する学習課題の達成順序と実際の学習者の達成順序間にどの程度相違があるのかを直接測定できれば理想的であるが、抽象的な概念である学習課題の達成順序の比較を行うのは困難である。そのため教師は学習課題を反映したテスト項目を作成し、各テスト項目の正答・誤答の集計結果から任意の学習課題への達成状況を判断するのが一般的であると考えられる。

従って、本論文ではテスト項目の集合  $T$  と定義2で定義された  $T$  上の二項関係  $R$  により表す、

$$TM = \langle T, R \rangle \quad (10)$$

を教材の近似モデルとして採用する。以後、近似教材モデルを単に教材  $TM$  と呼ぶ。

定義5：教材  $TM$  のグラフ表記  $G$

教材  $TM$  はテスト項目集合  $T$  をノード集合、関係  $R$  の推移的リダクション<sup>4)</sup>  $R'$  をアーク集合で表現する有向グラフ  $G$  として表現する。

$$G = \langle T, R' \rangle \quad (11)$$

有向グラフ  $G$  はサイクルを持たない階層グラフである。本論文では、 $G$  をリダクショングラフと呼ぶ。リダクショングラフにおいて入次数が0であるノードをリダクショングラフの基底と呼ぶ。

定義6：達成経路  $p_i$

リダクショングラフ  $G$  の基底であるテスト項目  $t_\alpha$  から項目  $t_i$  への経路を  $t_i$  への達成経路  $p_i$  と呼ぶ。

$$p_i = (t_\alpha, t_\beta, \dots, t_\omega, \dots, t_i) \quad (12)$$

達成経路  $p_i$  はテスト項目  $t_i$  について一つまたは複数存在する。

定義7：認識相違度

教師と学習者集団の各学習課題への達成経路の相違度を  $IRS$  分析から得られる情報をもとに表すと、認識比較箇所総数を  $N$ 、相違箇所総数を  $A$  とすると認識相違度  $D_A$  は

$$D_A = \frac{A}{N} \quad (13)$$

で表される。

本分析法で得られる本質的認識の相違箇所、すなわち認識グラフの基底の総数を  $B$  としたとき、本分析法による認識相違度  $D_B$  は

$$D_B = \frac{B}{N} \quad (14)$$

で表される。

認識相違度は  $0 \leq D_A \leq 1, 0 \leq D_B \leq 1$  の範囲の値をとり, 1に近づくほど認識相違の度合いが大きい。また,  $D_A \geq D_B$  である。

定義 8: 減少率  $DR$

$D_A$  と  $D_B$  の比を減少率  $DR$  として以下のように表す。

$$DR = \frac{D_B}{D_A} = \frac{B}{A} \quad (15)$$

ただし,  $1/A \leq DR \leq 1$  である。特別な場合として  $DR = 1/A$  となるのは認識グラフの基底がただ一つだけのときであり,  $DR = 1$  となるのは認識グラフの全ノードが基底となるときである。

減少率  $DR$  は, 本分析法から得られる指導箇所が  $IRS$  分析のみを利用した場合に得られる指導箇所と比べて, どの程度指導箇所が減少したかを表している。

### 3. FISM経路比較分析法

教材  $TM$  に関して教師側と学習者集団側の各テスト項目への達成経路を構造グラフによって表し, 両者の認識の相違をグラフを用いて比較する。

本論文で提案する分析法は, 以下のステップで構成されている。

{ F I S M 経路比較分析 }

begin

1. テスト項目集合決定プロセス;
2. 教師側教材認識モデル作成プロセス ( $T$  プロセス);
3. 学習者側教材認識モデル作成プロセス ( $S$  プロセス);
4. 比較プロセス;

end.

以下に各ステップについて説明する。

#### 3.1 テスト項目集合決定プロセス

教師は紙面や試験時間等の制約を考慮し, 学習課題を含有した有限個の要素からなるテスト項目集合  $T$  を決定する。

#### 3.2 教師側教材認識モデル作成プロセス

教師側教材認識モデル作成プロセス (以後,  $T$  プロセスと表記する) は, 分析対象を有限なテスト項目集合  $T$  と  $T$  上の二項関係 (反射的かつ推移的)  $R$  の組  $\langle T, R \rangle$  として教材  $TM$  を決定する過程である。

教師は決定されたテスト項目集合  $T$  について,  $T$  を構成する要素すなわち各テスト項目の一对比較

により関係 $R$ を決定する。

$T$ プロセスは次の各ステップで構成されている。

- step 2.1:** 各テスト項目の一对比較によりテスト項目集合上の関係 $R$ を決定し、可到達行列 $M_T$ で表現する。
- step 2.2:**  $M_T$ の推移的リダクション $M_T'$ を作成する。
- step 2.3:** 教師側の教材 $TM$ に対する認識を $M_T'$ をもとに構造グラフ $G_T$ として表す。

教師が意図した構造になるまで、step 2.1からstep 2.3までを繰り返す、満足のいく構造が得られた時点で終了する。

### 3. 3 学習者側教材認識モデル作成プロセス

学習者側教材認識モデル作成プロセス(以後、 $S$ プロセスと表記する)では、テスト項目に対する学習者の反応パターンからテスト項目間の達成順序をIRS分析を用いて判断する。 $S$ プロセスで得られる構造グラフ $G_S$ によって学習者のテスト項目 $t_i$ の達成経路 $p_i$ が明らかとなる。なお、各テスト項目は $T$ プロセスにおいて作成した構造グラフの各ノードに対応している。

$S$ プロセスは、以下のステップで構成されている。

- step 3.1:** 当該学習単元を終了後、step 1で決定したテスト項目集合 $T$ により試験を実施する。
- step 3.2:**  $2 \times 2$ 分割表<sup>1)</sup>を作成する。
- step 3.3:** テスト項目集合上の関係 $S_\mu$ を項目順序性係数により判断し、しきい値を決めて隣接行列 $A_S$ を得る。
- step 3.4:**  $A_S$ から可到達行列 $M_S$ を作成する。
- step 3.5:**  $M_S$ の推移的リダクション $M_S'$ を作成し、 $M_S'$ をもとに教材 $TM$ を構造グラフ $G_S$ として表す。

### 3. 4 比較プロセス

比較プロセスでは、比較行列 $C$ において、ブール変数 $y$ で表される認識相違箇所<sup>2)</sup>の集合上の含意関係<sup>3)</sup>の計算をもとに、両者の達成経路の相違箇所及びその構造を明らかにする。

含意計算とはグラフの連結性から次の関係を満足するテスト項目の四つ組をそれぞれ求めることを指す。すなわち、(1) $y_{ij} = 1$ ならば $y_{pq} = 1$ 、(2) $y_{ij} = 1$ ならば $y_{pq} = 0$ 、(3) $y_{ij} = 0$ ならば $y_{pq} = 0$ 、である。

例えば(1)は、テスト項目 $t_i$ と $t_j$ の関係が教師と学習者集団との間で認識が異なっていた場合、 $t_i$ が $t_j$ の下位項目であるとの認識が形成された場合に、グラフの連結性から論理的にテスト項目 $t_p$ が $t_q$ の下位項目であると認識されることを示している。

比較プロセスは、以下のステップで構成されている。

- step 4.1:**  $M_T$ と $M_S$ の比較行列 $C$ <sup>3)</sup>を作成する。
- step 4.2:** 比較行列 $C$ のブール変数 $y$ で表される認識相違箇所間の含意関係を計算し、随伴含意行列<sup>3)</sup>

を作成する。

**step 4.3:** 一致グラフ<sup>3)</sup>を描く。

**step 4.4:** 教師側及び学習者側認識グラフ<sup>3)</sup>を描く。

この比較プロセスにおいて、教師は一度に最も多くの認識相違を解消する各テスト項目の論理的関係の種類と箇所についての情報を得ることができる。この情報をもとに再指導を行うことによって教師と学習者との間でテスト項目の達成経路が一致すると期待される。

比較行列は教師と学習者集団との各テスト項目への達成経路の認識相違箇所と認識一致箇所を表したものである。

一致グラフは認識相違箇所の含意をグラフで表したものである。すなわち、ある認識相違箇所に指導を加えた場合の他の認識相違箇所への波及効果を表すものである。認識相違箇所の集合は互いに影響を及ぼさない複数個のカテゴリーに分割される場合がある。

認識グラフは、一致グラフの各頂点に値1あるいは0を割り当てることによって教師と学習者集団の認識相違の解消の構造を論理的に明らかにするものであり、教師側と学習者側にそれぞれ一つずつ作られる。認識グラフを解析することにより、一致グラフ上に表されている認識相違箇所の依存関係が明らかとなる。

認識グラフの基底集合は他の変数値にも依存せず、独立に値が定まる要素の集合である。

IRS分析のみを用いた場合は教師が学習者とのテスト項目の達成経路の相違を解消しようとする場合、全ての認識相違箇所の内容について一つずつ再指導を行わなければならないが、認識グラフの基底の箇所の内容のみの再指導で認識相違を解消できると期待されるので教師の負担が軽減される。

特殊な場合として、一致グラフの基底集合の要素数が全認識相違箇所数と等しいとき、すなわち全ての認識相違箇所が互いに直接関連の無い場合には、再指導は全認識相違箇所数のそれぞれについて考慮しなければならない。逆に基底集合の要素数が一つの場合、すなわち全ての認識相違箇所が直接あるいは間接的に関連のある場合には再指導はただ一つの認識相違箇所についてのみ考慮すれば良いといえる。

ところで、本論文では認識の相違箇所の出現は、次の1~4の何れかの状況が欠けることに起因すると考える。すなわち、1. 教師の各学習課題の指導が十分であった、かつ学習者が十分に教師の指導を吸収した。2. テスト項目すなわち学習課題の選択が適切であった。3. 教師の認識している各学習課題への達成経路が適切であった。4. 学習課題の系列化、すなわち各学習課題の提示順序が適切であった。

これらの原因のうち、いずれか一つのみが不成立と仮定できる場合、認識相違度はその状況の欠損程度を表わしているものと解釈できる。例えば、1, 2, 3のそれぞれが理想的な状態のとき、すなわち教師の各学習課題の指導が十分であり、かつ学習者が十分に教師の指導を吸収し、さらに教師の学習課題の選択および教師の各学習課題への達成経路の設定が適切であったにも関わらず認識の相違が起きた場合は、学習課題の系列化に問題があったと考える。また、1, 3, 4のそれぞれが理想的な状態のとき、すなわち教師の各学習課題の指導が十分であり、かつ学習者が十分に教師の指導を吸収し、さらに教師の各学習課題への達成経路の設定および学習課題の系列化が適切であったにも関わらず、認識の相違が起きた場合は、教材の構成要素として教師が選択した学習課題が不適当であったと解釈する。

認識相違度の値が高ければ、上述のような認識相違の原因の欠損状況が著しいと解釈する。



## 4. LISP言語学習への適用

プログラミング言語の一つであるLISPの学習の講義に対して本論文で提案する分析法を適用し教師側の予想するテスト項目の達成経路と学習者側の実際の達成経路の比較を行った。

対象とする講義は半年間にわたって具体的な関数の定義を通してLISPの基礎的な文法を学習するものであった。なお、受講者は大学3年生65人である。

step 1: テスト項目集合  $T$  の決定

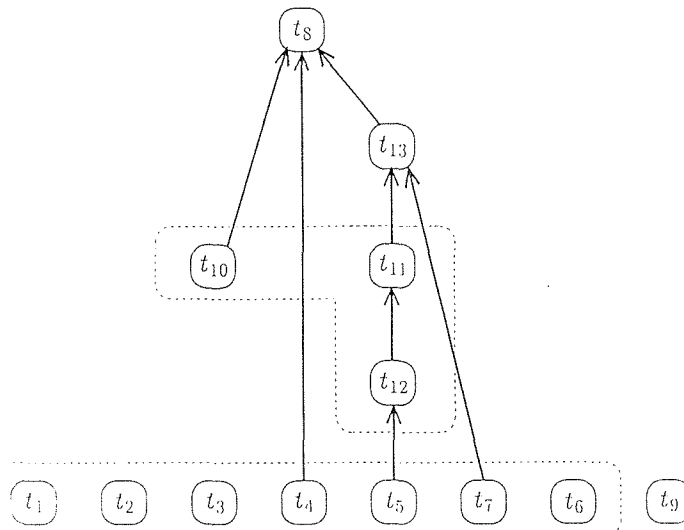
LISPに関する13個の項目からなるテスト項目集合  $T$  を決定した。テスト項目と学習課題の対応は表3に示す。表の左側は学習課題を示し、右側は学習課題に対応するテスト項目を示している。

表3 学習課題とテスト項目の対応

学習課題	テスト項目
$\ell_1$ : 基礎的な関数の挙動を理解できる。	$t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7$
$\ell_2$ : 局所変数の定義を読み取ることができる。	$t_9$
$\ell_3$ : 局所変数を定義できる。	
$\ell_4$ : 条件構文を含んだ関数定義を読み取ることができる。	$t_{12}$
$\ell_5$ : 条件構文を含んだ関数を定義することができる。	$t_{10}, t_{11}$
$\ell_6$ : 初歩的な関数定義を読み取ることができる。	
$\ell_7$ : 初歩的な関数を定義できる。	
$\ell_8$ : 再帰的な関数定義を読み取ることができる。	$t_{13}$
$\ell_9$ : 再帰的な関数を定義できる。	$t_8$

step 2:  $T$  プロセス

教師は学習課題について自らの概念をもとに、先に決定したテスト項目集合  $T$  上の関係  $R$  を決定した。教師側の教材に対する認識を図1の構造グラフ  $G_T$  として表す。なお、グラフの下部の点線で囲まれたテスト項目は、学習課題  $\ell_1$  を、またその上の点線で囲まれたテスト項目は、学習課題  $\ell_5$  を中心に据えた内容であることを示している。

図1 教材に対する教師側の構造グラフ  $G_T$

step 3: Sプロセス

テスト項目集合  $T$  を試験問題として当該学習単元を終了後試験を実施した。2 × 2 分割表から項目順序性係数を算出しテスト項目集合上の関係  $S$  を判断し、隣接行列  $A_S$  を得る。なお、項目順序性係数のしきい値は 0.4 とした。

$A_S$  から可到達行列  $M_S$  を求め、 $M_S$  の推移的リダクション  $M'_S$  を作成し、学習者の教材  $TM$  に対する認識を  $M'_S$  をもとに図 2 の構造グラフ  $G_S$  として表す。構造グラフ中にある実線で囲まれた四つのテスト項目はグラフ理論の用語を用いれば強連結の部分にあたる。強連結部分のテスト項目は互いに達成のための必要条件となっていると解釈する。

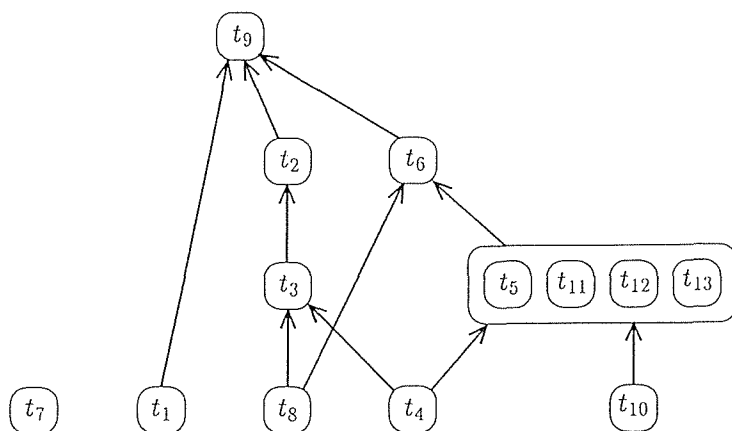


図 2 教材に対する学習者側の構造グラフ  $G_S$

step 4: 比較プロセス

$M_T$  と  $M_S$  の比較行列  $C$  (図 3) を作成する。比較行列  $C$  から教師と学習者集団との間には 43 箇所のテスト項目間の論理的関係に関する認識の相違があることがわかった。

$$\begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & y_{1,9} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & y_{2,9} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & y_{3,2} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & y_{3,9} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & y_{4,2} & y_{4,3} & 1 & y_{4,5} & y_{4,6} & 0 & y_{4,8} & y_{4,9} & 0 & y_{4,11} & y_{4,12} & y_{4,13} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & y_{5,6} & 0 & y_{5,8} & y_{5,9} & 0 & 1 & 1 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & y_{6,9} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & y_{8,2} & y_{8,3} & 0 & 0 & y_{8,6} & 0 & 1 & y_{8,9} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & y_{10,5} & y_{10,6} & 0 & y_{10,8} & y_{10,9} & 1 & y_{10,11} & y_{10,12} & y_{10,13} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & y_{11,5} & y_{11,6} & 0 & y_{11,8} & y_{11,9} & 0 & 1 & y_{11,12} & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & y_{12,5} & y_{12,6} & 0 & y_{12,8} & y_{12,9} & 0 & 1 & 1 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & y_{13,5} & y_{13,6} & 0 & y_{13,8} & y_{13,9} & 0 & y_{13,11} & y_{13,12} & 1
 \end{pmatrix}$$

図 3 比較行列  $C$

認識相違箇所間の含意関係の計算から随伴含意行列を作成し、随伴含意行列を基に一致グラフを描く。ここで、二つ以上の認識相違箇所からなるカテゴリーの集合を $D_c$ 、一つの認識相違箇所のみからなるカテゴリーの集合を $I_c$ で表すこととする。図4の一致グラフは $I_c$ に属する認識相違箇所を省略して表示したものである。グラフの実線は認識相違箇所 $y_{ij}$ に1を与えたとき、他の認識相違箇所 $y_{pq}$ を1とする含意を意味する有向辺を表し、破線は認識相違箇所 $y_{ij}$ に1を与えたとき、他の認識相違箇所 $y_{pq}$ を0とする含意を意味する無向辺を表す。

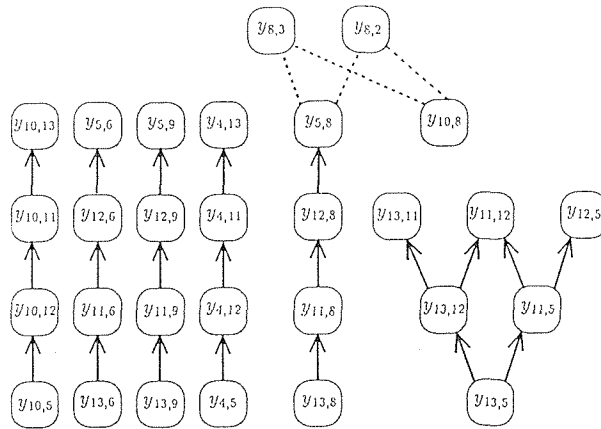


図4 一致グラフ

例えば、頂点 $y_{13,8}$ に注目すると、 $t_{13}$ と $t_8$ に関して、教師が $t_{13}$ が $t_8$ の知識を必要とするという認識形成を促せば、 $t_{11}$ と $t_8$ に関して、 $t_{11}$ が $t_8$ の下位項目であるというように学習者に理解される。また、頂点 $y_{5,8}$ に注目すると、 $t_5$ と $t_8$ に関して、 $t_5$ が $t_8$ の下位項目であるという認識形成を促せば、 $t_5$ と $t_8$ に関して $t_5$ は $t_8$ の下位項目ではないことが理解されると考えられる。

含意計算からこれら43個の相違箇所は互いに直接には関係の無い20のカテゴリーに分割されていることがわかる。今回の例では $D_c$ の要素数は6、 $I_c$ の要素数は14であった。

一致グラフから図5の教師側認識グラフ及び図6の学習者側認識グラフを得る。ただし、図5と図6は $I_c$ に属する認識相違箇所を省略して表示したものである。認識グラフのノード記号 $y_{i,j}$ は $y_{i,j}=1$ 、ノード記号 $i, j$ は $y_{i,j}=0$ であることを表している。例えば $y_{13,8}$ について言えば、教師側認識グラフでは頂点 $y_{13,8}$ で表されており、これは教師が $t_{13} \rightarrow t_8$ と認識していることを表している。

また学習者側認識グラフでは $y_{13,8}$ で表されており、これは実際には学習者が $t_{13} \rightarrow t_8$ と認識していることを表している。

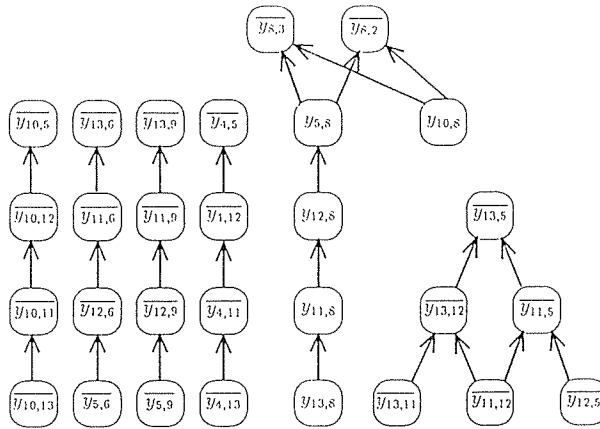


図5 教師側主張グラフ

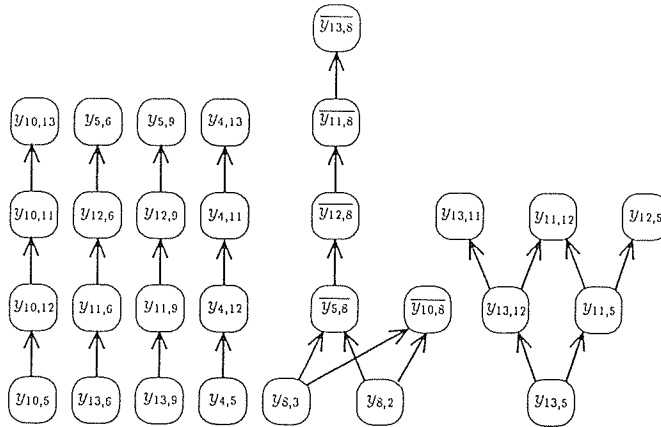


図6 学習者側認識グラフ

$D_C$ に含まれる29個の認識相違箇所は教師側の認識グラフの基底である9個の認識相違箇所の内容についてのみ指導を行えば残りの20個の認識相違箇所は全て解消すると期待できる。

認識相違度は、相違箇所の総数が43、認識グラフの基底の総数は図5の教師側認識グラフの基底と  $I_C$ の要素数の和で23なので、従来の方法から得られる情報を使用した場合、

$$D_A = \frac{A}{N} = \frac{43}{156} \cong 0.28 \tag{16}$$

と表されるが、本分析法による場合は

$$D_B = \frac{B}{N} = \frac{23}{156} \cong 0.15 \tag{17}$$

と表される。

したがって、減少率  $DR$  は

$$DR = \frac{D_B}{D_A} = \frac{0.15}{0.28} = 0.53 \tag{18}$$

となり指導箇所はおよそ半分に減少しているといえる。

## 5. おわりに

本論文では、学習者の理解度を推定するために多角的な視野を持つことが重要であるとの見地から従来の正答率に注目する視点に加えて、教師の教材構造の認識が授業を通して学習者の中にどの程度近似して形成されているかを分析する方法を提案し、適用結果を報告した。主要点をまとめると次の通りである。

(1) テスト項目の達成経路について、教師と学習者集団の認識の相違箇所と再指導の波及効果を明らかにし、効果的な再指導の箇所を指摘する方法を提案した。本分析を用いることで、指導箇所が減少することを示した。

(2) 本分析法を実際にコンピュータ言語の一つである *LISP* の講義に対して適用した結果、その有効性を確かめた。

### 参考文献

- 1) 竹谷 誠:教育評価に利用するテストの項目関連構造分析, 電子通信学会論文誌, *J62-D* (7), pp. 451-458, (1979).
- 2) Warfield, J. N.: *Toward Interpretation of Complex Structural Models*, *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, Vol. SMC-4, pp. 405-417, (1974).
- 3) 大内 東, 栗原正仁: *FISM*による合意モデル構築支援, 情報処理学会論文誌, Vol. 32, No. 2, (1991).
- 4) Aho, A. V., Garey, M. R. and Ullman, J. D.: *The Transitive Reduction of A Directed Graph*. *SIAM J. Comput.*, Vol. 1, No. 2, pp. 131-137, (1972).