



Title	近縮退4光波混合を用いた位相共役鏡の画像再生特性に対する媒質開口の影響
Author(s)	岡本, 淳; 三島, 瑛人
Citation	北海道大學工學部研究報告, 168, 11-19
Issue Date	1994-02-21
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/42413
Type	bulletin (article)
File Information	168_11-20.pdf



[Instructions for use](#)

近縮退 4 光波混合を用いた位相共役鏡の 画像再生特性に対する媒質開口の影響

岡 本 淳 三 島 英 人

(平成 5 年 9 月 29 日受理)

Effect of Aperture Size on Image Reconstruction Characteristics of Phase Conjugator via Nearly Degenerate Four-Wave Mixing

Atsushi OKAMOTO, Teruhito MISHIMA

(Received September 29, 1993)

Abstract

Image reconstruction with phase conjugation via nearly degenerate four-wave mixing is studied. An equation describing the dependence of the conjugate image location on the wavelength detuning is derived. The reconstructed images of distorted probe object are calculated. The result shows that the quality of the reconstructed images is limited by the aperture size, as well as, by the detuning.

1. ま え が き

光波の進行方向に対する空間的波面の変化と進行方向を反転した波である位相共役波は、その特異な性質から種々の応用が期待されている。その中でも、波長の若干異なるプローブ光とポンプ光を用いる近縮退 4 光波混合 (Nearly Degenerate Four-Wave Mixing; NDFWM)¹⁾ によって位相共役波を発生する研究が最近行われている^{2),3)} NDFWM の特性は応用上重要であるばかりではなく、縮退 4 光波混合 (Degenerate Four-Wave Mixing; DFWM) における過渡応答特性などとの関連を考える上でも興味深い。すでに、3 次非線形感受率の波長依存性やこれを利用した位相共役鏡 (Phase Conjugate Mirror; PCM) の波長変換特性および狭帯域フィルタ特性等について検討されている⁴⁾⁻⁶⁾しかし、位相共役鏡本来の特長である位相補正作用やその画像品質については、報告例が少なく多くの問題が残されている。

本論文では、位相共役波を各種画像処理に応用する場合に重要と思われる位相共役鏡の回折像とその画像再生特性を、フレネル回折積分の手法とこれに基づく数値シミュレーションによって新たに解析する。これは文献⁷⁾の内容を詳細に述べるとともに、開口の大きさに関する新たな計算結果を加えて統一的に考察したものである。

回折積分を用いた位相共役鏡の特性解析は、既に、R. W. Hellwarth によって報告されている⁸⁾しかし、彼の論文では、ポンプ光強度と位相共役反射率との関係に重点がおかれ、回折像の特性については考察されていなかった。これに対し、著者らは既に、非縮退 4 光波混合においてプローブ光と位相共役光の像面の位置を表す結像式を空間周波数伝達関数から導いている⁹⁾また、DFWM における各種回折像の数値計算を行ってきた^{10),11)}本論文では、まず、NDFWM にお

ける結像式を新たにフレネル回折積分の手法を用いて導出する。次に、位相共役鏡の画像再生特性を調べるために、光路上に位相歪物体 (Phase Distorter) の回折面を配置したモデルを用い、ポンプ波長とプローブ波長の離調が位相共役鏡による再生像に及ぼす影響を数値計算によって明らかにする。特に、開口寸法の異なる非線形光学媒質を用いた場合の位相共役像を計算し、媒質開口が位相共役鏡の画像再生特性に与える影響を検討する。

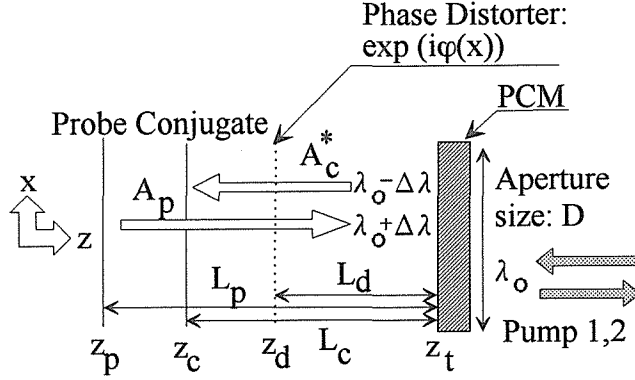


図 1 位相共役鏡と像面の配置

2. フレネル回折積分による結像式の導出

位相共役鏡の座標系を図 1 に示す。位相共役鏡へ入射するプローブ光の伝搬方向を z 軸にとり、ビームの横方向を x 軸にとる。最初、物体面 (z_p) のプローブ像 $A_p(x, z_p)$ は右方向に距離 L_p だけ伝搬し、位相共役鏡の回折面 (z_t) に入射する。この回折面におけるプローブ像の電界 $A_p(x, z_t)$ は、フレネル回折積分によって

$$A_p(x, z_t) = \sqrt{\frac{i}{\lambda_p L_p}} \exp(-ik_p L_p) \int_{-\infty}^{+\infty} dx_p A_p(x_p, z_p) \exp\left\{-ik_p \frac{(x-x_p)^2}{2L_p}\right\} \quad (1)$$

与えられる。ここで、 λ_p および k_p はそれぞれプローブ光の波長と波数であり、 $\lambda_p = 2\pi/k_p$ を満たす。また、 i は虚数単位を表す。次に、プローブ光と 2 つのポンプ光との 4 光波混合過程によって発生した位相共役光は、図の左方向に距離 L_c 伝搬し、観測面 (z_c) において位相共役像 $A_c^*(x, z_c)$ を生ずる。これを表す回折積分式は

$$A_c^*(x, z_c) = \sqrt{\frac{-i}{\lambda_c L_c}} \exp(ik_c L_c) \int_{-\infty}^{+\infty} dx_t A_c^*(x_t, z_t) \exp\left\{ik_c \frac{(x-x_t)^2}{2L_c}\right\} \quad (2)$$

である。但し、 λ_c および k_c は発生する位相共役光の波長と波数を表す。また、 $A_c^*(x, z_t)$ は位相共役鏡の位置における共役光電界を表し、プローブ光との関係は

$$A_c^*(x, z_t) = r(x, z_t) A_p(x, z_t) \quad (3)$$

で与えた。ここで、 $r(x, z_t)$ は位相共役鏡のレスポンスを表す窓関数である。2 つの縮退したポンプ光の波長を、ポンプ光に対するプローブ光の離調を $\Delta\lambda = \lambda_p - \lambda_o$ で表し

$$\Delta\lambda = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_o} \quad (4)$$

とおくと、プローブ光の波長は

$$\lambda_p = \lambda_o (1 + \Delta\lambda) \quad (5)$$

と書ける。NDFWM においては、 $|\Delta\Lambda| \ll 1$ であるから、発生する位相共役光の波長は

$$\lambda_p = \lambda_o(1 - \Delta\Lambda) \quad (6)$$

で与えられる⁴⁾

式(1)-(6)を用いると、元のプローブ像と観測される位相共役像との関係を表す

$$A_c^*(x, z_c) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_p \lambda_c L_p L_c}} \exp(-ik_p L_p + ik_c L_c) \exp\left(-ik_c \frac{x^2}{2L_c}\right) \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} dx_p A_p(x_p, z_p) \exp\left(-ik_p \frac{x_p^2}{2L_p}\right) I_t \right\} \quad (7)$$

が得られる。但し

$$I_t = \int_{-\infty}^{+\infty} dx_t r(x_t, z_t) \exp\left(-i\alpha \frac{x_t^2}{2} + i\beta x_t\right) \quad (8)$$

であり、上式右辺において

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda_o} \left(\frac{1 - \Delta\Lambda}{L_p} - \frac{1 + \Delta\Lambda}{L_c} \right) \quad (9)$$

および

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_o} \left\{ (1 - \Delta\Lambda) \frac{x_p}{L_p} - (1 + \Delta\Lambda) \frac{x}{L_c} \right\} \quad (10)$$

とおいた。式(8)は、窓関数とガウス関数の積のフーリエ変換と考えられるので、これを各々の関数のフーリエ変換のコンボリューションの形にすることができる。2つの関数のフーリエ変換はそれぞれ

$$R(\beta) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx_t r(x_t, z_t) \exp(i\beta x_t) \quad (11)$$

および

$$2\pi\delta(\beta; \mu) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx_t \exp\left(-i\alpha \frac{x_t^2}{2}\right) \exp(i\beta x_t) \quad (12)$$

となる。但し、関数 $\delta(\beta; \mu)$ を

$$\delta(\beta; \mu) = \frac{\mu}{\sqrt{\pi}} \exp(-\mu^2 \beta^2) \quad (13)$$

および

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{2i\alpha}} \quad (14)$$

によって定義した。以上より、式(8)の積分 I_t は、

$$I_t = R(\beta) * 2\pi\delta(\beta; \mu) \quad (15)$$

と表すことができ、観測面における位相共役光の回折像は

$$A_c^*(x, z_c) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_p \lambda_c L_p L_c}} \exp(-ik_p L_p + ik_c L_c) \exp\left(ik_c \frac{x^2}{2L_c}\right) \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} dx_p A_p(x_p, z_p) \exp\left(-ik_p \frac{x_p^2}{2L_p}\right) [R(\beta) * 2\pi\delta(\beta; \mu)] \right\} \quad (16)$$

となる。一例として、位相共役鏡の窓関数が矩形開口である場合を仮定し、関数

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1 & (x \leq 1) \\ 0 & (x > 1) \end{cases} \quad (17)$$

を用いると

$$r(x, z_t) = R \text{rect}\left(\frac{2x}{D}\right) \quad (18)$$

と書ける。ここで、 R は位相共役反射率、 D は開口寸法を表す。この場合、窓関数のフーリエ変換は

$$R(\beta) = \frac{RD}{2\pi\beta} \sin(\pi\beta) \quad (19)$$

となり、位相共役光の回折像として

$$A_c^*(x, z_c) = \frac{RD}{\sqrt{\lambda_p \lambda_c L_p L_c}} \exp(-ik_p L_p + ik_c L_c) \exp\left(ik_c \frac{x^2}{2L_c}\right) \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} dx_p A_p(x_p, z_p) \exp\left(-ik_p \frac{x_p^2}{2L_p}\right) \left[\frac{\sin(\pi\beta)}{\beta} * \delta(\beta; \mu) \right] \right\} \quad (20)$$

が得られる。

NDFWM における離調 $\Delta\Lambda$ の影響を調べるために、位相共役鏡の開口寸法が十分に大きく、かつ、開口内における反射率が 1 に等しい場合を仮定する。窓関数のフーリエ変換は

$$R(\beta) = \delta(\beta) \quad (21)$$

となる。これを式(13)に代入すると

$$\begin{aligned} I_t &= \delta(\beta) * 2\pi\delta(\beta; \mu) \\ &= 2\pi\delta(\beta; \mu) \end{aligned} \quad (22)$$

が得られる。完全結像を仮定するするときには、上式右辺の $\delta(\beta; \mu)$ が δ 関数になる必要がある。このためには、 $\mu \rightarrow \infty$ 、つまり、 $\alpha \rightarrow \infty$ でなければならない。従って、式(9)より

$$\begin{aligned} L_c &= \frac{1 + \Delta\Lambda}{1 - \Delta\Lambda} L_p \\ &= (1 + 2\Delta\Lambda) L_p \end{aligned} \quad (23)$$

が、発生する位相共役像の結像位置を与える。NDFWM においては $\Delta\Lambda \neq 0$ であるから、発生する位相共役像と元のプローブ像の位置にずれが生ずる。また、DFWM においては $\Delta\Lambda = 0$ であり、両像面は一致する。光路上に位相歪物体が存在せず、式(23)の結像式が成立する場合、位相共役光の回折像は

$$A_c^*(x, z_c) = \exp\left(i\frac{8\pi}{\lambda_o} \Delta\Lambda L_p\right) A_p(x, z_t) \quad (24)$$

となる。NDFWM においては像面にわたり一定の位相差が生ずることを除けば、DFWM の場合と同様にプローブ像と位相共役像は一致する。

3. 画像再生の数値計算結果

NDFWM において生ずる像面のずれは、光路上の各点でのプローブ光と位相共役光の波面が完全には一致していないことを示している。これは位相共役波の最も基本的な特性である画像再生作用に大きな影響を及ぼすものと考えられる。ここではこの影響を数値シミュレーションによって検討する。

図 1 において、光路上に透過率 $\exp\{i\phi(x)\}$ を持つ位相歪物体の回折面 (z_d) を位相共役鏡からの距離 L_d に配置して画像再生系を構成する。2つの平面波ポンプ光は 3 次非線形媒質に対して対向伝搬している。プローブ光は、図 2 (a) に示すビーム径 10 mm の平面波を用いる。同図の横軸は像面の横座標 x を表し、縦軸は相対的な光強度を表す。位相歪 $\exp\{i\phi(x)\}$ は図 2 (b) に示す特性の 2 値ランダム位相シフタを用いる。図 2 (c) は位相歪を透過したプローブ光の位相共役鏡面 (z_c) における像分布を表す。複数の異なる開口寸法 D と離調 $\Delta\Lambda$ に対する位相共役光の回折像 (プローブ光の再生像) を計算した結果を図 3 および図 4 に示す。各パラメータは、 $\lambda_o=0.515 \mu\text{m}$, $L_p=2.0 \text{ m}$, $L_d=1.0 \text{ m}$, 位相共役鏡の開口寸法 $D=20 \text{ mm}$ (図 3) および $D=12 \text{ mm}$ (図 4), 位相共役反射率 $R=1.0$ とした。図 3 (a) は、DFWM の場合に相当し、回折像に残留する歪成分は、位相共役鏡の有限な開口寸法によるものである。同図 (b) は $\Delta\Lambda=0.05\%$, $L_c-L_p=2.0 \text{ mm}$, 同図 (c) は $\Delta\Lambda=0.1\%$, $L_c-L_p=4.0 \text{ mm}$, 同図 (d) は $\Delta\Lambda=0.2\%$, $L_c-L_p=8.0 \text{ mm}$, 同図 (e) は $\Delta\Lambda=0.5\%$, $L_c-L_p=20.0 \text{ mm}$ である NDFWM の場合であり、ポンプ光とプローブ光の離調 $\Delta\Lambda$ の増加に伴い回折像に残留する歪成分も明らかに増加している。図 3 に示す $D=20 \text{ mm}$ の場合には、DFWM とほぼ同等の画質を得るために許容される離調 $\Delta\Lambda$ は 0.1% 程度であることがわかる。これに対し、図 4 に示す開口寸法 $D=12 \text{ mm}$ の場合には、有限な開口寸法による画像の劣化が大きいため、離調 $\Delta\Lambda$ の増加に伴う歪み成分の増加が図 3 と比較して穏やかである。離調 $\Delta\Lambda$ の再生画像に対する影響は開口の大きな位相共役鏡ほど顕著に現れることがわかる。

4. む す び

本論文では、NDFWM における結像位置と回折像について検討した。光路上に位相歪が存在しない場合には、NDFWM の回折像は像面にわたり一定の位相差が生ずる点を除いて DFWM と同等の特性を示す。但し、プローブ光に対する位相共役光の結像位置のずれが離調 $\Delta\Lambda$ に比例して増加する。光路上に位相歪が存在する場合には、離調 $\Delta\Lambda$ によって回折像に有限な開口寸法によるものを上回る量の歪成分が残留する。

特に、開口寸法に対する比較は、 $D=20 \text{ mm}$ と $D=12 \text{ mm}$ の二つの場合に対して行った。開口寸法の大きい $D=20 \text{ mm}$ の場合には、媒質開口による回折の影響が小さいため、ポンプ光とプローブ光の離調 $\Delta\Lambda$ の増加に伴う歪成分の増加が顕著に現れた。この場合、DFWM とほぼ同等の画質を得るために許容される離調 $\Delta\Lambda$ は 0.1% 程度である。これに対し、開口寸法の小さな $D=12 \text{ mm}$ の場合には、有限な開口寸法による画像の劣化が大きいため、離調 $\Delta\Lambda$ の増加に伴う歪み成分の増加が $D=20 \text{ mm}$ の場合と比較して明確ではない。この比較より、離調 $\Delta\Lambda$ の増加に伴う画像劣化の特性は、開口寸法の大きな位相共役鏡においてより顕著に現れることが新たに示された。

これらの結果は、NDFWM を含む光学系の基本設計や位相共役鏡の開口寸法と許容されるポンプ波長とプローブ波長の離調の評価に有効である。今後は、画像再生系における位相歪物体の諸パラメータと再生像との関係を解析する予定である。

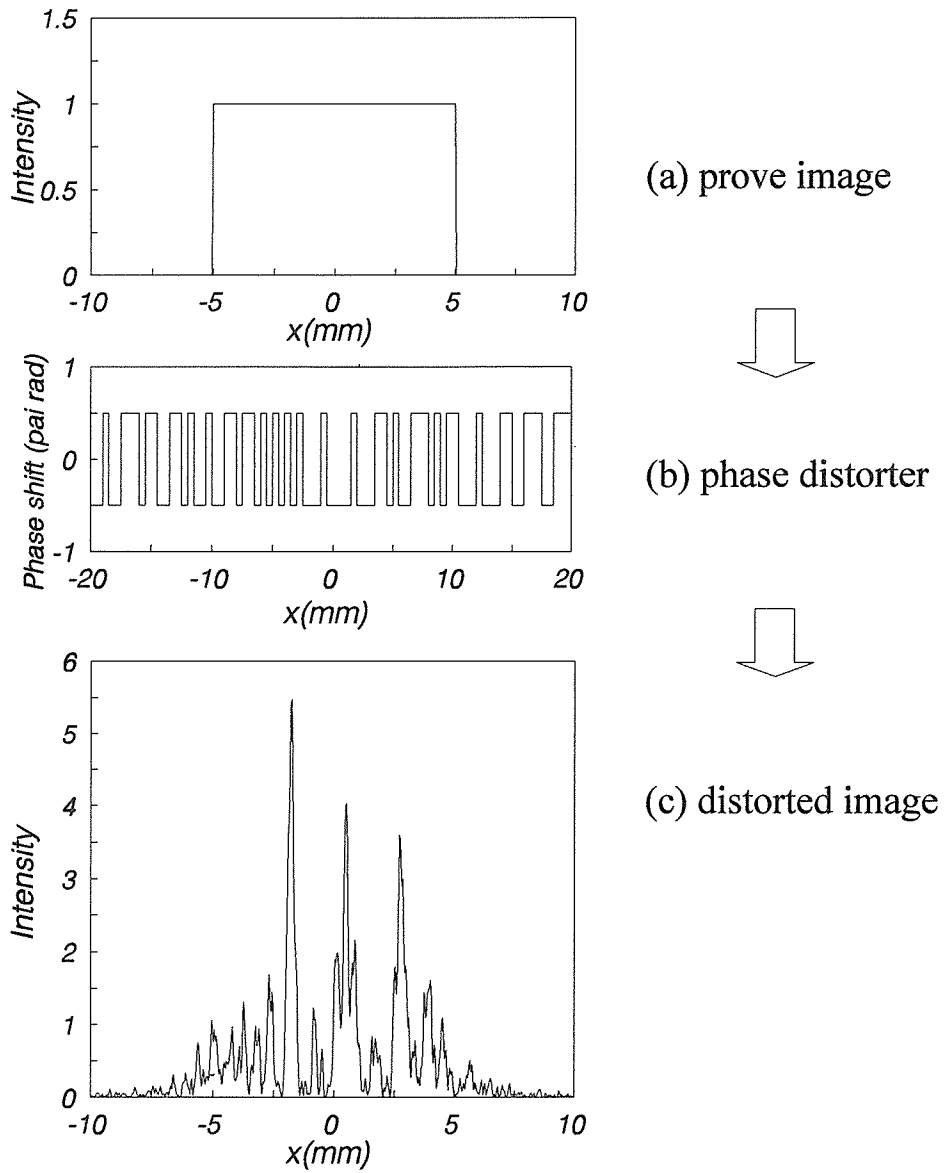


図 2 位相歪物体によってプローブ光が回折される様子

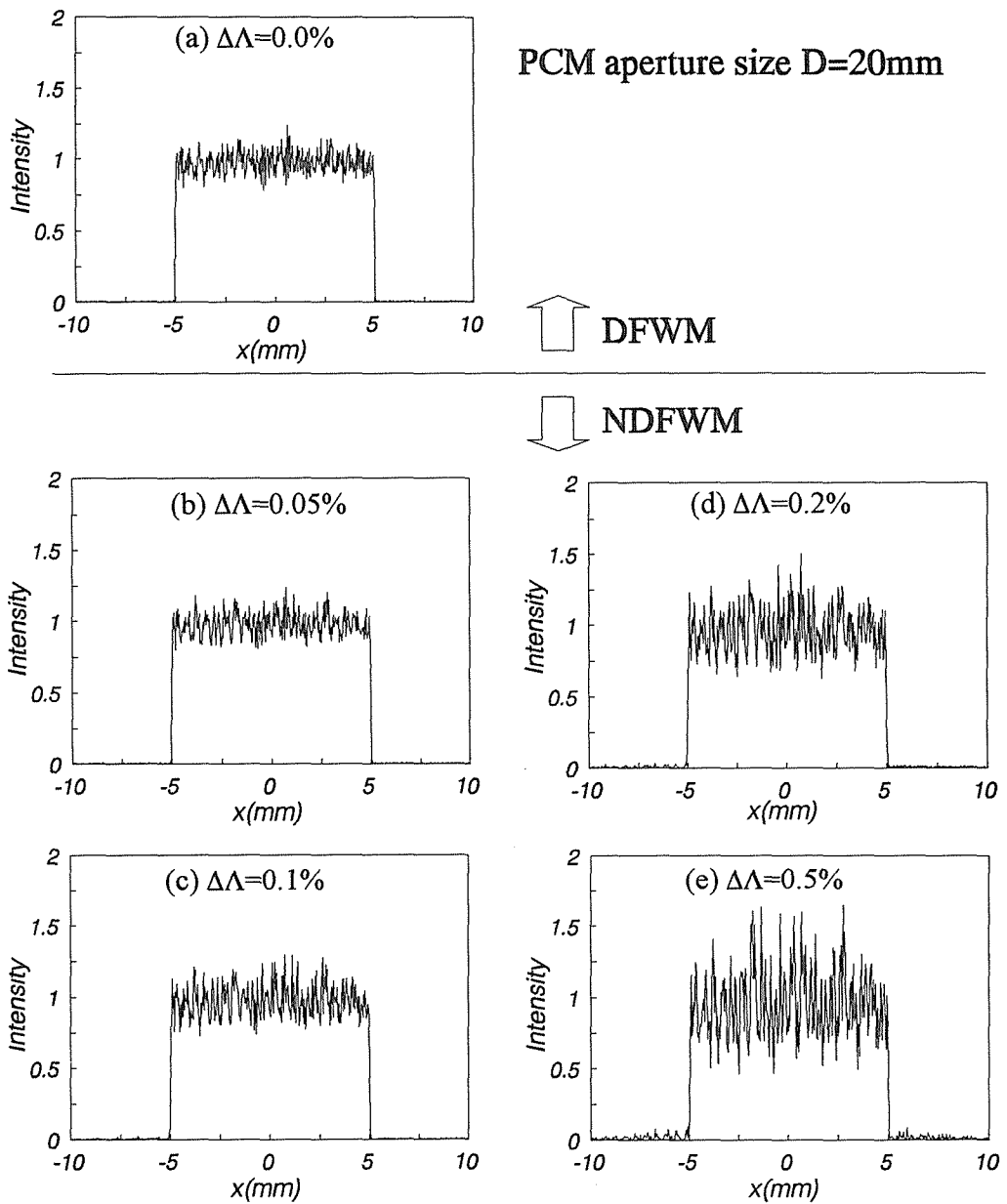


図 3 位相共役像の強度分布 ($D=20\text{ mm}$)

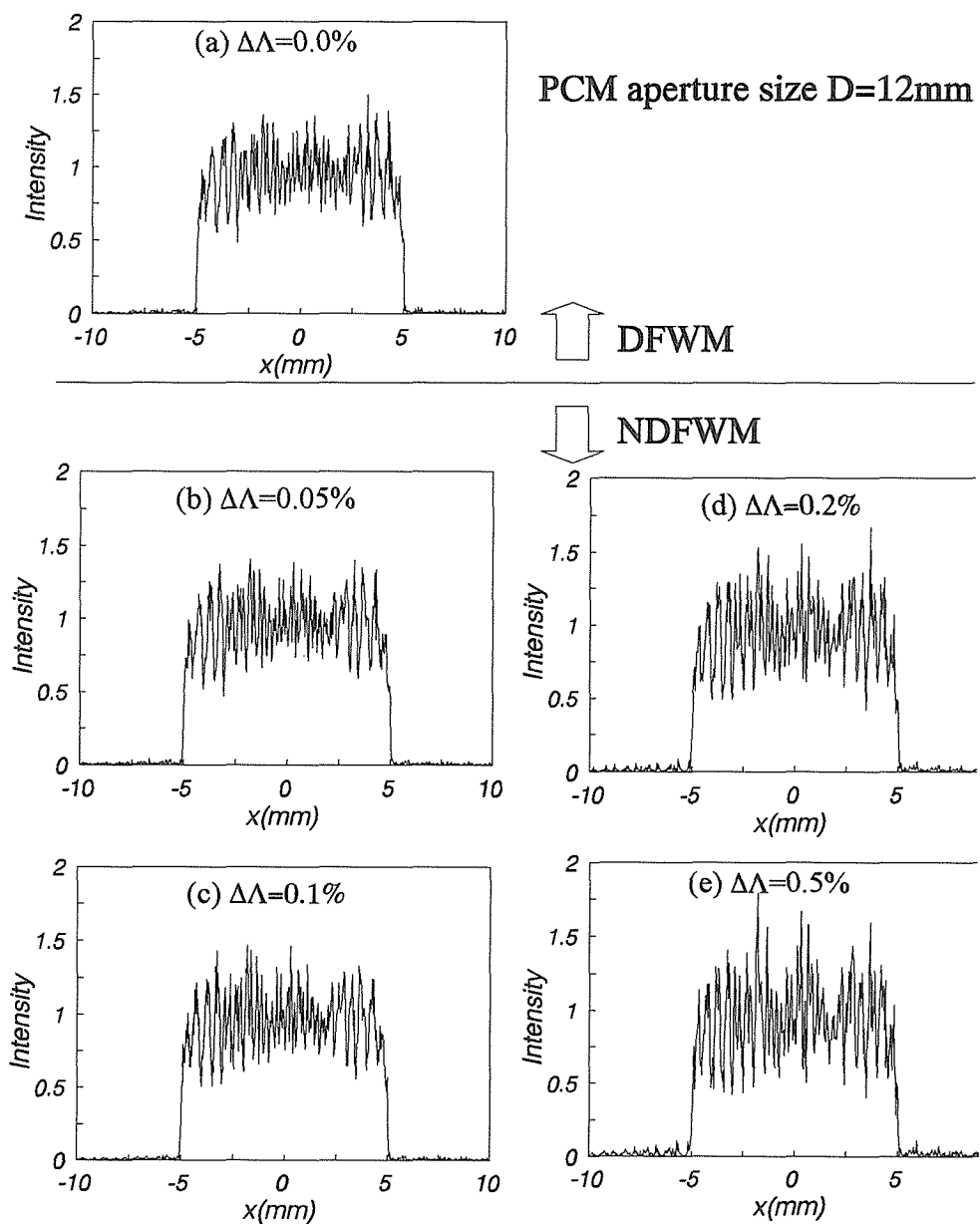


図 4 位相共役像の強度分布 ($D=12\text{mm}$)

謝 辞

本研究に際してご助言いただきました北海道大学工学部電子工学科の武笠幸一教授，北海学園大学工学部の佐藤邦宏助教授ならびに同大学工学部長桜庭一郎教授に深謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 左貝潤一：“位相共役光学”，第3章，朝倉書店(平2)。
- 2) Winter and P. P. Radi：“Nearly degenerate four-wave mixing using phase-conjugate pump beams”，*Opt. Lett.*, 17, 5, pp.320-322 (Mar. 1992)。
- 3) Saxena and P. Yeh：“Mutually pumped phase conjugation in Kerr media and the effects of external seeding”，*J. Opt. Soc. Am. B*, 7, 3, pp.326-334 (Mar. 1990)。
- 4) M. Pepper and R. L. Abrams：“Narrow optical bandpass filter via nearly degenerate four-wave mixing”，*Opt. Lett.*, 3, 6, pp.212-214 (Dec. 1978)。
- 5) C. Lind, D. G. Steel and G. J. Dunning：“Phase conjugation by resonantly enhanced degenerate four-wave mixing”，*Opt. Eng.*, 21, 2, pp.190-198 (Mar.-Apr. 1982)。
- 6) Jin-Xiu Ma, Rong-qing Chen, and Zhi-shan Xu：“Nearly degenerate four-wave mixing in a plasma by the resonance of an electron-plasma wave”，*J. Opt. Soc. Am. B.*, 8, 7, pp.1442-1446 (Jul. 1991)。
- 7) 岡本淳，佐藤邦宏，三島英人，桜庭一郎：“近縮退 4 光波混合を用いた位相共役鏡の画像再生特性”，電子情報通信学会論文誌 C-I, J 76-C-I, 7, pp.277-280 (平 5-07)。
- 8) W. Hellwarth：“Generation of time-reversed wave fronts by nonlinear refraction,” *J. Opt. Soc. Am.*, 67, 1, pp.1-3 (Jan. 1977)。
- 9) A. Okamoto, T. Mishima, and I. Sakuraba：“Optical transfer function and longitudinal image spread of phase conjugation owing to finite frequency bandwidth and finite medium thickness”，*J. Opt. Soc. Am. A*, 9, 8, pp.1285-1288 (Aug. 1992)。
- 10) 岡本淳，佐藤邦宏，三島英人，桜庭一郎：“位相共役鏡を用いた画像再生における回折効果の検討”，電子情報通信学会技術研究報告，OQE 91-34, pp. 13-18 (平 3-06)。
- 11) 岡本淳，佐藤邦宏，三島英人，桜庭一郎：“ガウスビームポンピングによる位相共役鏡の回折像”，電子情報通信学会技術研究報告，OQE 92-84, pp. 61-66 (平 4-08)。