経済学研究 *60－2*
北海道大学 2010.9

根元事象の定義について

園　信太郎

1．事象概念の規定

試行が与えられているとして，その試行がもたらし得る可能な単一の結果の全体は標本空間と呼ばれ，その際各結果は標本点と呼ばれる。標本点は「根元事象，elementary event」とか，要素事象，「単一事象，simple event」などと呼ばれる。つまり，各単一の結果を，その結果自身に言及する事象と見なして，根元事象などと呼ぶのである。

この際次の「事象概念の規定」が導入される。

事象概念の規定。根元事象の集まりを「事象，event」と呼ぶ。特に，空集合は空事象，標本空間は全事象と呼ばれる。

このような事象概念の規定は，既にKolmogorov（1933）で採用されており，つまり標本点を根元事象と見なす流儀を彼は導入しているのである。

2．単集合を使うやりかた

ところが幾つかの書物では，「単集合，singleton」を用いて根元事象を導入しようとする試みが為されている。つまり，各標本点 ω に対して，$\{\omega\}$を根元事象と呼ぶとするのである。このやり方だと，根元事象の集合として事象概念を捉えようとする，上掲の「事象概念の規定」が通用しなくなるのであり，つまり，単集合の「合併」として事象概念が「定義」されることとなる。

仮に実数直線を標本空間とするならば，Kolmogorovの流儀では，各点は根元事象であり，各区間は事象である。ところが，単集合を用いる流儀によれば，異なる二点が属する区間が事象であることを確認するために，単集合の非可算直和を利用しなければならないのである。（なお区間の定義については，Savage（1954）の付録2（266頁）を参照していただきたい。そこでは，実数の連続性により（特にDedekind切断の原理により），区間が11通りの型に分類されることが注意されている。）象徴的に書けば，$\cup\{\{\omega\}\mid\omega\in I\}=I$ である。

標本空間の部分集合として「事象」を捉えるという思想は，やはりKolmogorov式の根元事象によって，直接的に実現されるのではなかろうか。古典的な定義を改変しようとする際には，多分かなりの覚悟が要求される。

3．補遺

「事象」とは元来「できごと」であり，一回性のものである。従って，「同じ事象が繰り返し生起する」という表現は精確ではなく，「繰り返す」のは「できごと」ではなく「現象」である。「根元事象の定義」と「事象概念の規定」とによって，「事象たち」が集合論的諸形式によって捉えられることとなる。つまり「数学」の対象として事象概念が定式化されるのである。Kolmogorov（1933）の問題の箇所（第1章第1節　公理（Axiome）の冒頭）を引くと以下である。（イタリックは原文のまま。）

Es sei E eine Menge von Elementen $\xi, \eta, \zeta, \ldots$, welche man *elementare Ereignisse* nennt, und $\mathfrak{F}$ eine Menge von Teilmengen aus E ; die Elemente der Menge $\mathfrak{F}$ werden weiter *zufällige Ereignisse* genannt.

Kolmogorov は指定された（標本空間上の）集合体に属する集合を「事象」と呼んでいるが，Savage（1954）の第 3 章第 4 節の 42 頁冒頭の段落で示唆されているように，このような制約は「数学」の都合によるのであって，「世界」に直面する「個人」の（経済行動の）合理性に立脚するものでは多分ない。「世界」に対する可能な記述の総体の部分集合は，いずれであれ，「事象」と呼び得るのである。

参考文献

Kolmogorov, Andreĭ Nikolaevich, *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung,* Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Bd 2, nr. 3, J. Springer, Berlin, 1933.

Savage, Leonard Jimmie, *The Foundations of Statistics,* John Wiley & Sons, New York, 1954. 1972 年に Dover Publications, New York,より第二版が出ている。但し，Jimmie は 1971 年 11 月 1 日に急逝している。生まれは 1917 年 11 月 20 日である。

2010 年 5 月 21 日（金）