HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	群知能シミュレーションにおける異方性の創発とその解析評価
Author(s)	巻口, 誉宗
Citation	北海道大学. 学士
Issue Date	2010-03-25
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/43956
Type	theses (bachelor)
File Information	makiguchi2009.pdf

Instructions for use

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

群知能シミュレーションにおける異方性の創発とその解析評価

巻口誉宗

北海道大学 工学部情報エレクトロニクス学科 情報工学コース 混沌系工学研究室

平成 21 年度 卒業論文

目 次

1 はじめに **4**

2 「群れ」に関するフィールド・スタディ **5**
2.1 群れ研究に立ちはだかる「壁」 5
2.2 イタリア研究グループによる実測 5

3 「異方性」という基準 **6**
3.1 異方性の創発: 実測データからの知見 6
3.2 異方性指標 γ の定義とその計算 6

4 計算機シミュレーション **8**
4.1 Boid アルゴリズムにおける相互作用 8
4.2 シミュレーションの仕様と実装 8

5 シミュレーションによる異方性の計算 **10**
5.1 群れシミュレーションの振る舞いと異方性の比較 10
5.2 4 つのケーススタディ 11
5.3 異方性測定の詳細 11
5.3.1 角度分布の測定 12
5.3.2 γ 値の測定 12
5.3.3 その他の詳細 12
5.4 「群れ形成時刻」の特定 13

6 計算機実験の結果 **13**

7 考察, 問題点, 及び今後の課題 **14**
7.1 群れの形成と異方性の創発 14
7.1.1 より高い γ 値を持つ集団の作成 14
7.2 異方性創発の要因 15
7.3 実測データからのズレとその要因 16
7.4 今後の展望 16
7.4.1 遺伝的アルゴリズム (GA) の適用 16
7.4.2 実世界に基づく群知能シミュレーション 17

8 おわりに **17**

A 球内への一様配置と角度分布図作成について **20**
A.1 球内への一様分布 20
A.2 角度分布の等方性について 21
A.2.1 角度分布の「偏り」 21
A.2.2 検証実験 A 21
A.2.3 等方性の場合による規格化 22

B 境界効果とその統計処理について **22**
B.1 境界効果とは 22
B.2 検証実験 B 23

C 待ちターン数 τ の設定について **23**
C.1 検証実験 C.1 23
C.2 検証実験 C.2 24

D 群れの評価指標としての γ 値について **24**

E 相互作用の重みと γ 値, 及び衝突回数との関わりについて **25**
E.1 検証実験 E 26

F 個体数と異方性創発との関わりについて **27**
F.1 検証実験 F 27

1　はじめに

近年, さまざまな学問分野でマルチエージェントシステム **(multiagent system)** が重要視されている [1]. マルチエージェントシステムとは, 自律した主体的な個体 (エージェント) が多数相互作用することで, 全体として一つのまとまりを示すシステムをいう. 中でも自然界における魚や鳥の群れはマルチエージェントシステムの代表例である. こうした自然界のいわゆる「群れ行動」は,「群れにはリーダーがおり, 各個体はその動きに追従する」といったいわゆるトップダウン的なシステムではなく, Aoki(1982)[6] や Reynolds (1987)[2, 7] らが主張する,「各個体間のシンプルな相互作用のみで集団全体として群れ行動が創発される」というボトムアップ的なシステムとする見方が有力である. 事実, 群れ行動が持つ個体間の強固な結合や, 群れの形状の柔軟性などはいずれもマルチエージェントシステムが持つとされる頑強性 **(robustness),** 柔軟性 **(flexibility)** といった特徴 [1] と一致し, 今日の映画などのアミューズメントの分野ではその「リアルさ」から群れ行動の再現のほとんどではマルチエージェントによるボトムアップ的な群れアルゴリズムが用いられている [2]. 中でも Reynolds が 1987 年に発表した Boid アルゴリズム [7] は, 群れの相互作用をエージェント間の 3 つの単純なルール (4.1 節参照) でまとめた有名な群れ再現アルゴリズムで, 映画「*BatmanReturns*」(Tim Burto,1992) においてコウモリやペンギンの群れを表現する際に用いられたことでも注目された [2]. こうした, 群れ行動をマルチエージェントシステムとして再現し応用する試みはアミューズメント分野に留まらず, 生物学 [8] や宇宙工学 [9] などの幅広い分野で研究されている.

しかし応用の拡大の一方で, 計算機上に「再現」されたマルチエージェントによるそれら「群れ」を自然界の生物の群れ行動と「実証的」に比較し評価することは, 実測データの取得/解析の困難さから現在までほとんど研究されてこなかった. こうした比較なしでは自然界の群れ行動の原理の追求はもちろんのこと, その再現とされる群れ (群知能) シミュレーションの妥当性も実証的に確かめることはできない. これにより群れ行動の研究が各研究者毎の「主観」によるものに留まり, 今後の応用/発展への大きな妨げとなることが危惧される.

そこで本稿では 2008 年に Ballerini らイタリア研究グループが発表した自然界 (実世界) の「ムクドリの群れ」に対する実測データと, 彼らがそこから実証的に示す「異方性の創発」という多体系の協力現象に着目する [5]. そしてこの現象が **Reynolds** による **Boid** アルゴリズムを用いて作成した群知能シミュレーションによって再現でき, またそれに基づいて計算されるある種の統計量が「自然な群れ」「群れらしい群れ」が形成されたことの客観的な判断指標ともなりうることを計算機実験により示す. 本研究は実世界と群知能シミュレーションとの実証的な比較, 群知能シミュレーションの妥当性評価というこれまで十分な研究がなされてこなかった分野への新たな足がかりを提示するものである.

本稿の構成は以下の通りである. まず, 第 2 節では「群れ」に関するフィールド・スタディとして Ballerini らの研究を紹介し, 彼らの測定方法/計測データについて説明する. 続く第 3 節では我々が着目する「異方性」と呼ばれる概念を説明し, この異方性を示す角度分布とその指標である γ 値の定義, 及びその計算方法を示す. 第 4 節では, 我々が用いた Boid アルゴリズムによる計算機シミュレーションの仕様と実装を説明する. 続く第 5 節では, 計算機シミュレーションで具体的に実行した 4 つのケーススタディと, それらに対し異方性を計る角度分布, γ 値を計算する手順について説明する. 第 6 節でその結果を紹介し, 第 7 節で考察, 問題点及び今後の課題について述べる. 最後の第 8 節はまとめである.

2 「群れ」に関するフィールド・スタディ

実世界の鳥や魚に見られる大規模な群れ行動に対しては, 生物学的/生態学的アプローチはもちろん様々な学問分野から多様な研究が行われている. 中でも群れの個体間に働く「強固な結合」と群れの構造がもつ「優れた柔軟性」という一見相反する性質を両立させる要因の解明は工学的分野, 特に制御工学への応用が期待される研究である. その一つとして, 群れ行動をマルチエージェントシステム, すなわち各個体間の「多体相互作用」の結果として創発される「自己組織化現象」とみなし, 計算機シミュレーションによりその性質を解明しようとする試みは計算機科学, とりわけ複雑系研究における有力なアプローチである [3, 4]. このような計算機シミュレーションによる複雑系研究は, アボガドロ数オーダのミクロな分子の動きから物質のマクロな性質を導きだす統計力学の分野などでもよく見られる. 例えば分子間の相互作用と熱による揺らぎの「競合」から生じる「相転移」と呼ばれる協力現象を対象に, その現象を計算機シミュレーションで再現することで相転移を創発する「臨界指数」などの普遍的性質を解明する研究は, 今まで数多くなされてきた [10]. しかし, こうした「知性」を持たない分子の集合体が引き起こす協力現象と比べ, 構成要素の各々が「知性」をもつ「群れ」の振る舞いを対象とした研究には「実験」「実測」という側面一つとってみても実に多くの困難が潜在している.

2.1 群れ研究に立ちはだかる「壁」

事実, 計算機シミュレーションによる群れの研究には実測/観測に基づくデータ, 特に構成個体数が数百から数千に及ぶ大規模な群れに対するデータの不足という大きな問題があった. このような大規模な群れに対して意味あるデータを取得するためには, まず定期的に群れ行動が観察される地域や時刻の正確な特定, その観察に最適な場所の選択/確保といった課題をクリアする必要がある. さらにその実測からの数値データ化においては, 群れを追うための熟練したカメラワーク, 実測画像から群れを構成する個体の位置や速度を適切に見積もるデータ解析技術, 更には高性能な計算機を用いた高い情報処理技術など, 幅広い各分野における高度な技術/深い知識が不可欠である. しかしこうした条件を全て満たすことは非常に困難であり, この理由から, 現在まで CG 等, おびただしい数の「群れシミュレーション」の研究がなされてきたが, 実証的視点に基づく研究, すなわち計算機シミュレーションに用いる各変数の設定や, そこから得られる振る舞いを実測データとの比較から客観的に評価することはほとんどされてこなかった.

2.2 イタリア研究グループによる実測

こうした状況の中, 我々は Ballerini らローマ大学物理学教室の研究グループが 2008 年に発表した論文に注目した. 彼らはホシムクドリ (*Sturnus vulgaris*) の実際の群れ行動を 3 次元のデータとして測定することに成功し, その統計的解析で得られたいくつかの興味深い結果をこの論文に示している [5]. ここではまず彼らの実験/観測の方法を, 次節でその統計的解析から得られた「異方性」という現象を紹介する.

ヨーロッパをはじめ, 世界中に広く生息するホシムクドリ (以下では「ムクドリ」と略記) は, 体長 20cm, 翼開長 40cm ほどの小型の鳥で, 数百から数千匹からなる大規模な群れを形成することが知られている. この群れの行動様式を解析するために Ballerini らは「ステレオ・マッチング」という手法を用いた. ステレオ・マッチングとは異なる角度 (左右) からの 2 枚の写真を一組として, 被写体を 3 次元で再現する 3 次元形状復元方法の一つである. 極めて短い時間間隔で撮影したムクドリの群れの連続写真にこの手法を用いることで, 群れの 3 次元形状に加え, その時間変化もデータ化することができる. 彼らが測定の対象としたのは, ローマ・テルミニ駅 (終着駅) に作られた巣の上空を夕暮れ時に飛び回るムクドリの群れで, その測定は 2005 年の 10 月から 2006 年の 2 月まで, 4ヶ月にわたり行われた. 具体的には, 25 メートルの距離をとった左右 2

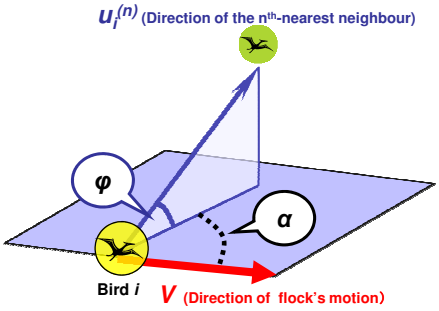

Fig. 1: 群れの進行方向ベクトル $\boldsymbol{V}$ と, 注目個体 (Bird$i$) からその n 番目近傍個体へ向かうベクトル $\boldsymbol{u}_i^{(n)}$ とが成す角度 (緯度 ϕ と経度 α). 緯度が $x-y$ 平面を基準に測定されている点で極座標とは異なる (付録 **A** 参照).

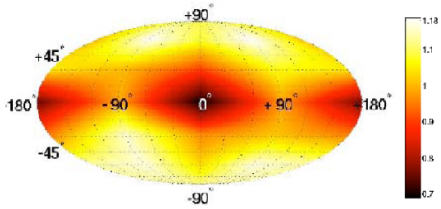

Fig. 2: 実測データにおける最近傍個体の角度分布図 (Ballerini *et al*, *Proceedings of the National Academy of Sciences USA* **105**, pp. 1232-1237 (2008) [5] より転載). 縦軸は ϕ, 横軸は α を表す. 中心部分, 及び左右の両端部分で明らかに分布が低くなっていることがわかる.

つの地点それぞれに撮影タイミングの同期を持たせたデジタルカメラを設置し, この 2 地点から一つの群れ (イベント) に対し同時に $10fps$ (frames-per-seconds) で 8 秒間 (すなわち 0.1 秒間隔で計 80 枚) 撮影するものである. そしてこれらの連続写真をコンピュータ上でステレオ・マッチング処理することにより, 被写体となった群れの構造, 及び振る舞いの 3 次元データを作成した. Ballerini らはこれらの作業を約 500 のイベントに対して行い, 得られた 500 のデータセットから, 「群れとカメラが遠すぎたもの」や「群れがカメラの視野から外れたもの」, 「光線の具合でうまく撮影できなかったもの」などを除いた. そして残りのデータセットから, 「群れの境界がはっきりしている」「空間的な結合が強い」「個体数が多い (400 個体以上)」といった条件をクリアしたものを抽出し, 彼らは最終的に計 10 セットのムクドリの 3 次元実測データを手に入れた.

3 「異方性」という基準

ここでは Ballerini らが前節で得た実測データを統計的解析にすることで実証した「異方性」という基準について説明する.

3.1 異方性の創発: 実測データからの知見

Ballerini らは実測データから, 群れの構成個体それぞれに対し近傍個体が存在する方向を求め, その分布に強い「偏り」が生じることを実証的に明らかにした. この「近傍個体が存在する方向」とは, 群れ全体の進行方向と各個体から近傍個体へと向かう単位ベクトルとが成す 3 次元の角度 (緯度 ϕ と経度 α で表現) で与えられる (Fig.1 参照). Fig.2 は最近傍個体に対する上記の角度を群れの全個体について求め, その分布を mollwide 法で 2 次元に射影した角度分布図である [5]. この図から, 任意の個体に対する最近傍個体が群れ全体の進行方向に沿って存在する確率は, 他の方向に比べ極端に低いことが見てとれる. 以下では彼らの表現にならい, このような「群れの進行方向に沿って近傍個体の角度分布密度が減衰する状態」を異方性 (***anisotropy***) と呼ぶ. 本稿における「異方性」が単に角度分布の偏りを示すものではないことに注意されたい.

これまで水槽内の魚群などでこうした異方性が創発することは古くから経験的に知られていたことであるが [12, 13], Ballerini らのように自然環境下の実測データから異方性の創発を実証した例は皆無であった.

3.2 異方性指標 γ の定義とその計算

Ballerini らは, この異方性の創発が角度分布図からの主観的判断だけではなく, 客観的指標 γ を用いて判断することができることも示している. γ は以下に示す手順で計算される [5, 11].

まず $\boldsymbol{u}_i^{(n)}$ を注目個体 Bird$i$ からその n 番目の近傍個体へと向かう単位ベクトルとする (Fig.1

参照). そしてこのベクトルを射影した 3×3 行列 $\boldsymbol{M}^{(n)}$ の各成分を次で定義する.

$$
\begin{aligned}
(\boldsymbol{M}^{(n)})_{\alpha\beta} &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\boldsymbol{u}_i^{(n)})_\alpha(\boldsymbol{u}_i^{(n)})_\beta,\ (\alpha,\beta=x,y,z) \\
\boldsymbol{u}_\alpha\boldsymbol{u}_\beta &= \begin{pmatrix} u_xu_x & u_xu_y & u_xu_z \\ u_yu_x & u_yu_y & u_yu_z \\ u_zu_x & u_zu_y & u_zu_z \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{1}
$$

N は群れを構成する個体の総数である. ここで行列 $\boldsymbol{M}^{(n)}$ の最小固有値に対応する単位固有ベクトルを $\boldsymbol{W}^{(n)}$ とすると, これは $\boldsymbol{u}^{(n)}$ が作る角度分布空間において分布密度が最も低い方向を表す. この $\boldsymbol{W}^{(n)}$ と群れ全体の進行方向の単位ベクトル $\boldsymbol{V}$ との内積を自乗したものが γ である. すなわち, γ は次式で定義される.

$$
\gamma = \langle(\boldsymbol{W}^{(n)}\cdot\boldsymbol{V})^2\rangle \tag{2}
$$

$$
\equiv \int_{\text{sphere}}\rho(x,y,z)\,dxdydz\,(\boldsymbol{W}^{(n)}\cdot\boldsymbol{V})^2 \tag{3}
$$

ここに, $\rho(x,y,x)$ は近傍個体存在の確率密度を表し, $\int_{\text{sphere}}(\cdots)$ は単位球面内での積分を示すものとする. また, $\boldsymbol{W}^{(n)}$ と $\boldsymbol{V}$ とが成す角度を $\theta\in[0,\pi]$ (緯度と経度ではない) とすると, $0\le(\boldsymbol{W}^{(n)}\cdot\boldsymbol{V})^2=\cos^2\theta\le 1$ であるから, この指標 γ が 1 に近い場合, 近傍個体の角度分布密度が最も低い方向は群れ全体の進行方向と平行 $(\theta=0^\circ,180^\circ)$ であることが示される [11]. すなわち群れ全体の進行方向に沿って近傍個体の密度が最も低くなるため, これは異方性が強く創発していることを示している. 逆に γ が 0 に近い場合は, 角度分布の密度が最も低い方向は進行方向と直交 $(\theta=90^\circ)$ し, 本稿の定義による異方性は創発されないことを示す.

さらに, 近傍個体が進行方向との間に全く相関がなくランダムに位置している場合は角度分布に等方性 (***isotropy***) が創発し, このときの γ は密度関数が $\rho(x,y,z)=a$ (一定) となる. すなわち, z 軸まわりの回転角である経度 $\alpha\in[-\pi,\pi]$ と xy 平面を基準とする緯度 $\phi\in[-\pi/2,\pi/2]$ を用いて座標系を組むと, この一定値 a は確率密度の規格化条件:

$$
\begin{aligned}
\int_{\text{sphere}}\rho(x,y,z)\,dxdydz &= a\int_{-\pi}^{\pi}d\alpha\int_{-\pi/2}^{\pi/2}d\phi\cos\phi \\
&= 4\pi a = 1
\end{aligned}
$$

より求まり, $\rho(x,y,z)=a=1/4\pi=(1/\text{全立体角})$ となる. 一般性を失うことなしに $\boldsymbol{V}=(1,0,0),\boldsymbol{W}^{(n)}=(-\cos\phi\cos\alpha,\cos\phi\sin\alpha,\sin\phi)$ とおくことができるので, $(\boldsymbol{W}^{(n)}\cdot\boldsymbol{V})^2=\cos^2\phi\cos^2\alpha$ に注意すれば, (3) 式から

$$
\begin{aligned}
\gamma_{\text{random}} &= \frac{1}{4\pi}\int_{\text{sphere}}dx\,dy\,dz(\boldsymbol{W}^{(n)}\cdot\boldsymbol{V})^2 \\
&= \frac{1}{4\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\cos^2\alpha d\alpha\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos^3\phi d\phi = \frac{1}{3}
\end{aligned}
$$

が得られる [11]. ここで, この座標系では微小立体角要素が $\cos\phi\,d\alpha\,d\phi$ であることに注意されたい. 従って, このことから異方性が創発される条件は γ 値がこの γ_{random} の値より大きい, すなわち

$$
\gamma > \frac{1}{3}
$$

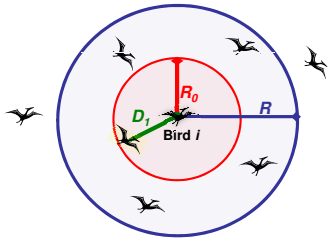

Fig. 3: 視野半径 R と分離半径 R_0, 及び最近傍個体までの距離 D_1. 視野外の個体には一切の相互作用は生じない. また, 今回の実験では視野範囲及び分離範囲は球形とし, 死角や偏りなどは考慮しない.

である [5]. 実測データでは最近傍個体 ($n = 1$) に対する γ 値は 0.8 より高い値をとる (Fig.10 左参照).

我々はこの異方性に注目することで, 群知能シミュレーションに対して実世界の群れ行動との比較, 及びその妥当性の評価が可能であると考え, 計算機実験による検証を行った. すなわち本研究の主要な目標は, 群知能シミュレーションに対し最近傍個体の角度分布, 及び γ 値の計算を行い, 異方性創発の有無と, その創発が群れ形成の評価指標となりうるかを検証することである.

4 計算機シミュレーション

本稿で「異方性の創発」を検証する群知能シミュレーションには Reynolds が考案した **Boid** アルゴリズム [2, 7] を用いる. 以下に Boid アルゴリズムと, それを基に作成したシミュレーション, 及びプログラムについて説明する.

4.1 Boid アルゴリズムにおける相互作用

Boid アルゴリズムとは, 各個体間に以下に列挙する 3 種の相互作用 (c), (a), (s) を考慮させるだけで全体として群れを形成させるという非常にシンプルなアルゴリズムである.

(c) 結合 **(Cohesion)**： 群れの仲間の中心に向かう

(a) 整列 **(Alignment)**： 群れの仲間と速度を合わせる

(s) 分離 **(Separation)**： 近すぎる個体から離れる

それぞれの相互作用は方向ベクトル (結合ベクトル, 整列ベクトル, 分離ベクトル) で表され, これらの合力がその個体の次ステップの移動ベクトルとなる. 我々の実験では, 現在の移動ベクトル (既存の方向ベクトル) を 4 番目の方向ベクトルとして相互作用と同様に足し合わせ, 個体の急すぎる方向転換 (180° の方向転換など) を防止している. また, 上記「群れの仲間」とは自分の視野内にいる個体群とし, 視野外の個体には一切の相互作用は発生しないものとした. Fig.3 に注目個体 Bird$i$(図の中央の個体) の視野と分離範囲を示す. 視野を半径 R の球形とし, 注目個体から n 番目の近傍個体までの距離を D_n とすると, $D_n < R$ となる近傍個体までの個体群に対し, 結合ベクトル, 整列ベクトルが発生する. また, 半径 R_0 ($< R$) の球形の範囲を与え, 最近傍個体までの距離 D_1 が $D_1 < R_0$ となる場合には, 最近傍個体に対する分離ベクトルが発生する. この範囲が分離範囲である. 以下に上記アルゴリズムを基に作成した群知能シミュレーションの具体的仕様を説明する.

4.2 シミュレーションの仕様と実装

我々がシミュレーションに用いる「フィールド」は重力や空気抵抗を考慮しない 3 次元の無限空間とする. 各個体は大きさをもたない質点で定義し, それぞれ位置座標 (x, y, z) と移動方向ベクトル (v_x, v_y, v_z), 速さ ($speed$), 自分を中心とする半径 R の球状の視野, 半径 R_0 の球状の分離範囲 を内部モデルとして保持する. 各個体の位置座標や移動方向ベクトルは実数値で与えられ,

速さ (*speed*) は 1 ターンにその個体が進む距離の絶対値を示す．また, Reynolds によるオリジナルの Boid アルゴリズムでは視野に死角を導入しているが [2], 今回のシミュレーションでは可能な限り変数の値を減らしシンプルな仕様とするために, 視野, 及び分離範囲には死角や範囲の偏りなどの視野特性を考慮しない．

我々が計算機シミュレーションにおいて設定する変数は以下の通りである．

- 個体数： N (群れの構成個体数)
- 速さの最小値： S_{min} (初期設定時に与える速さの最小値)
- 速さの最大値： S_{max} (初期設定時に与える速さの最大値)
- 初期配置に用いる球の半径: L (初期設定では半径 L の球内に各個体をランダムに配置する)
- 視野半径： R
- 分離半径： R_0
- 各方向ベクトルの重み： P_0〜P_3 (5.1 節参照)
- 異方性測定ターン数： T (5.3 節参照)
- 待ちターン数： τ (5.4 節参照)

シミュレーションの 1 回の試行における処理手順は以下で与えられる．

i. 初期設定：各個体それぞれに乱数を用いて初期移動方向, 速さ ($S_{\min} \leq speed \leq S_{\max}$), 及び半径 L の球内への一様な初期座標を与える (付録 **A.1** 参照).

ii. 以下の処理を全個体に対して行う ($i = 1 : i \leq N$)

   (1) i 番目の注目個体に対し, 視野 R 内にいる近傍個体群を座標から求め, さらにその中の最近傍個体までの距離 D_1 を計測する．

   (2) i 番目の注目個体に対し，上記 (1) で求めた近傍個体群との (c) 結合，(a) 整列の相互作用を求める．結合では個体群の重心へ向かうベクトルを正規化し結合ベクトル ($\boldsymbol{V}_{\mathrm{Cohesion}}$) とする．整列では個体群の移動ベクトルの平均を正規化し整列ベクトル ($\boldsymbol{V}_{\mathrm{Alignment}}$) とする．さらに速さ (*speed*) も個体群の速さとの平均をとる．

   (3) (1) で求めた最近傍個体の距離 D_1 が分離半径 R_0 より小さければ (s) 分離の相互作用を求める．分離では最近傍個体から離れる方向のベクトルを正規化し分離ベクトル ($\boldsymbol{V}_{\mathrm{Separation}}$) とする．

iii. 各個体について, 現在の移動ベクトルを正規化した既存の方向ベクトル ($\boldsymbol{V}_{\mathrm{Present}}$) と上記の 3 つの相互作用による方向ベクトルの計 4 つのベクトルにそれぞれ重み P_0〜P_3 を掛けて足し合わせる．足し合わせたベクトルを正規化した方向ベクトル ($\boldsymbol{V}_{\mathrm{Next}}$) に速さ (*speed*) を乗じ, 次の移動ベクトル ($=speed * \boldsymbol{V}_{\mathrm{Next}}$) とする．

iv. 無限空間を実現するため, (iii) で求めた各個体の移動ベクトルから群れ全体の移動ベクトル (全個体の移動ベクトルの平均) を除き, これを用いて全個体の座標を更新する．

v. (ii)〜(iv) を繰り返し, 群れが形成されたと判断してから規定のターン数 (T) 異方性測定を行う (5.3 節及び 5.4 節参照).

上記の仕様を Java 言語を用いて 2 種類のプログラムに実装した．1 種類目は「1 回の試行」について群れを 3 次元の GUI で動的に表示させながらシミュレートする単数用プログラムであり,

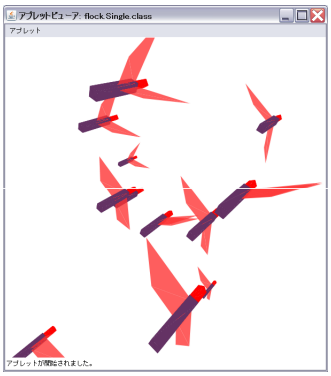

Fig. 4: 単数用プログラムのスナップショット．鳥の形状を再現している．

2 種類目は「複数の試行」をプロセッサ数に応じて並列にシミュレートする複数用プログラムである．

単数用プログラムは *Processing* という Java ベースのプログラム言語を組み込むことで 3 次元アニメーションを実現している．また各個体を「鳥」の形状にすることで視覚的にも感覚的にも, 再現した群れの形状及び振る舞いが容易に観察できるよう工夫している (Fig.4 参照)．複数用プログラムでは, 1 回の試行を 1 スレッドに割り当て, このスレッドをプロセッサ数分作成し処理させることで簡易的な並列処理を可能にしている．この並列処理を繰り返すことで, 乱数の *seed* をそれぞれ変えた複数の試行 (初期座標などの初期条件が異なる) から, その試行回数分のデータの平均を容易かつ効率的に取得することができる．

5　シミュレーションによる異方性の計算

ここからは前節の群知能シミュレーションに対して具体的に異方性を測定し, それを定量的に計算していく方法を説明する．

5.1　群れシミュレーションの振る舞いと異方性の比較

作成したシミュレーションでは, 個体の次ステップでの方向ベクトル $\boldsymbol{V}_{\mathrm{Next}}$ は,

$$\boldsymbol{v} = P_0\boldsymbol{V}_{Cohesion} + P_1\boldsymbol{V}_{Alignment} + P_2\boldsymbol{V}_{Separation} + P_3\boldsymbol{V}_{Present}$$

とすると,

$$\boldsymbol{V}_{\mathrm{Next}} = \frac{\boldsymbol{v}}{|\boldsymbol{v}|}$$

で定義される．つまり各方向ベクトルを足し合わせる際の重み (P_0〜P_3) を変えることで, 様々な集団行動を再現できる．

本実験では, まず単数用プログラムでその振る舞いを確認しながら P_0〜P_3 を手動で変化させることで **Boid** アルゴリズムで再現可能な **4** つの典型的集団行動を作成し, それぞれに対し複数用プログラムを用いて角度分布, 及び γ 値による異方性測定を行った．それら 4 つの集団行動とは 一箇所に集中する, 仲間と常に並行移動する, バラバラに散らばる, 群れ行動 である．これらの集団行動とその集団の異方性測定結果とを比較することで, 群れ形成に対する主観的評価と異方性の創発との間の関係を考察する．

なお, 群れ行動か否かの主観的評価は

◆　仲間との衝突回数が少ない

◆　集団から孤立する個体数が少ない (離れてもすぐに集団と合流できる)

◆　動的である (各個体及び集団の重心が一箇所に留まらない)

の 3 点に関し, 目視にて確認/判断した. 上記評価における「衝突回数」は実世界の鳥では飛行中における接触が「致命的」であるとの判断から導入した指標であり, 「集団から孤立する個体数」は群れが持つ強い結合という特徴を評価するため, 「動的である」という条件は群れの柔軟性を評価する目的で導入した指標である.

また, 各方向ベクトルの重み以外の変数は主観的に設定した以下のものに統一した.

- 個体数： $N = 100$
- 速さの最小値： $S_{min} = 1$
- 速さの最大値： $S_{max} = 8$
- 初期配置に用いる球の半径：$L = 180$
- 視野半径： $R = 200$
- 分離半径： $R_0 = 20$

5.2　4 つのケーススタディ

以下でそれぞれの集団の重み設定 (P_0〜P_3), 振る舞いの詳細を示す. [カッコ] 内はそれぞれの方向ベクトル (左から順に結合, 整列, 分離, 既存) の重みを示す. すなわち $[P_0, P_1, P_2, P_3]$ である. 重みを付される前の各方向ベクトルはいずれも正規化されており, 重みを付して足し合わせた後のベクトルも正規化されることに注意されたい. このため $[P_0, P_1, P_2, P_3]$ は各方向ベクトルが次の移動ベクトルに占める割合となり, シミュレーションにおいてはこれを定数 (a) 倍した $a[P_0, P_1, P_2, P_3]$ を用いても同じ結果が得られる. また, これらの具体的な重み設定法は無数に考えられるが, 本実験では以下のようにそれらを代表する最も極端な設定を採用した.

集団 **1**： 一箇所に集中する集団 **[1, 0, 0, 1]**
結合ベクトルが他より極端に強く影響する場合で, 全個体が重心付近に集中する集団となる. 目視による観察で衝突回数が極めて多くなり, 群れの重心位置もほとんど移動しないため群れているとは言えない.

集団 **2**： 仲間と常に並行移動する集団 **[0, 1, 0, 1]**
整列ベクトルが他より極端に強く影響する場合で, 各個体の位置関係が全く変化しない静的な集団となる. 一見, 群れているように見えるが, 外的要素などで一度分離した場合に仲間と合流できないため群れているとは言えない.

集団 **3**： バラバラに散らばる集団 **[0, 0, 1, 1]**
分離ベクトルが他より極端に強く影響する場合で, 四方八方に分散する集団となる. 仲間と合流することがないため群れているとは言えない.

集団 **4**： 群れ行動をする集団 **[1, 5, 1.5, 1]**
各相互作用の方向ベクトルを適切に調節することで, 主観的評価では群れと見なせる集団となる.

5.3　異方性測定の詳細

本実験での異方性測定は最近傍個体 ($n = 1$) に注目し, その角度分布と γ 値を求める. 各試行で異方性測定の対象とするターン数 T は Ballerini らが実際のムクドリの群れ解析に用いた 8 秒間

の写真数 80 枚と一致させるため (2.2 節参照), 1 ターンを 0.1 秒として 80 ターン ($T = 80$) に設定した．この T ターンの間, 4.2 節処理手順 (iv) の終了後に角度分布と γ 値をそれぞれ計算する．

5.3.1 角度分布の測定

角度分布は, まず群れ全体の進行方向の単位ベクトル $\boldsymbol{V}$ を x 軸上の正の単位ベクトル (1,0,0) へ一致させる回転行列 $\boldsymbol{R_V}$ を求める．ここで, この $\boldsymbol{R_V}$ を各個体から最近傍個体へと向かう単位ベクトル $\boldsymbol{u^{(1)}}$ に掛けて得られるベクトルを $\boldsymbol{U^{(1)}}$ とすると, $\boldsymbol{V}$ と $\boldsymbol{u^{(1)}}$ が成す角度は, x 軸の正の方向ベクトル (1,0,0) と $\boldsymbol{U^{(1)}}$ とが成す角度と一致し, 測定が容易となる．すなわち経度 α: $[-180°, 180°]$ は, $\boldsymbol{U^{(1)}}$ の x 成分と y 成分をそれぞれ $U_x^{(1)}, U_y^{(1)}$ とすることで

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{U_y^{(1)}}{U_x^{(1)}}\right)$$

と計算される[1]．また, この経度に対する緯度 $\phi[-90°, 90°]$ は, $\boldsymbol{U^{(1)}}$ の z 成分を $U_z^{(1)}$ とし $r = \sqrt{{U_x^{(1)}}^2 + {U_y^{(1)}}^2}$ と設定すると

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{U_z^{(1)}}{r}\right)$$

となる．

こうして得られた各個体の角度分布 (α,ϕ) はそれぞれ各測定ターン毎に 1° 区切りのヒストグラムに積み上げられ, その試行終了後に全測定ターン数 T で割ることで 1 ターン分の平均の角度分布を取得する．

5.3.2 γ 値の測定

γ 値も測定中は各ターン毎に計算する．まず各個体から最近傍個体へ向かう単位ベクトル $\boldsymbol{u}^{(1)}$ を射影した 3×3 行列 $\boldsymbol{M}^{(1)}$ を 3.2 節の (1) 式から求め, この行列にガウス・ジョルダン法を用いて逆行列を計算する．そしてこの逆行列からべき乗法を用いて最大固有値とその固有ベクトルを得ると, これは $\boldsymbol{M}^{(1)}$ の最小固有値に対応した固有ベクトル $\boldsymbol{W}^{(1)}$ となる．この $\boldsymbol{W}^{(1)}$ と群れの進行方向の単位ベクトル $\boldsymbol{V}$ から 3.2 節の (2) 式を用いて γ 値を計算し, 試行終了後に角度分布と同様に 1 ターンの平均を求めている．

また,$\boldsymbol{M}^{(1)}$ の逆行列が存在しない場合はそのターンの γ 値に 0 を返し, 平均値の統計対象から除くことでその影響を排除している．

5.3.3 その他の詳細

この異方性測定を, 上述の 4 つの集団, 各 1500 回の試行 (付録 **B** 参照) に対して行った．すなわち各集団の異方性測定結果は, この 1500 回の試行における角度分布と γ 値の 1 ターン分の平均である．全試行終了後, 得られた角度分布は Ballerini らの実測データによる角度分布図 (Fig.2) との比較のため mollwide 法にて 2 次元化し, 等方性の場合の角度分布が一様に 1 となるよう規格化した (付録 **A.2** 参照)．また, 異方性測定中, 全個体に対して最近傍個体と座標が重なった回数 (座標を整数化したものが一致した回数) をカウントして衝突回数とし, 全試行終了後に 1 試行 (80 ターン) 分の平均を求めた．すなわち今回の計算機実験における衝突回数とは 100 個体が 80 ターン中に何回座標が重なったかを示すものであり, 最大値は 8000 回となる．

[1]逆正接関数値 $\tan^{-1}(y/x)$ を Java の標準関数の一つであり, ベクトル (1,0) に対する角度 $[-180°, 180°]$ を返す atan2(y, x) を用いて計算していることに注意されたい．

5.4 「群れ形成時刻」の特定

今回作成したシミュレーションにおける異方性測定では, シミュレーション開始後のどの時点から測定を行うかを適切に判断することが重要である (以下ではこの時点を「群れ形成時刻」とする). その理由は, シミュレーション開始直後には乱数により与えられた初期配置/状態から, 各相互作用による集団行動へと移行するターン数が必ず存在するためである.

この群れ形成時刻の特定に関して, 我々は前出の相互作用 (a) 整列の効果により各個体の速さが一定値に収束する点に注目した. 上記のシミュレーションを開始すると, 初めはバラバラだった各個体の初期の速さがターンを重ねる毎に全個体で一定になり, それ以降では変化しなくなる. この時点, すなわち群れの全個体について現在と 1 ターン前との速さ変化を求め, その平均値が十分小さくなった時点を群れ形成時刻とすることは, 群れ全体に「速さ」という情報が伝搬/共有されたとみなすと非常に合理的に思える. しかしこの判断では, 今回の変数設定のように各個体の視野が広く, 多くの近傍個体と相互作用する場合においては, わずか数ターンで速さ変化が 0 に収束してしまい, 単数用プログラムにおける振る舞いの確認からもこの数ターンでは初期配置の影響を排除できないことが確認できる. そこで我々は「待ちターン数」τ を変数として与え, 群れの速さ変化が 0 となる時点からさらに τ ターン経過した時点から異方性測定を開始するものとした. 本実験では $\tau = 1000$ として測定を行っている (付録 **C** 参照). [2]

6 計算機実験の結果

集団 **1**〜**4** それぞれに対する角度分布図, γ 値, 及び衝突回数は以下のようになった.

集団 **1**： 一箇所に集中する集団 [**1, 0, 0, 1**]

角度分布図 Fig.5 参照
γ 値 (標準偏差) 0.334 (0.0427)
衝突回数 2682.78

集団 **2**： 仲間と常に並行移動する集団 [**0, 1, 0, 1**]

角度分布図 Fig.6 参照
γ 値 (標準偏差) 0.338 (0.303)
衝突回数 0.85

集団 **3**： バラバラに散らばる集団 [**0, 0, 1, 1**]

角度分布図 Fig.7 参照
γ 値 (標準偏差) 0.343 (0.298)
衝突回数 0.00

集団 **4**： 群れを形成する集団 [**1, 5, 1.5, 1**]

角度分布図 Fig.8 参照
γ 値 (標準偏差) 0.710 (0.097)
衝突回数 0.00

[2] 今回の我々のシミュレーションでは, 異方性測定中に各個体の速さは一切変化せず, 80 ターンという短いターン数での測定となるため, 測定中の集団の方向転換や密度変化はほぼ無視できるものと考えられる.

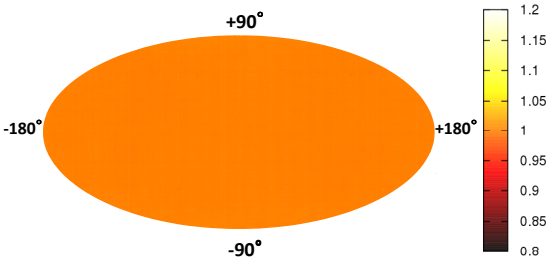

Fig. 5: 集団 **1[1, 0, 0, 1]** の角度分布図

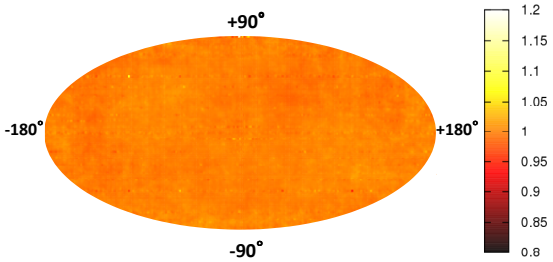

Fig. 6: 集団 **2[0, 1, 0, 1]** の角度分布図

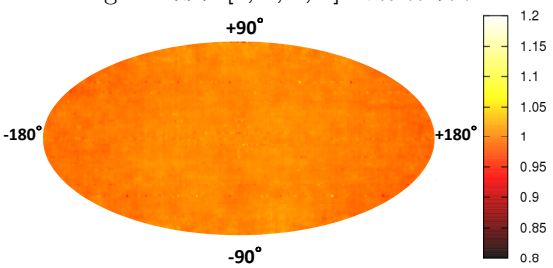

Fig. 7: 集団 **3[0, 0, 1, 1]** の角度分布図

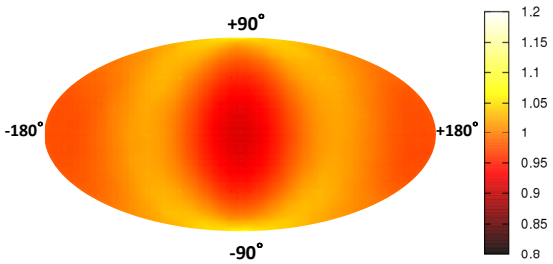

Fig. 8: 集団 **4[1, 5, 1.5, 1]** の角度分布図

γ 値が 1/3 より大幅に高い集団 **4** の角度分布図 (Fig.8) では, 集団の進行方向と同方向 (緯度 0° : 経度 0° 付近) の分布密度が減少している. これは明らかに異方性が創発されていることを表しており, 実世界の群れだけでなく人工的な群知能シミュレーションでも異方性が創発されることが確認できる.

また, 群れが形成されていない集団 **1〜3** では γ がも 1/3 付近の値で, 角度分布図からも偏りが見られないことから等方性が示されていることがわかる. よって異方性が創発されているのは群れが形成される集団 **4** のみである.

7 考察, 問題点, 及び今後の課題

7.1 群れの形成と異方性の創発

今回の実験結果から, 主観的に群れ形成が確認された集団は異方性の創発, すなわち高い γ 値を持つことがわかった. これは主観的評価では群れか否かの判断が困難な集団に対しても, γ 値を用いることで容易にその判定が行えることを示唆する.

例えば集団 **2** のように仲間と並行移動する集団は, 一度分離すると再び集団に合流することができない点において決して群れているとは言えない. しかし外的要素がほとんどない場合においては, 仲間と整然と並行移動する行動のために目視では群れと誤判断される可能性がある. すなわち, この集団を主観的評価で正確に判定するためには, 障害物など外的要素を用意し, 集団を分散させるといった工夫が必要になる. しかし, この集団の異方性創発の有無, すなわち γ 値が **1/3** より大幅に大きいか否かに着目すれば, 容易かつ瞬時にその判定ができる. 今回の計算機実験はそれを実証したと言える.

7.1.1 より高い γ 値を持つ集団の作成

以上の考察から, 集団 **4** よりもさらに高い γ 値を持つ集団は「より最適な群れ」となることが推測される. そこでここでは γ 値のみに注目し, 試行錯誤的な重み調節によって集団 **4** よりも高い γ 値をとる集団 (集団 **5** とする) の作成を試みる.

結果は以下の通りである.

集団 **5**： より高い γ 値をとる集団

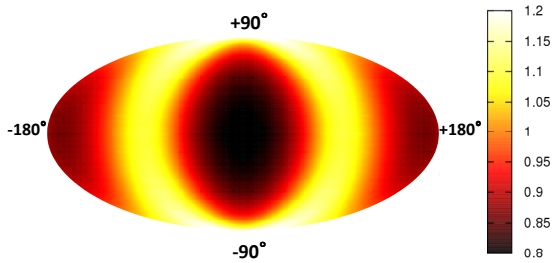

Fig. 9: 集団 **5[2, 1.5, 2, 1]** の角度分布図

重み [2, 1.5, 2, 1]

角度分布図 Fig.9 参照

γ 値 (標準偏差) 0.982 (0.00244)

衝突回数 1995.85

この集団は仲間から孤立する個体は見られず, その重心, 及び個体間の距離関係も「動的」であるという点で群れのような振る舞いをする. しかし衝突回数が多く, 目視でも実際に多数の衝突が確認できるという点において, 集団 **4** (衝突回数 0.00) よりも優れた群れ行動をしているとは言えない. [3] つまりこの実験から, 仲間との衝突回数を考慮した場合では γ 値を最大にする集団が必ずしも最適な群れではないことがわかる. 衝突回数を評価指標にすることも考えられるが, その場合は集団 **2** のように仲間と常に同じ距離を保つ集団や, 集団 **3** のように分散する集団をもある種の「群れ」と評価してしまうことになる. 以上を総合すると, 群れの評価指標には γ 値に衝突回数をうまく組み合わせたものを用いることが最善であると考えられる (付録 **D** 参照).

7.2 異方性創発の要因

これまで, なぜ実世界におけるムクドリの群れに異方性が創発するのか, という問いに答える最も便利な仮説の一つに, 生物の視野器官が持つ「死角」などの特性があった [5]. 多くの生物は死角を持っており (そしてそれは大抵自分の「真後ろ」である), Ballerini らが実測の対象としたホシムクドリも例外ではない [14]. また, 群れ内において最も衝突する危険性が高く, 注意を払う必要があるのは自分に最も近い個体 (最近傍個体) であると考えられる. すなわち, 全ての個体が自分の真後ろに最近傍個体が存在することを避けようとすれば「群れ全体として進行方向に沿って最近傍個体がいなくなる」という異方性の創発につながる.

ところが, 今回の実験結果はその仮説を棄却するものである. なぜならば, 我々のシミュレーションでは個体の視野を 360° の球状に設定しており, 死角や範囲の偏り等は一切存在していない. それにも関わらず, 相互作用の重みの設定次第で最近傍個体に高い異方性が創発されうることは, 異方性が必ずしも生物の視野器官の特性から引き起こされるものではないことを示唆する. それに加え, 空気抵抗を考慮していない我々の実験から「ムクドリは空気抵抗を軽減させるために仲間と一定の方向におり, それが異方性を生む」という仮説も棄却される. 従って我々の計算機実験の結果と上記の考察から, 少なくとも最近傍個体に対する異方性の創発要因は視野の制限や空気抵抗ではなく個体間の結合, 整列, 分離の相互作用にあると結論づけることができる. つまり, 異方性の創発とは相互作用を及ぼしあう多体系における自己組織化現象の一つである.

[3] Ballerini らの実測データでは衝突回数については触れられていないが, 最近傍個体までの平均距離は解析されており, 最も密度が高い群れでは 0.68[m] である [5]. 実世界のムクドリの飛行能力が未知であるためここで一概に判断することは不可能であるが, ムクドリの平均翼開長 0.4[m] と比較すれば実世界では個体の中心同士が重なるほどの衝突はそれほど頻繁に起きないと考えられる.

7.3　実測データからのズレとその要因

今回の実験で得られた最適な群れ (集団 **4**) の角度分布図 (Fig.8 参照) と実測データの角度分布図 (Fig.2) を比較すると, 分布密度の低い部分の形状などにいくつか「ズレ」が生じていることがわかる. 例えば (集団 **4**) の角度分布図 (Fig.8) では確かに中央部分の分布が低く, 異方性があると言えるが, 実測データのそれ (Fig.2) の様な左右の両端部分 (緯度 0°：経度 −180°, 及び緯度 0°：経度 180°) における極端な分布の低さがはっきりとは認められない. この部分は, 図の中央が群れの進行方向 (真正面) に対する分布を表すのに対しその逆 (真後ろ) の分布を示している. 異方性の定義は「群れ全体の進行方向に沿って近傍個体の分布が減衰すること」であったので, 進行方向の真後ろ部分における分布の減衰も異方性へつながる. よってこの事実は, 実測データでは進行方向と反対の方向にも見られる異方性が我々の計算機シミュレーションではそれほど強く創発していないことを示す.

こうしたズレは「群知能シミュレーションでも異方性が得られる」という我々の主要な結果には影響しないが, しかし歴然と存在する. そのためこの背景にはいかなる理由があるのかを深く考察/追求することは重要かつ不可欠な課題である. 以下では最近傍個体の角度分布図における違いの要因を, 今回の実験に関する問題点も含めて検討する.

要因 **1**： 重力の効果
本シミュレーションでは重力を考慮しておらず, 実世界と異なり, 水平方向と垂直方向との区別や移動制限が一切考慮されない. このことが角度分布密度の低い部分の形状に影響を与えている可能性がある.

要因 **2**： 視野特性の効果
7.2 節で述べたように, 今回の結果は死角などの視野特性に関わらず最近傍個体の異方性が生じることを示しているが, 相互作用に視野特性による効果が加わることで進行方向と反対の方向 (真後ろ) における異方性が引き起こされる可能性もある.

要因 **3**： 個体数の効果
実測データにおけるムクドリの個体数は数百から数千匹と極めて多い. しかし, 本計算機シミュレーションでは 100 個体しか考慮しておらず, これが角度分布図の違いとなって示されている可能性もある.

要因 **4**： 各種変数の最適性
本計算機シミュレーションでの視野半径や分離半径, 速さ, 及び各方向ベクトルの重みは, 主観的評価により手動で設定したものである. これが実際のムクドリのものと大きく異なる可能性は極めて高く, そのために異なる角度分布が得られた可能性もある. これらの変数の合理的設定は非常に難しく, 今後への大きな課題である.

7.4　今後の展望

前節で述べたように, この研究にはまだ様々な興味深い課題や困難な問題がある. 今後の展望として実世界との相関をより重視した群知能シミュレーションの探求が挙げられる. 以下に本稿で得られた結果を踏まえてその具体的展望を述べたい.

7.4.1　遺伝的アルゴリズム (GA) の適用

今回の実験で得られた群知能シミュレーション上での異方性創発は Boid アルゴリズムと実世界の群れとのつながりを示すだけでなく, 任意の群知能シミュレーションに実測データからの客観的評価を与えられることを示している. 客観的評価最大の意義は, Boid アルゴリズムの各相互作用ベクトルの重み調節 (パラメータ設定) に対して GA 適用が可能になるという点にある.

今までの Boid アルゴリズムを用いた群知能シミュレーションでは, そのほとんどで主観的評価や所謂「勘」による手動でのパラメータ設定が行われてきた. Boid アルゴリズムのパラメータ設定に対する GA の適用としては「対話型遺伝的アルゴリズム」という人間による主観を評価関数とした先行研究 [15] があるが, この場合でも実験者の意図どおり, いわゆる「トップダウン的」なパラメータ設定となってしまう. このような主観的評価が一般的となった背景には Boid アルゴリズムに限らず, 計算機上にシミュレートした群れを客観的な数値で評価することに対する困難さがあった. しかし今回, 我々が計算機実験により示したように, 異方性の創発を示す γ という客観的な評価指標が実測データから得られたことで, 主観に頼らない「ボトムアップ的」な群知能シミュレーションの作成に大きく近づいたと言える.

7.4.2 実世界に基づく群知能シミュレーション

Ballerini らによれば, 異方性の創発はその近傍個体に対する相互作用の有無をも示すという [5]. Fig.10 (上図) は実測データの 2 つの群れにおいて, n 番目の近傍個体に対する γ 値の測定を $n = 15$ までの近傍個体に対して行った結果を示している. 図の横軸は n, 縦軸は γ 値であり, ●及び▲はそれぞれ構成個体数 781 匹, 1168 匹の群れのデータを表している [5]. また, 誤差棒は標準誤差を示す. この図から, どちらの群れでも γ 値は最近傍個体だけでなく 6 番目の近傍個体まで 1/3 以上の値, つまり異方性を創発していることがわかる. これはすなわち, 実世界の群れでは各個体が 6 番目までの近傍個体群と相互作用していることを示すと Ballerini らは主張する [5].

そこで我々も, 今回の計算機シミュレーションで得られた最適な群れ (**集団 4**) とより高い異方性を持つ集団 (**集団 5**) それぞれ 1500 回の試行に対し, Ballerini らと同様に 15 番目の近傍個体まで γ 値の数値計算を行った. その結果を Fig.10 (下) に示す. この図から, **集団 4**, **集団 5** 共に n が増加すると γ 値が減衰し, **集団 4** においては実測データと同様に 1/3 へ漸近する様子が見て取れる. しかし, 最近傍個体 $n = 1$ に対する γ 値の低さや, γ 値が 1/3 以上の値を保っているのは最近傍個体までという点で Ballerini らの実測データと大きく異なっている. この理由には, 「視野内の個体群と相互作用する」という Boid アルゴリズム自体の設定により各個体が相互作用する個体数が常に動的に変化する点や, 7.3 節で考察した実世界と今回の群知能シミュレーションとの相違点が考えられる.

これらを踏まえ, 今後の課題として Boid アルゴリズムの視野概念そのものを見直し, 相互作用する個体数を視野と無関係に実測データと同様 6 番目近傍までとするアルゴリズムを作成/検証する必要がある. こうして得られたアルゴリズムが, 実測データと同様の角度分布や n 番目近傍に対する γ 値の特性を示したならば, それは実世界に基づく群知能シミュレーションへの新たな足がかりとなることが期待できる.

8 おわりに

本稿では実世界のムクドリの群れに見られる異方性が Boid アルゴリズムを用いた人工的な群知能シミュレーションでも創発されることを数値実験により定量的に示した. さらに, この異方性の度合いを表す γ 指標を用い, 計算機シミュレーションの妥当性が評価できることを明らかにした. 我々がここで提示した結果はまだまだ「決定打」ではないものの, 「群知能」という概念を実測データと計算機シミュレーション結果とでつき合せ, 系統立てて評価していくための意味ある第一歩と位置づけることができると考える.

謝辞

本論文を書くにあたり大変お世話になりました指導教員である井上純一准教授, ご協力をいただきました小野哲雄教授に感謝いたします. また本研究は文部科学省科学研究費補助金・特定領

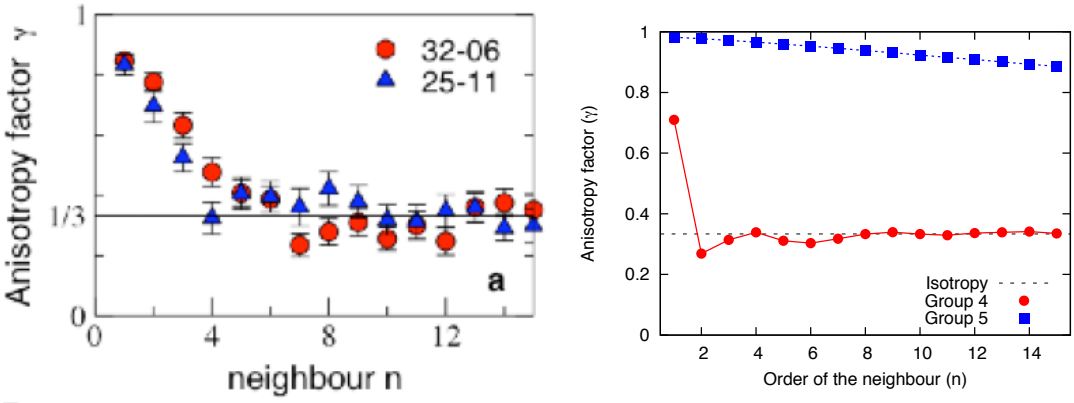

Fig. 10: γ 値を n の関数としてプロットした図. 左は実測データの群れ (Ballerini *et al*, *Proceedings of the National Academy of Sciences USA* **105**, pp. 1232-1237 (2008)[5] より転載). n が増加するごとに γ 値は減少し, 1/3 に漸近する. 右は我々の群知能シミュレーションにおける集団 **4** と集団 **5** を同様にプロットしたもの. n の増加に伴う γ 値の減少はどちらの集団でもみられる.

域研究「情報統計力学の深化と展開」(課題番号：18079001) の援助を受けました. この場を借りてお礼申し上げます.

参考文献

1) 大内 東, 山本 雅人, 川村 秀憲：「マルチエージェントシステムの基礎と応用」pp.1-3, コロナ社 (2002)

2) `http://www.red3d.com/cwr/boids/`

3) 井庭 崇, 福原 義久：「複雑系入門　— 知のフロンティアへの冒険 —」pp.176-179, NTT 出版株式会社 (1998)

4) Iwao Bialynicki-Birula and Iwona Bialynicka-Birula, *Modeling Reality: How computers mirror life*, *Oxford University Press* (2004)

5) M. Ballerini, N. Cabibbo, R. Candelier, A. Cavagna, E. Cisbani, I. Giardina, V. Lecomte, A. Orlandi, G. Parisi, A. Procaccini, M. Viale and V. Zdravkovic, *Interaction Rulling Animal Collective Behaviour Depends on Topological raher than Metric Distance, Evidence from a Field Study*, *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, **105**, pp.1232-1237 (2008)

6) I. Aoki, *A simulation study on the schooling mechanism in fish*, *Bulletin of the Japanese Society of Scientific Fisherise*, **48**, pp.1081-1088 (1982)

7) C.W. Reynolds, *Flocks, Herds, and Schools: A Distributed Behavioral Model*, *Computer Graphics*, **21**, pp.25-34 (1987)

8) 鈴木 勝也, 高木 力, 守冨 裕, 鳥澤 眞介, 宮下 和士, 閉鎖空間内における魚群行動の確率モデル, *Mathematical and Physical Fisheries Science*, **1**, pp.15-20 (2003)

9) Y. Inada, H. Tokita, M. Futakami, K. Horie, H. Takanobu, *Simulation Study of Formation Flight of Micro Air Vehicles Based on the Collective Motion Control of Organisms* , *JAXA research and development report*, **JAXA-RR-08-010**, pp.1-16 (2009)

10) D.P. Landau and K. Binder, *A Guide to Monte Carlo Simulations in Statistical Physics*, *Cambridge University Press* (2000)

11) A. Cavagna, I. Giardina, A. Orlandi, G. Parisi, A. Procaccini, M. Viale and V. Zdravkovic, *The STARFLAG handbook on collective animal behaviour: Part II, empirical methods*, *Animal Behaviour*, **76**, Issue 1, pp237-248(2008)

12) J.M. Cullen, E. Shaw and H.B. Baldwin, *Methods for measuring the three dimensional structure of fish schools*, *Animal Behaviour*, **13**, pp.534-543 (1965)

13) B.L. Patridge, T. Pitcher, J.M. Cullen and J. Wilson, *The three-dimensional structure of fish schools*, *Behavioral Ecology and Sociobiology*, **6**, pp.277-288 (1980)

14) G.R. Martin, *The eye of a passeriform bird, the European starling (Sturnus vulgaris): eye movement amplitude, visual fields and schematic optics*, *J.Comp. Physiol.A*, **159**, pp.545-557 (1986)

15) Y.-W. Chen, K. Kobayashi, H. Kawabayashi and X. Huang, *Application of Interactive Genetic Algorithms to Boid Model Based Artificial Fish Schools. Lecture Notes in Computer Science*, **5178**, pp.141-148 (2009)

16) 渡辺宙志, 「一様乱数を使う」, http://apollon.cc.u-tokyo.ac.jp/ watanabe/pdf/prob.pdf (2009)

付録

A　球内への一様配置と角度分布図作成について

球内または球表面の xyz 座標は極座標 ($\theta_k \in [0,\pi]$,$\alpha_k \in [0,2\pi]$), 球の半径 r を用いて以下のように表すことができる.

$$\begin{aligned} x &= r\sin\theta_k\cos\alpha_k \\ y &= r\sin\theta_k\sin\alpha_k \\ z &= r\cos\theta_k \end{aligned} \tag{4}$$

この (θ_k,α_k) を我々が角度分布測定の際に考慮する緯度と経度 ($\phi \in [-\pi/2,\pi/2]$,$\alpha \in [-\pi,\pi]$) に変換すると, $\alpha_k = (\pi-\alpha)$, $\theta_k = (\pi/2-\phi)$ より

$$\begin{aligned} x &= -r\cos\phi\cos\alpha \\ y &= r\cos\phi\sin\alpha \\ z &= r\sin\phi \end{aligned} \tag{5}$$

となる.

A.1　球内への一様分布

次に球内へ全個体を一様に分布させる方法を考える. これは各個体の初期配置に関わるため, 極めて重要な問題となる. その理由はこの一様分布に偏りがあると試行回数を重ねても境界効果 (付録 **B** 参照) の影響が排除されなかったり, 逆にバイアスとして γ 値による異方性測定に影響を与えてしまうためである.

一見すると前述の極座標 ($0<\theta_k<\pi, -\pi<\alpha_k<\pi$), 半径 $r_1(0<r_1<r)$ に対しそれぞれ一様な乱数を与えることで, 容易に一様な球内への分布が実現されると考えがちであるが, θ_k を一様な乱数としてしまうと θ_k の両極端 ($\theta_k = 0,\pi$) では密, 赤道付近 ($\theta_k = \pi/2$) では疎と, 偏った個体分布となることが知られている [16]. Fig.11(左) は r_1 を一定とし, 1000 個体を θ_k に一様な乱数を用いて配置したものである (すなわち半径 r_1 の球表面へ配置される). この図から確かに個体の分布が偏っていることが見て取れる.

この偏りはヤコビアンが $\sin\theta_k d\theta_k d\alpha_k$ であるために生じる現象であり, 個体分布を一様にするためには θ_k ではなく $z = \cos\theta_k$ を一様な乱数とする必要がある. これにより

$$\begin{aligned} z &= \cos\theta_k \\ dz &= -\sin\theta_k d\theta_k \end{aligned}$$

からヤコビアンは $-dzd\alpha_k$ となる. すなわち $[-1,1]$ の一様乱数 z, $[0,2\pi]$ の一様乱数 α_k, 半径を r_1 とすると, 球内の一様な個体分布の座標は

$$\begin{aligned} x &= r_1\sqrt{1-z^2}\cos\alpha_k \\ y &= r_1\sqrt{1-z^2}\sin\alpha_k \\ z &= r_1 z \end{aligned} \tag{6}$$

で与えられる. この式による球表面への個体分布を Fig.11(右) に示す. この図から明らかに Fig.11(左) で見られた偏りが解消されていることが確認できる.

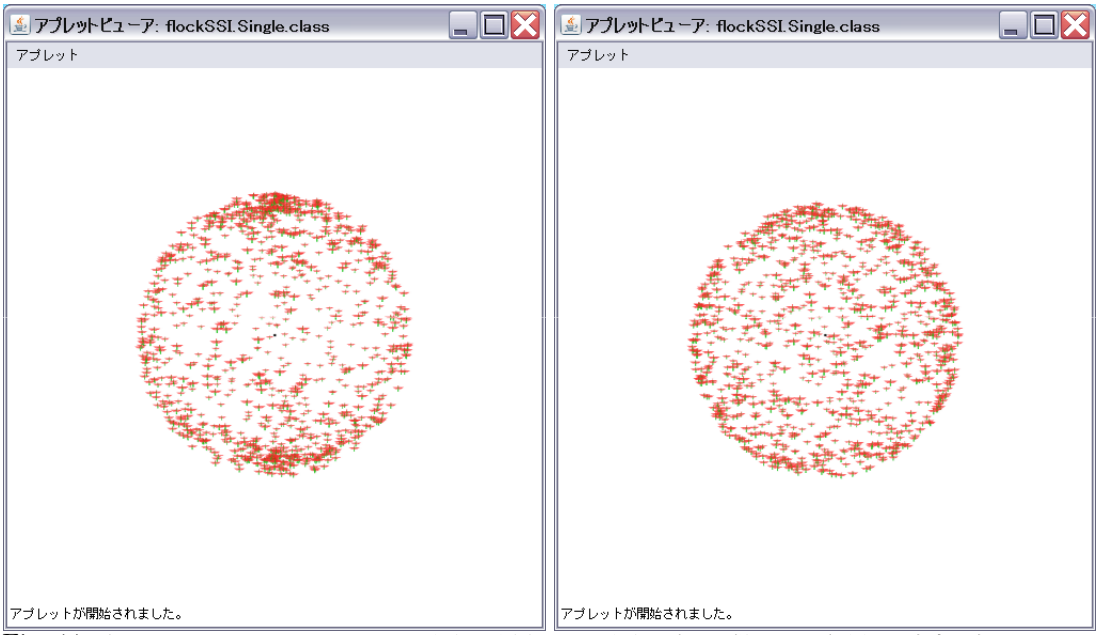

Fig. 11: 左：θ_k に対する乱数を用いて 1000 個体を配置した図. 個体分布は一様とならず, 極地で密度が高くなることが確認できる. 右：z に対する乱数を用いて 1000 個体を配置した図. 個体分布が一様となることが確認できる.

この点を踏まえ本稿中の個体の初期配置, 及び初期移動速度方向に (6) 式を用いることで一様な個体分布, ランダムな速度方向を実現している.

A.2 角度分布の等方性について

A.2.1 角度分布の「偏り」

前節で述べたように各個体の極座標 θ_k,α_k を一様に与えた場合にはその個体分布に偏りが生じることがわかった. このことから, 個体分布に偏りがない等方的な場合においては各個体の θ_k と α_k の角度分布は一様にならない, すなわち個体の xyz 座標による個体分布が一様でも θ_k と α_k による角度分布には偏りが生じることが考えられる. この角度分布の偏りは, θ_k が一様な乱数の場合 (個体の角度分布が一様な場合) では $\theta_k = 0, \pi$ で個体分布が密, $\theta_k = \pi/2$ で疎となったことを考えると, 個体分布が一様の場合はこの逆, すなわち $\theta_k = 0, \pi$ で疎, $\theta_k = \pi/2$ で密な角度分布が得られると考えられる. これは異方性測定時の角度分布測定で用いる緯度と経度 (ϕ, α) に関しても同様であり, $\theta_k = (\pi/2 - \phi)$ であるからその偏りは $\phi = -\pi/2, \pi/2$ の場合に疎, $\phi = 0$ で密となる.

よって緯度と経度による単純な角度分布測定では, 個体分布に偏りがない等方性の性質が示されていても, 角度分布上には一定の偏りが生じることが示唆される.

A.2.2 検証実験 A

この検証のために, 「角度分布が一様な場合」に (5) 式から与えられる個体の配置と, (6) 式による「個体分布が一様な場合」の個体の配置で緯度と経度による角度分布図の比較を行った.

具体的には, 半径 180 の球面上に 100 個体をこの 2 つの場合で配置し, その集団の重心から, x 軸の正の方向ベクトル (1,0,0) に対するそれぞれの個体の存在方向を緯度と経度 (ϕ, α) により測定し, 角度分布図を作成する. まず角度 ϕ, α を共に一様乱数によって定め, (5) 式によって配置した集団を用意し測定を行う. 次に ϕ の代わりに $z = \sin\phi$ を $[-1 : 1]$ の乱数で与え, (6) によって配置した一様な個体分布の集団で同様の測定を行う.

結果を Fig.12, に示す. Fig.12(左) は角度分布が一様な場合, Fig.12(右) は個体分布が一様な場

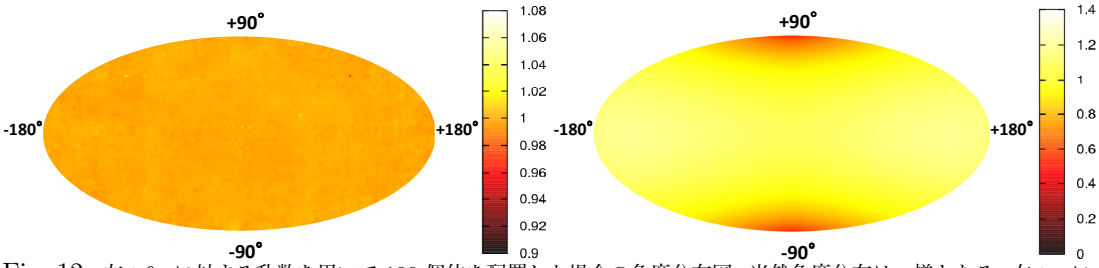

Fig. 12: 左：θ_k に対する乱数を用いて 100 個体を配置した場合の角度分布図．当然角度分布は一様となる．右：z に対する乱数を用いて 100 個体を配置した場合の角度分布図．個体分布は一様であるはずだが，角度分布は一様ではないことが確認できる．

合のそれぞれの角度分布を示している．この 2 つの図から，個体分布が一様な場合 (Fig.12(右)) では明らかに $\phi = -\pi/2, \pi/2$ の場合に疎，$\phi = 0$ で密な角度分布が見て取れる．

この結果は，本稿における計算機実験において γ 値が 1/3 を示す等方的な集団においても角度分布図に Fig.12(右) のような偏りが生じることを実証している．

A.2.3　等方性の場合による規格化

この等方性の場合における角度分布図の偏りは，本質的な異方性創発の判断には影響しないものの実測データとの比較においては好ましくない．そこで我々は，球内への一様分布を実現する際に θ ではなく $z = \cos\theta_k$ を一様に与えた点に注目した．これは逆の発想により，個体分布が一様な場合は $\cos\theta_k$ が $[-1:1]$ の範囲で一様に分布することが考えられる．すなわち極座標 θ_k を緯度 ϕ に変換した $\sin\phi$ を用いて，得られた角度分布 (ϕ, α) に対し $\sin\phi$ による「補正」を加え，規格化することで，個体分布が一様な等方性の場合に角度分布図も一様にすることができると考えた．具体的には，補正前の緯度と経度を (ϕ_0, α_0) とすると補正後の緯度と経度 (ϕ, α) は

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha_0 \\ \phi &= 90 \sin\phi_0 \end{aligned} \tag{7}$$

と与えられる．本稿における角度分布図はこうした補正を加えた緯度と経度を用いて作成され，等方性 $(\gamma = 1/3)$ の場合を基準に規格化されていることに注意されたい．

B　境界効果とその統計処理について

B.1　境界効果とは

近傍個体の角度分布から異方性創発の有無を調べる本実験では，境界効果 (***Border Bias***) と呼ばれる重要な統計処理上の問題を解決する必要がある [5]．境界効果とは，集団の境界線上にいる個体が内部の個体と異なる性質を持つことに起因する外乱である．例えば近傍個体の角度分布測定に注目した場合，フィールドに接している境界面上の個体にとってその最近傍個体は集団の内部にいる確率が極めて高い．この偏りが集団全体で最近傍個体に対する異方性や距離等の統計量を算出する際，内部個体が持つ本来の性質を歪める可能性がある．これが境界効果であり，異方性測定では集団の形状が対称性の高い球状などの場合には相殺されるものの，必ずしも対称性の保証されない本実験では適切な対策が必要である．

Ballerini らの研究グループは「*Convex Hull*」や「*α-Shape*」など，複数のアルゴリズムを用いて境界面上に位置する個体を特定することで境界効果の排除を実現しているが [11]，我々は彼らのものよりシンプルかつ簡易な手法を考案した．

その手法とは，注目する集団に対し初期条件に乱数を用いた試行を十分な回数行い，異方性測定をその平均により行うという極めて単純なものである．乱数による初期設定では，異方性測定の基準となる集団の速度ベクトル方向は全方位にランダムに発生しうる．当然，本質的に異方性

が創発されている集団であれば, 速度ベクトル方向自体を基準に近傍個体が異方性を持つ分布へ移動するため, 初期配置や速度ベクトルがどの方向であっても角度分布, γ 値共に全く影響しない. ところが境界効果による異方性への影響は集団の形状により変化し, 集団の形状は各個体の配置と速度ベクトル方向によって変化する. すなわち異なる初期条件で十分な試行を行うことで様々な集団の形状が生じ, 境界効果の相殺が期待できる. 我々はこれにより内部の本質的な性質のみを取り出すことが可能であると考えた.

B.2　検証実験 B

この手法の実効性を示すために, 我々は Cavagna らの研究 [11] を参考にして境界効果の発生しやすい直方体状の集団に対する異方性測定を行い, その効果を検証した. 以下にその概要を示す. 実験で用いる集団の個体数は 100 とし, 相互作用や速さ変化等は実装せずに初期速度ベクトルのみで一定の移動をするだけの集団とする. まず全個体を辺の比が 1 : 3 : 7 の直方体の中に乱数を用いてランダムに配置する. そして直方体の最短辺方向と等しい方向の単位速度ベクトルを全個体一様に与え, $n = 15$ 番目近傍まで γ 値による異方性測定を行う. この試行を異なる初期配置で 200 回繰り返し, 各近傍番号それぞれに対する γ 値の平均を求める. 次に同じ条件下で直方体の最長辺方向と等しい方向の単位速度ベクトルを設定し同様に測定する. 最後に我々の提案した手法の効果を確認するために, 乱数により各試行毎に単位速度ベクトルの方向を変えた試行を 1500 回行い, 前述の 2 つの速度ベクトル方向による γ 値の振る舞いと比較する (Fig.13 参照). なお, 乱数により配置した直方体内の個体分布は一様であり, 近傍個体間の角度分布には何の異方性も存在しないことから, γ は n に関わらず等方的な 1/3 を示すはずである.

Fig.14 の●, ■ はそれぞれ直方体の最短辺方向, 最長辺方向に速度ベクトルを与えた際の γ 値の推移を示している. どちらも本来示されるべき等方性の 1/3 のラインから大きく外れており, 速度ベクトルの方向 (速度ベクトル方向を一致させた場合には集団の形状) によって近傍個体の異方性測定結果が歪められていることがわかる. これは境界効果が集団の形状によってその影響が大きく異なることを明確に示している. 一方, Fig.14 の ◆ は我々が提案する乱数により速度ベクトルを与えた場合の結果である. この γ 値の分布は等方性を示す 1/3 に沿っており, 提案手法で境界効果が確実に打ち消されていることが確認できる. また, 我々は上記と同様の実験を個体数 1200 として行い, 乱数を用いた初期設定で個体数 100 の場合と全く同様に境界効果を排除できる結果を得ている. このことから γ 値による異方性測定においては, Ballerini らの実測データと我々の群知能シミュレーションの個体数の差が, 境界効果排除に与える影響はほぼ無視できると考えられる.

これらの結果を踏まえ, 本章中の異方性測定においては試行回数 **1500** 回, 個体数 **100** として実験を行った.

C　待ちターン数 τ の設定について

我々は本稿のシミュレーションにおける適切な「待ちターン数」τ を以下の 2 つの実験により設定した.

C.1　検証実験 C.1

まず, 群れを形成する集団 **4** に対して速さ変化が 0 となった時点から τ=50 ターンで群れが形成されたと判断し, 単数用プログラムでこの時点のスナップショットを取得する. 次に τ を $500, 1000, 2000$ と変化させ同様にスナップショットを取得し, 各々の τ における群れ構造を比較した. Fig.15 は左上から右下の順に, $\tau = 50, 500, 1000, 2000$ のスナップショットである. この図より, $\tau = 50$ では各個体間隔が広く, 群れの形状も偏っているため, 初期配置から安定形状への遷移過程であることが伺える. そして τ が増加するにつれて群れの形状は球形に近づき, $\tau = 1000$

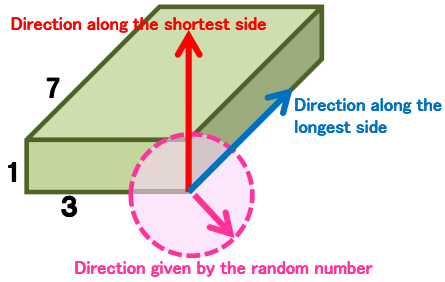

Fig. 13: 個体を配置する直方体と 3 つの初期速度ベクトル方向. γ 値の計算においては図中の 3 つの速度ベクトルは大きさ 1 に規格化される.

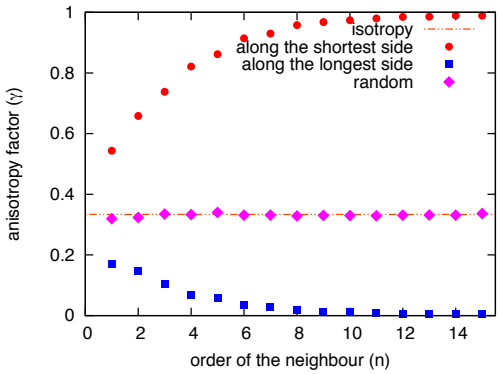

Fig. 14: 3 つの初期速度ベクトル方向による γ 値を n の関数としてプロットしたもの. 3 つとも同一の分布をもつはずであるが, 境界効果により速度ベクトル方向毎に γ 値に違いが生じる.

と 2000 ではほとんど変化が見られない. しかし, これだけでは 1 回の試行に対する目視での主観的判断となり, 初期条件に用いた乱数の影響も排除できない.

C.2 検証実験 C.2

そこで, 我々はより詳しく τ と群れ構造の関わりについて検証するため, 最近傍個体以降の異方性に注目した. 具体的には, 群れを形成する集団 **4** の 50 回の複数用プログラムを用いた試行に対し, 上記の実験で用いたそれぞれの τ の $n = 15$ 近傍までの γ 値を計算した. その結果を Fig.16 に示す. この図より, $n \gg 1$ である近傍個体に対する γ 値は τ の増加につれて等方性を示す 1/3 に近づくことがわかる. 一方, $n = 1$, すなわち最近傍個体に対する γ 値は τ が変化してもそれほど大きな変動は見られない. この実験結果から, τ が不十分な回数では最近傍個体が異方性を示す安定位置に達しても群れ全体の構造は安定状態をとらないことが示唆される. また, $\tau = 50$ における γ 値が 1/3 を下回る実験結果は「逆異方性」[4] が創発されていることを示す. よって, この実験結果は群れ構造が安定な状態へと遷移する過程において, 群れは初期条件に関わらず特定の逆異方性を創発する形状を通過していることを示している.

以上のスナップショットと γ 値における検証結果からはいずれも τ=1000 以上であれば大きな変化が見られないことから, 実験では待ちターン数 τ**=1000** として異方性測定を行った. しかし, 他のパラメータ (1 ターン前の移動ベクトルの重み (P_0) や速さ (*speed*) 等) の設定によって最適な τ は変化すると考えられるため, その都度, 調整/検討が必要である.

D 群れの評価指標としての γ 値について

7 節では異方性の創発, すなわち γ 値の測定が群れの形成有無の評価に有効であることを示したが, より厳密な評価には衝突回数を共に考慮する必要があることも同時に示した. このように γ 値が単独で群れの評価に利用できない最も大きな理由に, γ 値が角度分布のみによって計算されるという点がある. 今回のシミュレーションで衝突回数に最も影響を与えるのは, 最近傍個体までの距離である. 当然この距離が近い (密な集団) ほど衝突する危険性が高くなり, 遠い (疎な集団) ほどその危険性は低くなる. ところが γ 値にはこの距離に関わる概念は一切存在せず, 極端な例では密な集団でも疎な集団でも同一の値となりうる (Fig.17 参照). このため γ 値のみでは, その集団が衝突回数の少なさも含めた「よりよい群れ」かどうかの判定を行うことは不可能であると考えられる.

[4]近傍個体の密度が最も低い方向が群れの進行方向と直角の方向である性質.

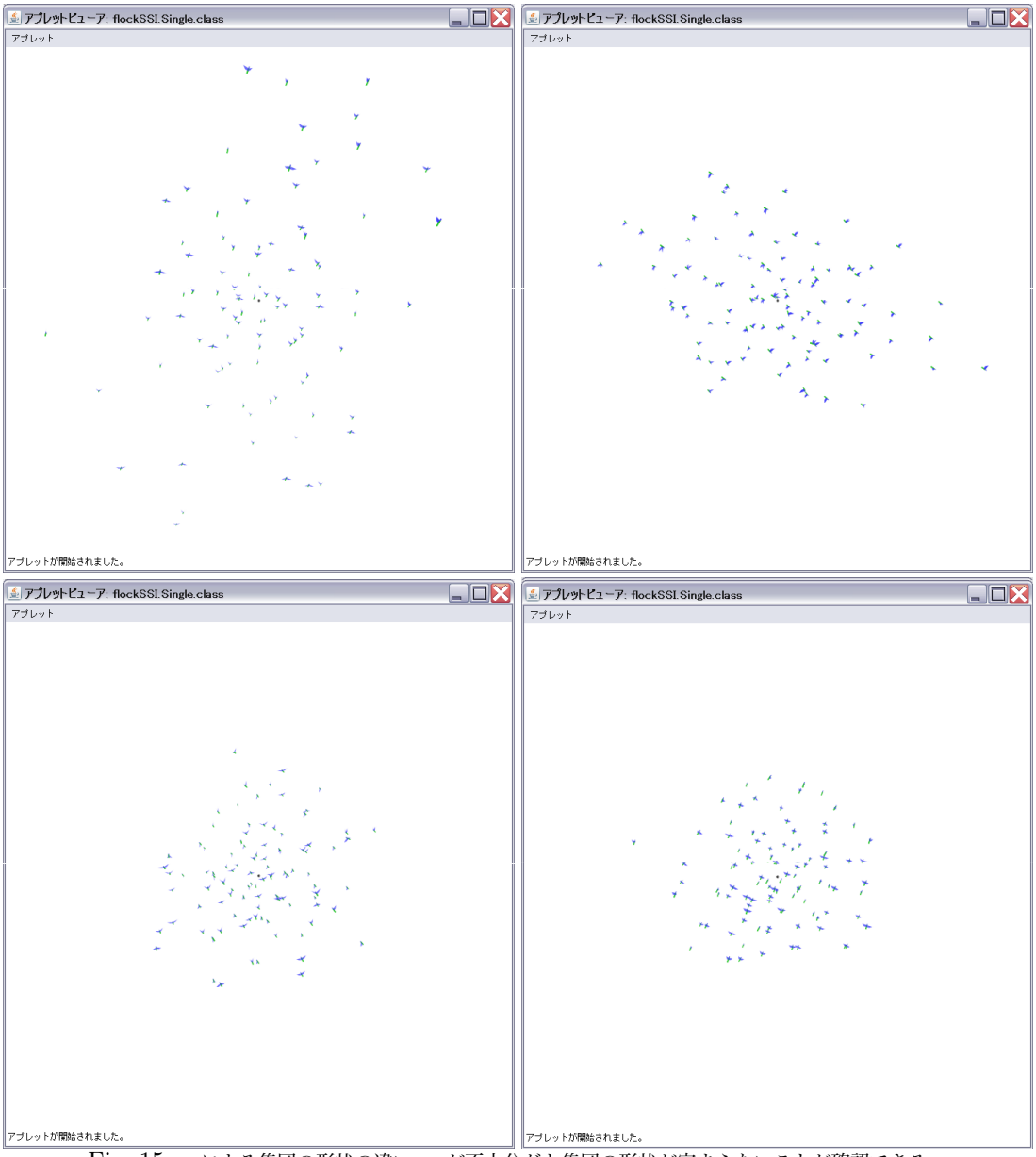

Fig. 15: τ による集団の形状の違い. τ が不十分だと集団の形状が定まらないことが確認できる.

すなわち γ 値で測れるのは群れの角度分布の最適性であり, より厳密な群れ判定には, 距離分布の最適性を測る指標 (先に述べた衝突回数以外にも最近傍個体までの距離など) との組み合わせが必要となる.

E　相互作用の重みと γ 値, 及び衝突回数との関わりについて

本稿の実験で我々は Boid の 3 つの相互作用の重みを調節することで, 4 つの異なる集団行動を作成した. そしてこの 4 つの集団における γ 値を測定することで「集団行動の種類」と最近傍個体に対する異方性創発の有無との相関を検証した. この節ではこうした集団の振る舞いではなく, 「相互作用の重みの組み合わせ」に注目し, 同様に最近傍個体に対する異方性創発の有無との相関について検証する.

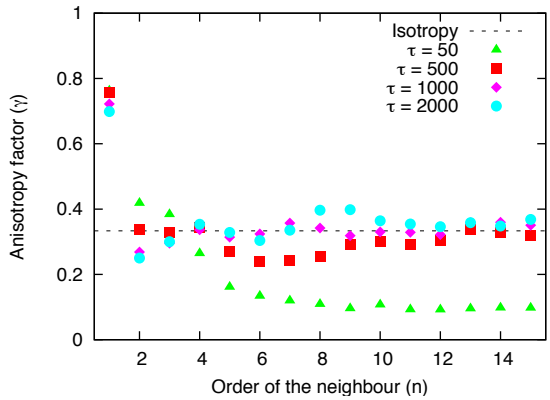

Fig. 16: 異なる τ に対して γ 値を n の関数としてプロットした図. τ が不十分だと γ 値が「逆異方性」を示す.

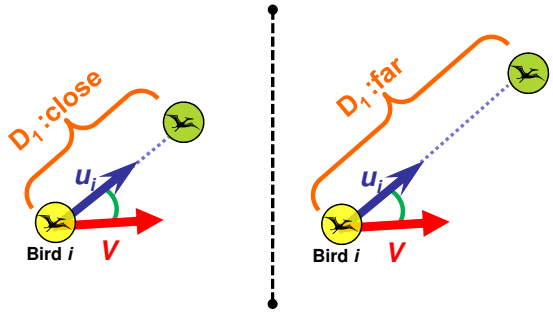

Fig. 17: 最近傍個体までの距離 D_1 が異なる集団でも, 最近傍個体へと向かうベクトルと群れの進行方向ベクトルとがなす角が同じでは等しい γ 値をもつ.

E.1 検証実験 E

まず各方向ベクトルの重み $[P_0, P_1, P_2, P_3]$ において既存の移動ベクトルの重み P_3 を 1 に固定し, Boid の 3 つの相互作用ベクトルの重み (P_0〜P_2) をそれぞれ 0 または 1 とした $2^3 = 8$ 通りの組み合わせを考える. そしてここから, 等方性となることが自明である [0,0,0,1] の場合を除いた 7 通りの集団のうち, 本稿中で異方性の測定を行っていない [1,1,0,1], [1,0,1,1],[0,1,1,1],[1,1,1,1] の集団に対して γ 値, 及び衝突回数を測定する. こうして得られたそれぞれの結果を, γ 値を縦軸 [0:1], 衝突回数を横軸 [0:8000] として同一グラフにプロットした. さらに比較のため集団 **4** の γ 値と衝突回数も同一グラフ内にプロットしている. なお, この測定は本稿中の計算機実験と同じ変数, 同条件で行った.

結果を Fig.18 に示す. 我々の考察では, γ 値が高く衝突回数の少ない集団ほど良い群れ行動であると考えられるので, Fig.18 では左上にいくほどより良い群れであることを示す. このグラフを見ると, γ 値が 1/3 より高くなるのは重みが [1,1,1,1],[1,5,1.5,1] の場合のみであり, 3 つの相互作用が 1 つでも欠けると異方性は創発されないことを示している. 特に重み [1,1,1,1] の集団は高い γ 値をもつが, 本稿中の集団 **5**(重み [2,1.5,2,1]) と同様に衝突回数が多いことから, 最適な群れ行動とは言えない (7.1.1 節参照).

また, 重み [1,1,0,1] の集団は衝突回数が際めて多いだけでなく, γ 値も 0 に近い値となっており逆異方性が示されていることがわかる. これは我々の考察におけるより良い群れとは正反対の性質であり, いわば最も群れらしくない集団と評価することができる. 実際, 単数用プログラムによる目視での観察ではこの集団が進行方向に沿って 1 列に並び, 実世界の群れとはかけ離れた形状となることが確認できる (Fig.19 参照).

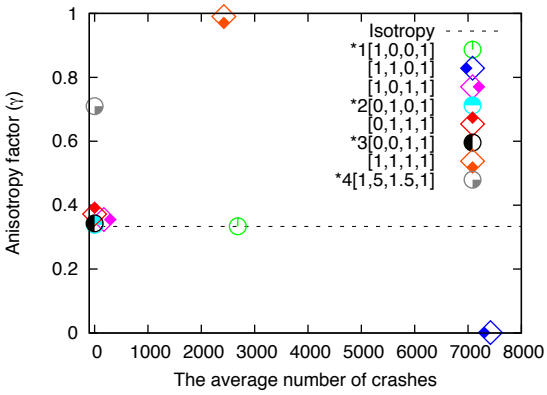

Fig. 18: 相互作用の重みの組み合わせによる γ 値, 及び衝突回数の違い.γ 値が異方性を示す (1/3 より大きくなる) ためには 3 つの相互作用が全て揃う必要があることがわかる.

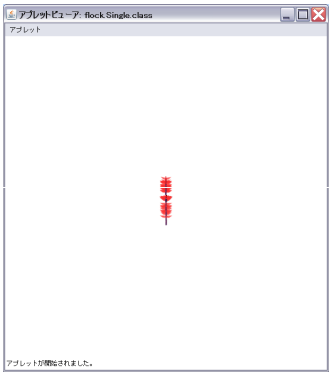

Fig. 19: 重み [1,1,0,1] の集団のスナップショット. 図の上が集団の進行方向であり, この方向に沿って一列に並ぶことが確認できる.

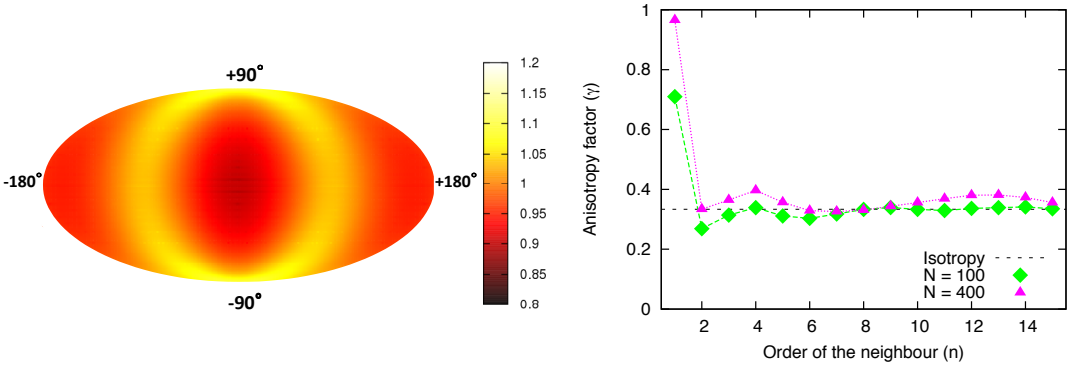

Fig. 20: 左：集団 **4** で個体数 $N = 400$ とした場合の角度分布図. 右：集団 **4** の個体数 $N = 100$ と $N = 400$ の場合で γ 値を n の関数としてプロットした図.

以上の実験から, 異方性という実測データから得られる指標に注目した場合でも Boid アルゴリズムの 3 つの相互作用は必要不可欠な要素であることが示され, 振る舞いのリアルさ以外の観点からも Boid アルゴリズムの妥当性が示唆される.

F　個体数と異方性創発との関わりについて

F.1　検証実験 F

我々は個体数と異方性創発との関係を検証するため, 集団 **4** と同じ重み設定 $[1, 5, 1.5, 1]$ で個体数 $N = 400$ の群れ行動に対して異方性を測定した. 初期配置に用いる球の半径 $L = 180$ だけは, 個体数 $N = 100$ の場合の初期配置と密度が等しくなるように $L = 286$ に変更した. 測定は本稿中の異方性測定と同様に 1500 回の試行に対して行い, 最近傍個体の角度分布図と γ 値を測定した.

角度分布図, 及び γ を n の関数としてプロットした図を Fig.20 に示す. この集団の最近傍個体に対する γ 値は 0.966 となり, $N = 100$ の場合よりも高い異方性を示すことがわかる. しかし角度分布図に注目した場合, 分布が低い部分の形状には特に変化はなく, 単純に個体数を増加させても実測データの角度分布図と一致する角度分布は得られないことが考えられる. また, $n = 1$ では $N = 400$ の方が高い γ 値を示すものの, n の増加によってすぐに 1/3 へ収束する特性は個体数に依らず変化しないことがわかる.

この結果から個体数の差は, γ 値の大小には多少の影響を与えるものの, 異方性創発そのものを打ち消したり歪めたりすることはなく, 本稿中のように同一個体数による異方性の比較に与える影響はほとんど無視することができると考えられる.