

# いわゆる母数について

園 信太郎

## 1. 母数

「未知固定 (unknown but fixed) の母集団分布」の候補者を指定する助変数 (parameter) は、邦語で母数と呼ばれる。そこで母数  $\theta$  及び空でない母数空間  $\Theta$  が設定されて、観察値に関する密度関数の族  $(f(\cdot | \theta); \theta \in \Theta)$  が導入されることとなる。ここでの  $\theta$  が、純粹に数学的なものならば、つまり日常的な状況からすれば、抽象的 (abstract) と形容してかまわないものならば、 $\Theta$  上に本来の事前分布、つまり主観確率 (subjective probability) を導入することは不可能である。なぜならば、主観確率とは事事物物に即して導入されるものであり、 $\theta$  によって象徴される助変数の具体的背景を考慮すること無しに導入されることなどは、あり得ないからである。例えば、「 $\theta$  は某という状況での某某という長さを表す」とか、「 $\theta$  は某という設定の下での某某という比率を表す」とか、 $\theta$  の背景がとにかく具体的なものとして与えられているのでなければ、「その  $\theta$ 」への主観確率の導入は不可能である。

本来のベイジアン (Bayesian proper) といわゆる客観的ベイズ推論 (objective Bayesian inference) とは、この点において大いに異なる。客観的ベイズ推論では、Jeffreys の規準に見られる様に、密度関数の族が指定されると、それに従って母数空間上に、相対的に noninformative (非報知的) な事前分布が導入される。

また A. Wald による統計的決定理論の枠組みにおける Bayes 解に関する事前分布とは、抽象的な重みづけであり、これに基づいて真剣な統計的決定理論を展開できる訳がない。実際、

損失関数を導入する際には、決定を行う者つまり決定者が、自身の効用関数と関るわけだが、その際は彼は不確定性に直面した状況で自身の態度を決めなければならず、そのさい自身の個人的確率 (personal probability) を見積ることとなるのであり、この際に決定者は、自身の本来の事前分布と「関る」のである。

本来のベイジアンとは、事事物物に即して論理を展開するという様式において、紛れもなく事物論理の側に立つ。

## 2. 「未知固定」に関する論点

論点を明確にするために、正規母集団を想定し、しかも母分散は既知であり、母平均のみ「未知固定」とする。一方母数を (異なる二点を持つ母数空間に属する)  $\mu$  とする。「真の」平均を  $\mu_*$  とすると、この  $\mu_*$  の「定義」は、「[「未知固定の母集団分布」に関する「平均」]であり、この「平均」は「未知固定の母集団分布」を用いた積分によって表現される。

しかし、「未知固定の母集団分布」を「確率」分布と見なすのならば、そのような「確率」分布の「存在」は、radical Bayesian の立場からは容認できない。Radical Bayesian からすれば、「未知固定「確率」などは「存在」しない」からである。

Leonard Jimmie Savage は、母集団と呼ばれる集団が正に実際の場で「存在」する場合に限って、population という単語を利用している。このような population の分布とは「[「比率」の表現]であり、「確率」ではない。

しかし、多くのテキストでは、母集団分布は

「確率」の表現」と、暗黙の内に、見なされている。実際、いわゆる「無限母集団」が関ってきて、頻度論的には、「確率」の表現」と言いたくなってしまうからである。Jimmie はしかし、「無限母集団」などというものを元来信用していない。とにかく radical Bayesian は、頻度論的「母集団」に対して、厳しい疑問符を打っている様である。

ば、交換可能性(exchangeability)に関する議論を持ち出すこととなるであろう。しかし、上で言及したような「未知固定の正規母集団」の平均  $\mu_{nk}$  という「自然な」概念に直接的に言及できないとなれば、Bayesian approach の方法論的優位が揺らぐ事となるであろう。それは、驚くほど煩瑣な割に方法論的に極めて弱い頻度論的接近と、大差が無いものになりかねない。

### 3. 付記

2010年10月28日(木)

もし radical Bayesian の立場に徹するのなら