



Title	二分決定グラフによる量子回路設計
Author(s)	山下, 茂
Citation	2010年度科学技術振興機構ERATO湊離散構造処理系プロジェクト講究録. p.357-358.
Issue Date	2011-06
Doc URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/48374">http://hdl.handle.net/2115/48374</a>
Type	conference presentation
Note	ERATO 湊離散構造処理系プロジェクト春のワークショップ (キックオフシンポジウム). 2010年5月28日 (金) ~ 29日 (土). ERATO湊プロジェクト研究室.
File Information	29.yamashita_06.pdf



[Instructions for use](#)

## 二分決定グラフによる量子回路設計

立命館大・情報理工・山下茂

- 量子回路- $2^n \times 2^n$ の複素行列
- ある種の量子回路の場合二分決定グラフで効率的に表現可能
- そして、ほぼストレートフォワードに量子回路設計可能
- 解きたい問題

(古典なら $2^n$ の0/1)

Shigeru Yamashita  
Shin-ichi Minato  
D. Michael Miller

- 1993 京都大学工学部情報工学科卒業
- 1995 京都大学大学院工学研究科情報工学専攻修了
- 1995 日本電信電話株式会社 NTTコミュニケーション科学基礎研究所 研究員
- 2000 科学技術振興事業団 ERATO 今井 量子計算機構プロジェクト研究員 (兼務)
- 2003 奈良先端科学技術大学院大学 情報科学研究科 助教授
- 論理合成, 量子アルゴリズム, 対故障回路設計, GPU, **量子回路設計**

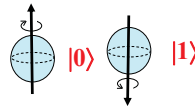
0

## What is Q.C. in short?

To perform computation by using "quantum states," controlling by quantum gates

### Quantum States – 2 level physical system

- light phase ( $0^\circ$  and  $90^\circ$ )
- spins of electron ( $\uparrow$  and  $\downarrow$ )
- energy level of quantum dots (ground and excited)
- NMR (average spin of  $6 \times 10^{23}$  molecules)



### Quantum Gate

We can control quantum states by adding magnetic fields, irradiate an electromagnetic waves, ...

### Quantum Bit

$$\sqrt{0.7}|0\rangle + \sqrt{0.3}|1\rangle$$

Any superposition of two distinguishable quantum states

1

## Quantum Bit & Quantum Gate

Quantum Gate = Certain Physical Operation

$$|0\rangle \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$$

Superposition of  $|0\rangle$  and  $|1\rangle$  w.p.  $\frac{1}{2}$  each

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$H \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Quantum Bit: **1x2 column vector**
- Quantum Gate: **2x2 Matrix**

2

## Operations in Q. C.

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -i \sin \frac{\theta}{2} \\ -i \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \quad NOT = iR(\pi) = i \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{2} & -i \sin \frac{\pi}{2} \\ -i \sin \frac{\pi}{2} & \cos \frac{\pi}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

### Classical Operation : NOT

$$|0\rangle \xleftrightarrow{NOT} |1\rangle \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Quantum Bit: **1x2 column vector**
- Quantum Gate: **2x2 Matrix**

### Quantum Operation

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -i \sin \frac{\theta}{2} \\ -i \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3

## Representation for General Q. C.

- Quantum Bit: **1x2 column vector**
- Quantum Gate: **2x2 Matrix**

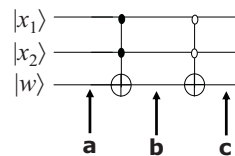
- n Quantum Bits: **1x $2^n$  column vector**
- n Quantum Gate:  **$2^n \times 2^n$  Matrix**

$$V = \frac{1+i}{2} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$$

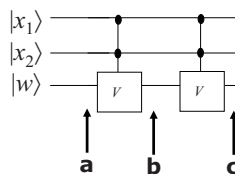
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1+i}{2} & \frac{1-i}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-i}{2} & \frac{1+i}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4

## SCQCs and Matrix Functions



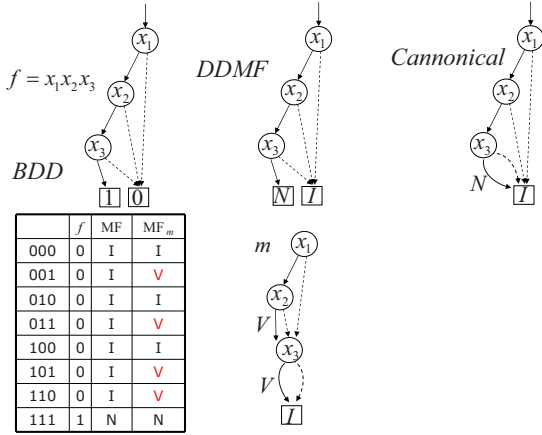
	a	b	c	f
00	I	I	N	1
01	I	I	I	0
10	I	I	I	0
11	I	N	N	1



	a	b	c	f
00	I	I	I	0
01	I	I	I	0
10	I	I	I	0
11	I	V	N	1

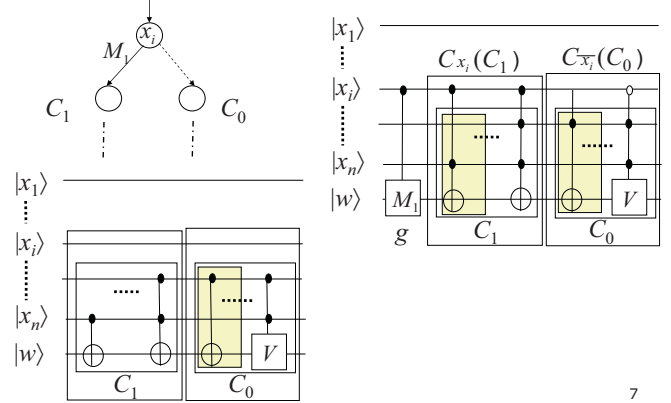
5

### DDMF: Decision Diagram for Matrix Function



6

### DDMF -> Quantum Circuit Easy to Perform Recursive Algorithm



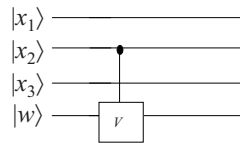
7

### Problem Formulation

1. How about variable ordering?
2. How to divide the target func. into several MFs?

$x_1x_2x_3$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$R$	Target Func.
000	I	I	I	I	I
001	I	I	V	V	N
010	I	V	I	V	N
011	I	V	V	I	N
100	V <sup>-1</sup>	I	I	V	I
101	V <sup>-1</sup>	I	V	I	I
110	V <sup>-1</sup>	V	I	I	I
111	V <sup>-1</sup>	V	V	V	N

Easy ?



8