



Title	量子回路設計とは?
Author(s)	山下, 茂
Citation	2010年度科学技術振興機構ERATO湊離散構造処理系プロジェクト講究録. p.91-95.
Issue Date	2011-06
Doc URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/48472">http://hdl.handle.net/2115/48472</a>
Type	conference presentation
Note	ERATO 세미나2010 : No.13. 2010年8月20日
File Information	13_all.pdf



[Instructions for use](#)

ERATO セミナ 2010 - No. 13

## 量子回路設計とは？

山下茂


立命館大学 情報理工学部 情報システム学科

2010/8/20

### 概要

量子回路で計算を行うとは、どのようなことであるのかを基本的な内容を含め説明する。また、「量子回路設計」の意味について概説する。

### 量子状態



- ・ スピン1/2粒子系など  
2状態系で実現する

$|+\frac{1}{2}\rangle \rightarrow |0\rangle$     $|-\frac{1}{2}\rangle \rightarrow |1\rangle$

- ・ 光の偏光 ( $0^\circ$  と  $90^\circ$ )
- ・ 電子のスピン向き ( $\uparrow$  と  $\downarrow$ )
- ・ 量子ドットのエネルギー準位 (基底と励起)
- ・ etc.

量子状態
 $\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$ 
公理1

↓

重ね合わせ状態
公理2

もし、観測すると、0と1が1/2の確率で得られる。

0
0

### 量子計算のモデル

量子ビット  $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$  ( $\alpha, \beta$ : 確率振幅)

“区別”可能な2つの状態の任意の重ね合わせ  
確率 $|\alpha|^2$ で $|0\rangle$ , 確率 $|\beta|^2$ で $|1\rangle$

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

量子ゲート ユニタリ変換

量子ビットへの“ある種の”操作

1

### 量子ビット

古典的な1ビットの内容は...
0 もしくは 1

量子計算機における1ビットの内容は...

$$\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad (\alpha, \beta \in \mathbf{C})$$

“0である状態と1である状態の重ね合わせ”

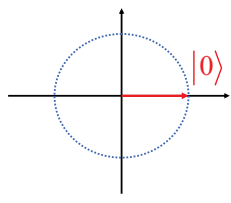
$\alpha$ : 状態 $|0\rangle$ の振幅    $\beta$ : 状態 $|1\rangle$ の振幅

0が観測される確率 $=|\alpha|^2$  & 1が観測される確率 $=|\beta|^2$

2
2

### 量子ビットの表現

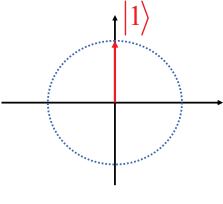
1量子ビット=2次元複素ベクトル(長さ1)

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$


3

### 量子ビットの表現

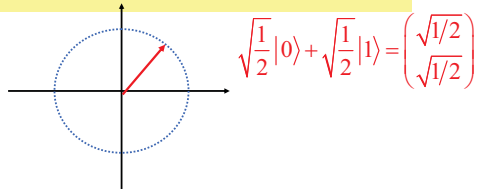
1量子ビット=2次元複素ベクトル(長さ1)

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$


4
4

### 量子ビットの表現

1量子ビット=2次元複素ベクトル(長さ1)

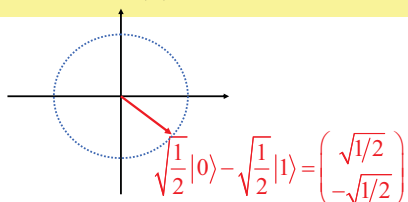
$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$


5

### 量子ビットの表現

1量子ビット=2次元複素ベクトル(長さ1)

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



6

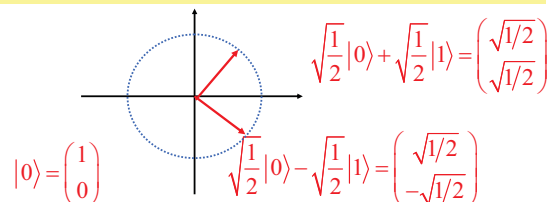
6

### 量子ビットの表現

ベクトルの内積が0 → 直交

ベクトルの内積の2乗が観測確率になる

(以下の3つのベクトルで確認だけ)



7

7

### 量子演算

• もう少しだけ数学的なお話...

### 量子演算

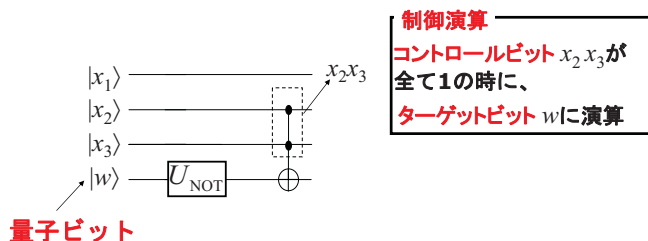
24

24

### 量子ゲート

**NOT演算**

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \longleftrightarrow |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad U_{NOT} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$



**制御演算**  
コントロールビット  $x_2 x_3$  が  
全て1の時に、  
ターゲットビット  $w$  に演算

量子ビット

25

25

### NOT演算 = X

$$U_{NOT} |0\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |1\rangle \quad (0 \rightarrow 1)$$

$$U_{NOT} |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |0\rangle \quad (1 \rightarrow 0)$$



26

26

### Hadamard変換

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad H = 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

とすると 次のスライドで計算

$$H \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

つまり、

$$|0\rangle \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle)$$

$|0\rangle$ と $|1\rangle$ が、1/2の確率で重ね合わされた状態

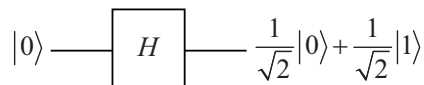
27

27

### Hadamard変換

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$$

$$H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$$



28

28

### 2ビット演算 CNOT

左の量子ビットが1のときに右の量子ビットXを適用

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle \xrightarrow{CNOT} ?$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle \rightarrow \left( \frac{1}{2}|00\rangle + \frac{1}{2}|10\rangle \right)$$

29

29

### 関連知識

### パウリ行列

エラー訂正などによく使えます。

37

37

### パウリ行列

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad Y = i \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$X|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |1\rangle$$

$$X|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |0\rangle$$

$$Z|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = -|1\rangle$$

38

38

### パウリ行列の固有ベクトルと観測

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$X \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$X \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = (-1) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

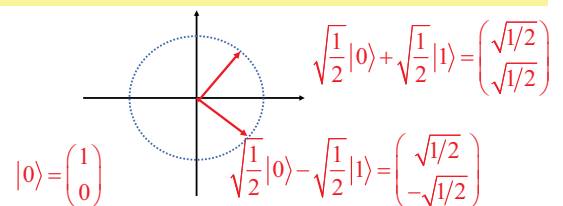
39

39

### Mxとは？

ベクトルの内積が0 → 直交

ベクトルの内積の2乗が観測確率になる



40

40

**パウリ行列の固有ベクトルと観測**

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$Z \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Z \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = (-1) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

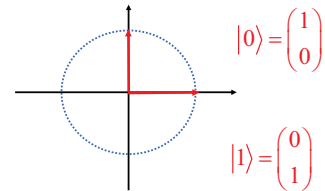
41

41

**Mzとは？**

ベクトルの内積が0 → 直交

ベクトルの内積の2乗が観測確率になる



42

42

**量子回路**

• 量子操作の物理的イメージとしては、

**量子回路**

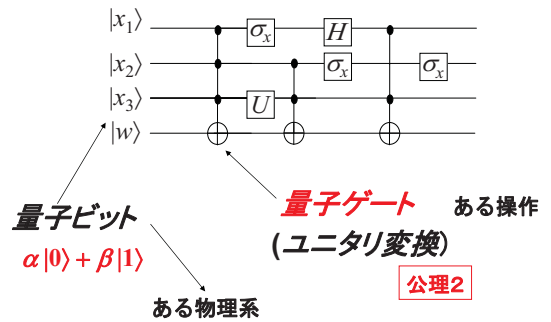
こっちのほうがわかりやすい(はず?)

43

43

**量子回路 (実はプログラム)**

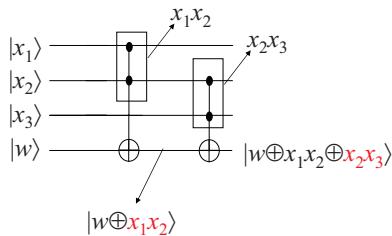
**量子状態への操作の流れ**



44

44

**ANDやORは量子の世界にはない!**



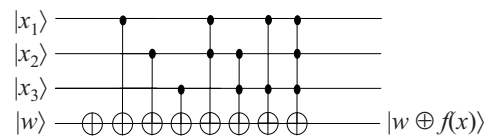
**CNOT(制御NOT)  
EXOR (排他的論理和)を計算**

\*入力が $|0\rangle|0\rangle|0\rangle$  から $|1\rangle|1\rangle|1\rangle$ までの**量ね合わせ**でも可

45

45

**でも、どんな関数でも実現できる**



$$f(x) = x'_1 x'_2 x'_3 = 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_1 x_2 \oplus x_2 x_3 \oplus x_1 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3$$

46

46