



Title	オンラインユニットクラスタリング問題の競合比の改良
Author(s)	川原, 純
Citation	2010年度科学技術振興機構ERATO湊離散構造処理系プロジェクト講究録. p.27-30.
Issue Date	2011-06
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/48481
Type	conference presentation
Note	ERATO 세미나2010 : No.4. 2010年6月18日
File Information	04_all.pdf



[Instructions for use](#)

ERATO セミナ 2010 - No. 04

オンラインユニットクラスタリング問題の競合比の 改良

川原 純

JST ERATO 湊離散構造処理系プロジェクト

2010年6月18日

概要

将来の入力情報が未知である状況をモデル化した最適化問題をオンライン問題という。オンラインユニットクラスタリング問題は Chan らによって提案された問題であり、以下の様に定義されている。各点は d 次元のユークリッド空間上に与えられる。それに対して、アルゴリズムは（次以降の点の発生箇所が未知の状態） d 次元の多面体を作成しなければならない。その多面体の各辺の長さは、作成した時点では 0 であり、アルゴリズムは各次元ごとに単位長まで伸ばすことが出来る。アルゴリズムの役割は新しいクラスタを作成するか、過去に作成した既存のクラスタの辺を拡張して、与えられる新しい点を被覆することである。問題の目的は作成するクラスタの数の最小化である。1 次元（すなわち、 $d=1$ ）の場合に対して、我々は新しい決定性オンラインアルゴリズムである、グルーピング・アルゴリズムを考案し、競合比（アルゴリズムのコストと入力既知であると仮定したときの最適コストの比）の上限の値を $7/4 (= 1.75)$ から $5/3 (= 1.667)$ に改良した。

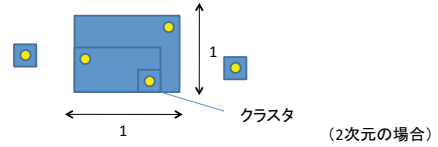


川原研究員

オンラインユニットクラスタリング問題について

ERATO 研究員 川原 純

オンラインユニットクラスタリング問題

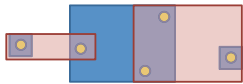


クラスタは各辺長さ1まで伸ばせる

目的: クラスタの数 → 最小化

点がどこに与えられるか不明 → オンライン問題

アルゴリズムの評価: 競合比



最適な配置

OPT = 2

アルゴリズム

ALG = 3

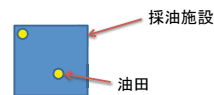
$$\text{競合比} = \frac{\text{ALG}}{\text{OPT}} = \frac{3}{2}$$

$$\text{アルゴリズムの競合比} = \max_{\sigma} \frac{\text{ALG}(\sigma)}{\text{OPT}(\sigma)}$$

← 入力 最悪時評価

応用

- 施設配置計画



- 情報探索
- データマイニング

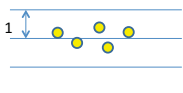
既存研究

1次元オンラインクラスタ問題

競合比	決定性	上限	7/4 = 1.75	
		下限	8/5 = 1.6	
	乱択	上限	7/4 = 1.75	[Epstein 08]
		下限	3/2 = 1.5	

今回は1次元のみを扱う

2次元以上はほぼ自明な結果のみ [Chan 04], [Epstein 08]



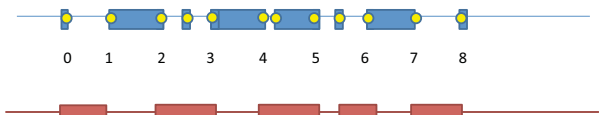
線を引いてそれぞれの領域で独立に1次元のアルゴリズムを実行

競合比は1次元の2倍 (d次元で 2^{d-1} 倍)

既存の結果: 競合比の下限 (1次元)

- 定理 任意のアルゴリズムの競合比は少なくとも $8/5$ 以上である [Epstein 08]

3, 4, 5, 6, 2, 1, 0, 2.5, 7, 4.1, 5.5, 8



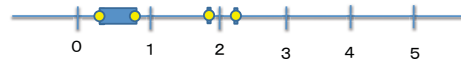
競合比2のアルゴリズム

• グリッドアルゴリズム

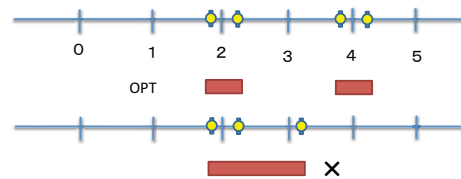


競合比2のアルゴリズム

• グリッドアルゴリズム

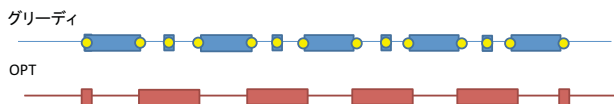


OPTクラス1つあたり、ALGのクラスは2つ必要な場合があるが、3つ必要な場合はない



グリーディアルゴリズムは2競合

• 実際に競合比が2になる例



• 2でおさえられることを示すのは容易

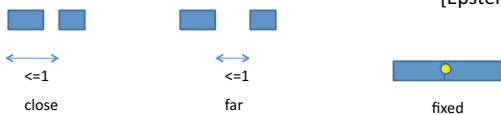
最適オフラインアルゴリズム



左から順に可能な限りクラスを伸ばして割り当てるのが最適

既存の結果: 上限 $7/4=1.75$

[Epstein 08]



アルゴリズムは上記2種類の状態を回避するように動く

参考文献

T.M. Chan, and H. Zarrabi-Zadeh, "A randomized algorithm for online unit clustering" Proc. WAOA 2006, pp. 121–131, 2007.
 L. Epstein, and R. van Stee, "On the online unit clustering problem," Proc. WAOA 2007, pp. 193–206, 2008.
 H. Zarrabi-Zadeh, and T.M. Chan, "An improved algorithm for online unit clustering," Algorithmica, Vol. 54, No. 4, pp. 490–500, 2009.