

# なぜサヴェジ氏か？

園 信太郎

## 1. はじめに

実は園(2001, 2007)について、ある真剣な経済学者より「なぜ今時サヴェジなのか」と問われたのである。これはサヴェジ氏、つまり Leonard Jimmie Savage (1917.11.20 - 1971.11.1) のことであり、少し弁明をしておきたい。

彼は「基礎論」(1954, 1972)において、本質的な問を重視しているのである。この問とは、一般に、「X とはなにか、またそれはどうあるべきか」、「X が「ある」とはいかなることか」、などと表示できるものであり、サヴェジ氏の場合 X に「確率」が入ることとなる。

彼は自身の個人論的見解に基づいてこの難問に挑んだわけである。つまり、不確定性に直面している個人の選好を「合理的に」統制する公準系を提示し、この合理的個人の立場から、個人の確率の一意的存在と期待効用最大化の原理とを、規範的に導いたのである。

つまり数学的には、彼は統計的決定理論の公理化を成し遂げたわけである。

## 2. なぜ統計学か

このサヴェジ氏の思索がなぜ統計学に関るのかを述べておきたい。統計学はもちろん確率論ではない。統計家にとっての「たしからしさ」が定量的確率によって捉えられる保証などなのであるか。例えば、二つの対立する仮説に対して、いずれがより「たしからしい」のかを、統計家は定量的に捉え得るとして良いのであろうか。

さらに、「確率の加法法則」は信用できるのか。つまり、加法法則は統計家にとって「つか

える」のか。その統計家にとっての「たしからしさ」が定量的把握を受け入れ、しかもこの「たしからしさ」は加法法則を満たすのか。

さらにまた、条件つき確率の「定義」や「確率の乘法法則」は信用できるのか。確率を確率で割ることにより、本当に意義ある量が得られるのか。

サヴェジ氏はこれらの問に対して、彼の個人的確率に基づいて肯定的解を提示しているのである。確率論の主流は Kolmogorov system に基づいて構築されている。しかしこの確率論は数学であり、一方で統計家は数学外の正に「たしからしさ」に関っている。統計家が無条件に確率論の結果を信用して良いという保証など当然ないし、この「世界」が、確率論という芸術的体系の御機嫌をうかがう保証もないであろう。

## 3. 黙って置き換えることはやめよう

サヴェジ氏は、条件つき選好の概念を規範的に基礎づけることによって、個人的かつ定量的な条件つき確率の存在と一意性を示し、それによって条件つき確率の「定義」を正当化することに成功している。

一方頻度論的統計学では、データを確率的変量の「実現値, realized value」と見なして、暗黙の内にその変量を「実現値」で置き換える作業が為されている。この作業は区間推定や仮説検定において当然視されており、しかも合理的正当性が問われていない。

サヴェジ氏の枠組みでは、観察値が得られると、個人は自身の確率をその観察値で条件づけることによって、自身のその条件つき確率とと

もに「世界」に対峙することとなる。この条件づけによって、「観察」を表す変量が「その観察値」に置き換わるのであり、この置き換えは数学的に正当なものである。

頻度論的枠組みでは、例えば検定統計量の値が予め指定されている棄却域に入るか否かのみが注目され、手元のデータを観察するという作業が欠落しており、データは言わば使い捨てにされるのである。もし頻度論的な枠組みに忠実であろうとするのなら、統計家は、「そのデータのその観察」に基づく実証という作業をあきらめざるを得ないはずである。

個人的条件つき確率の導入は、このような「実証の空洞化」に「待った」をかけているのである。やはり「黙って置き換える」ことは、もう止めようではないか。

#### 4. やはりベイズ接近か

「観察値」による条件づけを重視する立場は、「ベイズ接近, Bayesian approach」の流儀を強く支持することとなる。サヴェジ氏の「基礎論」そのものは、統計的諸手法の合理的な基盤を執拗に探查するために書かれており、ベイズ統計学の構築を目指している訳ではない。しかし、確率概念に対する深い省察がもたらしたものと、結果としては、主観的ベイズ統計学の正当性であった。この際、諸賢よ、ベイジアンを大いに試してみようではないか。

#### 5. 局外母数の消去

頻度論的枠組みでは、いわゆる「局外母数, nuisance parameter」を合理的に消去することがしばしば困難であり、Behrens-Fisher problem のような problem が不可避的に生じてくる。しかしベイズ接近では、局外母数たちを積分によって消し去り、つまり integrating out して、組織的に周辺分布を求める事が出来る。

どこかの誰かが数学的「名案」を思いつくのを待つのではなく、合理的で組織的な流儀に基づいて、統計家は、実証家としての自立の精神を

この際回復すべきである。

正規性や独立性の仮定が実際には通用しがたいのが「この世界」である。しかしベイズ接近は「世界」に対する対応の様式において、頑健性を備えている。

#### 6. 尤度原理

合理的な個人を指定した場合、彼はベイジアンになる訳だが、その彼は尤度原理を自動的に、結局無意識的に、受け入れることとなる。このことは、尤度原理が今日に至るまで論理的正当性を保持していることを考慮すると、喜ばしいことである。

なお、頻度論的枠組みや客観的ベイズ推論では、尤度原理は受け入れられない。しかし統計的推論の合理性を考慮する際に、尤度原理を無視することは困難である様に思われる。

#### 7. あえて数学辞典に苦言を呈する

『岩波数学辞典 第3版』には、サヴェジ氏の公準系への漠然とした言及がある。ところが第4版の本文には言及が一切ない。このことはサヴェジ氏の公準系の統計学における歴史的意義を考慮するとかなり異様な事であり、編集方針の後退と呼ばれてもいたしかたない。なお主観確率の開拓者として著名な Bruno de Finetti には、両版共に言及していない。「最高の数学辞典」を看板にするのならば、統計学の基礎に対する真剣な数学的考察に当然言及するべきである。

#### 8. 補遺

生身の統計家はサヴェジ氏の「個人」とは異なり、人間的弱さを持っている。心中では「これは変だ、どうもおかしい」と感じていても、それを公言するにはかなりの勇気がある。例えば、データの大きさは紛れもなく定数であり、「3929人ぶんのデータ」が与えられている状況で、この3929を3931に置き換えることなどは許されない。ある統計家は「守データ奴」という

言葉を残したが、データの大きさを、いかなる有限の限界をもこえて増大する変量の「実現値」と見なすことなど、「守データ奴」には到底できない相談である。

#### 参考文献

Savage, Leonard Jimmie, The Foundations of Statistics, 2nd Revised Edition, Dover, New York, 1972. 1st Edition は Wiley, New York, より 1954 年に出ている。

園 信太郎, 『サヴェジ基礎論覚書』, 岩波出版サービスセンター, 東京, 2001 年。

園 信太郎, 『サヴェジ氏の思索』, 岩波出版サービスセンター, 東京, 2007 年。

2011 年 5 月 6 日(金) 北大キャンパスにて

#### 付記

上の論述の骨子は、2011 年度応用哲学会臨時大会(京都大学文学部)において、2011 年 9 月 25 日(日)に報告したものである。その際、出口康夫先生(京都大学)が司会を引き受けて下さった。出席者は、出口先生と小生と他三名の全部で五名であった。出口先生は、出口康夫, 特集「統計学の哲学」序文, 『科学基礎論研究』, 第 114 号, Vol.38, No.1, 17-18, 2010 年, において、欧米では盛んに議論されている「統計学の基礎」を本邦でも議論すべきであると、生産的提言を行っておられる。しかしこの独特の島国では、「基礎論」の居場所はささやかなものであり、今後の発展が強く望まれる。しかし、とにかく出口先生への感謝の意をここに記しておきたいのである。思うに、司会を引き受ける際に、一片の勇気を必要としたのではあるまいか。

2011 年 9 月 28 日(水) 北大キャンパスにて