



Title	分散型LCOによる大規模TSPの解法
Author(s)	石川, 和典; 鈴木, 育男; 山本, 雅人; 古川, 正志
Citation	情報処理北海道シンポジウム講演論文集, 2009, 221-222
Issue Date	2009-10-03
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/51064
Rights	ここに掲載した著作物の利用に関する注意 本著作物の著作権は情報処理学会に帰属します。本著作物は著作権者である情報処理学会の許可のもとに掲載するものです。ご利用に当たっては「著作権法」ならびに「情報処理学会倫理綱領」に従うことをお願いいたします。
Type	article
File Information	Hokkaidosympo2009221-2.pdf



[Instructions for use](#)

分散型 LCO による大規模 TSP の解法

石川和典* 鈴木育男 山本雅人 古川正志

(北大工)[†] (北大情報科学)[‡]

1 はじめに

巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem, TSP) はよく知られた組み合わせ最適化問題であり、工学的応用にはプリント回路基盤の穴あけ、結晶構造の X 線解析、倉庫内の順序付けなど多岐にわたる。TSP は NP 困難な問題 [1] に属しており、問題の規模が大きくなると計算量的に非常に困難な問題となる。しかし、上記のように様々な工学的応用が可能であることから大規模な TSP に対する解法が求められている [2]。局所クラスタリング組織化法 (Local Clustering Organization, LCO) [1, 2, 3] は、TSP に対し PC で実用的な精度で高速に解く方法として報告されている。しかし、一般に扱う問題が大規模になるにつれ有効な時間で最適解を得るのが困難となる場合が多い。本研究では TSP をサブ問題に分割し、それぞれに LCO を適用することで大規模な問題をより高速に解く方法を提案する。特に 10 万都市の大規模 TSP に対し従来の LCO で得た解と比較し、LCO が大規模問題に対しても適用可能であることを検証する。

2 巡回セールスマン問題 (TSP)

TSP とは、都市の集合と各都市間の移動コストが与えられたとき、すべての都市を重複なく巡回し出発地点へ戻るハミルトン経路のコストを最小化する問題である。都市数を N 、都市集合を $I = \{i | i = 1, 2, \dots, N\}$ 、都市 i, j 間のコストを c_{ij} とすると、以下のように定式化される [3]。

$$\text{minimize } \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{subject to } \sum_{i=1}^N x_{ij} = 1 \quad (j \in I) \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} = 1 \quad (i \in I) \quad (3)$$

$$x_{ij}(1 - x_{ij}) = 0 \quad (i, j \in I) \quad (4)$$

3 従来の局所クラスタリング組織化法 (LCO)

LCO は、クラスタリング (順序付け) によるランダムに選択した局所的な最適化を繰り返す行うことで、大域的な最適化を実現する手法である。TSP においてクラスタリングの手法は単純交換法 (Simple Exchange Method, SEM)、逆位交換法 (Inverse Exchange Method, IEM)、

平滑法 (Smoothing Method, SM) 等があり、今回はこの 3 つを用いた [1]。

3.1 アルゴリズム

TSP における LCO のアルゴリズムは、以下のように記述される。

1. ランダムに都市を巡回する経路を作成し、初期解とする。
2. ランダムに都市 c を選択し、近傍範囲 N_c を設定する。
3. $i \in N_c$ である都市の経路を、コストによりクラスタリングする。
4. 打ち切り条件を満たせば終了し、そうでなければ 2. へ戻る。

打ち切り条件としては 2. 及び 3. のステップを指定回数繰り返す、経路のコストが指定ステップの間改善されない場合等を設定できる。

4 分散型 LCO

TSP における分散型 LCO のアルゴリズムを以下に提案する。

1. ランダムに都市を巡回する経路を生成し、扱う問題とする。
2. 問題を複数のサブ問題に等分割する。
3. サブ問題に LCO を適用し最適化する。
4. 最適化されたサブ問題を結合し、全体の問題に戻す。
5. 打ち切り条件を満たせば終了し、そうでなければ 2. へ戻る。

ここでサブ問題とは、巡回経路中の部分経路を指す。2. における分割方法としては、(1) 元の問題を指定数分割する、(2) サブ問題が指定の長さになるよう分割する、等が考えられる。3. における部分経路は巡回経路の一部であるため巡回経路とはなっていないが、両端の都市間を経路として含むことで擬似的に巡回経路として扱う。このとき、両端の都市間のコストは 0 とする。これは、両端の都市が擬似的な巡回経路のなかで常に隣り合うようにするためである。しかしながら、上記のアルゴリズムを適用すると大域的な最適化が十分になされないことが明らかになった。この章ではこのアルゴリズムの問題点を予備実験で示し、その解決法を提案する。

4.1 問題分割の問題点

TSP を経路の巡回経路に関してサブ問題に等分割しそれぞれに LCO を適用する場合、LCO の局所クラスタリング範囲は最大で分割されたサブ問題の大きさとなる。このことは、問題を分割することにより LCO で最適化

*k-ishikawa@complex.eng.hokudai.ac.jp
札幌市北区北 14 条西 9 丁目北海道大学工学部
札幌市北区北 14 条西 9 丁目北海道大学大学院情報科学研究科

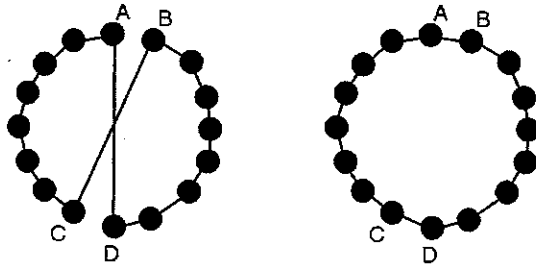


Fig. 1 ある巡回経路 Fig. 2 目的とする巡回経路

できる最大範囲が小さくなってしまふことを意味する。すなわち、問題を分割しそれぞれに LCO を適用するだけでは、サブ問題のサイズを超える範囲を最適化することは不可能である。このことを示す 16 都市の問題の例を次に述べる。都市間のコストを 2 次元座標上のユークリッド距離とすると、明らかに図 1 の経路のコストよりも図 2 の経路のコストのほうが小さなものとなる。図 1 の辺 AD、辺 BC を図 2 の辺 AB、辺 CD のようにつけ替えるためには、LCO の最適化範囲は少なくとも 10 都市を含む必要がある。しかし、問題が 16 都市の場合、問題を分割するとサブ問題に含まれる都市数は 8 以下となり、このような最適化を行うことは出来ない。

4.2 問題点の解決法

前セクションで説明した問題点に対する解決法の一つとして、サブ問題のサイズを不均一にし、サブ問題の結合順を最適化する手法を提案する。各サブ問題の結合順は LCO により最適化する。

各サブ問題のサイズは、パラメータ α 、一様乱数 r を用いて、以下のように定める。

$$(\text{サブ問題サイズ}) = \frac{(\text{問題サイズ})}{(\text{分割数})} (1+r) \quad (5)$$

ここで、 $r \in [-\alpha, \alpha]$ 、 $0 < \alpha < 1$ とする。

5 数値実験

5.1 実験設定

10 × 10 の 2 次元平面上に一様にランダムな座標を与えた 10 万都市の TSP を、一般的な LCO と提案手法により解き、計算時間と得られた巡回路のコストを比較する。提案手法では、問題を 2, 10, 100, 500, 1000 分割する。比較手法の LCO において、クラスタリング手法の選択割合は文献 [1, 3] より SEM:IEM:SM=2:2:1 とする。終了条件は計算時間が 60 秒を超えた時とする。近傍範囲 N_c は選択された都市から前後 2 都市の計 5 都市から始め、計算時間が 60 秒になったとき、最大値の 100000 都市となるよう線形に変化させる。提案手法において、各サブ問題のサイズを変えるパラメータ α の値は 0.5 とする。各サブ問題に適用する LCO は終了条件として 100 回のクラスタリングを行うこととし、近傍範囲 5 都市から

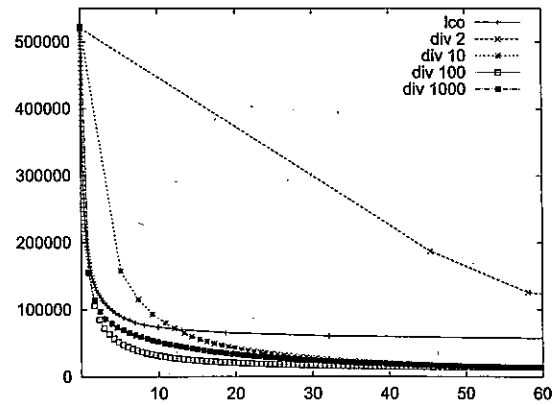


Fig. 3 各時点におけるコストの推移

100 回目において最大のサブ問題のサイズとなるよう線形変化させる。

5.2 実験結果

図 3 は実験結果を横軸に計算時間 (秒)、縦軸にその時点でのコストをプロットしたものである。右上の対応表は上から順に一般の LCO、分割数 2, 10, 100, 1000 である。提案手法では分割数が 100 の場合最も早い収束を見せ、一般の LCO よりも早まった。

5.3 考察

提案手法では、各サブ問題とサブ問題の結合順番に対して LCO を適用するため、サブ問題のサイズと分割数 (サブ問題の数) のどちらかが大きくなってしまふと計算コストが増えてしまふ。実験において、分割数が 2, 10, 100, 1000 の場合サブ問題の平均サイズは、それぞれ 50000, 10000, 1000, 100 であり、サブ問題サイズと分割数の両方が小さいものの計算が速かったと推測される。

6 おわりに

大規模 TSP の解法として分散型 LCO を提案し、数値計算実験により 10 万都市クラスの大規模 TSP に対し有効であることを示した。今後の課題としては、問題サイズや都市の配置に対し適切な分割数を見出すこと、より効率的な問題の分割法などが挙げられる。

参考文献

- [1] 古川正志, 渡辺美知子, 松村有祐: 局所クラスタリング組織化法による TSP の解法
- [2] 小熊祐子, 鈴木育男, 山本雅人, 古川正志: 分散型 LCO による大規模 TSP の解法
- [3] 坂本延寛, 鈴木育男, 山本雅人, 渡辺美知子, 古川正志: 局所クラスタリング組織化法による n-TSP の解法