

Title	光ファイバ中を伝搬するソリトンパルスの解析法に関する研究
Author(s)	江口,真史
Citation	北海道大学. 博士(工学) 甲第2918号
Issue Date	1991-03-25
DOI	10.11501/3052802
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/51144
Туре	theses (doctoral)
File Information	00000237934.pdf



光ファイバウを伝搬するシリトンパルスの 一般新数に図する研究



学位論文

光ファイバ中を伝搬するソリトンパルスの 解析法に関する研究

北海道大学大学院 工学研究科 電子工学専攻 電波応用工学講座



第	1	章	È	J	序				i	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	1
第	2	章	ì		光	77	1	~	ф	Ø	y	IJ	٢	>	19	л	ス			•	•	•	•	•	•		•	•	•		•	•	·	•	•	•	•	•	•	4
	2		1			まえ	が	き		•	•	•	•	•	·	·	•	•	•	•	•	•	•	÷	•	•	•	•	•	•	•	·	•	•	•	•	•	•	•	4
	2		2			光ソ	IJ	ŀ	ン	18	ル	ス	0	原	理		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	5
	2		3			光フ	7	1	14	中	σ	ソ	IJ	ŀ	ン	18	ル	ス	Ø	伝	搬	を	記	述	す	る	方	程	式		•	•	•	•	•	•	•	•	•	7
		2		3.		1		摂	動	を	受	け	た	非	線	形	シ	л	V	デ	1	~	ガ	_	方	程	式		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	7
		2		3.		2		実	際	0	物	理	定	数	2	0	対	応				•			•		•	•	•	•	•	•	•		•	•	•			15
	2		4			む	す	-	び																				•	•	•					•				17
第	3	章	ì		単	E		F	光	7	7	1	1	ф	を	伝	搬	す	ろ	ソ	IJ	٢	>	15	ル	ス	の	有	限	要	素	法	解	析		•			•	18
	3		1			まえ	が	き		•		•	•										•									•							•	18
	3		2			有限	要	素	法	に	よ	る	定	: 土	12	(直	接	解	法)						•									•			•	19
	3		3			スプ	° IJ		+		ス	テ		プ	有	限	要	素	法	に	よ	る	解	法												•				20
	3		4			数値	[言十	·算	例	1	(無	摂	動	0	場	合)																						22
		3		4		1		at	·算	0	妥	当	性			•																								22
		3		4		2			1]	F	~	問	0	相	百	1/E	用																							24
		3		4		3		ダ		ク	18	N	ス	0	5	3	ŧ	5																						24
	3		5			数值	i Et	· 笪	例	2	(高	1/2	· の	动	里	5	書/	墾)																				2.8
	U I	. 2	U	5		1		打扫	4	17	F	Z	か	里	~,	~ .																								20
		2		5	•	2		2	小	0	6	#2	13	、世	. 1-	F	Z	六日	田																					20
		0		5	•	2		0		い 新	初水	12	-	HX.	#4	4 H	10 1	X)	木 7	六山	H																		ľ	00
		3	•	5	•	3				武方	导	フ	✓		FIX	. 占し	,	4	0	XJ	禾		i	-		·		ľ		•	i				·		·	·	•	30
	0	3	•	0	·	4	,	~	E	">	1	XI	朱 -			•			•		·	•	•	•	•	•		·	•	•	i	•	•	·	·		•	•		38
	3	•	6			JT	1	1	•	7	V		ア	1	2	1	1	11	ス	上	術		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	1	•	•	•	39
	3		7			J'	1		7N																															43

日 次

策	54	章		複屈折性	を有	する	5光	7	7	1.	バ中	を	伝教	設す	る	ソ	y	1	ン	12	ル	ス	Ø	有	限	要	素	法	R	析		•	44
	4		1	まえが	き	• •	•	•	•	•	• •	•	•	• •	•	÷	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	44
	4	•	2	結合型	非線	形》	~ -	V	デ	1	ンガ	-	方利	呈式		•	•	•		•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	45
	4		3	有限要	素法	に。	よる	定	式(化	(直	接	解注	去)		•	•	•	·	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	50
	4		4	スプリ	ット	• >	ステ	· ''	プす	有	限要	素	法(こよ	る	解	法		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	53
	4		5	数值計	算例	1				•		•	•																				54

	4.	22	5.	1			各	種	光	フ	7	イ	14	中(の	ソ	リ	1	ン	18	12	ス		•	•	·	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	54
	4.	-	5.	2			相	互	位	相	変	調	に	よ	る	偏	波	モ		14	間(の打	甫列	镬 ³	見到	象		•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	59
	4.	Ę	5.	3			主	車由	近	傍	~	Ø	入	射		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	61
	4.	Ę	5.	4			各	種	偏	波	光	Ø	入	射		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	61
	4.	Ę	5.	5			ソ	IJ	1	ン	18	ル	ス	間(の	相	互	作	用	に	お	け	る神	復加	园	折c	の	影	醫		•	•	•	•	•	•	•	•	66
4	. 6	5		む		す		び		•	•	•	•	•	•	•	·	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		73
第5	章		Ľ	-	4	伝	搬	法	2	有	限	要	素	法		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	74
5	. 1			ま	え	が	き		·	•	•	•	•	·	•	•	•	•	·	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	74
5	. 2	2		ビ	-	4	伝	搬	法	に	よ	る	定	式	化		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	·	74
5	. 3	3		数	値	計	算	例		•	•	•	•	·	•	•	·	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	75
5	. 4	ł		む		す		び		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	78
第6	章		耕				論		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	79
付		(F)	录	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	80
謝		Ħ	辛	•	•	•	•	•	•	•	·	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	81
文		南	试	·	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	·	•	•	•	•5	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	82



第1章 序 論

21世紀を間近に迎えようとしている今日,各国の政治,経済,文化はいずれも、国内の閉 じた領域ではもはや成り立たなくなってきており、地球規模の展開の必要性がとみに高まっ ている.このため、世界各国は高度情報化社会の建設へ向けて、そのインフラストラクチュ ア(社会基盤)である電気通信ネットワークの構築を進めているが、特に、こうしたネット ワーク実現の鍵を握るとされている光通信技術の研究・開発にしのぎを削っている. とりわ け、我が国はトップクラスの技術力をもち、1979年、NTTがVAD(気相軸付)法により 0.2dB/kmという低損失光ファイバの作製に成功した⁽¹⁾のを皮切りに, 1985年2月には旭川-鹿児島間3400kmのF-400M方式(電話にして約6000回線)を用いた日本縦貫光ファイバ伝送 路を完成させ、1986年には石英系光ファイバではほぼ限界と考えられる伝送損失0.154dB/ kmを達成した⁽²⁾. 引き続き, 1987年末のF-1.6G方式(電話にして約2万回線)の実用化, 1988年7月の分散シフト光ファイバを用いた松山-大分間120kmの1.55µm帯無中継伝送路の 完成⁽³⁾, 1990年4月の伊予・大分・呉市間(全長431km)での2.5Gbit/sコヒーレント光伝送 実験の成功(4)というように、研究、実用化ともに常に世界の最先端を走り続けており、石英 系光ファイバを用いた直接変調-直接検波方式およびO/E変換による中継器を用いた現行方 式の理論的,技術的限界を極めつつある.したがって,より以上の大容量,長距離無中継伝 送実現のためには、光通信システムの各構成要素の大幅な変更が必須であり、最近の光通信 技術の開発レースは、こうした次世代光通信システム実現に向けた研究へシフトしており, その代表的なものを図1.1に示す.超大容量伝送に対しては、非線形光学効果(光カー効果) を利用した光ソリトン通信, また, 長距離無中継伝送に対しては, フッ化物光ファイバをは じめとする非石英系光ファイバ, さらに, 大容量伝送に対しても有力となるコヒーレント光 伝送(5), スクイズド光を利用することによりショットノイズ限界を克服しようという量子光



次世代光通信 ·			・希土類(Er ³⁺ etc.)ドープファイバ増幅
	A DEL TENER	-	コヒーレント光通信 ・ASK, FSK, PSK変調-ホモ/ヘテロダイン検波方式
	L 大容量伝送 ———	L	非線形光学効果 ・光ソリトン伝送 ・極短光パルス

図1.1 次世代光通信システム

通信, 光を電気に変換することなく光のまま増幅することにより安価で高効率な中継器の実 現を目指す光直接増幅として,誘導ラマン増幅あるいは希土類(特にEr³⁺)ドープファイバ 増幅などが世界中の通信関連の研究機関で活発に研究されている.その中でも,光ソリトン 通信は、光ファイバの伝送速度の制約となる分散(伝搬とともに波形が歪む)現象を光ファ イバの非線形(パルスを圧縮する)効果により相殺して、パルスをそのままの形で伝搬させ るものであり、1973年にHasegawaとTappertによって提案された^{(6),(7)}. その後、7年の歳月 を経た1980年, Mollenauer, Stolen, Gordonの3人は, 自らの発明である色中心レーザを用い て通常の光ファイバ中を波長1.55µm, パルス幅7psのパルスが700mにわたって形を保ち続け ることを確認し、その存在を実証した⁽⁸⁾. さらに、1983年には、Stolen, Mollenauer, Tomlinsonらによって, 高次のソリトンの観測も行われている⁽⁹⁾. この方式は, 線形な光を用いた従 来方式の10~100倍の情報量を伝送でき、しかも、1984年、Hasegawaにより、光ファイバに 信号光よりわずかに短い波長のポンプ(援助)光を入射して信号光を増幅する,いわゆる, 誘導ラマン散乱を用いた光直接増幅の可能性が理論的に示唆された^{(10),(11)}.その後, 1985年 にMollenauerは、全長10km (全損失1.8dB)の光ファイバ中を伝搬する波長1.56µm、パルス 幅10psのパルスに対して出射端から1.46µmのポンプ光を注入することにより、パルス幅の復 元に成功した⁽¹²⁾. また, 1988年, MollenauerとSmithは, 波長1.6µm, パルス幅55psのパル スが41.7kmごとにポンプ光を注入することにより4000kmにわたってパルス幅を変えずに伝 搬することを実証した⁽¹³⁾. 今日その距離は6000kmにまで延びている⁽¹⁴⁾ことも相まって, 光 ソリトン通信システム実現へ向けて理論、実験の両面からのアプローチが着実に進められて いる.

さて、光ファイバ中を伝搬するソリトンパルスは、理想的な状態のもとで、非線形シュレ ディンガー方程式で表されることが知られており、逆散乱法を用いて解析的厳密解が得られ る.しかし、実際の光ファイバには損失が存在し、また、極短光パルス発生、光ファイバの 低損失化に伴い、1985年、光ファイバ中の自己位相変調を用いて8fsの超極短光パルスの発生 に成功した際、40fsのパルスが強度を高めるとともに7mm伝搬後のスペクトルに非対称な歪 みを呈する現象⁽¹⁵⁾(高次線形分散、ショック効果)がKnoxらによって観測されたのをはじ めとして、1986年には、120fsの極短光パルスが52m伝搬の後、20THzの中心周波数のシフト

を受ける現象(誘導ラマン散乱による目己周波数シフト効果)がMitschkeとMollenauerによ
って観測された ⁽¹⁶⁾ . さらに, 1988年には, Gouveia-Neto, Faldon, Taylorにより, 零分散波
長付近で3次の線形分散による中心周波数のdown-shiftも観測され ⁽¹⁷⁾ ,非線形シュレディン
ガー方程式では記述しきれない高次の項の影響が実験で次々に観測され始めてきており、こ
うした各種の摂動はもはや無視することはできない.この場合には,摂動を受けた非線形シ
ュレディンガー方程式(18)~(22)を解かなければならないが、厳密には解けないため、数値解法
に頼らざるを得ない. こうしたことから, 最近, 数値解法の中でも特にその取り扱いの容易

さからビーム伝搬法による摂動を含めた検討が多数報告されている.しかし,そのほかに有 力な解法がほとんど開発されていないことから,その結果の妥当性を確認するうえでも,信 頼性のある,しかも,様々な高次の効果を容易に組み込むことのできる新たな解法の開発が 望まれている.

本論文は、こうした状況のもとで、現実的な光ファイバ中のソリトンパルスの伝搬問題の 解析法についての研究結果をまとめたものである.まず、理想的な真円コア光ファイバ中の ソリトンパルスの伝搬を表す摂動を受けた非線形シュレディンガー方程式ならびに複屈折性 を有する光ファイバ中のソリトンパルスの伝搬を表す結合型非線形シュレディンガー方程式 に対して、多くの数値解法の中でも、最も汎用性の高い有限要素法を適用してその定式化を 行い、通常この種の解析においてよく用いられるビーム伝搬法以外の新たな解法を開発する とともに、ソリトンの実際の光通信への利用を想定したシミュレーションを行い、有用なデ ータを得ている.以下に、本論文の概要を示す.

第2章では,光ファイバ中の光ソリトンパルスの原理および非線形シュレディンガー方程 式の概説を行っている.

第3章では,理想的な真円コアを有する光ファイバを対象とし,摂動を受けた非線形シュ レディンガー方程式に対して,時間軸方向に有限要素法,伝搬軸方向に θ スキームを用いた 差分法^{(23),(24)}を適用してその定式化を行い(直接解法またはステップ・バイ・ステップ有限 要素法),さらに,計算の効率化のために,スプリット・ステップ法^{(24)~(26)}を導入している (スプリット・ステップ有限要素法).実際に,無摂動の場合に適用し,解析的厳密解との 比較を通して本手法の妥当性を確認した後,各種の摂動を考慮した検討を行い,ソリトンパ ルスへの影響を調べている.

第4章では、断面が真円ではない、つまり、複屈折性を有する光ファイバを対象とし、結 合型非線形シュレディンガー方程式に対して、第3章と同様に、ステップ・バイ・ステップ 有限要素法およびスプリット・ステップ有限要素法を適用してその定式化を行い、わずかな 変形を有する通常の光ファイバや故意に構造異方性をもたせた複屈折(偏波保持)光ファイ バ中を伝搬するソリトンパルスに対する複屈折性の影響を調べている.

第5章では、各種数値解法の中で最もよく用いられているビーム伝搬法による非線形シュ

レディンガー方程式の解析についての簡単な概説を行った後、摂動を含めた解析結果などに
対して, スプリット・ステップ有限要素法との比較を行っている.
第6章では、本研究で得られた結論を示す.
SETERALLER A ARRANGE STRATES INTO A STRATES IN THE STRATES IN
State Hard + 12 + 1 + 2 + 1 + 2 + + 1 + + + + + +
「「「「ここ」をもかのうれるちょうが見合からにおりませたりを切まうとう ちゅかんアリッ
TAB. CRAP REALTREDE STREAMENTS BELLEVIES STERINGER ST.
3

第2章 光ファイバ中のソリトン

2.1 まえがき

もし, 屈折率が波長に依存しない, つまり, 分散性をもたない材料で単一モード光ファイ バを作り、単一スペクトルで発振するレーザを使って、変調による側帯波が無視できるほど 長いパルスを伝送させることができれば、パルスは光ファイバの損失による減衰を受ける以 外は波形を崩さずにほぼそのまま伝搬するはずである.しかし,現実には上述の仮定はいず れも実現不可能である.このため、パルス波形は光ファイバを伝搬するとともに崩れてしま う. これが,現行システムがその搬送波周波数から予想される光通信のもつ莫大な伝送能力 を十分に生かしきれていない理由である、この問題の解決策として代表的なのが、現行シス テムですでに実用化されている分散シフト光ファイバである. 光ファイバの材料である石英 は、損失が最低となる波長(λ =1.55 μ m)と材料分散が零となる波長(λ =1.273 μ m⁽²⁷⁾)とが 一致していないため、長中継間隔と高速伝送はそのままでは両立しない. 一方, 光ファイバ のような導波路構造中を伝搬するパルスは、材料分散のみならず、その導波路構造に起因す る分散,つまり導波路(構造)分散を受け、全分散はその和で与えられ、しかも、材料分散 の符号が変わる波長1.273 µmよりも長波長域では、両分散の符号は異符号となり、両分散の 相殺し合う波長で全分散が零となる、通常の単一モード光ファイバは導波路分散が小さいた め、材料分散と全分散の零分散波長がかなり近く、ほぼ材料分散によって全分散が決まって いる.したがって,損失が最低となる波長で全分散を零とするためには、材料分散を小さく するか,導波路分散を大きくして、両者の相殺する波長を長波長側にシフトすればよいこと になる. 材料分散は、コア径、比屈折率差、屈折率分布といったものにはほとんど依存しな いことが知られている(28)ことから、導波路構造により変化する導波路分散を大きくして零分 散波長を長波長側ヘシフトする. これが分散シフト光ファイバの原理であり, これにより低 損失性と大容量性を両立させることが可能となる.しかし、伝送速度が現行の数Gbit/sから 数十あるいは数百Gbit/sまで、パルス幅にしてナノ秒からピコ秒のオーダになると、ごくわ ずかな分散でもかなりの影響を受けてしまう.たとえば,現状技術で最高水準の0.5nmのス

ペクトル幅のDFBレーザのパルスを0.5ps/km/nmの光ファイバで40km伝搬させると10psの
伝搬のばらつきが発生する. これは、ナノ秒オーダの現行の伝送速度では十分すぎるほどの
スペックであるが, パルス幅がピコ秒オーダとなる数百Gbit/sクラスの伝送速度に対しては
許容できる値ではなくなり、中継間隔を短くしなければならなくなることを意味する.した
がって,分散シフト光ファイバを用いた方式では数十Gbit/sの伝送速度が限界である.これ
に対して,全く別のメカニズムで光通信のもつ超高速性を引き出そうとするのが光ソリトン
である.これは,非線形光学効果の1つである光カー効果によるパルスの圧縮効果を利用し

て、分散によるパルスの広がりを相殺し、波形を崩さずに伝搬させるものであり、見かけ上 分散の影響を受けないため、ピコ秒オーダの極短光パルスであっても波形歪みが生じず、超 高速光通信を実現するうえで極めて有力な方法である.

ここでは、夢の光通信方式である光ソリトン通信の原理および光ファイバ中のソリトンパ ルスの伝搬を表す非線形シュレディンガー方程式についての概説を行う.

2.2 光ソリトンパルスの原理

ソリトンは、1964年ZabuskyとKruskalによって、浅い水の上を伝搬する表面波を記述する 非線形方程式であるKorteweg-deVries(Kdv)方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0$$
(2.1)

から得られる非常に安定した"粒子的なふるまいをする孤立波"の解に対して名づけられた ものであり^{(29),(30)},通常ソリトンというと、このようなKdVソリトンに代表されるような波 自身の孤立波を表す.これに対して、光ファイバ中を伝搬する光パルスは包絡線であること から、本論文で扱う光ソリトンは光波の包絡線が孤立波となるもので、包絡線ソリトンと呼 ばれる.その原理を以下で述べる.

前節でも述べたように、光ファイバ中を伝搬する光パルスは、光ファイバを形成する材料の屈折率が光波の波長に依存する性質、つまり、材料分散(σ_m)と導波路中を伝搬する光の実際に感じる屈折率(実効屈折率 n_{eff})がやはり波長に依存する性質、つまり、導波路分散(σ_w)という2つの群速度分散を受ける.図2.1は、代表的な光ファイバの材料分散^{(27),(31)}と一次元スカラ近似有限要素法⁽³²⁾により求めた導波路分散およびその和で与えられる全分散(σ)の一例を示したものである.零分散波長がほぼ1.3µm付近にあり、この波長より短波長側を正常分散領域($\partial v_g/\partial \lambda > 0$, λ :波長、 v_g :群速度),長波長側を異常分散領域($\partial v_g/\partial \lambda < 0$)と呼ぶ.また、同図には光ファイバの損失スペクトル特性⁽²⁾も示してあるが、最低損失波

THE OTHER OF A REACTION
長が1.55µm付近にあり、零分散波長と一致していないことがわかる.光ソリトンは、異常分
散領域を利用するものであり, この領域内に最低損失があることから, 光ファイバ通信に対
して,まさに好都合であることがわかる.光パルスは,たとえ単一スペクトルの光源が得ら
れたとしても,パルス変調により生じる側帯波成分がこうした群速度の分散性から異なった
速度で伝搬するために、伝搬とともに広がってしまう. これはパルス幅が短いほど著しい.
一方,高強度の光パルスを光ファイバに入射すると,非線形効果の1つである光カー効果
により材料の屈折率が変化する.いま,光パルスの包絡線関数をE,光ファイバの線形な実



図2.1 光ファイバの分散と損失スペクトル

図2.2 光パルスと周波数変化

効屈折率を n_{eff} とすると、その実効屈折率は

$$n(\omega_0, |E|^2) = \frac{\beta}{k_0} = n_{eff}(\omega_0) + n_2 |E|^2$$
(2.2)

と表される. ここに β は伝搬定数, $k_0=\omega_0/c$ は真空中の波数, ω_0 は搬送波角周波数, cは光速,



で与えられる.これより,パルスの前縁(立ち上がり)では周波数は低下し(ω<ω₀),後 縁(立ち下がり)では周波数が高くなり(ω>ω₀),さらに,この変化はパルス波形が急峻, つまり,パルス幅が短く,入射パワーが大きいほど顕著であることがわかる.このように, 光ファイバ中に入射された高強度の短パルスの位相は,光カー効果による屈折率の変化のた めに大きく変化する.これを自己位相変調または自己周波数変調(チャーピング)と呼ぶ.

さて、光ファイバ中を伝搬する光波は、前述のように異常分散領域(零分散波長より長波 長側)では、図2.2からわかるように周波数が低いほど群速度が遅くなる.したがって、パル スの前縁($\omega < \omega_0$)の速度は遅くなり、後縁($\omega > \omega_0$)の速度は速くなり、パルスは短くなろ うとする(図2.2).このような光ファイバの異常分散領域における短パルスの自己位相変調 にともなうパルス圧縮効果を用いて、群速度分散によるパルスの広がりを相殺すると、極め て短いパルスをどこまでも波形を保ったまま伝搬させることができる.これが、光ソリトン パルスである⁽⁶⁾.これとは逆に、正常分散領域では、非線形効果による自己位相変調はパル スを広げる方向に働く.この効果を用いると、連続波(CW)の途切れた光の無い部分の波 形を一定に保つことができる.これをダークソリトン(dark-soliton)⁽⁷⁾と呼ぶ.

2.3 光ファイバ中のソリトンパルスの伝搬を記述する方程式

2.3.1 摂動を受けた非線形シュレディンガー方程式

誘電体中を伝搬する光波は, マクスウェルの方程式から導出される波動方程式

$$\nabla^2 E - \mu_0 \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = 0 \tag{2.4}$$

に従う.ここに、*E*は電界ベクトル、*D*は電気変位ベクトル、 μ_0 は真空透磁率、 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \nabla_t^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ である.光カー効果を考慮すると電気変位ベクトルは



で与えられる.ここに ε_0 は真空誘電率、 α は減衰定数であり、 $n_0=n(\omega_0)$ である.なお、

$$\beta_0 = \beta(\omega_0) = \frac{\omega_0 n_0}{c} \tag{2.7}$$

である.式(2.5),(2.6)を波動方程式(2.4)に代入すると,

$$\nabla_t^2 E + \frac{\partial^2}{\partial z^2} E - \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} D_L = \frac{1}{c^2} 2 n_0 n_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (|E|^2 E) + i \frac{1}{c^2} \frac{\alpha n_0^2}{\beta_0} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E$$
(2.8)

 $bab, st, D_L d$

$$D_L(\mathbf{r},z,t) = \varepsilon_0 \int n^2 (t-t') E(\mathbf{r},z,t') dt'$$
(2.9)

で与えられる^{(22),(33)}.ここで,光ファイバは真円コアであり,弱導波であるものとし,それ ゆえ光波は直線偏波であるものとする.そのとき,電界ベクトルと電気変位ベクトルは

$$E(\mathbf{r},z,t) = \hat{x} \operatorname{Re}\left[R(\mathbf{r})A(z,t)e^{i(pz-\omega_0 t)}\right]$$
(2.10)

$$\boldsymbol{D}_{L}(\boldsymbol{r},z,t) = \hat{x} \operatorname{Re}\left[\boldsymbol{D}_{L}(\boldsymbol{r},z,t) e^{i(\boldsymbol{p}z-\omega_{0}t)}\right]$$
(2.11)

と書ける.ここに $p(=k_0 n_{eff}), \omega_0$ はそれぞれ搬送波の位相定数および角周波数であり、rは横方向座標である.式(2.9)と(2.10)から

$D(-1) = \int 2(1 + 1) dx = -iAut - iAut - iAu$

$$D_L(\mathbf{r}, z, t) = \varepsilon_0 \int n^{-}(\omega) A(z, \Delta \omega) e^{-i \omega t} d(\Delta \omega) R(\mathbf{r})$$
(2.12)

(2.13)

となる. ここに $\Delta \omega = \omega - \omega_0$ である. これを式(2.11)に代入して式(2.8)の第3項を計算すると次式を得る.

$$-\mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} D_L = \hat{x} \operatorname{Re} \left[\int \beta^2(\omega) A(z, \Delta \omega) \mathrm{e}^{-i\Delta \omega t} d(\Delta \omega) R(\mathbf{r}) \mathrm{e}^{i(pz-\omega_0 t)} \right]$$

 $\beta(\omega)$ を $\omega = \omega_0$ のまわりでTaylor展開すると,

$$\beta(\omega) \approx \beta_0 + \beta_0' \Delta \omega + \frac{\beta_0''}{2} \Delta \omega^2 + \frac{\beta_0''}{6} \Delta \omega^3$$
(2.14)

$$\beta_{0}' = \frac{\partial \beta}{\partial \omega} \Big|_{\omega = \omega_{0}}, \quad \beta_{0}'' = \frac{\partial^{2} \beta}{\partial \omega^{2}} \Big|_{\omega = \omega_{0}}, \quad \beta_{0}''' = \frac{\partial^{3} \beta}{\partial \omega^{3}} \Big|_{\omega = \omega_{0}}$$

となり(ただし、 $\Delta \omega$ の3次の項で打ち切っている)、これを式(2.13)に代入すると、式(2.8) の第3項目は最終的に

$$-\mu_{0} \frac{\partial^{2} D_{L}}{\partial t^{2}} = \hat{x} \operatorname{Re} \left[\left\{ \beta_{0}^{2} + 2\beta_{0} \beta_{0} \, i \, \frac{\partial}{\partial t} - \left(\beta_{0} \, i^{2} + \beta_{0} \beta_{0} \, i^{\prime} \right) \frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}} - i \left(\frac{\beta_{0} \beta_{0} \, i^{\prime \prime \prime}}{3} + \beta_{0} \, i^{\prime} \beta_{0} \, i^{\prime} \right) \frac{\partial^{3}}{\partial t^{3}} \right\} A(z, t) R(\mathbf{r}) e^{i(pz - \omega_{0} t)} \right]$$

$$(2.15)$$

となる.

一方, ほかの項は式(2.10)およびslowly varying envelope近似^{(22),(25),(26)}

$$\frac{\partial A}{\partial z} \ll \beta_0 A, \quad \frac{\partial A}{\partial t} \ll \omega_0 A$$
 (2.16)

を用いると以下のようになる.

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \hat{x} \operatorname{Re} \left[\left\{ \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + 2ip \frac{\partial A}{\partial z} - p^2 A \right\} R(r) e^{i(pz-\omega_0 t)} \right]$$

$$\frac{2n_0 n_2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (|E|^2 E) = \hat{x} \operatorname{Re} \left[\left\{ -\frac{2n_2 \beta_0^2}{n_0} |R|^2 |A|^2 A - i \frac{4n_2 \beta_0}{c} \frac{\partial}{\partial t} (|R|^2 |A|^2 A) \right\} R(r) e^{i(pz-\omega_0 t)} \right]$$

$$\frac{i \frac{1}{c^2} \frac{\alpha n_0^2}{\beta_0} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -i \alpha \beta_0 \hat{x} \operatorname{Re} \left[R(r) A(z,t) e^{i(pz-\omega_0 t)} \right]$$

$$(2.19)$$

式(2.15),(2.17)~(2.19)を式(2.8)に代入すると

$$A \nabla_{t}^{2} R + R \left\{ \frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}} + i2p \frac{\partial}{\partial z} - p^{2} + \beta_{0}^{2} + i2\beta_{0}\beta_{0} \cdot \frac{\partial}{\partial t} - (\beta_{0} \cdot 2 + \beta_{0}\beta_{0} \cdot 1) \frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}} - i \left(\frac{\beta_{0}\beta_{0} \cdot 1}{3} + \beta_{0} \cdot \beta_{0} \cdot 1 \right) \frac{\partial^{3}}{\partial t^{3}} + i\alpha\beta_{0} \right\} A$$
$$+ R \left\{ \frac{2n_{2}\beta_{0}^{2}}{n_{0}} |R|^{2} |A|^{2} A + i \frac{4n_{2}\beta_{0}}{c} \frac{\partial}{\partial t} (|R|^{2} |A|^{2} A) \right\} = 0$$
(2.20)

ところで、長手方向に一様な光ファイバの横方向電界関数 $R_L(\mathbf{r})$ は、非線形効果が無ければ、

$$\nabla_t^2 R_L(\mathbf{r}) + (k_0^2 n_0^2(\mathbf{r}) - \overline{\beta}^2) R_L(\mathbf{r}) = 0$$
(2.21)

を満たす⁽²⁸⁾. ここに万は長手方向に一様な光ファイバ中を線形に伝搬する光波の位相定数である.式(2.21)を式(2.20)に代入すると,

$$R_{L}\left[\left\{\overline{\beta}^{2}-p^{2}+\frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}}+i2p\frac{\partial}{\partial z}+i2\beta_{0}\beta_{0}'\frac{\partial}{\partial t}-(\beta_{0}'^{2}+\beta_{0}\beta_{0}'')\frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}}\right.\\\left.-i\left(\frac{\beta_{0}\beta_{0}'''}{3}+\beta_{0}'\beta_{0}''\right)\frac{\partial^{3}}{\partial t^{3}}+i\alpha\beta_{0}\right\}A\right]\\=-\frac{2n_{2}\beta_{0}^{2}}{n_{0}}|R_{L}|^{2}|A|^{2}R_{L}A-i\frac{4n_{2}\beta_{0}}{c}\frac{\partial}{\partial t}(|R_{L}|^{2}|A|^{2}A)R_{L}$$

$$(2.22)$$

を得る.ここで、横方向電界関数に対する非線形性の影響は小さい、つまり、



と近似する⁽¹⁸⁾.式(2.23),(2.24)を式(2.22)に代入して,両辺に*R*^{*}を乗じて横方向断面内にわたって積分を施すと次式を得る.

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + i2\beta_0 \frac{\partial}{\partial z} + i2\beta_0 \beta_0' \frac{\partial}{\partial t} - (\beta_0'^2 + \beta_0 \beta_0'') \frac{\partial^2}{\partial t^2} - i\left(\frac{\beta_0 \beta_0'''}{3} + \beta_0' \beta_0''\right) \frac{\partial^3}{\partial t^3} + i\alpha\beta_0\right]A$$

$$n_0^{n_2|A||A^{-1}} c^{n_2} \partial t^{(|A||A|)}$$
(2.20)

$$\overline{n_2} = n_2 \frac{\int_S |R_L|^4 dS}{\int_S |R_L|^2 dS}$$
(2.26)

ここに $\int_{S} \cdot dS$ は光ファイバ断面にわたる積分である.次に、 $\overline{z=z}$ 、 $\overline{t=t-z/v_g}$ なる規格化を行うと

$$\left\{ \left(\frac{\partial}{\partial \overline{z}} - 2\beta_0' \frac{\partial}{\partial \overline{t}} + i2\beta_0 \right) \frac{\partial}{\partial \overline{z}} - \beta_0 \beta_0'' \frac{\partial^2}{\partial \overline{t}^2} - i \left(\frac{\beta_0 \beta_0'''}{3} + \beta_0' \beta_0'' \right) \frac{\partial^3}{\partial \overline{t}^3} \right\} A + i\alpha \beta_0 A$$

$$= -2 \frac{\beta_0^2}{n_0} \overline{n_2} |A|^2 A - i \frac{\beta_0}{c} \overline{n_2} \frac{\partial}{\partial \overline{t}} \left(|A|^2 A \right)$$

$$(2.27)$$

となる.式(2.16)および (零分散波長付近では) $\beta_0\beta_0'''/3 \gg \beta_0'\beta_0''$ であることから⁽³⁴⁾,式 (2.27)は

$$i\frac{\partial A}{\partial \overline{z}} - \frac{1}{2}\beta_0'' \frac{\partial^2 A}{\partial \overline{t}^2} - i\frac{1}{6}\beta_0''' \frac{\partial^3 A}{\partial \overline{t}^3} + i\frac{\alpha}{2}A = -\frac{\beta_0}{n_0}\overline{n_2}|A|^2A - i\frac{2\overline{n_2}}{c}\frac{\partial}{\partial \overline{t}}(|A|^2A)$$
(2.28)

となる.ここで、さらに



$$z_{0} = \frac{\pi}{2} \frac{\tau^{2}}{|\beta''|} = 0.322 \times \frac{\pi^{2} c \tau_{FWHM}^{2}}{\lambda_{0}^{2} |\sigma|} \qquad (\gamma \eta \vdash \nu 周 期)$$
(2.32)

$$\tau_{FWHM} = 1.76\tau$$

(2.33)

なる規格化を行う. なお, ここに z_0 はソリトン周期 ($\xi=\pi/2$), τ_{FWHM} はパルス強度の半値 全幅 (Full Width at Half Maximum: FWHM), $\sigma=2\pi c\beta''/\lambda^2$ は工学的な光ファイバの群速 度分散⁽³⁰⁾である. 結局, 式(2.28)は

$$\frac{\partial q}{\partial \xi} - \operatorname{sgn}(\beta' \, ') \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial s^2} + |q|^2 q + i \frac{\alpha}{2} \frac{\tau^2}{|\beta' \, '|} q - \frac{i}{6} \frac{\beta' \, ' \, '}{\tau |\beta' \, '|} \frac{\partial^3 q}{\partial s^3} + i \frac{2}{\tau \omega_0} \frac{\partial}{\partial s} (|q|^2 q) = 0 \quad (2.34)$$

となる. ここで, sgn(β')は異常分散領域で-1,正常分散領域で1である.

さて、ここまでの議論では、式(2.18)からわかるように非線形効果は瞬時に起こるものと仮 定してきた.ところが、パルス幅が0.1ps以下の極短光パルスになってくると、その応答時間 はもはや無視できないものとなり、非線形効果の遅延が生じる.このため、中心周波数をポ ンプ光として、誘導ラマン散乱が低い側の側帯波を増幅し、中心周波数のdown-shiftを引き 起こす、いわゆる、自己誘導ラマン散乱が発生する^{(16),(20),(35),(36)}.この効果は、遅延時間が短 いという仮定のもとで、 $|q(s)|^2q(s) \epsilon q(s) \int_{-\infty}^{s} f(t') |q(s-t')|^2 dt'$ と置き換え、さらに、 $|q(s-t')|^2 \epsilon s$ のまわりで展開し、

$$|q(s)|^2 q(s) - \int_{-\infty}^{s} t' f(t') dt' q(s) \frac{\partial |q(s)|^2}{\partial s}$$

$$(2.35)$$

で置き換えることによって導入できることがGordonによって示されている⁽³⁵⁾. ここでf(t')

はラマン感受率(35),(37)χと

$$\chi(\Omega) = \int f(t') \exp(i\Omega t') dt' \simeq 1 + iC_1 \Omega - C_2 \frac{\Omega^2}{2} - \cdots$$

なる関係にある. また, $\Omega = (\omega - \omega_0)t$, $C_n = \int t'^n f(t') dt'$ である. このように, 自己誘導ラマン散乱の効果を含めると, 最終的に

$$i\frac{\partial q}{\partial \xi} - \operatorname{sgn}(\beta' \,')\frac{1}{2}\frac{\partial^2 q}{\partial s^2} + |q|^2 q + i\Gamma q - i\nu_1\frac{\partial^3 q}{\partial s^3} + i\nu_2\frac{\partial}{\partial s}(|q|^2 q) - \nu_3 q \,\frac{\partial(|q|^2)}{\partial s} = 0 \tag{2.36}$$

$$\Gamma = \frac{\alpha}{2} \frac{\tau^2}{|\beta''|} \tag{2.37}$$

$$\nu_1 = \frac{1}{6} \frac{\beta' \, \tau'}{\tau |\beta' \, \tau'|} \tag{2.38}$$

$$\nu_2 = \frac{\lambda}{\pi c \tau} \tag{2.39}$$

$$\nu_3 = \frac{T_R}{\tau} \tag{2.40}$$

を得る.これが, 摂動を受けた非線形シュレディンガー方程式(PNLSE)である.式(2.36)の 左辺4項目以降が高次の効果に対応する摂動であり,以下に各摂動項を簡単に説明しておく.

• *iГq*:

損失によるパワーの減衰を表す. なお,係数 Γ において, α は減衰定数であり,単位は $[m^{-1}]$ である. 光ファイバでは, γ [dB/km]で与えられるのが普通である. この場合,

$$\Gamma = \frac{\tau^2}{|\beta''|} \frac{\gamma}{20000 \log_{10} e}$$
(2.41)

となる(付録B).

 $\cdot -i\nu_1 \frac{\partial^3 q}{\partial s^3}$:

3次の線形分散を表す.通常,2次の群速度分散が支配的であるため,こ

の分散による効果は無視できるが,パルス幅が極めて短くなると,スペク トルの広がりが大きくなり,もはや無視できなくなる.また,パルス幅が それほど短くなくても(ピコ秒オーダ),動作波長が零分散波長に近い場

合にも、2次の群速度分散が小さくなることから、3次の分散が支配的に なる.

・ $i\nu_2 \frac{\partial}{\partial s}(|q|^2 q)$: ショック効果を表す. この効果は、非線形な分散を表し、非対称な波形変

形を引き起こす.

 $\cdot -\nu_3 q \frac{\partial |q|^2}{\partial s}$: 上述のように、自己誘導ラマン散乱による自己周波数シフト効果を表す.

この効果のため,異常分散領域では,パルスの群速度は伝搬とともに遅く

この効果のため,異常分散領域では,パルスの群速度は伝搬とともに遅くなる.なお, ν_3 に含まれる T_R はラマン利得に関するパラメータであり,石英系の光ファイバで数10fsオーダのパルス幅に対して数fsのオーダである⁽²²⁾.

これらの詳細は、次節で具体的に説明するが、損失を除いてパルス幅が極めて短くなると (<0.1ps)顕著に現われ、すべて無視すると、異常分散領域に対して通常の非線形シュレディ ンガー方程式(NLSE)

$$i\frac{\partial q}{\partial \xi} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 q}{\partial s^2} + |q|^2 q = 0$$
(2.42)

となる. 光ファイバ中の非線形パルス伝搬問題は,ある初期値(入射パルス)に対して上述 の非線形シュレディンガー方程式を解く,初期値問題に帰着する.したがって,いかなる初 期値に対しても,それに対応する解が存在し,この解,つまり出力波形はいくつかのソリト ン(特殊解)と分散性をもつ連続波で表される⁽³⁰⁾.その中でも,

$$q(\xi=0,s) = A \operatorname{sech} s \tag{2.43}$$

という初期値に対して,式(2.42)は解析的に解くことができ,振幅A=N(正の整数)であれば,解はN個のソリトンのみで表される.ソリトンは,ソリトン周期($\xi=\pi/2$)で周期的な変化を繰り返す.とりわけ,N=1の基本ソリトン(sech s)は,入射波形のままの形を保って伝搬する.このときの入射ピークパワーは,式(2.31)から以下のように与えられる.

$$P_{0} = \int |E|^{2} dS = \int |R|^{2} dS |A|^{2} = \frac{1}{2\pi} \frac{\lambda |\beta''|}{\tau^{2} n_{2}} A_{eff}$$
(2.44)



$$R(r) = R_0 \mathrm{e}^{-\frac{r^2}{w^2}}$$

(2.45)

であると近似すると

 $A_{eff} \simeq \pi w^2$

(2.46)

となる. これが基本ソリトンを発生させるために必要なパルスのピークパワー, つまり, ソ リトンパワーである. しかし, 式(2.42)には, 2次の分散と光カー効果による非線形効果し か含まれておらず, 現実に即して考えると考慮しなければいけない効果がほかにもある. そ の代表的なものが損失である. 現在の光ファイバの損失は, その理論的限界をほぼ達成した と考えられるほど低い値 (0.154dB/km⁽²⁾) となっているが, 高強度を要求するソリトンに対 しては無視できる値ではない. この場合, 式(2.36)の4項目も考慮しなければならず, もは や解析的に解くことはできず, 式(2.42)に対するソリトン解であるsech sも, 伝搬とともに波 形は広がってしまう.

一方,無摂動の正常分散領域に対する非線形シュレディンガー方程式は

$$\frac{\partial q}{\partial \xi} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial s^2} + |q|^2 q = 0$$
(2.47)

であり、tanh型のソリトン解を持っており、これは、連続波が途切れた形をしており、前節 で述べたダークソリトンと呼ばれる.

2.3.2 実際の物理定数との対応

摂動を受けた非線形シュレディンガー方程式を用いて単一モード光ファイバ中のソリトン パルスを解析しようとするとき,式中に含まれる規格化パラメータと実際の物理定数との対 応関係を明確にしておく必要がある.そこで本節では,代表的な光ファイバの物理定数を例 にとり上げ,規格化パラメータとの対応関係についてまとめ,さらに,パルス幅とソリトン パルス伝搬に対する摂動の影響との関係を明らかにしている.

まず、パルス幅がピコ秒オーダで動作波長が零分散波長から離れている場合を考える.表2.1はここで仮定した諸定数である.パルス幅_{TFWHM}は10psとしている.

零分散波長 λ_D 動作波長 λ_0 群速度分散 σ 3 次線形分散 β''' 損失 γ 毛ードフィールド径 w実効断面積 A_{eff} 1.3 μ m 1.55 μ m 1.55 μ m -16ps/km/nm($\beta'' = -20 ps^2/km$) 0.1ps³/km 0.1ps³/km

表2.1 入射パルス条件とファイバパラメータ

・ソリトンパワー (式(2.44))

 $P_0 = 375 \text{mW}$

なお、分散が小さくなると、必要な入射パワーが小さくなり、たとえば、 σ =-1ps/km/nmの場合には、 $P_0 = 24$ mWですみ、現状の半導体レーザでもパワー的には十分であることがわかる.

・ソリトン周期(式(2.32))

 $z_0 = 2.5 \,\mathrm{km} \quad (\xi = \pi/2)$

· 損失(式(2.37))

 $\Gamma = 0.033$

・そのほかの摂動効果

 $\nu_1, \nu_2, \nu_3 \simeq 0$

結局,この場合,高次線形分散,ショック効果,自己誘導ラマン散乱などの摂動の影響は無視できるほど小さく,無摂動の非線形シュレディンガー方程式に損失のみを考慮するだけでよいことがわかる.

次に、パルス幅がサブピコからフェムト秒オーダの場合を考える. ここでは、パルス幅が 50fs, そのほかの諸定数は表2.1と同一であると仮定している.

• $P_0 = 15 \text{kW}$

 $\cdot \Gamma \simeq 0$

• $z_0 = 6 \text{cm}$

·3次線形分散(式(2.38))

 $\nu_1 = 0.03$

なお、この効果は、パルス幅がフェムト秒オーダの場合のほか、動作波長が零分散波長に近い場合 にも顕著となる.たとえば、表2.2のように、パルス幅がピコ秒オーダでも、動作波長が零分散波長に 近い場合には、レ1=0.044となり、考慮する必要のあることがわかる.

表2.2 動作波長が零分散波長に近い場合

一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一一	1.97
苓分散波長 AD	$1.27 \ \mu m$
動作波長 λ_0	1.271 µm
群速度分散 σ	$-0.1 \text{ps/km/nm} (\beta'' = -0.09 \text{ps}^2/\text{km})$
3 次線形分散 β'''	0.054ps ³ /km
パルス幅 T _{FWHM}	4ps

したがって、ソリトン形成に必要な入射パワーの低減のために、動作波長を零分散波長に近づけすぎると、3次の線形分散の抑圧を迫られることになるので注意を要する.

・ショック効果(式(2.39))

 $\nu_2 = 0.058$

・自己誘導ラマン散乱(式(2.40))

 $\nu_3 = 0.106$

なお, T_R は3fsとしている⁽²²⁾.

以上のことから,パルス幅がピコ秒オーダであれば,理想的なソリトンを妨げる効果は損失のみで あり,しかも,今日これは誘導ラマン^{(13),(14)}またはEr³⁺ドープファイバ増幅^{(39)~(41)}により相殺が可能と なってきていることから,かなり実用に近いと言えるが,フェムト秒の領域に入ってくると,必要な 入射パワーもkWオーダと大きくなるのに加えて,各種の摂動効果が複雑に絡み合ってソリトン伝搬を 妨げるため,今後一層の研究が必要であり,また,こうした効果をすべて含めた検討を行うことので きる解析手法が求められる.

2.4 むすび

光ファイバ中を伝搬する光パルス(光波の包絡線)が,高強度の入射光により引き起こされる非線 形光学効果(カー効果)のため,形の不変な波,光ソリトンパルスを形成するしくみの概説,ならび に,このような光ソリトンパルスが光ファイバ中を伝搬する様子を表す非線形シュレディンガー方程 式,および,その一般化した形である摂動を受けた非線形シュレディンガー方程式についての簡単な 説明を行った.また,入射パルスの強度やパルス幅が短くなった場合に問題となる高次の線形分散, 非線形分散,自己誘導ラマン散乱などの摂動と実際の物理定数との関係を典型的なファイバパラメー タを例に挙げてまとめた.

第3章 単一モード光ファイバ中を伝搬するソリトンパルスの 有限要素法解析

3.1 まえがき

1980年, Mollenauer, Stolen, Gordonにより光ファイバ中のソリトンの存在が確認されて以来⁽⁸⁾, その実用化へ向けた研究が日本, アメリカ, イギリスを中心として活発に進められている. たとえば, 光ソリトン通信実現に対してまず問題となる隣接ソリトン間の相互作用およびその抑圧法が, Desem, Chuによってかなり詳細に検討されている⁽⁴²⁾.

さて、2.3節で述べた単一モード光ファイバ中のソリトンパルスの伝搬を表す摂動を受けた 非線形シュレディンガー方程式は、摂動が無ければ、ZakharovとShabatによって逆散乱法(inverse scattering method)を用いて解析的に解けることが証明されている⁽⁴³⁾が、各種の摂 動(損失、利得、高次分散、ショック効果、自己誘導ラマン散乱による効果)を考慮すると 厳密には解けなくなる。しかし、最近の光技術の発展による極短光パルスの発生(色中心レ ーザを用いて、すでに、ピコ秒からサブピコ秒オーダのパルスは容易に使える状況にあり、 現在、色素レーザに短パルス化を施して数フェムト秒のパルスが得られるに至っている)、 光ファイバの低損失化(1986年、0.154dB/kmが報告され⁽²⁾、石英系ガラスの理論的限界値で ある0.14~0.15dB/kmにほぼ到達している)に伴い、通常の非線形シュレディンガー方程式 では記述しきれない摂動による効果が、実験ですでに観測されるようになってきており、も はや無視することはできない、このため、最近、数値解析による摂動を含めた検討が多数報 告されている(損失^{(25),(26),(38),(44)~(49)}、3次の線形分散^{(25),(26),(37),(42),(45),(46),(50)~(54),ショック効 果^{(37),(46),(51)~(55)}、自己誘導ラマン散乱による効果^{(36),(37),(49),(56)}、5次の非線形効果^{(45),(57)}).}

そこでここでは、多くの数値解析法の中でも、最も汎用性の高い有限要素法を、摂動を受けた非線形シュレディンガー方程式に適用してその定式化を行い、各種摂動を極めて容易に 組み込めることを示している.まず、本手法の妥当性を調べるために、無摂動の場合の解析 を行い、ほかの解法による結果とよく一致した結果が得られることを確認している.次に、 ソリトンパルス間の相互作用、ダークソリトン、損失、3次の線形分散、自己誘導ラマン散 乱、さらに、5章で述べるビーム伝搬法ではその取り扱いが難しいと思われるショック効果 などの摂動を含めた解析を行い、ソリトン伝搬の数値シミュレーション手法として、本手法 が極めて汎用性に富むものであることを示している.また、極短光パルス発生に必要とされ るパルス圧縮法の1つであるファイバ・グレーティングパルス圧縮の最適化の際に必要とさ れる、正常分散動作の光ファイバ出力での非線形パルスのチャーピング特性の検討も行って いる.

3.2 有限要素法による定式化(直接解法)

光ファイバが理想的な真円コア形状を有し, 屈折率分布が弱導波・弱勾配⁽²⁸⁾であると仮定 することができれば,そのファイバ中を伝搬 するモードは直線偏波(LP_{o1}モード⁽⁵⁸⁾)と考 えることができる.これが,1971年,Glogeに より提案された弱導波近似である.このとき, 光ファイバ中のソリトンパルスの伝搬は,2.3 節の摂動を受けた非線形シュレディンガー方 程式



図3.1 3節点線要素

$$i\frac{\partial q}{\partial \xi} - \operatorname{sgn}(\beta' \,')\frac{1}{2}\frac{\partial^2 q}{\partial s^2} + |q|^2 q + i\Gamma q - i\nu_1\frac{\partial^3 q}{\partial s^3} + i\nu_2\frac{\partial}{\partial s}(|q|^2 q) - \nu_3 q\frac{\partial(|q|^2)}{\partial s} = 0$$
(3.1)

で表される. ここに各係数および規格化パラメータは, 2.3, 2.4節において示されている. 4項目以降, つまり摂動項を無視すると, 通常の非線形シュレディンガー方程式となる. まず, 式(3.1)におけるs方向, つまり時間領域を図3.1に示すような3節点線要素を用いて 分割し, 各要素内における複素振幅q(ξ,s)を要素内節点の値で展開する.

 $q(\xi,s) = \{N\}^{T} \{q(\xi)\}_{e}$ (3.2) $\{q(\xi)\}_{e} = [q_{1}(\xi) \ q_{2}(\xi) \ q_{3}(\xi)]^{T}$ (3.3) $\{N\} = [N_{1} \ N_{2} \ N_{3}]^{T}$ (3.4) $N_{1} = \rho(\rho-1)/2$ (3.4)



が得られる.

$$(i[M]d/d\xi + [K_0] + [K_p]) \{q(\xi)\} = \{0\}$$
(3.6)

$$[K_0] = \sum_{e} \int_{e} [sgn(\beta' \, ') \frac{1}{2} \{N_s\} \{N_s\}^T + |q_e|^2 \{N\} \{N\}^T] ds$$
(3.7)

$$[K_p] = i \sum_{e} \int_{e} [I\{N\} \{N\}^T + \nu_1 \{N_s\} \{N_{ss}\}^T + \nu_2 |q_e|^2 \{N\} \{N_s\}^T + (\nu_2 + i\nu_3) (|q_e|^2)_s \{N\} \{N\}^T] ds$$
(3.8)

$$[M] = \sum_{e} \int_{e} \{N\} \{N\}^T ds$$
(3.9)

$$(\cdot \,)_{s} \equiv d(\cdot \,)/ds$$
(3.9)

ここに ∑はすべての要素についての和を意味する.

次に,式(3.6)の ξ に関する微分に対して θ スキームを用いた差分法^{(23),(24)}を適用すると,最終的に次式が得られる.

$$[L(\theta)] \{q\}_{i+1} = [L(\theta-1)] \{q\}_i \qquad (i=0,1,2,\cdots) \\ [L(\theta)] = i[M] + \theta \Delta \xi ([K_0] + [K_p])$$

$$(3.10)$$

ここに θ は0 $\leq \theta \leq 1$ の範囲をとり、 $\theta = 0$ のとき前進差分、 $\theta = 1$ のとき後退差分、 $\theta = 1/2$ のときク ランク・ニコルソン法となる、したがって、 $\Delta\xi$ だけ伝搬した後の波形は、 $\{q\}_{i+1} = [L(\theta)]^{-1}$

 $[L(\theta-1)]{q}_i$ から知ることができる.なお、 $[L(\theta)]$ 中に含まれる $|q_e|^2$ は、 $\Delta\xi$ 伝搬前の波形の値を使うものとする.これを直接解法 (DM) またはステップ・バイ・ステップ有限要素法と呼ぶ.

3.3 スプリット・ステップ有限要素法による解法

直接解法では、式(3.7),(3.8)からわかるように[$L(\theta)$]中にパルスの強度に関与した非線形項

が入っているため、 $\Delta\xi$ 伝搬後の波形を求めるたびに行列[$L(\theta)$]を作成しなければならず、所 望の距離を伝搬した後の波形を知るためには、多大な計算時間を要するものと予想される. そこで本節では、計算の効率化をはかるためにスプリット・ステップ法 (SSP) ^{(24)~(26)}を導 入する.この方法は、 $\nu_2=0$ のとき、分散効果と非線形効果が独立であるという仮定に基づい て、次の二つのステップに分けて計算するものである.

・ステップ1:分散効果

$$(i[M]d/d\xi + [K]) \{q(\xi)\} = \{0\}$$
(3.11)

$$[K] = \sum_{e} \int_{e} [\operatorname{sgn}(\beta' \,') \frac{1}{2} \{N_{s}\} \{N_{s}\}^{T} + i\nu_{1} \{N_{s}\} \{N_{ss}\}^{T}] ds \qquad (3.12)$$

式(3.11)に0スキームを用いた差分法を適用すると

$$[L(\theta)]\{q'\}_{i+1} = [L(\theta-1)]\{q\}_i$$
(3.13)

$$[L(\theta)] = i[M] + \theta \Delta \xi[K]$$
(3.14)

・ステップ2:非線形効果

$$\{q\}_{i+1} = \{q'\}_{i+1} \exp(\nu \Delta \xi)$$
(3.15)

$$\nu = i |q|^2 - \{ \Gamma + i\nu_3 (|q|^2)_s \}$$
(3.16)

結局, 行列方程式としては, 式(3.13)でi=0とおいた

$$[L(\theta)]\{q'\}_1 = [L(\theta-1)]\{q\}_0$$
(3.17)

のみを解けばよいことになる.式(3.12),(3.14)からわかるように,行列[$L(\theta)$]には振幅qに関 する量は一切含まれていない.したがって,逐次計算(ξ 方向)の際は,i=0に対して求めた $[L(\theta)]^{-1}[L(\theta-1)]$ に $\{q\}_i$ を乗じるだけでよいことになり,直接解法に比べて計算の大幅な効率 化が期待できる.このため,次節以降の解析の大部分は,このスプリット・ステップ有限要 素法(SSF)を用いて行っている.

3.4 数値計算例1(無摂動の場合)

3.4.1 計算の妥当性

図3.2は、有限要素法による計算の妥当性を確認するため、無摂動の場合($\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = \Gamma = 0$)における1次から3次ソリトンの伝搬を調べたものである.つまり、Nsech s (N=1,2,3) を初期値として、通常の非線形シュレディンガー方程式(式(2.42))を解いた結果である. ここに時間領域両端における境界条件は周期条件とし、伝搬軸方向の差分スキームには $\theta=1/2$ なるクランク・ニコルソン法を採用している(以下同じ).また、[・]内は計算に使 用したパラメータであり、N_Eは要素数、T_Wは解析した時間領域、 $\Delta\xi$ は伝搬方向のきざみ幅 である.ただし、3次元の図に対しては、T_Wは図の領域と一致しているため省略している. 本手法による結果は、Satsumaらの解析的厳密解⁽⁵⁹⁾とよく一致していることがわかる.

	$ \Delta I_1 / I_1 $	$ \Delta I_2 / I_2 $
N=1	0.0000002	0.0004488
N=2	0.0000010	0.0000154
N=3	0.0000709	0.0011874

表3.1 ソリトンの保存量の相対誤差

表3.1は、計算の精度を確認するために入射波形と $\xi=\pi$ 伝搬後の波形の保存量 I_1 , $I_2^{(30),(59)}$ の相対誤差を計算したものである.ここに保存量 I_1 , I_2 は

$$I_{1} = \int_{-\infty}^{\infty} |q(\xi,s)|^{2} ds$$

$$I_{2} = \int_{-\infty}^{\infty} [|\partial q(\xi,s)/\partial s|^{2} - |q(\xi,s)|^{4}/2] ds$$
(3.18)
(3.19)

であり、相対誤差 $e(\xi=\pi)$ は

$$e(\xi=\pi)(\%) = \frac{|I(\xi=0) - I(\xi=\pi)|}{I(\xi=0)} \times 100$$
(3.20)

である.表3.1より,誤差は極めて小さく,精度の高い計算がなされていることが確認される. また,1次のソリトンを直接解法とスプリット・ステップ有限要素法により解析した場合 のCPU時間は,それぞれ123.750秒,3.888秒であり,スプリット・ステップ有限要素法によ

り計算時間が約1/30に短縮でき,本算法が計算の効率化に極めて有効であることがわかる. そして,両算法間の差異は無視できるほど小さい.なお,ここで用いた計算機はスーパーコ ンピュータHITAC S-820/80である.

10



(a) N=1 ソリトン

 $\begin{bmatrix} N_E = 150 \\ \Delta \xi = \pi/200 \end{bmatrix}$







(b) N=2 ソリトン (c) N=3 ソリトン



3.4.2 ソリトン間の相互作用

ソリトンを光通信に利用する場合,パルスをできるだけ高密度に伝送することが要求される.その際問題となるのが,ソリトンパルス間の相互作用である^{(42),(47),(49),(60)~(62)}.いま,入 射波として次の形を考える.

$$q(\xi=0,s) = \operatorname{sech} (s-T/2) + e^{i\phi} A_r \operatorname{sech} [A_r(s+T/2)]$$
(3.21)

ここにTはパルス間隔であり、 A_r と ϕ はそれぞれ一方のソリトンパルスに対する他方の振幅の割合と搬送波の位相差を表す。

図3.3,3.4は、同じ振幅 (A_r =1) で位相を変化させた場合の結果を示す、同位相のときは、 ソリトンパルスが周期的に合体することがわかる、また、図3.3から入射パルスの間隔を広く とった方が、周期が長くなり中継間隔を長くとれることが確認される、ここで、パルス間隔 T=7.0,8.0はそれぞれパルス幅 (T=1.76) の4,4.5倍に対応している、これに対して、逆位 相のときは、二つのパルスは反発しあい、伝搬とともにパルス間隔が広がっていくことがわ かる、光通信への応用を考えると、パルス間隔が保持されることが望ましい、 $\phi=\pi/4$ radの とき、二つのパルスはほぼ平行に伝搬し、文献(42)の結果ともよく一致している.

図3.5は、同位相 (ϕ =0) で振幅をわずかに変えた場合 (A_r =1.1) の結果である、隣接パル ス間の振幅をわずかに変化させることは、相互作用抑圧に効果的であることが認められる⁽⁴²⁾. なお、比較のために、同位相で振幅が式(3.20)の1/100の場合の二つのパルスの伝搬(非線形 効果はほとんど皆無)の様子を図3.6に示す、非線形効果が無ければ、極めて短い距離 ($\xi \simeq \pi$) で波形歪みが生じてしまうことがわかる、図3.3と3.6の比較から、相互作用があったとし ても、非線形効果は中継間隔の増大をもたらすことがわかる⁽⁶²⁾.

3.4.3 ダークパルスのふるまい

異常分散領域におけるソリトンと同様に正常分散領域 $(\lambda < \lambda_D)$ においても形が変わらずに

伝搬する波が存在する.この場合の波は,通常のパルスとは逆で,連続波が途切れた部分, つまり,暗いパルスである.このため,正常分散領域におけるソリトンをダークソリトンと 呼ぶ.

正常分散領域における無摂動非線形シュレディンガー方程式は



(3.22)



図3.3 同相,同振幅ソリトン間の相互作用 (
$$\phi=0, A_r=1$$
) $\begin{bmatrix} N_E=100\\ \Delta\xi=\pi/100 \end{bmatrix}$



図3.4 位相差のあるソリトン間の相互作用 $(A_r=1, T=8.0)$





で与えられ,

$q(\xi=0,s)=\tanh s$

(3.23)

が基本ダークソリトンであることが知られている.図3.7(a)は,正常分散動作の光ファイバ 中を伝搬するダークソリトンである.異常分散領域の場合の(ブライト)ソリトンと同様に, 連続波の谷間が形を変えずに伝搬しているのがわかる^{(63),(64)}.これに対して,異常分散動作 の光ファイバ中を伝搬させた場合(式(2.22)の第2項目の符号を+とした場合)が図3.7(b)で ある.ダークパルスが伝搬とともにいくつものパルスに分裂し,不安定さの増していく様子 が観測される.これは,異常分散領域における連続波が小さな摂動に対して弱く,不安定と なる現象,いわゆる,変調不安定^{(30),(65),(66)}によるものであると考えられる.なお,各図の解 析両端において見られる細かなリップルは,両端の仮想境界からの反射によるものである.

3.5 数値計算例2(摂動を考慮した場合)

シミュレーションをより現実味のおびたものにするためには,各種の摂動を考慮する必要 がある.この場合,摂動を受けた非線形シュレディンガー方程式はもはや解析的に解くこと は不可能であり,数値解法に頼らざるを得ない.

3.5.1 損失による効果 (v1=v2=v3=0)

前節までは,無摂動の非線形シュレディンガー方程式を扱ってきたが,光の強度が重要な 役割を果たす光ソリトン伝送では,光ファイバの損失による効果を含める必要がある.そこ でここでは,式(3.1)の左辺4項目を考慮した検討を行う.

図3.8は,損失(Γ =0.03)を考慮したときの結果であり,文献(48)の結果とよく一致している.図3.9は, Γ =0.035に対して、 ξ =5 π まで伝搬していく様子を示したものである.振幅低下のために非線形効果が弱まり、伝搬とともにパルス幅が広がり、5 π 伝搬後の振幅が入射振幅

の0.38倍に減少してしまっている.また,式(3.18)のエネルギー保存量を計算すると66.7%で あり、5π伝搬すると $-15 \le s \le 15$ の範囲内で約30%のエネルギーを失ってしまうことがわかる. なお、実際の物理定数は2.4節と同一であると考えると(τ_{FWHM} =10ps), Γ =0.03と0.035は それぞれ約0.165,0.19dB/kmに対応しており、 ξ =5πは約25kmに対応している.図3.10(a), (b),(c)は損失がある場合の隣接パルス間の相互作用を調べたものであり、それぞれ ϕ =0, π , $\pi/4$ radの場合に対応する.ここで、 Γ =0.035、T=8である.図3.3(b)から無摂動の場合、合



 $\pi/2$

ξ



(b) 異常分散領域動作

図3.7 ダークパルスの伝搬
$$\begin{bmatrix} N_E = 200\\ \Delta \xi = \pi/200 \end{bmatrix}$$



図3.8 ソリトン伝搬に対する損失の影響(*Г*=0.03)




図3.10 相互作用における損失の影響 (Γ =0.035, A_r =1, T=8.0) $\begin{bmatrix} N_E = 100 \\ \Delta \xi = \pi/100 \end{bmatrix}$





図3.10 相互作用における損失の影響 (Γ =0.035, A_r =1, T=8.0)

体周期がほぼ ξ =15 π (75km)であることがわかるが,損失があると ξ =5 π (25km)ですでにほぼ 線形パルスに近い状態にまで減衰しており,非線形効果はほとんどなく,それ以後は図3.6と 同様に分散による波形歪みにのみ支配されている.したがって,ここで考えたパルス幅,パ ルス間隔で2つのソリトンパルスを入射しても相互作用は見られないことがわかる.このた め,相互作用が起こらない以上,入射パルス間の位相差はその伝搬にほとんど影響を及ぼさ ないことになる (図3.10(b),(c)).

3.5.2 3次の線形分散による効果 (*Г*=*v*₂=*v*₃=0)

極短光パルスや動作波長が零分散波長に近い場合,高次分散による効果が無視できなくなるため,ここでは、3次の線形分散(ν_1)を考慮した解析を行う.N次のソリトンは、同じ速度で走るN個のソリトンから構成されており、各ソリトンの位相の干渉により図3.2のような周期的な変化を繰り返す⁽³⁰⁾.3次の分散の効果が無視できない場合,各ソリトンはもはや

同じ速度で走ることはできないため、構成するN個のソリトンに分離する. 図3.11は、2次のソリトンの伝搬を示したものである (ν_1 =0.01). いくらかの歪み、放射が起こった後 $\xi=2.5\pi$ あたりからすでに二つのパルスに分離している様子が観測され、文献(50)とも類似した結果が得られている. なお、 ν_1 =0.01に対する実際の物理定数の一例を以下に示す.

・極短光パルスの場合

 $\tau_{FWHM} = 150$ fs, $\sigma = -16$ ps/km/nm, β' ' = 0.1 ps³/km

・動作波長が零分散波長に近い場合

 $\tau_{FWHM} = 15 \text{ ps}, \ \sigma = -0.1 \text{ ps}/\text{km}/\text{nm}, \ \beta' \ ' = 0.054 \text{ ps}^3/\text{km}$



3.5.3 自己誘導ラマン散乱による効果 (*Г*=ν₁=ν₂=0)

パルス幅がピコ秒オーダであれば、非線形効果(光カー効果)は瞬時に応答すると考えて よいが、サブピコからフェムト秒の領域に入ってくるとその応答時間はもはや無視できない ものとなる.このため、パルスの中心周波数自身がポンプ光となり低い側の側帯波を増幅す る、いわゆる自己誘導ラマン散乱効果を引き起こす.この効果によりパルスの中心周波数は 下方へシフト(down-shift)し、異常分散領域の場合、群速度の低下となって現われる.

図3.12,3.13は,誘導ラマン散乱 (ν_3)を実際に考慮した結果である. 図3.12は単一のソリトンの伝搬を示したものである. 誘導ラマン散乱による中心周波数のdown-shiftのため,群速度 (v_g)が遅くなっていく様子が見られる. また, ν_3 が大きいほど,つまり,誘導ラマン散乱が大きい方がこの変化も顕著に現われることがわかる. 次に,この効果の相互作用に及ぼす影響を調べるために, ν_3 =0.01, T=5.288の場合について検討を行った. 図3.13(a),(b),(c)は,それぞれ二つのソリトンパルス間の位相差が0,-1,1 radの場合に相当する. ただし,

入射パルスの形は式(3.21)を考え ている $(A_r=1)$. いずれの場合 も,入射された二つのパルスは 途中で衝突し,再び分裂し離れ ていく⁽⁵⁶⁾.3種類の結果を比べ ると,同相で入射した場合が最 も衝突までの距離を要し,中継 間隔の点で好ましいと言える. これは,3.4.2節の無摂動の場合 とは全く逆の結果となり,相互 作用抑圧には摂動を含めた検討 が必要であることがわかる.な お, $\nu_3=0.01$,0.1に対応するパル ス幅は,実際の物理定数を表2.1 と同一であると仮定すると,そ



こ同一であると仮定すると、そ 0^{-20} 10 $v_{3}=0.01$ れぞれ、約500fs、50fs程度である. また、パルス間隔T=5.288はパル (a) $\nu_{3}=0.01$ ス幅の3倍に対応している. 図3.12 ソリトン伝搬に対する自己誘導ラマン散乱

の影響 (N=1)
$$\begin{bmatrix} N_E = 100 \\ \Delta \xi = \pi/100 \end{bmatrix}$$



(b) $\nu_3 = 0.1$

図3.12 ソリトン伝搬に対する自己誘導ラマン散乱の影響(N=1)



(a) $\phi = 0$ rad

図3.13 相互作用における自己誘導ラマン散乱の影響 $(A_r=1, T=5.288)$ $\begin{bmatrix} N_E=100 \\ \Delta \xi = \pi/100 \end{bmatrix}$



(c) $\phi = 1$ rad

図3.13 相互作用における自己誘導ラマン散乱の影響 ($A_r=1$, T=5.288)

3.5.4 ショック効果 ($\Gamma = \nu_1 = \nu_3 = 0$)

パルス幅が短くなるとともに、分散がパルスの強度に依存する非線形分散による効果が現 われはじめ、パルスに非対称な波形歪みをもたらす.このため、高次のソリトンでは、伝搬 とともに、構成する各ソリトンへの分離が起こる.これがショック効果であり、これが原因 であろうと予想されるフェムト秒パルスの非対称な波形歪みは実験でもすでに観測されてい る⁽¹⁵⁾.そこでここでは、この効果による影響を検討する.ただし、この効果は分散効果と非 線形効果が結合したものであるため、前節までで用いてきたスプリット・ステップ有限要素 法が適用できないことから、3.2節の直接解法を用いている.

図3.14(a),(b),(c)はそれぞれν₂=1,0.5,0.05の場合に相当する. 伝搬とともに強度に依存した分散のため,パルスのピーク付近が分散の影響を強く受け,群速度が低下し,それに伴ってピーク近傍のパワーがパルスの後方に流れていく様子が確認される^{(22),(55)}. しかしながら,



 $\nu_2 = 1, 0.5, 0.05 は, 波長1.55 \mu m に対してパルス幅$ がそれぞれ3, 5, 50fsに相当しており, たとえ今日6fsという超極短光パルスが得られている⁽⁶⁷⁾とはいえ, 3とか5fsというパルス幅は現実的ではない.したがって, ここでは, ショック効果を強調するためにこうした値を用いたが, 図3.14(c)からわかるようにパルス幅が50fsのときでさえ,この効果による影響はほとんど見られないことから, 基本ソリトンに対する単独の影響という点では, かなり小さいことがわかった.なお,高次のソリトンの場合, パルス圧縮現象により $<math>\partial(|q|^2q)/\partial s$ の増大が考えられることから, 別途検 討が必要と思われる.

3.6 ファイバ・グレーティングパルス圧縮

2.2節で述べたように,光ファイバ中に入射さ れた高強度の光パルスは,光カー効果による屈 折率変化のため







なる周波数変化を受ける. これがカー効果によるチャーピング(自己周波数または自己位相 変調)であり、パルスの前部では周波数は下がり(down-shiftまたはred-shift)、後部では上 がる(up-shiftまたはblue-shift). パルスにおけるこのような周波数変化は、異常分散領域 $(\lambda > \lambda_D)$ ではパルスを圧縮するように働き、正常分散領域 $(\lambda < \lambda_D)$ ではパルスが広がるよ --

うに働く.前者は光ソリトンおよび高次ソリトンを用いた圧縮に,後者はファイバ・グレー ティングパルス圧縮に利用されている.この中で,ファイバ・グレーティング圧縮は,極め て高品質な極短光パルスを発生させることの可能な方法であり,1985年,Knoxらはこの方 法により8fsという超極短光パルスの発生に成功している⁽¹⁵⁾.この方法は,チャーピングを 与えたパルスを異常分散領域で圧縮する点では,

$$t_d(\omega) = -2a_c(\omega - \omega_0) \tag{3.25}$$
3 9

で与えられる,周波数に対して線形な遅延特性を有する⁽²²⁾グレーティング対のみを使った圧 縮法などと変わらない(ここでa_cはグレーティングの構造によって決まる定数である).し かし,通常,カー効果によって生じたチャーピングは,図2.2からわかるように線形なチャー ピングをもっているのはパルスの中心付近のみであることから,得られた圧縮パルスはすそ をもったものとなってしまう.このすそは,パルスを一度正常分散動作の光ファイバに通し てパルス全体にわたって線形なチャーピングを与えて^{(51)~(53),(67),(68)}から圧縮を行うことによ り除去でき,それに伴い,パルス幅がさらに短くなる.これが,ファイバ・グレーティング パルス圧縮であり^{(15),(22),(68)},このパルスのチャーピングが最終的に圧縮されたパルスの質を 決定することになる.

距離zでの複素振幅を振幅と位相に分けて

$$q(z,t) = |q(z,t)| \exp[i\phi(z,t)]$$

と表す.いま,電界を

$$E = \operatorname{Re}[q(z,t)\exp\{i(\beta_0 z - \omega_0 t)\}]$$
(3.27)

(3.26)

(3.30)

とすると, その位相は

$$\Phi = -\omega_0 t + \beta_0 z + \phi(z, t) \tag{3.28}$$

となる. 瞬時角周波数は

$$\omega(t) = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \omega_0 + \Delta \omega \tag{3.29}$$

$$\Delta \omega = -\frac{\partial \varphi(z,t)}{\partial t}$$

21(-1)

で与えられる.したがって、規格化したチャーピングは複素振幅の位相を微分することにより求まる.

$$\Delta \omega \cdot \tau = -\frac{\partial}{\partial s} \arg[q(\xi, s)]$$
4 0

ここで, sに関する微分にはラグランジュの2次補間を用いている.

図3.15は、 $q(\xi=0,s)=$ sech s が正常分散動作の光ファイバ中を伝搬する様子と対応するチャ ーピングを示したものである(ただし、無摂動であると仮定している). 伝搬に伴ったパル スの平坦化および線形なチャーピングの範囲の拡大が観測される. 図3.16は、入射パルスの 振幅を7.7にした場合の結果である. $\xi=z_0/2$ の場合と文献(53)の結果は波形、チャーピングと もによく一致しており、本手法および文献の方法が妥当であるということが確認される.



(a) パルスの伝搬の様子





(a) パルス波形



ら) 周波数チャービング
図3.16 N=7.7ソリトンの伝搬
$$\begin{bmatrix} N_E = 250\\ T_W = 40\\ \Delta\xi = \pi/2000 \end{bmatrix}$$

3.7 むすび

単一モード光ファイバ中のソリトンパルスの伝搬を調べるために、パルス幅がフェムト秒 オーダの場合に現われる高次の効果を含んだ摂動を受けた非線形シュレディンガー方程式に 有限要素法と差分法を組み合わせたステップ・バイ・ステップ有限要素法(直接解法)を適 用した.この方法を用いることにより、方程式に含まれるあらゆる摂動を統一的に、しかも、 容易に扱うことが可能である.また、計算の効率化をはかるために、スプリット・ステップ 法を導入して、スプリット・ステップ有限要素法による定式化を行った.具体的に、無摂動 の場合の1次から3次ソリトンに本手法を適用し,解析的厳密解とよく一致した解が得られ ていることを確認した.続いて,隣接パルス間の相互作用および連続波の途切れた部分であ るダークソリトンの伝搬などの様子を調べ、本手法の妥当性を確認した、特に、異常分散領 域を伝搬するダークソリトンのシミュレーションでは、 伝搬とともに変調不安定によりいく つものパルスに分裂するといった興味深い結果が得られた.次に,損失やパルス幅が短くな ったときに現われる3次の線形分散,自己誘導ラマン散乱,ショック効果などの摂動を考慮 した検討を行い、各摂動による影響の特徴をまとめた、ピコ秒程度のパルスでは損失による 影響がかなり大きく、このためソリトン間の相互作用が抑圧されることがわかった、その他 の摂動は、パルス幅がだいたい0.1ps以下で現われ始め、いずれも、波形の非対称な歪み、群 速度の減少などを引き起こす、この中で、単独の影響という点で、ショック効果は他の摂動 による影響と比べてかなり小さいことがわかった. 最後に, 光ファイバの正常分散領域を使 った極短光パルス発生法として知られているファイバ・グレーティングパルス圧縮をとり上 げた. この方法により得られるパルスの質は, 正常分散動作の光ファイバ出力パルスのチャ - ピングによって決まる.ここでは、有限要素法により得られた複素振幅の位相曲線を数値 微分することによりチャーピングを求め、他の解法との一致、および、パルスが伝搬ととも に正常分散により矩形化し、そのチャーピングの線形性がパルス全体に広がっていく様子を 確認した。

以上の検討により,有限要素法は,光ファイバ中を伝搬するソリトンパルスの広範囲にわ たるシミュレーションにおいて極めて有用な方法であると考えられる.



第4章 複屈折性を有する光ファイバ中を伝搬するソリトンパルス の有限要素法解析

4.1 まえがき

理想的な真円コア光ファイバ中のソリトンパルスの伝搬は,第3章で対象とした非線形シ ュレディンガー方程式^{(6),(7)} (NLSE) あるいは摂動を受けた非線形シュレディンガー方程式 (18)~(22) (PNLSE) でモデル化することができる. ところが, 実際の光ファイバは, こうした 理想的な構造に対してわずかな変形を有している. このため, 基本モード(HE11)の縮退が 解けて,二つの直線偏波モード(HE^{*}₁₁,HE^y₁₁)に分離し,複屈折性を呈する.また,コヒー レント光通信において必要とされる偏波面の保存を目的として開発された偏波保持光ファイ バ(28),(70)は、故意に非対称性を与えられたコアを有し、通常の光ファイバが潜在的にもつよ りもはるかに大きな複屈折性をもっている. このような複屈折光ファイバ中のソリトンパル スの伝搬は、もはや単一のNLSEあるいはPNLSEのみでモデル化することはできず、 遅波モ - ド成分, 速波モード成分に対する2本のNLSEが結合した形のいわゆる結合型非線形シュ レディンガー方程式(71)~(73) (CNLSE's) によって記述される. こうしたことから, 最近, こ の方程式を解くことにより, 複屈折光ファイバ中を伝搬する非線形パルスの様々な興味ある 性質が報告され始めている.まず, Menyukは, 入射パルスの偏波状態や入射振幅のしきい 値などについて詳細な報告(71),(74),(75)を行い, 複屈折光ファイバ中でもソリトンを伝搬させる ことが可能であることを明らかにしている. 続いて, Blowらは, モード複屈折率が非常に小 さいとき, 速軸 (fast axis) 近傍に偏波したパルスを入射すると, 速波モード (fast mode) から遅波モード (slow mode) へのエネルギーの移行が起こり,不安定性が生じるのに対し て, 遅軸 (slow axis) 近傍に偏波したパルスの入射に対しては, 安定な伝搬が可能であるこ とを示している⁽⁷⁶⁾. 一方, Trilloらは, 複屈折光ファイバ中では, 自己位相変調 (Self Phase Modulation: SPM) に加え, 他の偏波成分による相互位相変調 (Cross Phase Modulation: XPM) が存在し、このため、正常分散領域でもブライトソリトンを伝搬させることができ ること(77)や正常分散領域で起こる偏波変調不安定(PMI)により、一方の偏波成分を準CW

ポンプ光として,	他の偏波成分の微弱変調波を増幅し,	極短光パルス列を発生できることを
示している(73).		

ところで、この方程式は各偏波成分間のパラメトリック相互作用に起因する非線形振動項 を含んでいるが、直線偏波表示のままこの項を考慮した解析例は、筆者の知る限りこれまで になく、通常、回転波近似(RWA)により、この項を無視した解析が行われている.しか しながら、低複屈折光ファイバ中の極短光パルスを扱う場合には、RWAが適用不能となる ため、この項はもはや無視することはできない⁽⁷⁵⁾.これに対して、円偏波表示を採用するこ

とにより、規範的なCNLSE'sに変換して、このような項の出現を回避する方法が試みられて いろ(72),(73),(76)

ここでは、CNLSE'sを導出した後、このような振動項や損失などの摂動の影響をも考慮し た検討を行うために、すでに前章における単一のNLSEへの適用からその有効性が確認され ている有限要素法を, CNLSE'sに適用してその定式化を行い, 直線偏波表示のままで振動項 を含めた解析が可能であることを示している.次に,各種光ファイバ中のソリトンパルスの 伝搬の様子を調べた後,振動項の影響,さらに,相互位相変調による偏波モード間の捕獲現 象,およびソリトンパルス間の相互作用に対する複屈折性の影響についての検討を行い,任 意の複屈折ファイバ中のソリトンパルスの伝搬を統一的に扱えるという点で,本手法が極め て汎用性に富むものであることを示し、加えていくつかの興味ある結果を得ている.

4.2 結合型非線形シュレディンガー方程式

複屈折光ファイバ中の電界と電気変位を各主軸方向成分を用いて

$E = \hat{x}\overline{E}_x + \hat{y}\overline{E}_y$	(4.1)
$D = \hat{x}\overline{D}_x + \hat{y}\overline{D}_y$	(4.2)
$= D_L + P_{NL} + \Gamma$	(4.3)

と表す. ここに \hat{x} , \hat{y} はそれぞれx, y方向の単位ベクトル, D_L は線形な電気変位ベクトル, P_{NL} は非線形な分極ベクトル、 Γ は線形な損失を表す.また、電気変位の各成分は

$$\overline{D}_{i} = \varepsilon_{0} (n_{i} + \delta n_{i})^{2} \overline{E}_{i}$$

$$\simeq \overline{D}_{L,i} + \overline{P}_{NL,i} + i \varepsilon_{0} \frac{n_{i0}^{2} \alpha_{i}}{\beta_{i0}} \overline{E}_{i}$$

$$(4.4)$$

$$(4.5)$$

$$\overline{E}_i \qquad (i=x, y) \tag{4.5}$$



$$\delta n_i = \Delta n_i + i \frac{n_{i0} \alpha_i}{2\beta_{i0}}$$

$$(4.9)$$

$$\beta_i(\omega) = \frac{\alpha_i(\omega)\omega}{c} \tag{4.10}$$

となる. これらをマクスウェルの方程式 (式(2.4)) に代入すると, 各偏波成分中の光波の伝 搬を表す方程式が得られる.

$$\nabla_t^2 \overline{E}_i + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \overline{E}_i - \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \overline{D}_{L,i} - \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \overline{P}_{NL,i} - i \frac{n_{i0}^2 \alpha_i}{c^2 \beta_{i0}} \overline{E}_i = 0$$

$$(4.11)$$

さて、線形な電気変位の各成分を2.3節同様

$$\overline{D}_{L,i}(\mathbf{r},z,t) = \varepsilon_0 \int n_i^2(t-t') \overline{E}_i(\mathbf{r},z,t') dt'$$
(4.12)

と仮定し, さらに,

$$\overline{E}_{i}(\mathbf{r},z,t) = \operatorname{Re}\left[E_{i}e^{-i\omega_{0}t}\right] = \operatorname{Re}\left[R_{i}(\mathbf{r})A_{i}(z,t)e^{i(\kappa_{i}z-\omega_{0}t)}\right]$$
(4.13)

$$\overline{D}_{L,i}(\boldsymbol{r},z,t) = \operatorname{Re}\left[D_{L,i}(\boldsymbol{r},z,t)e^{-\omega_0 t}\right]$$
(4.14)

とすると,式(4.11)左辺の第2,3,5項目はそれぞれ

$$\frac{\partial^2 \overline{E}_i}{\partial z^2} = \operatorname{Re}\left[\left\{\frac{\partial^2 A_i}{\partial z^2} + i2\kappa_i \frac{\partial A_i}{\partial z} - \kappa_i^2 A_i\right\} R_i(\mathbf{r}) e^{i(\kappa_i z - \omega_0 t)}\right]$$
(4.15)

$$-\mu_{0}\frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}}\overline{D}_{L,i} = \operatorname{Re}\left[\left\{\beta_{i0}^{2}+i2\beta_{i0}\beta_{i0}'\frac{\partial}{\partial t}-(\beta_{i0}'^{2}+\beta_{i0}\beta_{i0}'')\frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}}\right.\right.$$

$$\left.-i\left(\frac{\beta_{i0}\beta_{i0}'''}{3}+\beta_{i0}'\beta_{i0}''\right)\frac{\partial^{3}}{\partial t^{3}}\right\}A_{i}(z,t)R_{i}(r)e^{i(\kappa_{i}z-\omega_{0}t)}\right]$$

$$\left.-i\frac{n_{i0}^{2}\alpha_{i}}{c^{2}\beta_{i0}}\frac{\partial^{2}\overline{E}_{i}}{\partial t^{2}}=i\alpha_{i}\beta_{i0}\operatorname{Re}\left[R_{i}(r)A_{i}(z,t)e^{i(\kappa_{i}z-\omega_{0}t)}\right]$$

$$\left.\left.4.17\right)$$

$$4 \ 6$$

となる.一方,非線形分極の各成分を

$$\overline{P}_{NL,i} = \operatorname{Re}\left[P_{i} \mathrm{e}^{-i\omega_{0}t}\right]$$
(4.18)

とする. そのとき,

$$P_{NL} = \varepsilon_0 \chi^{(3)} : EEE = \operatorname{Re}\left[(\hat{x}P_x + \hat{y}P_y) e^{-i\omega_0 t} \right]$$

$$(4.19)$$

から

$$P_{i} = \frac{3}{4} \varepsilon_{0} \chi_{xxxx}^{(3)} \left[\left(|E_{i}|^{2} + \frac{2}{3} |E_{j}|^{2} \right) E_{i} + \frac{1}{3} E_{i}^{*} E_{j}^{2} \right]$$
(4.20)

を得る^{(22),(78)}. ここに $\chi^{(3)}_{xxx}$ は非線形感受率 $\chi^{(3)}$ の一成分であり、jは他の成分、つまり、i=xの ときj=yを表す、式(4.18),(4.20)を用いると第4項目は

$$-\mu_{0}\frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}}\overline{P}_{NL,i} = \operatorname{Re}\left[\left\{\frac{2\omega_{0}\beta_{i0}n_{2}}{c}P_{i}^{\ \prime} + i\frac{4\beta_{i0}n_{2}}{c}\frac{\partial}{\partial t}P_{i}^{\ \prime} \right\}|R_{i}|^{2}R_{i} e^{i(\kappa_{i}z-\omega_{0}t)}\right]$$
(4.21)

$$P_{i}'' = \left(|A_{i}|^{2} + \frac{2}{3}|A_{j}|^{2}\right)A_{i} + \frac{1}{3}A_{i}^{*}A_{j}^{2}\exp[\mp 2i\Delta\beta z]$$
(4.22)

となる.ここで,カー係数 n2は

$$n_2 = \frac{2}{8n_0} \chi^{(3)}_{xxxx} \tag{4.23}$$

であり, 偏波によらないとして, $n_{x0} \simeq n_{y0} = n_0$ と仮定している. また, $\Delta \beta = \kappa_x - \kappa_y$, および, 複号はi=x, yに対してそれぞれ-, +をとる. 以上をまとめると,



$$+R\left[\beta_{i0}^{2}+i2\beta_{i0}\beta_{i0}'\frac{\partial}{\partial t}-(\beta_{i0}'^{2}-\beta_{i0}\beta_{i0}'')\frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}}-i\left(\frac{\beta_{i0}\beta_{i0}}{3}+\beta_{i0}'\beta_{i0}''\right)\frac{\partial^{3}}{\partial t^{3}}\right]A_{i}$$
$$+|R|^{2}R\left[\frac{2\omega_{0}\beta_{i0}n_{2}}{c}P_{i}''+i\frac{4n_{2}\beta_{i0}}{c}\frac{\partial}{\partial t}P_{i}''\right]+i\alpha_{i}\beta_{i0}RA_{i}=0$$
(4.24)

を得る.ここで、位相定数、横方向電界関数に対する近似、および、 $\overline{z}=z$ 、 $\overline{t}=t-z/\overline{v_g}$ なる座標の規格化を導入すると、式(4.24)は次のようになる.

$$\begin{bmatrix} i\frac{\partial}{\partial \overline{z}} + i\frac{\kappa_{i}' - \kappa_{j}'}{2} \frac{\partial}{\partial \overline{t}} - \frac{1}{2}\kappa_{i}'' \frac{\partial^{2}}{\partial \overline{t}^{2}} - i\frac{1}{6}\kappa_{i}''' \frac{\partial^{3}}{\partial \overline{t}^{3}} + i\frac{\alpha_{i}}{2} \end{bmatrix} A_{i}$$

$$+ \frac{\omega_{0}\overline{n_{2}}}{c} P_{i}'' + i\frac{2\overline{n_{2}}}{c} \frac{\partial}{\partial \overline{t}} P_{i}'' = 0$$

$$(4.25)$$

ここで, $\overline{v_g}=2/(\kappa_x'+\kappa_y')$ であり, $\overline{n_2}$ は式(2.26)と同様な定義である. さらに,

$$\xi = \frac{|\overline{\kappa''}|}{\tau^2} \overline{z} \tag{4.26}$$

$$s = \frac{\overline{t}}{\tau} \tag{4.27}$$

$$\overline{\kappa}' = \frac{\kappa_x'' + \kappa_y''}{2} \tag{4.28}$$

$$\kappa_i'' = \frac{\partial^2 \kappa_i}{\partial \omega^2} \simeq \frac{\lambda^2}{2\pi c} \sigma_i \tag{4.29}$$

$$u = \left(\frac{\omega_0 \overline{n_2}}{c |\overline{\kappa}''|}\right)^{\frac{1}{2}} \tau A_x \tag{4.30}$$

(4.31)

$$v = \left(\frac{\omega_0 \overline{n_2}}{c |\overline{\kappa}''|}\right)^{\frac{1}{2}} \tau A_y$$

なる規格化を行い,
$$\kappa_x$$
 '' $\simeq \kappa_y$ '' = κ '' とすると,

$$i\left(\frac{\partial u}{\partial \xi} + \delta \frac{\partial u}{\partial s}\right) - \frac{1}{2} \frac{\kappa_{x}}{|\overline{\kappa}'|} \frac{\partial^{2} u}{\partial s^{2}} + \left(|u|^{2} + \frac{2}{3}|v|^{2}\right)u + i\frac{\alpha_{x}}{2} \frac{\tau^{2}}{|\overline{\kappa}'|} u - i\frac{1}{6} \frac{\overline{\kappa}''}{\tau|\overline{\kappa}''|} \frac{\partial^{3} u}{\partial s^{3}}$$

$$4.8$$

$$+\frac{1}{3}u^{*}v^{2}\exp(-iR\delta\xi)+i\frac{2}{\tau\omega_{0}}\frac{\partial}{\partial s}\left[\left(|u|^{2}+\frac{2}{3}|v|^{2}\right)u+\frac{1}{3}u^{*}v^{2}\exp(-iR\delta\xi)\right]=0 \qquad (4.32)$$

$$i\left(\frac{\partial v}{\partial\xi}-\delta\frac{\partial v}{\partial s}\right)-\frac{1}{2}\frac{\kappa_{y}'}{|\kappa''|}\frac{\partial^{2}v}{\partial s^{2}}+\left(\frac{2}{3}|u|^{2}+|v|^{2}\right)v+i\frac{\alpha_{y}}{2}\frac{\tau^{2}}{|\kappa''|}v-i\frac{1}{6}\frac{\kappa''}{\tau|\kappa''|}\frac{\partial^{3}v}{\partial s^{3}}$$

$$+\frac{1}{3}u^{2}v^{*}\exp(iR\delta\xi)+i\frac{2}{\tau\omega_{0}}\frac{\partial}{\partial s}\left[\left(\frac{2}{3}|u|^{2}+|v|^{2}\right)v+\frac{1}{3}u^{2}v^{*}\exp(iR\delta\xi)\right]=0 \qquad (4.33)$$

なる伝搬方程式を得る.ここで,

$$\delta = \frac{\kappa_x' - \kappa_y'}{2|\overline{\kappa}''|} \tau \qquad (\kappa_x' - \kappa_y' = \Delta\beta/\omega_0) \tag{4.34}$$
$$R = \frac{8\pi c}{\lambda_0} \tau \tag{4.35}$$

である. 両偏波モードの群速度分散が等しい, つまり, $\kappa_{x}'' = \kappa_{y}'' = \kappa''$ であると仮定する と,両偏波モード中を伝搬する非線形パルスのふるまいを表す方程式は、最終的に

$$i\left(\frac{\partial u}{\partial \xi} + \delta \frac{\partial u}{\partial s}\right) - \frac{1}{2} \operatorname{sgn}(\overline{\kappa}^{\prime}) \frac{\partial^{2} u}{\partial s^{2}} + \left(|u|^{2} + \frac{2}{3}|v|^{2}\right)u + i\Gamma_{x}u - i\nu_{1}\frac{\partial^{3} u}{\partial s^{3}} + \frac{1}{3}u^{*}v^{2}\exp(-iR\delta\xi) + i\nu_{2}\frac{\partial}{\partial s}\left[\left(|u|^{2} + \frac{2}{3}|v|^{2}\right)u + \frac{1}{3}u^{*}v^{2}\exp(-iR\delta\xi)\right] = 0$$

$$i\left(\frac{\partial v}{\partial \xi} - \delta \frac{\partial v}{\partial s}\right) - \frac{1}{2}\operatorname{sgn}(\overline{\kappa}^{\prime}) \frac{\partial^{2} v}{\partial s^{2}} + \left(\frac{2}{3}|u|^{2} + |v|^{2}\right)v + i\Gamma_{y}v - i\nu_{1}\frac{\partial^{3} v}{\partial s^{3}} + \frac{1}{3}u^{2}v^{*}\exp(iR\delta\xi) + i\nu_{2}\frac{\partial}{\partial s}\left[\left(\frac{2}{3}|u|^{2} + |v|^{2}\right)v + \frac{1}{3}u^{2}v^{*}\exp(iR\delta\xi)\right] = 0$$

$$(4.37)$$



(4.39)

$$\nu_2 = \frac{2}{\tau \omega_0} \tag{4.40}$$

である. これが複屈折性を有する光ファイバ中の非線形パルスの伝搬を表す結合型非線形シュレディンガー方程式 (CNLSE's) であり,式(4.36)が遅波モード,式(4.37)が速波モードに対応している ($\kappa_x > \kappa_y$).また,1/3の乗じられている項が非線形振動項と呼ばれるものである.

4.3 有限要素法による定式化(直接解法)

ここで対象とするパルスは τ_{FWHM} >0.1psであるものとする.このとき式(4.36),(4.37)において、3次の線形分散およびショック項が無視できるので、結合型非線形シュレディンガー方程式は、

$$i\left(\frac{\partial u}{\partial \xi} + \delta \frac{\partial u}{\partial s}\right) - \frac{1}{2} \operatorname{sgn}(\overline{\kappa}' ') \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + \left[|u|^2 + \frac{2}{3}|v|^2\right] u + i\Gamma_x u + \frac{1}{3}u^* v^2 \exp(-iR\delta\xi) = 0 \quad (4.41)$$

$$i\left(\frac{\partial v}{\partial \xi} - \delta \frac{\partial v}{\partial s}\right) - \frac{1}{2} \operatorname{sgn}(\overline{\kappa}'') \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} + \left[\frac{2}{3}|u|^2 + |v|^2\right] v + i\Gamma_y v + \frac{1}{3}u^2 v^* \exp(iR\delta\xi) = 0$$
(4.42)

$$\xi = \frac{\pi}{2} \frac{z}{z_0} \tag{4.43}$$

$$s = (t - z/\overline{v_g})/\tau \tag{4.44}$$

$$z_0 = \frac{\pi^2 c \tau^2}{\sigma \lambda_0^2} \tag{4.45}$$

 $\tau_{FWHM} = 1.76\tau$

(4.46)



$$\Gamma_{i} = \frac{\tau^{2}}{|\overline{\kappa}''|} \frac{\gamma_{i}}{20000 \log_{10}e} \qquad (\gamma_{i} [dB/km]) \qquad (4.50)$$

$$u = \left(\frac{\omega_{0}\overline{n_{2}}}{c|\overline{\kappa}''|}\right)^{\frac{1}{2}} \tau A_{x} \qquad (4.51)$$

$$v = \left(\frac{\omega_{0}\overline{n_{2}}}{c|\overline{\kappa}''|}\right)^{\frac{1}{2}} \tau A_{y} \qquad (4.52)$$

となる^{(71),(75)}. ここに $B = (\kappa_x - \kappa_y)\lambda_0/2\pi$ はモード複屈折率, γ_i は光ファイバの各偏波方向における損失である.また,ここでは,式(4.36),(4.37)の導出からわかるように両偏波モードの 群速度分散は等しい,つまり, $\kappa_x^{\ ''} = \kappa_y^{\ ''} (\kappa_i^{\ ''} = \partial^2 \kappa_i / \partial \omega^2 = \sigma \lambda_0^2 / 2\pi c)$ を仮定している.

まず,式(4.41),(4.42)におけるs方向,つまり時間領域を3節点線要素(図3.1)を用いて分割し,各要素内における複素振幅 $u(\xi,s)$, $v(\xi,s)$ を要素内節点での値 $u_i(\xi)$, $v_i(\xi)$ (i=1,2.3)で展開する.

- $u(\xi,s) = \{N\}^T \{u(\xi)\}_e$ (4.53)
- $v(\xi,s) = \{N\}^T \{v(\xi)\}_e$ (4.54)
- $\{u(\xi)\}_{e} = [u_{1}(\xi) \ u_{2}(\xi) \ u_{3}(\xi)]^{T}$ (4.55)
- $\{v(\xi)\}_{e} = [v_{1}(\xi) \ v_{2}(\xi) \ v_{3}(\xi)]^{T}$ (4.56)

ここに添字eは要素に関する量であること、添字 T は転置することを意味し、 $\{N\}$ は形状関数 ベクトル (式(3.4),(3.5)) である.

式(4.41),(4.42)にガラーキン法に基づいた有限要素法を適用すると、次の形の行列方程式が 得られる.

$$(i[M]d/d\xi + [K_{n}] + [K_{n1}])\{u(\xi)\} + \{f\} = \{0\}$$
(4.57)

$$(i[M]d/d\xi + [K_{n2}] + [K_{n2}])\{v(\xi)\} + \{g\} = \{0\}$$
(4.58)

$$[K_{n}] = \sum_{e} \int_{e} \left[i\delta\{N\}\{N_{s}\}^{T} + \text{sgn}(\overline{\kappa}, ') \frac{1}{2}\{N_{s}\}\{N_{s}\}^{T} \right] ds$$
(4.59)

$$[K_{n1}] = \sum_{e} \int_{e} \left[(p + i\Gamma_{x})\{N\}\{N\}^{T} \right] ds$$
(4.60)

$$5 \ 1$$

$$[K_{12}] = \sum_{e} \int_{e} \left[-i\delta\{N\}\{N_s\}^T + \operatorname{sgn}(\overline{\kappa}' \, ') \frac{1}{2}\{N_s\}\{N_s\}^T \right] ds$$
(4.61)

$$[K_{n2}] = \sum_{e} \int_{e} \left[(q + i\Gamma_y) \{N\} \{N\}^T \right] ds$$

$$(4.62)$$

$$[M] = \sum \int_{e} \{N\} \{N\}^{T} ds$$
(4.63)

$$\{f\} = \sum_{e} \{N\} \{N\} \{N\} \{(1/3)u^* v^2 \exp(-iR\delta\xi)\} ds$$
(4.64)

$$\{g\} = \sum \int_{e} \{N\} \{N\}^{T} \{(1/3) u^{2} v^{*} \exp(iR\delta\xi)\} ds$$
(4.65)

$$p = \{N\}^{T} \left\{ |u|^{2} + \frac{2}{3} |v|^{2} \right\}$$
(4.66)

$$q = \{N\}^{T} \left\{ \frac{2}{3} |u|^{2} + |v|^{2} \right\}$$
(4.67)

ここに \sum_{e} はすべての要素についての和を意味し、(・) $_{s}\equiv d(\cdot)/ds$ であり、 $sgn(\kappa'')$ は異常分散, 正常分散に対してそれぞれ-1、+1の値をとる、また、[・]、{・}はそれぞれ系全体の行列、ベクトルを表す({0}は零ベクトルを意味する).

次に,式(4.57),(4.58)のξに関する微分に対してθスキームを用いた差分法^{(23),(24)}を適用する と,最終的に次式が得られる.

$$[P(\theta)]_{i+1}\{u\}_{i+1} = [P(\theta-1)]_i\{u\}_i - \Delta\xi\{f\}_i$$
(4.68)

 $[Q(\theta)]_{i+1}\{v\}_{i+1} = [Q(\theta-1)]_i\{v\}_i - \Delta\xi\{g\}_i$ (4.69)

$$(i=0,1,2,\cdots)$$

 $[P(\theta)]_{i} = i[M] + \theta \Delta \xi([K_{l1}]_{i} + [K_{n1}]_{i})$ (4.70)

(4.71)

 $[Q(\theta)]_i = i[M] + \theta \Delta \xi([K_{l2}]_i + [K_{n2}]_i)$

ここに θ は0 $\leq \theta \leq 1$ であり,以下では、 $\theta = 1/2$ のクランク・ニコルソン法を採用する.結局,式 (4.41),(4.42)の偏微分方程式は式(4.68),(4.69)の行列方程式を逐次解くことに帰着し、両式か らわかるように非線形振動項{f}, {g}も容易に含めることが可能である.

4.4 スプリット・ステップ有限要素法による解法

単一の非線形シュレディンガー方程式の場合と同様に,計算時間の効率化をはかるため, スプリット・ステップ法を導入すると,次の2段階の過程に分離できる. ・ステップ1:分散効果;ウォークオフ効果

$(i[M]d/d\xi + [K_{l1}])\{u(\xi)\} = \{0\}$	(4.72)
$(i[M]d/d\xi + [K_{l2}])\{v(\xi)\} = \{0\}$	(4.73)

式(4.72),(4.73)に0スキームを用いた差分法を適用すると

$[P(\theta)]\{u'\}_{i+1} = [P(\theta-1)]\{u\}_i$	(4.74)

- $[Q(\theta)]\{v'\}_{i+1} = [Q(\theta-1)]\{v\}_i$ (4.75)
- $[P(\theta)] = i[M] + \theta \Delta \xi[K_{\rm fl}] \tag{4.76}$
- $[Q(\theta)] = i[M] + \theta \Delta \xi[K_{t2}]$ (4.77)

・ステップ2:非線形屈折率効果;パラメトリック効果

$$\{u\}_{i+1} = \left[\{u'\}_{i+1} + \frac{\mu_1}{\nu_1 + iR\delta}\right] \exp(\nu_1 \Delta \xi) - \frac{\mu_1}{\nu_1 + iR\delta} \exp(-iR\delta \cdot \Delta \xi)$$
(4.78)

$$\{v\}_{i+1} = \left[\{v'\}_{i+1} + \frac{\mu_2}{\nu_2 - iR\delta}\right] \exp(\nu_2 \Delta \xi) - \frac{\mu_2}{\nu_2 - iR\delta} \exp(iR\delta \cdot \Delta \xi)$$
(4.79)

$$\nu_1 = i \left(|u_i|^2 + \frac{2}{3} |v_i|^2 \right) - \Gamma_x \tag{4.80}$$

$$\nu_{2} = i \left(\frac{2}{3} |u_{i}|^{2} + |v_{i}|^{2}\right) - \Gamma_{y}$$
(4.81)

$$\mu_{1} = \frac{i}{3} u_{i}^{*} v_{i}^{2} \exp(-iR\delta\xi_{i})$$
(4.82)

$$\mu_{2} = \frac{i}{3} u_{i}^{2} v_{i}^{*} \exp(iR\delta\xi_{i})$$
(4.83)
5 3

ここに $\xi_i = i \cdot \Delta \xi$ である.結局,行列方程式としては,式(4.74),(4.75)でi=0とおいた

$$[P(\theta)]\{u'\}_{1} = [P(\theta-1)]\{u\}_{0}$$

$$[Q(\theta)]\{v'\}_{1} = [Q(\theta-1)]\{v\}_{0}$$

$$(4.84)$$

$$(4.85)$$

のみを解けばよいことになる.式(4.59),(4.61),(4.63),(4.76),(4.77)からわかるように,行列 $[P(\theta)], [Q(\theta)]はいずれも線形行列であり,伝搬距離ξに依存しないため,逐次計算(ξ方向)$ の際は、<math>i=0に対して求めた $[P(\theta)]^{-1}[P(\theta-1)]$ に各伝搬距離 $\xi=i \cdot \Delta\xi$ での振幅 $\{u\}_i$ を乗じるだ けでよいことになり(vについても同様),前述のDMに比べて,計算の大幅な効率化が可能 となる.したがって,次節以降の解析は、このSSFを用いて行っており,得られた結果はす べて、s方向、気方向ともに分割を2倍としたDMによる結果と一致することを確認している. また、時間窓両端における境界条件は周期条件としている.

4.5 数值計算例

4.5.1 各種光ファイバ中のソリトンパルス

ここでは、以下の3通りの複屈折性⁽⁷⁰⁾を有する光ファイバ中のソリトンパルスの伝搬の様子、および、複屈折性と振動項の関係を調べる.なお、光ファイバは波長1.55 μ mで -14ps/km/nmの分散(異常分散)を有し、無損失($\Gamma_x = \Gamma_y = 0$)を仮定している.

(1) 通常の光ファイバ (SMF)

コアが理想的な真円から変形することにより、わずかな複屈折性 (B=10⁻⁵~10⁻⁶)を呈する.

(2) 高複屈折光ファイバ(HBF)

両偏波モード間の位相整合を抑圧するために,故意に異方性をもたせたものである. 楕円 コア, PANDAファイバが代表的であり,大きな複屈折性 (B~10⁻⁴)を示す.

(3)低複屈折光ファイバ(LBF)

理想的な真円コアファイバに近づけるために,ファイバにねじりを加えたもので,スパンファイバ,ツイストファイバなどがあり,極めて小さな複屈折性 (B=10⁻⁸~10⁻⁹)を有する.

また,入射パルスとして次の形を考える.

 $u(\xi=0,s)=A \cdot \cos\psi \cdot \operatorname{sech} s$

54

(4.86)

 $v(\xi=0,s)=A \cdot \sin\psi \cdot e^{i\phi}$ sech s

(4.87)

ここに ψ は入射電界ベクトルとx軸とのなす角、 ϕ は両偏波間の初期位相差、Aは入射振幅(以下ではA=1としている)である.

さて、本節では、これら3種類の光ファイバの両偏波成分に、等振幅($\psi = \pi/4 \ rad$)、パ ルス幅 $\tau_{FWHM} = 5 \text{ps} \ge 250 \text{fs}$ の2通りの直線偏波($\phi = 0$)パルスを入射した場合を考える.なお、 $\psi = \pi/4$ で振動項の影響が無視できる場合、 $u \ge v$ の波形はs = 0に関して鏡映対称となるため、 uの結果のみを示している.

図4.1(a),(b)は、それぞれSMF ($B \simeq 10^{-6}$)中の τ_{FWHM} =5ps, 250fsのパルスの伝搬を調べた ものである.このときの各パラメータは、 τ_{FWHM} =5psのときR=1.4×10⁴、 δ =0.5、ソリトン周 期 z_0 =710m、 τ_{FWHM} =250fsのときR=700、 δ =0.05、 z_0 =1.8mである.図4.1(a)は、回転波近似 (RWA:式(4.41),(4.42)の左辺最終項を無視)を用いたMenyukの結果⁽⁷⁴⁾とよく一致してお り、本手法の妥当性が確認される.また、振動項の位相 $R\delta$ が7,000のオーダでは振動項の影 響は無視できることが確認される.図4.1(b)では、パルス幅、振幅がほとんど変化しておら ず、損失および高次分散、self-frequency shift、ショック効果などの高次の効果が無視できる 理想的な場合には、サブピコ秒程度の幅のパルスを用いると、通常の光ファイバにおいてさ えも、両偏波において、良好なソリトンが伝搬し得ることがわかる.

図4.2は、HBF ($B=10^{-4}$) に対する結果である. 各パラメータは、 $\tau_{FWHM}=5$ psのとき $R=1.4\times10^4$, $\delta=26.6$, $\tau_{FWHM}=250$ fsのときR=700, $\delta=1.3$ である. 伝搬とともに, 両偏波成分が 分離していく様子が観測される.これは、モード複屈折率が大きくなると両偏波モードが分 離し,群速度の差が大きくなるためであると考えられる(ウォークオフ効果).このことは, 各偏波方向で異符号な式(4.41),(4.42)中の第2項 8∂/∂sの寄与が大きくなることからも理解 される.また,パルス幅が短くなるとウォークオフ現象が抑圧されることもわかる.これは, モード複屈折率Bが10⁻⁴と大きいため、両偏波成分がかなり独立した状態に近く、この場合 のようにパルス幅が250fsとかなり短くなると、分散の寄与が非常に大きくなり振幅の不足が 生じる(もし、両偏波成分が完全に独立、つまり、Bが無限に大きければ $A=\sqrt{2}$ で両偏波成 分が独立にソリトンを形成する). このため,分散と非線形効果のつり合いが崩れ,パルス は広がり、8 ∂/∂sの項が小さくなるためであると考えられる.また、式(4.49)からrの減少に よりδも減少し、この現象を助長することがわかる. 図4.3,4.4はLBF ($B=10^{-8}$) に対する結果である. 各パラメータは、 $\tau_{FWHM}=5$ psのとき $R=1.4\times10^4$, $\delta=0.00265$, $\tau_{FWHM}=250$ fsのときR=700, $\delta=0.00013$ であり, 後者 ($\tau_{FWHM}=250$ fs)の場合には、前述の両偏波間の鏡映対称性が崩れるので両偏波成分(図4.4(a): 遅波モー ド成分, (b): 速波モード成分)を示している. パルス幅が5psのときは, 波形にほとんど変 化は見られず, ソリトンが形成されていることがわかる. これに対して, 250fsのときは, 両



(b) $\tau_{FWHM} = 250 \text{fs} (R = 700, \delta = 0.05)$

図4.1 通常の光ファイバ中の非線形パルス伝搬 (slow mode) $\begin{bmatrix} N_E = 100 \\ \Delta \xi = \pi/200 \end{bmatrix}$





(b)
$$\tau_{FWHM} = 250 \text{fs} (R = 700, \delta = 1.3) \begin{bmatrix} N_E = 200 \\ \Delta \xi = \pi/200 \end{bmatrix}$$

図4.2 高複屈折光ファイバ中の非線形パルス伝搬 (slow mode)



(a) Slow mode

図4.4 低複屈折光ファイバ中の非線形パルス伝搬
$$\begin{bmatrix} N_E = 100 \\ (\tau_{FWHM} = 250 \text{fs}; R = 700, \delta = 0.00013) \end{bmatrix}$$
 $\Delta \xi = \pi/200$

偏波間でのエネルギーの授受が観 測される. これは, Rδが0.091と かなり小さく,式(4.41),(4.42)の両 偏波モード間の非線形結合を表す 振動項の影響が顕著に現われたた めであると考えられる. このこと を検証するために, RWAを用い た解析も行った(図4.5).この場 合,両偏波は安定に伝搬しており, 図4.4のような不安定性は現われな い. なお, 5psの場合 (R\delta=37.1) についてもRWA解析を行ったが, 図4.3と同様な結果が得られた.以 上の結果から,低複屈折光ファイ バ中のサブピコ秒オーダのパルス 伝搬などのようなR8が極めて小さ いときのみ, この項が寄与するこ とがわかった.

 4.5.2 相互位相変調による | 偏波モード間の捕獲
 現象

複屈折光ファイバ中を伝搬する ソリトンパルスの位相は,自らの 強度による自己位相変調に加えて 他の偏波モード成分による相互位



相変調 (式(4.41),(4.42)における
$\frac{2}{3} \cdot ^2$ の項)を受ける. このため,
偏波モード間で互いに相手を拘束
しようとする. これが偏波モード
間の捕獲現象である ⁽⁷⁵⁾ . ここでは,
$\psi = \pi/6$ radについての検討を通し
てこの様子を調べている.



図4.5 回転波近似を用いたときの結果 (slow mode) $\begin{bmatrix} N_E = 100 \\ \Delta \xi = \pi/200 \end{bmatrix}$ 59 図4.6は、SMF中に5psのパルスを入射した場合の結果を示す.振幅の小さなv偏波パルスが 大きなu偏波パルスに捕獲されてs座標系の+側へシフトしている様子が見られる.これは、 両偏波モード成分に異なった強度のパルスが励振されたため、モード間で相互位相変調に差 が生じ、強度の小さなパルスに対する大きなパルスのXPMが優勢となったためであると考 えられる.

図4.7は、LBFの場合であり、両偏波モードの群速度の差が小さいため、両偏波成分のパルスはほぼ同じ速度で伝搬することがわかる.

一方, HBFの場合, 図4.8からわかるように, 両偏波モードの群速度の差がかなり大きいため, 伝搬とともに急激に両偏波成分のパルスは分離する. このため, 捕獲現象はほとんど起こらない.



-40 -20 0 20 40 -40 -20 0 20 40 S S 図4.6 通常の光ファイバ中の非線形パルス 図4.7 低複屈折光ファイバ中の非線形パルス 伝搬 (入射角 $\psi = \pi/6 \text{ rad}$) 伝搬 (入射角 $\psi = \pi/6 \text{ rad}$) $N_E = 200$ $N_{E} = 200$ $T_W = 80$ $T_W = 80$ $\Delta \xi = \pi/200$ $\Delta \xi = \pi/200$ 60

4.5.3 主軸近傍への入射 (φ=0)

ここでは、各主軸近傍に沿って偏波したパルス を入射した際のパルス伝搬についての検討を行 う.ここで考える光ファイバはLBF($B=10^{-8}$) であり、パルス幅は $\tau_{FWHM}=250$ fsとする.

図4.9は、速軸(y軸)近傍に沿って偏波したパ ルスを入射した場合の結果を示す ($\psi = \pi/2.001$). y偏波成分からx偏波成分へのエネルギーの移行 が観測され, 偏波状態の不安定性(偏波不安定 : PI) が確認される. これに対して, 図4.10は, 遅軸(x軸)近傍への入射である(ψ=0.001). 非常に安定したソリトン的な波が形成されてお り, 遅軸側への入射が安定性の点で好ましいこ とがわかる.これは、LBFの場合,速軸近傍へ パルスを入射すると, 速軸の屈折率がカー効果 により増大し、等価的に $\Delta\beta(=\kappa_x-\kappa_y)$ を小さくし、 ときには, $\Delta\beta=0$ あるいは, 速波モードと遅波モ - ドの逆転が起こるためであると考えられる. 逆に, 遅軸近傍への入射はΔβを大きくする傾向 に働くため、安定となる.以上の結果は、Blow らの報告(76)ともよく対応している.

4.5.4 各種偏波光の入射 (ψ=π/4)



図4.8 高複屈折光ファイバ中の非線形パルス 伝搬(入射角ψ=π/6 rad)

 $\begin{bmatrix} N_E = 200 \\ T_W = 100 \\ \Delta \xi = \pi / 500 \end{bmatrix}$

前節までは,入射パルスの偏波状態としてすべて直線偏波を仮定していた.ここでは,ほかの初期偏波状態について考える.

図4.11は、円偏波光($\phi=\pi/2$)を入射した場合である、伝搬とともにパルス幅が広がっており、この傾向は特にx偏波成分において著しい.

図4.12は,楕円偏波光 ($\phi = \pi/4$)の場合である.円偏波光の場合とは多少異なり,両偏波間での周期的なエネルギーの授受が見られる.

図4.4,4.11,4.12を比べると、LBF中のサブピコ秒パルスの伝搬は、入射パルスの偏波状態に 強く依存することがわかる.この点についてのより詳細な検討および物理的な解明について は、今後の課題とする.



(b) Fast mode

図4.9 低複屈折光ファイバの速軸近傍への入射 ($R=700, \delta=0.00013, u(\xi=0, s)=\cos(\pi/2.001)\operatorname{sech}(s), v(\xi=0, s)=\sin(\pi/2.001)\operatorname{sech}(s)$) $\begin{bmatrix} N_E=100 \\ \Delta\xi=\pi/200 \end{bmatrix}$



(a) Slow mode



(b) Fast mode

図4.10 低複屈折光ファイバの遅軸近傍への入射 ($R=700, \delta=0.00013, u(\xi=0, s)=\cos(0.001) \operatorname{sech}(s), v(\xi=0, s)=\sin(0.001) \operatorname{sech}(s)$) $\begin{bmatrix} N_E=100 \\ \Delta\xi=\pi/200 \end{bmatrix}$



(b) Fast mode

図4.11 低複屈折光ファイバ中の円偏波光の伝搬 ($R=700, \delta=0.00013, u(\xi=0, s)=\operatorname{sech}(s)/\sqrt{2}, v(\xi=0, s)=i\operatorname{sech}(s)/\sqrt{2}$) $\begin{bmatrix} N_E=100 \\ \Delta\xi=\pi/200 \end{bmatrix}$ 64



(b) Fast mode

図4.12 低複屈折光ファイバ中の楕円偏波光の伝搬 $(R=700, \delta=0.00013, u(\xi=0, s)=\operatorname{sech}(s)/\sqrt{2}, v(\xi=0, s)=\exp(i\pi/4)\operatorname{sech}(s)/\sqrt{2})$ $\begin{bmatrix} N_E=100 \\ \Delta\xi=\pi/200 \end{bmatrix}$ 65 4.5.5 ソリトンパルス間の相互作用における複屈折の影響

光ファイバの複屈折性は,隣接パルス間に発生する相互作用にも影響を及ぼす.そこで本 節では,SMF程度の複屈折性を有する光ファイバ中を伝搬する2つのソリトンパルス間の相 互作用についての検討を行っている.ここで,入射波形は次の形を仮定している.

$$u(\xi=0,s) = A \left[\operatorname{sech}(s-T/2) + e^{i\phi} B_r \operatorname{sech}[B_r(s+T/2)] \right] \cos\psi$$
(4.88)
$$v(\xi=0,s) = A \left[\operatorname{sech}(s-T/2) + e^{i\phi} B_r \operatorname{sech}[B_r(s+T/2)] \right] \sin\psi$$
(4.89)

ここに*T*はパルス間隔, ψ は光ファイバの主軸 に対するパルスの入射角, *A*は入射パルスの 振幅, *B_r*, ϕ はそれぞれ各偏波成分における一 方のソリトンパルスに対する他方の振幅の割 合と搬送波の位相差を表す.本節では、1次 のソリトンを同相で入射した場合、つまり、 $A=B_r=1, \phi=0$ に限定する.また、ファイバ パラメータは通常の光ファイバに相当する $\sigma=-14ps/km/nm(\lambda_0=1.55\mu m), B\simeq 10^{-6}, パ$ ルス幅は $\tau_{FWHM}=5ps$ を仮定している.したが って、規格化パラメータは $\delta=0.5, R=1.4\times 10^4$ である.

図4.13(a),(b),(c)は、それぞれパルス間隔が パルス幅の4倍に対応するT=7.04のときの入 射角 $\psi=0, \pi/4, \pi/6$ radに対応する結果であ り、実線は遅波モード、破線は速波モードを







(b) 入射角 $\psi = \pi/4$ rad $\begin{bmatrix} N_E = 200 \\ T_W = 120 \\ \Delta \xi = \pi/100 \end{bmatrix}$




のパルスは両偏波成分において互いに分離していく. これは次のようなメカニズムに基づく ものと理解される. 遅波モードの群速度は速波モードの群速度よりも遅い. このため, 遅波 モードのパルスは速波モードのパルスよりも遅れる.これは、図の座標系が両偏波成分の群 速度の平均vgで走っているため, 遅波(速波) モードのパルスはs軸の+(-) 側へシフトす るという形で現われる.一方,4.5.2節で述べたように,複屈折光ファイバ中では,相互位相 変調による偏波モード間での捕獲現象が起こる.このため、速波(遅波)モードの後側(前 側)のパルスは遅波(速波)モードにより図の+(-)側に引っ張られることになる. $\psi=$ $\pi/6$ radの場合には、v偏波パルスの振幅はu偏波パルスの振幅に比べて小さいため、v偏波パ ルスは2つとも大きな2つのu偏波パルスにより捕獲される(ただし,多少の捕獲しきれな い放射パルスを伴う).ただし,遅波モードの前側のパルスは2つの小さなv偏波パルスの ため、わずかに図の-側へ動かされて歪んでいる.最終的に、2つの小さなv偏波パルスは 群速度分散により伝搬とともに広がって消失する.一方,2つの大きなu偏波パルスはほぼ 平行に伝搬する。

図4.14は、パルス間の相互作用を抑圧するた めに、パルス間隔をパルス幅の8倍、つまり、 T=14.08に増加した場合の結果を示す. これ より、入射角が遅軸からずれる ($\psi \neq 0$ rad) とともに, 複屈折性の影響がパルスの伝搬に 現われてくることがわかる. $\psi = \pi/4$ radのと き,両偏波モードにおける2つのパルスは, 伝搬とともに急激に分離する. このメカニズ ムも、図4.13のときと同様であると考えられ る.しかし、この場合には、2つのパルス間 隔の拡大に伴うXPMの減少のため、各々のパ ルスの他の偏波モード成分による捕獲が不十 分である. その結果, そのような不完全な捕 獲のもとで各々のパルスは,振幅の低下のた



2.13km

50

め非線形性の維持が不可能となり, 完全に崩 れてしまう. また, $\psi = \pi/6$ radの場合には, -50-25 0 25 遅波モード成分の2つのパルスは, T=7.04の S 場合と同様にほぼ平行に伝搬する.ただし, XPMの低下により図4.13における前側のパル (a) 入射角 $\psi = 0$ rad $N_{E} = 200$ $T_W = 120$ スの歪みがほとんど見られず,かなり良好な $\Delta \xi = \pi / 100$ 伝搬状態であることがわかる。 図4.14 ソリトン間の相互作用に対する入射角の影響 $(A = B_r = 1, \phi = 0, T = 14.08, R = 1.4 \times 10^4, \delta = 0.5)$ 68





 $N_{E} = 200$

 $T_W = 120$

 $\Delta \xi = \pi / 100$

(b) 入射角 $\psi = \pi/4$ rad $\begin{bmatrix} N_E = 200 \\ T_W = 140 \\ \Delta \xi = \pi/100 \end{bmatrix}$ (c) 入射角 $\psi = \pi/6$ rad



次に,損失を考慮した検討を行う.損失は両偏波モード成分ともに0.2dB/kmを仮定して おり、これは $\Gamma_x = \Gamma_y = 0.0105$ に対応している. 図4.15,4.16は、それぞれパルス間隔T = 7.04、 14.08の場合の結果を示す.いずれの結果も無損失の場合とほぼ同様ではあるが、振幅の低 下が顕著に現われている.

以上の結果から,パルスの入射角が主軸からずれると,パルス間の相互作用と複屈折性に よる偏波モード間の捕獲現象が相まって、複雑な変化を示すことがわかった.また、入射角 がπ/6 rad以下であれば、2つのパルスをある程度平行に保ち得ると考えられる.











(c) 入射角 $\psi = \pi/6$ rad

図4.15 損失のある光ファイバ中の伝搬 ($\Gamma_x = \Gamma_y = 0.0105, A = B_r = 1, \phi = 0,$ $T = 7.04, B = 1.4 \times 10^4, \delta = 0.5$) (a) 入射角 $\psi = 0$ rad

図4.16 損失のある光ファイバ中の伝搬 ($\Gamma_x = \Gamma_y = 0.0105, A = B_r = 1, \phi = 0,$

$$T = T.04, \ R = 1.4 \times 10^{\circ}, \ \delta = 0.5$$

$$T = 14.08, \ R = 1.4 \times 10^{4}, \ \delta = 0.5$$

$$\begin{bmatrix} N_E = 200 \\ T_W = 120 \\ \Delta \xi = \pi/100 \end{bmatrix}$$

$$7 \ 1$$



図4.16 損失のある光ファイバ中の伝搬 ($\Gamma_x = \Gamma_y = 0.0105, A = B_r = 1, \phi = 0, T = 14.08, R = 1.4 \times 10^4, \delta = 0.5$)



4.6 むすび

任意の複屈折光ファイバ中の非線形パルス (ソリトンパルス)の伝搬を理論的に解明する ために,結合型非線形シュレディンガー方程式に有限要素法を適用した.この方法では、従 来の方法では取り扱いが困難であった非線形振動項や各種摂動などの影響を容易に,かつ統 一的に扱うことができる.具体的に,各種複屈折ファイバ中の極短光パルス伝搬の挙動を調 べ,モード複屈折率の大小により,大きく異なった性質を示すことを確認した.さらに,低 複屈折光ファイバ中をサブピコ秒以下のパルスが伝搬するときなどに,上記の振動項の寄与 が著しいことを明らかにした.続いて,両偏波モード成分に異なった振幅のパルスが励振さ れたときに発生する偏波モード間での捕獲現象,さらに,各主軸近傍に偏波したパルスの入 射や円偏波光,楕円偏波光を入射した場合の検討を行った.また,隣接パルス間の相互作用 における複屈折性の影響を通常の単一モード光ファイバが潜在的に有する程度の複屈折性に 対して調べ,両者が相まって複雑な挙動を呈することを明らかにした.



第5章 ビーム伝搬法と有限要素法

5.1 まえがき

非線形シュレディンガー方程式に各種摂動を加えて一般化した摂動を受けた非線形シュレ ディンガー方程式は,光ファイバ中を伝搬する極短光非線形パルスのふるまいをよく表して いるが,摂動を含めると(損失でさえも)もはや解析的には解けない.そのため,このよう な項を含めた検討を行うためには,数値解法に頼らざるを得ない.本論文では,導波路問題 において実績のある有限要素法を用いた解析を行い,その妥当性および有効性を検証してき た.一方,この種の報告の大部分では,ビーム伝搬法(Propagating-Beam Method: PBMあ るいはBeam-Propagation Method: BPM,場合によってSplit-Step Fourier Methodとも呼ば れる)^{(22),(45),(79)~(82)}が用いられている.また,差分法なども用いられている^{(49),(54)}.

そこでここでは、PBMによる解法の紹介を行い、実際に簡単な例を通して有限要素法による結果との比較により両解法の妥当性の確認を行い、さらに、両手法の特徴をまとめている.

5.2 ビーム伝搬法による定式化

 $N=i\left[|q|^{2}+i\Gamma-\nu_{3}\frac{\partial(|q|^{2})}{\partial s}\right]$

ここに

PNLSEにビーム伝搬法を適用するために,式(3.1)を次のように書き換える^{(22),(45)}.

 $2 \partial s^2 \quad \partial s^3$

$$\frac{\partial q(\xi,s)}{\partial \xi} = [D+N]q(\xi,s)$$

$$D = -i \operatorname{sgn}(\beta' \,') \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial s^2} + \nu_1 \frac{\partial^3 q}{\partial s^3}$$
(5.1)
$$(5.2)$$

(5.3)

である.分散効果と非線形効果が独立であると仮定すると、 $\Delta \xi$ 伝搬後の波形 $q(\xi + \Delta \xi, s)$ が

 $q(\xi + \Delta \xi, s) = q(\xi, s) \exp[(D + N) \Delta \xi]$ (5.4)

で与えられる. さらに,指数演算子の第1項目 $(\exp(D\Delta\xi))$ を2つに分割する $^{(22),(79),(80)}$.

$$q(\xi + \Delta \xi, s) = \exp(D \cdot \Delta \xi/2) \exp(N \cdot \Delta \xi) \exp(D \cdot \Delta \xi/2) q(\xi, s)$$
(5.5)

したがって、 $\xi = \xi + \Delta \xi$ での波形は、 $\xi = \xi$ での波形から式(5.5)を用いて得ることができる.式 (5.5)は具体的には、 $\Delta \xi$ の距離を、まず、 $\Delta \xi / 2$ の距離を分散の効果のみを受けて伝搬し、 $\xi = \Delta \xi / 2$ の点で $N \cdot \Delta \xi$ に相当する位相の回転を受け、そして、再び残りの $\Delta \xi / 2$ の距離を分散の効果のみを受けて伝搬することを意味している.ここで、分散効果を受けた $\Delta \xi / 2$ 伝搬に対応するexp $(D \cdot \Delta \xi / 2)q(\xi,s)$ の評価は、次のようにフーリエ領域において行われる.

$$\exp(D \cdot \Delta \xi/2) q(\xi, s) = F^{-1}[\exp(D' \cdot \Delta \xi/2) \{F[q(\xi, s)]\}]$$
(5.6)

$$D' = -i \left[\frac{1}{2} k^2 + \nu_1 k^3 \right]$$
(5.7)

ここにFはフーリエ変換, kはフーリエ領域における波数を表している.また,非線形効果に 対応する $\exp(N \cdot \Delta \xi)$ に含まれる $|q|^2$ は、 $\xi = \xi + \Delta \xi/2$ の値により近似している.

5.3 数值計算例

数値解法により得られる解の精度は, 解析領域の離散点数(有限要素法で は節点と呼ぶ)に依存する.そこで まず,PBMとFEM(SSF)の離散点に 対する解の収束性を調べる.図5.1は, 入射波($\xi=0$)に対する $\xi=5\pi$ 伝搬後 の保存量 I_1 (式(3.18))の相対誤差 $e(\xi=5\pi)$ (式(3.20))を示している. なお,図において, N_d は離散点数,



実線は基本ソリトン,破線は2次ソ リトンを表している.基本ソリトン の場合,PBMの方が同じ離散点数に 対して高精度であることがわかる. しかし,PBMの解の精度は,ソリト ンの次数の増加に伴い,急激に劣化 する.これに対して,FEMは解の収

図5.1 *ξ*=5πでの解の収束性の比較 (FEM:スプリット・ステップ有限要素法, PBM:ビーム伝搬法)

東性が良好であり、節点数を350以上にとることにより高精度な解析を約束されることが確認される.図5.2(a),(b)は、それぞれPBMとFEMによる2次ソリトンの伝搬を示している.ここで、離散点数はPBMでは N_d =512、FEM では N_d =301を用いている.両解法による結果は極めてよく一致しており、高次ソリトン特有の周期的な伝搬(ソリトン周期 $\xi=\pi/2$)が見られる.次に、摂動として損失(Γ =0.03)を考慮した結果を図5.3(a),(b)に示す、損失による振幅の低下のために、図5.2に見られる周期性がもはや存在しないことがわかる.図5.4は、両解法において必要とされるCPU 時間を比較したものである.PBMが離散点数に対して線形であるのに対して、FEMは離散点の2乗に比例して増大することがわかる.







図5.2 無損失光ファイバ中の2次ソリトンパルスの伝搬

 $[\Delta \xi = \pi/200]$



図5.3 損失のある光ファイバ中の2次ソリトンパルスの伝搬(Γ=0.03)



5.4 むすび

摂動を受けた非線形シュレディンガー方程 式を数値的に解く際に最もよく用いられて いるビーム伝搬法についての概説を行った. 次に,いくつかの簡単な例を通して,本論 文で開発した有限要素法を用いた解法によ る結果との比較を行った.その結果,基本 ソリトンに限るとPBMが精度の面で優れて いるが,高次のソリトンを含めると解の収 束性の良好なFEMの方が信頼できることが わかった.また,PBMでは,分散効果と非 線形効果の結合した効果であるショック効 果 ($\nu_2 \partial(|q|^2 q)/\partial s$)を扱うためには何らかの 近似を導入する必要があり,また,ここで は触れなかったが,CNLSE'sの非線形振動



図5.4 CPU timeの比較

項 $(\exp(+iR\delta\Delta\xi))$ なども含めることが困難である. これに対してFEMでは, 前者について は直接解法により, 後者については直接解法およびスプリット・ステップ有限要素法のどち らの方法でも, 他の項と同様にそのまま容易に組み込むことができることを確認した.



第6章 結

毎秒数100テラビットという超大容量な光伝送の実現の可能性を秘めた光ソリトンの光フ ァイバ中でのふるまいを解析することを目的として,有限要素法に基づく手法を開発した. また,分散効果と非線形効果が独立であると仮定できる場合には,スプリット・ステップ法 の導入により計算の効率化が可能であることを示した.具体的に,まず,この解析法を摂動 を受けた非線形シュレディンガー方程式に適用して各種摂動を容易に組み込めることを示し, 実際に, 真円コアを有する理想的な弱導波単一モード光ファイバ中を伝搬するソリトンパル スのふるまいの検討を行い,無摂動の場合の解析的な解やビーム伝搬法などの他の手法によ る解との比較を通して本手法の妥当性を確認した.続いて,各種摂動のソリトンパルスへの 影響を調べることにより本手法の有効性を示した、次に、結合型非線形シュレディンガー方 程式に本解析法を適用して, ビーム伝搬法では考慮することが困難とされてきた非線形振動 項を容易に含めることが可能であることを示し,実際に, 複屈折性を有する光ファイバ中を 伝搬するソリトンパルスのふるまいのシミュレーションを行った.他の手法による解との比 較から本解析法の妥当性を確認した後,各種光ファイバ中の伝搬,偏波モード間の相互位相 変調による捕獲現象,ソリトンパルス間の相互作用に対する複屈折性の影響などを具体的に 調べ,本解析法の有効性を示した.また,非線形振動項の影響などの貴重なデータを得た. 最後に,この種の検討において最もよく用いられているビーム伝搬法の紹介を行い,簡単 な例への適用を通して本論文で開発した有限要素法に基づく解析法との比較を行った、その 結果,特に基本ソリトンに対して,扱い易さ,計算速度の点ではビーム伝搬法の方が優れて いるが,解の収束の安定度や信頼性の面,あるいは、ショック効果やCNLSE'sにおける非線 形振動項を容易に組み込めるという点で有限要素法の方がはるかに優れていることがわかっ た. また, ビーム伝搬法では, フーリエ変換にFFT (高速フーリエ変換)を用いると, 時間 窓の分割が2のベキ乗個に制約されるのみならず,標本点間隔も一定,さらには,両端に必 ず周期的な境界条件が課されてしまうのに対して、本解析法では、このような離散点に関す

る制約は無く、本質的に汎用性が高いという特長も有している.以上の結果から、本解析法はビーム伝搬法と同等あるいはそれ以上の汎用性をもっていることが確認され、これにより、

両解析法相互の信頼性の向上が可能となった.

本論文で開発された解析法ならびに各種光ファイバ中を伝搬するソリトンパルスに対して 得られた様々なデータは、今後の光ソリトン通信システム実現のための解析や設計において 非常に有効なものであると考えられる.

付錄A

誘電体に光(電界)を印加したときに誘起される電気分極は

$$P = \varepsilon_0[\chi^{(1)} \cdot E + \chi^{(2)} : EE + \chi^{(3)} : EEE + \cdots]$$
(A.1)

と表される. ここに ϵ_0 は真空誘電率, $\chi^{(j)}(j=1,2,\cdots)$ はj次の感受率である. 入射光が弱い場 合,物質中には光の電界に比例した電気分極が起こる.これに寄与するのが1次,つまり, 線形の感受率 $\chi^{(1)}$ であり、比誘電率 ϵ_r とは $\epsilon_r=1+\chi^{(1)}$ という関係がある.ところが、入射光の 強度が高くなると、こうした線形の効果に加えて電界の2乗や3乗に比例した電気分極が発 生し、それぞれ、ポッケルス効果、カー効果と呼ばれ、2次($\chi^{(2)}$)、3次($\chi^{(3)}$)の感受率 が寄与する. 光ファイバでは、その材料である石英に対して、 $\chi^{(2)}$ が無視できるほど小さい ことから、2次の非線形効果は通常は起こらない(22).

さて, 光ファイバは, 非常に小さな断面に光を閉じ込めるため, 入射光がそれほど強くな くても大きな電界が得られ、しかも低損失であることから、高強度の光を長い距離にわたっ て伝搬させることができる.したがって,光カー効果を容易に起こすことができるわけであ る.このとき、光ファイバの屈折率は波長のほかに強度にも依存し、

$$n(\lambda, |E|^2) = n(\lambda) + n_2 |E|^2 \tag{A.2}$$

$$n_2 = \frac{3}{8n} \chi^{(3)}_{xxxx} \tag{A.3}$$

と表される. ここに n_2 は非線形光学係数, $\chi^{(3)}_{xxxx}$ は3次の非線形感受率テンソルの1成分であ 3.

録 B



謝 辞

本論文をまとめるに際して,終始御指導,御鞭撻を頂きました北海道大学工学部電子工学 科電波応用工学講座 小柴正則教授に深謝致します.さらに,日頃熱心な御教授を頂きまし た本学工学部電子工学科電波応用工学講座 早田和弥助教授に深謝致します.

また,細部にわたって御検討頂き,貴重な御助言を頂きました本学工学部電子工学科 伊藤精彦教授,三島瑛人教授,本学応用電気研究所 朝倉利光教授に感謝致します.

最後に,日頃,種々御討論,御援助頂きました本学工学部電子工学科電波応用工学講座の 大学院学生,学部学生の方々に感謝致します.



文 献

- T.Miya, Y.Terunuma, T.Hosaka and T.Miyashita: "Ultimate low-loss single-mode fibre at 1.55μm", Electron. Lett., 15, 4, pp.106-108 (Feb. 1979).
- (2) 横田,金森,田中,石黒,田中,鈴木,矢野:"超低損失純シリカコアシングルモードファ イバの損失特性",昭和61年度電子通信学会総合全国大会講演論文集(分冊4), p.262 (1986).
- (3) 大場,上間,佐野:"1.55µm帯海底光ファイバケーブルの線路特性",昭和63年電子情報通信学会秋季全国大会講演論文集(分冊B-1), p.143 (1988).
- (4) 今井,大川,伏見,矢内,林:"2.5Gb/s CPFSK光へテロダイン方式現場実験",1990年電子情報通信学会秋季全国大会講演論文集(分冊4), pp.375-376 (1990).
- (5) 島田禎晉監修:"コヒーレント光通信",電子情報通信学会,東京(昭和63).
- (6) A.Hasegawa and F.Tappert: "Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers.I.Anomalous dispersion", Appl. Phys. Lett., 23, 3, pp.142-144 (Aug. 1973).
- (7) A.Hasegawa and F.Tappert: "Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers.II.Normal dispersion", Appl. Phys. Lett., 23, 4, pp.171-172 (Aug. 1973).
- L.F.Mollenauer, R.H.Stollen and J.P.Gordon: "Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers", Phys. Rev. Lett., 45, 13, pp.1095-1098 (Sept. 1980).
- (9) R.H.Stolen, L.F.Mollenauer and W.J.Tomlinson: "Obsevation of pulse restoration at the soliton period in optical fibers", Opt. Lett., 8, 3, pp.186-188 (March 1983).
- (10) A.Hasegawa: "Amplification and reshaping of optical solitons in a glass fiber -IV: Use of the stimulated Raman process", Opt. Lett., 8, 12, pp.650-652 (Dec. 1983).
- (11) A.Hasegawa: "Numerical study of optical soliton transmission amplified periodically by the stimulated Raman process", Appl. Opt., 23, 19, pp.3302-3309 (Oct. 1984).
- (12) L.F.Mollenauer, R.H.Stolen and M.N.Islam: "Experimental demonstration of soliton propagation in long fibers: loss compensated by Raman gain", Opt. Lett., 10, 5, pp.229-231 (May 1985).
- (13) L.F.Mollenauer and K.Smith: "Demonstration of soliton transmission over more than 4000km in fiber with loss periodically compensated by Raman gain", Opt. Lett., 13, 8, pp.675-677 (Aug. 1988).
- (14) L.F.Mollenauer and K.Smith: "Ultralong-range soliton transmission", Opt. Fiber Commun. Conf. '89, Houston, TX, WO1 (Feb. 1989).

- (15) W.H.Knox, R.L.Fork, M.C.Downer, R.H.Stolen and C.V.Shank: "Optical pulse compression to 8fs at a 5-kHz repetition rate", Appl. Phys. Lett., 46, 12, pp.1120-1121 (June 1985).
- (16) F.M.Mitschke and L.F.Mollenauer: "Discovery of the soliton self-frequency shift", Opt. Lett.,
 11, 10, pp.659-661 (Oct. 1986).
- (17) A.S.Gouveia-Neto, M.E.Faldon and J.R.Taylor: "Solitons in the region of the minimum group-velocity dispersion of single-mode optical fibers", Opt. Lett., 13, 9, pp.770-772 (Sept. 1988).
- N.Tzoar and M.Jain: "Selt-phase modulation in long-geometry optical waveguides", Phys. Rev. A, 23, 3, pp.1266-1270 (March 1981).
- A.Hasegawa and Y.Kodama: "Signal transmission by optical solitons in monomode fiber", Proc. IEEE, 69, 9, pp.1145-1150 (Sept. 1981).
- Y.Kodama and A.Hasegawa: "Nonlinear pulse propagation in a monomode dielectric guide", IEEE J. Quantum Electron., QE-23, 5, pp.510-524 (May 1987).
- M.J.Potasek: "An analysis of the coefficients of a perturbed nonlinear Schrödinger equation for femtosecond behavior in an optical waveguide", J. Appl. Phys., 63, 10, pp.5186-5188 (May 1988).
- (22) G.P.Agrawal: "Nonlinear fiber optics", Academic Press, London (1989).
- (23) 戸川隼人:"微分方程式の数値計算-有限要素法と差分法-",オーム社,東京(昭和48).
- (24) 早田,小柴:"直接積分法を用いた光導波系の3次元有限要素表示式",昭和63年電子情報
 通信学会秋季全国大会講演論文集(分冊C-1), pp.267-268 (1988).
- (25) M.J.Potasek, G.P.Agrawal and S.C.Pinault: "Analytic and numerical study of pulse broadening in nonlinear dispersive optical fibers", J. Opt. Soc. Am. B, 3, 2, pp.205-211 (Feb. 1986).
- (26) G.P.Agrawal and M.J.Potasek: "Nonlinear pulse distortion in single-mode optical fibers at the zero-dispersion wavelength", Phys. Rev. A, 33, 3, pp.1765-1776 (March 1986).
- (27) D.Marcuse: "Pulse distortion in single-mode fibers", Appl. Opt., 19, 10, pp.1653-1660 (May 1980).
- (28) 大越, 岡本, 保立:"光ファイバ", オーム社, 東京(昭和58).
- (29) 長谷川晃:"ソリトンによる光通信",自然, 5, pp.72-77 (昭和58-05).
- (30) 大槻義彦編,長谷川晃著:"物理学最前線20(ファイバ中の光ソリトン)",共立出版,東京(昭和63).
- I.H.Malitson: "Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica", J. Opt. Soc. Am., 55, 10, pp.1205-1209 (Oct. 1965).

- (32) 江口, 麓, 小柴: "光ファイバ設計のためのスカラ近似有限要素法の適用性について-赤外 光ファイバへの応用-", 信学技報, MW90-60 (平成2-07).
- (33) T.K.Gustafson, J.P.Taran, H.A.Haus, J.R.Lifsitz and P.L.Kelly: "Self-modulation, selfsteepening, and spectral development of light in small-scale trapped filaments", Phys. Rev., 177, 1, pp.306-313 (Jan. 1969).
- (34) G.R.Boyer and M.A.Franco: "Numerical and experimental comparison of spectral broadening of femtosecond optical asymmetric pulses in a monomode fiber", Opt. Lett., 14, 9,pp.465-467 (May 1989).
- (35) J.P.Gordon: "Theory of the soliton self-frequency shift", Opt. Lett., 11, 10, pp.662-664 (Oct. 1986).
- (36) K.Tai, A.Hasegawa and N.Bekki: "Fission of optical solitons induced by stimulated Raman effect", Opt. Lett., 13, 5, pp.392-334 (May 1988).
- (37) 竹林,藤井:"複素ラマン感受率を考慮した極短光ソリトンパルスに与えるラマン散乱の影響",信学技報,OQE87-176(昭和62-03).
- (38) L.F.Mollenauer, J.P.Gordon and M.N.Islam: "Soliton propagation in long fibers with periodically compensated loss", IEEE J. Quantum. Electron., QE-22, 1, pp.157-173 (Jan. 1986).
- (39) M.Nakazawa, Y.Kimura and K.Suzuki: "Soliton amplification and transmission with Er³⁺⁻ doped fibre repeater pumped by GaInAsP laser diode", Electron. Lett., 25, 3, pp.199-200 (Feb. 1989).
- M.Nakazawa, Y.Kimura, K.Suzuki and H.Kubota: "Wavelength multiple soliton amplification and transmission with an Er³⁺-doped optical fiber", J. Appl. Phys., 66, 7, pp.2803-2812 (Oct. 1989).
- (41) H.Kubota and M.Nakazawa: "Long-distance optical soliton transmission with lumped amplifiers", IEEE J. Quantum Electron., 26, 4, pp.692-700 (April 1990).
- (42) C.Desem and P.L.Chu: "Reducing solion interaction in single-mode optical fibres", IEE Proc.,
 134, J, 3, pp.145-151 (June 1987).
- (43) V.E.Zakharov and A.B.Shabat: "Exact theory of two-dimensional self-focusing and onedimensional self-modulation of waves in nonlinear media", Sov. Phys. JETP, 34, 1, pp.62-69 (Jan. 1972).
- (44) K.J.Blow and N.J.Doran: "High bit rate communication systems using non-linear effects",
 Opt. Commun., 42, 6, pp.403-406 (Aug. 1982).
- (45) D.Yevick and B.Hermansson: "Soliton analysis with the propagating beam method", Opt. Commun., 47, 2, pp.101-106 (Aug. 1983).

- (46) K.J.Blow, N.J.Doran and E.Cummins: "Nonlinear limits on bandwidth at the minimum dispersion in optical fibres", Opt. Commun., 48, 3, pp.181-184 (Dec. 1983).
- (47) E.Shiojiri and Y.Fujii: "Transmission capability of an optical fiber communication system using index nonlinearity", Appl. Opt., 24, 3, pp.358-360 (Feb. 1985).
- (48) Y.Zhao: "Soliton propagation in optical fibres with random perturbations", Opt. Commun.,
 68, 1, pp.21-24 (Sept. 1988).
- (49) 清水,藤井:"高速光ソリトン通信における最適Pre-emphasis波形",信学技報,OQE90-30
 (平成2-06).
- (50) P.K.Wai, C.R.Menyuk, Y.C.Lee and H.H.Chen; "Nonlinear pulse propagation in the neighborhood of the zero-dispersion wavelength of monomode optical fibers", Opt. Lett., 11, 7, pp.464-466 (July 1986).
- (51) E.Bourkoff, W.Zhao and R.I.Joseph: "Evolution of femtosecond pulses in single-mode fibers having higher-order nonlinearity and dispersion", Opt. Lett., 12, 4, pp.272-274 (April 1987).
- (52) E.Bourkoff, W.Zhao and R.I.Joseph: "Intensity-dependent spectra of pulses propagating in optical fibres", Opt. Commun., 62, 4, pp.284-288 (May 1987).
- (53) W.Zhao and E.Bourkoff: "Femtosecond pulse propagation in optical fibers: Higher order effects", IEEE J. Quantum Electron., 24, 2, pp.365-372 (Feb. 1988).
- H.Kubota and M.Nakazawa: "Compensation of nonlinear chirp generated by self-steepening using third order dispersion of a grating pair", Opt. Commun., 66, 2, 3, pp.79-82 (April 1988).
- (55) K.Ohkuma, Y.H.Ichikawa and Y.Abe: "Soliton propagation along optical fibers", Opt. Lett.,
 12, 7, pp.516-518 (July 1987).
- (56) Y.Kodama and K.Nozaki: "Soliton interaction in optical fibers", Opt. Lett., 12, 12, pp.1038-1040 (Dec. 1987).
- (57) A.Kumar, S.N.Sarkar and A.K.Ghatak: "Effect of fifth-order nonlinearity in refractive index on Gaussian pulse propagation in lossy optical fibers", Opt. Lett., 11, 5, pp.321-323 (May 1986).
- (58) D.Gloge: "Weakly guiding fibers", Appl. Opt., 10, 10, pp.2252-2258 (Oct. 1971).
- (59) J.Satsuma and N.Yajima: "Initial value problems of one-dimensional self-modulation of nonlinear waves in dispersive media", Prog. Theor. Phys. Suppl., 55, pp.284-306 (1974).
- (60) J.P.Gordon: "Interaction forces among solitons in optical fibers", Opt. Lett., 8, 11, pp.596-598 (Nov. 1983).

- (61) C.Desem and P.L.Chu: "Soliton interaction in the presence of loss and periodic amplification in optical fibers", Opt. Lett., 12, 5, pp.349-351 (May 1987).
- (62) 春原,田島,高原:"入射振幅の低減によるソリトン間の相互作用抑圧の検討",昭和63年 電子情報通信学会秋季全国大会講演論文集(分冊B-1), p.172 (1988).
- (63) A.M.Weiner, J.P.Heritage, R.J.Hawkins, R.N.Thurston, E.M.Kirschner, D.E.Leaird and W.J.Tomlinson: "Experimental observation of the fundamental dark soliton in optical fibers", Phys. Rev. Lett., 61, 21, pp.2445-2448 (Nov. 1988).
- (64) W.J.Tomlinson, R.J.Hawkins, A.M.Weiner, J.P.Heritage and P.N.Thurston: "Dark optical solitons with finite-width background pulses", J. Opt. Soc. Am. B, 6, 3, pp.329-334 (March 1989).
- (65) A.Hasegawa: "Generation of a train of soliton pulses by induced modulational instability in optical fibers", Opt. Lett., 9, 7, pp.288-290 (July 1984).
- M.J.Potasek: "Modulation instability in an extended nonlinear Schrödinger equation", Opt. Lett., 12, 11, pp.921-923 (Nov. 1987).
- (67) R.L.Fork, C.H.Brito Cruz, P.C.Becker and C.V.Shank: "Compression of optical pulses to six femtoseconds by using cubic phase compensation", Opt. Lett., 12, 7, pp.483-485 (July 1987).
- (68) D.Grischkowsky and A.C.Balant: "Optical pulse compression based on enhanced frequency chirping", Appl. Phys. Lett., 41, 1, pp.1-3 (July 1982).
- (69) W.J.Tomlinson, R.H.Stolen and A.M.Johnson: "Optical wave breaking of pulses in nonlinear optical fibers", Opt. Lett., 10, 9, pp.457-459 (Sept. 1985).
- J.Noda, K.Okamoto and Y.Sasaki: "Polarization-maintaining fibers and their applications", J.
 Lightwave Technol., LT-4, 8, pp.1071-1089 (Aug. 1986).
- C.R.Menyuk: "Nonlinear pulse propagation in birefringent optical fibers", IEEE J. Quantum Electron., QE-23, 2, pp.174-176 (Feb. 1987).
- (72) A.D.Boardman and G.S.Cooper: "Power-dependent polarization of optical pulses", J. Opt.
 Soc. Am. B, 5, 2, pp.403-418 (Feb. 1988).
- (73) S.Trillo and S.Wabnitz: "Ultrashort pulse train generation through induced modulation polarization instability in a birefringent Kerr-like medium", J. Opt. Soc. Am. B, 6, 2, pp.238-249 (Feb. 1989).
- (74) C.R.Menyuk: "Stability of solitons in birefringent optical fibers. I: Equal propagation amplitudes", Opt. Lett., 12, 8, pp.614-616 (Aug. 1987).
- C.R.Menyuk: "Stability of solitons in birefringent optical fibers. II: Arbitrary amplitudes", J.
 Opt. Soc. Am. B, 5, 2, pp.392-402 (Feb. 1988).

- (76) K.J.Blow, N.J.Doran and D.Wood: "Polarization instabilities for solitons in birefringent fibers", Opt. Lett., 12, 3, pp.202-204 (March 1987).
- (77) S.Trillo, S.Wabnitz, E.M.Wright and G.I.Stegeman: "Optical solitary waves induced by cross-phase modulation", Opt. Lett., 13, 10, pp.871-873 (Oct. 1988).
- (78) Y.R.Shen: "The principles of nonlinear optics", Wiley-Interscience, New York (1984).
- J.A.Fleck, Jr., J.R.Morris and M.D.Feit: "Time-dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere", Appl. Phys., 10, pp.129-160 (1976).
- (80) J.A.Fleck, Jr., J.R.Morris and E.S.Bliss: "Small-scale self-focusing effects in a high power glass laser amplifier", IEEE J.Quantum Electron., QE-14, 5, pp.353-363 (May 1978).
- (81) T.R.Taha and M.J.Abrowitz: "Analytical and numerical aspects of certain nonlinear evolution equations. II. Numerical, nonlinear Schrödinger equation", J. Comput. Phys., 55, 2, pp.203-330 (Aug. 1984).
- (82) 山下榮吉監修 北沢清子, 大越孝敬共著:"電磁波問題の基礎解析法(ビーム伝搬法)", 電子情報通信学会,東京(昭和62).



本研究に関する発表

1. 原著論文

- K.Hayata, M.Koshiba, M.Eguchi and M.Suzuki: "Novel finite-element formulation without any spurious solutions for dielectric waveguides", Electronics Letters, Vol.22, No.6, pp.295-296 (March 1986).
- (2) K.Hayata, M.Eguchi, M.Koshiba and M.Suzuki: "Anomaly of modal field in side-tunnel single-polarisation fibre", Electronics Letters, Vol.22, No.16, pp.838-839 (July 1986).
- (3) K.Hayata, M.Eguchi, M.Koshiba and M.Suzuki: "Vectorial wave analysis of side-tunnel type polarization-maintaining optical fibers by variational finite elements", IEEE/OSA Journal of Lightwave Technology, Vol. LT-4, No.8, pp.1090-1096 (Aug. 1986).
- (4) K.Hayata, M.Koshiba, M.Eguchi and M.Suzuki: "Vectorial finite-element method without any spurious solutions for dielectric waveguiding problems using transverse magnetic-field component", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-34, No.11, pp.1120-1124 (Nov. 1986).
- (5) 早田,小柴,江口,鈴木:"誘電体導波路のベクトル有限要素法解析におけるスプリアス解の除去-磁界構成分による解法-",電子通信学会論文誌(C), Vol. J69-C, No.12, pp.1487-1493 (Dec. 1986).
- (6) 早田, 江口, 小柴: "湯川ポテンシャル形無限要素を用いた開放形電磁波導波路の解析", 電子情報通信学会論文誌(C), Vol. J70-C, No.9, pp.1319-1320 (Sept. 1987).
- (7) K.Hayata, M.Eguchi and M.Koshiba: "Self-consistent finite/infinite element scheme for unbounded guided wave problems", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol.36, No.3, pp.614-616 (March 1988).
- (8) K.Hayata, M.Eguchi and M.Koshiba: "Finite element formulation for guided-wave problems using transverse electric field component", IEEE Transactions on Microwave Theory and

Techniques, Vol.37, No.1, pp.256-258 (Jan. 1989).

- (9) 江口,早田,小柴:"光ファイバ中を伝搬するソリトンパルスの有限要素法解析",電子情報通信学会論文誌(C-I), Vol. J72-C-I, No.6, pp.329-337 (June 1989).
- (10) 江口,早田,小柴:" 複屈折光ファイバ中を伝搬するソリトンパルスの有限要素法解析", 電子情報通信学会論文誌(C-I), Vol. J73-C-I, No.3, pp.113-120 (March 1990).
- (11) 小柴,斎藤,江口:"光集積回路設計支援システムOPTICS",北海道大学工学部研究報告, No.153, pp.133-146 (Nov. 1990).

(12) M.Eguchi, K.Hayata and M.Koshiba: "Effects of the birefringence on interaction between adjacent nonlinear pulses", Optics Letters, Vol.16, accepted for publication.



2. 研究会・シンポジウム

- (1) 早田,江口,小柴,鈴木:"サイドトンネル形偏波保持光ファイバのベクトル有限要素法解析",電気学会電磁界理論研究会資料,EMT-85-88 (Oct. 1985).
- (2) 早田,小柴,江口,三浦,鈴木:"誘電体導波路の有限要素法解析におけるスプリアス解の 除去-磁界横成分による定式化-",電気学会電磁界理論研究会資料, EMT-86-28 (July 1986).
- (3) 早田, 江口, 小柴, 鈴木:"減衰形無限要素を併用した開放形導波路の有限要素法解析", 電気学会電磁界理論研究会資料, EMT-86-109 (Oct. 1986).
- (4) 早田,小柴,江口,三浦,鈴木:"電磁波導波路のベクトル有限要素法解析におけるスプリアス解の除去と損失系への応用",日本シミュレーション学会・第8回電気・電子工学への有限要素法の応用シンポジウム論文集,pp.135-140 (March 1987).
- (5) 小柴,平山,江口,中村:"光導波エレクトロニクスCAEシステムの開発",第2回札幌国際コンピュータグラフィックスシンポジウム論文集,pp.24-29 (Dec. 1988).
- (6) 江口,武佐,小柴:"超長波長帯光通信方式向けフッ化物光ファイバの伝送特性評価",電気学会電磁界理論研究会資料,EMT-89-47 (May 1989).
- (7) 江口, 早田, 小柴:"単一モードファイバ中の非線形パルス伝搬-FEMによる数値シミュレ ーション-", 電子情報通信学会技術研究報告, OCS89-11 (June 1989).
- (8) 小柴,江口:"軸対称光ファイバのベクトル有限要素法解析とスカラ近似有限要素法解析", 電気学会電磁界理論研究会資料, EMT-89-69 (Oct. 1989).
- (9) 小柴,斎藤,江口:"光集積回路設計支援システム-OPTICS-形状モデラ・有限要素法解 析用プリプロセッサの開発",第3回札幌国際コンピュータグラフィックスシンポジウム論 文集,pp.171-176 (Nov. 1989).
- (10) 早田, 江口, 小柴: "包絡ソリトンのFEMシミュレーション", 日本シミュレーション学会
 ・第11回計算電気・電子工学シンポジウム論文集, pp.107-112 (March 1990).
- (11) 斎藤, 江口, 小柴:"光集積回路設計支援システム-OPTICS-", 日本シミュレーション 学会・第11回計算電気・電子工学シンポジウム論文集, pp.317-322 (March 1990).
 (12) 江口, 麓, 小柴:"光ファイバ設計のためのスカラ近似有限要素法の適用性について-赤外 光ファイバへの応用-", 電子情報通信学会技術研究報告, MW90-60 (July 1990).
 (13) 斎藤, 江口, 小柴:"光集積回路用光導波路向け設計支援システムOPTICS-GUIDEの開発 ", 電子情報通信学会技術研究報告, MW90-61 (July 1990).
 (14) M.Eguchi, K.Hayata and M.Koshiba: "Analyses of soliton propagation in an optical fiber

using numerical techniques: finite-element method and propagating-beam method", The 4th

Japanese-Sino Sapporo International Conference on Computer Applications, pp.127-130 (Oct. 1990).

(15) 小柴,斎藤,江口:"光集積回路設計支援システムOPTICS - 光回路素子設計への応用-",
 第4回札幌国際コンピュータグラフィックスシンポジウム論文集,pp.82-87 (Nov. 1990).



3. 学会講演

A

- (1) 江口,早田,小柴,鈴木:"サイドトンネル形偏波保持光ファイバの有限要素法解析",昭 和60年電気関係学会北海道支部連合大会講演論文集, p.201 (1985).
- (2) 早田,江口,小柴,鈴木:"楕円コアをもつサイドトンネル形偏波保持ファイバ",昭和60 年電気関係学会北海道支部連合大会講演論文集, p.202 (1985).
- (3) 江口,早田,小柴,鈴木:"非対称サイドトンネル形偏波保持ファイバの偏波モード特性", 昭和61年度電子通信学会総合全国大会講演論文集(分冊4), p.288 (1986).
- (4) 江口,早田,小柴,鈴木:"開放形導波路の有限要素法解析のための新しい減衰形無限要素
 ",昭和61年度電子通信学会光・電波部門全国大会講演論文集(分冊1), p.7 (1986).
- (5) 早田,小柴,江口,鈴木:"導波路固有値問題のベクトル有限要素法解析におけるスプリア ス解の完全な除去方法",昭和61年度電子通信学会光・電波部門全国大会講演論文集(分冊 1), p.8 (1986).
- (6) 江口,早田,小柴,鈴木:"有限要素法によるサイドトンネル形光ファイバの解析-スカラ 近似と近似ベクトル解析-",昭和61年電気関係学会北海道支部連合大会講演論文集,p.228
 (1986).
- (7) 江口,早田,小柴,鈴木:"サイドトンネルファイバにおける界分布のアノマリについて",
 第22回応用物理学会北海道支部学術講演会講演予稿集, p.30 (1987).
- (8) 早田, 江口, 小柴:"光ファイバ中を伝搬するソリトンパルスの有限要素法解析",昭和63 年電子情報通信学会秋季全国大会(分冊C-1), p.5 (1988).
- (9) 江口,早田,小柴:"光ファイバ中のソリトンパルスの伝搬",昭和63年電気関係学会北海 道支部連合大会講演論文集, p.203 (1988).
- (10) 早田, 江口, 小柴:"異常分散領域でのダークパルスのふるまいと変調不安定", 第24回応 用物理学会北海道支部学術講演会講演予稿集, p.77 (1989).
- (11) 江口,早田,小柴:"摂動を受けた非線形シュレディンガー方程式で記述される極短光パル スの解析",第24回応用物理学会北海道支部学術講演会講演予稿集, p.78 (1989).
- (12) 江口,早田,小柴:" 複屈折光ファイバ中の非線形パルス伝搬",1989年電子情報通信学会

秋季全国大会(分冊4), p.224 (1989).

- (13) 江口, 早田, 小柴:"光ファイバ中を伝搬するソリトンパルスにおける複屈折性の影響", 平成元年電気関係学会北海道支部連合大会講演論文集, p.264 (1989).
- (14) 斎藤, 江口, 小柴:"光集積回路設計支援システムOPTICS 光導波路接続設計への応用
 - ", 平成2年電気関係学会北海道支部連合大会講演論文集, p.258 (1990).
- (15) 江口,早田,小柴:"複屈折光ファイバ中を伝搬するソリトンパルス間の相互作用",平成 2年電気関係学会北海道支部連合大会講演論文集, p.267 (1990).



