制約充足問題のための局所クラスタリング組織化法の適用

北海道大学 ○猿島悠輔，鈴木育男，山本雅人，古川正志

Application of Local Clustering Organization for Constraint Satisfaction Problem

Graduate School of Information Science and Technology Hokkaido University
Yusuke Sarushima, Ikuo Suzuki, Masahito Yamamoto, Masashi Furukawa

Constraint Satisfaction Problem (CSP) is a problem to discover a set of the variables such that all given constraints are satisfied. This problem belong to the NP-complete class and has been studied mainly in the field of Artificial Intelligence and Combinatorial Problems. In this Study we propose how to apply Local Clustering Organization (LCO) method using min-conflicts for CSP and verify the proposed method is applicable.

1. はじめに

制約充足問題は変数の集合と変数それぞれが値を取る有限で離散的な領域から値を選択し，制約条件下において制約を満足するような状態を発見する問題である．これはクラス NP 完全に属し、人工知能・探索問題など組合せ最適化問題を対象とした研究が行われている．この問題は一般的に対象が複数の構成要素と構成の取り得る状態からなり，対象の問題が制約の集合によって定義できる場合に適用できる．従って、制約充足問題と意識されない問題でも制約を満足させると考えられる問題であれば，実際には制約充足問題とみなすことが出来る問題が多く応用性が高い．

本研究では，近似解法として制約違反最小化ヒューリスティックを元にした局所クラスタリング組織化法[1)]を用いるとともに制約充足問題として代表的なパズル問題である N-Queen 問題への適用方法を提案し、従来手法との比較実験により評価し，適用可能性を報告する．

2. 制約充足問題(CSP)

制約充足問題は人工知能や画像解析などの分野を始め，探索問題などの組合せ問題と様々な問題を対象とした研究が行われている．

制約充足問題は，変数(variable)の集合・各変数の領域(domain)・変数間の制約(constraint)の集合からなり，変数の集合と各変数のに対応する領域から値を選択し，変数間の制約を満たすような各変数に対する割り当てを行う問題である．

2.1. 問題の記述

制約充足問題は$<X,D,C>$で一般化され以下のように定義される．

- 変数集合：$X=\{x_1,\ldots,x_n\}$，各 x は互いに独立な変数
- 領域：$D_i=\{d_{i1},\ldots,d_{im}\}$ $(i=1,2,\ldots,n)$，$d_{ij}(j=1,\ldots,m)$は数値などで表される．各 x には D の要素 d が割り当てられている．
- 制約集合：$C=\{c_1,\ldots,c_l\}$，各 c は制約で，以下の等式 $(v_1,\ldots,v_n)=<D_1\times D_2\times\ldots\times D_n$ の部分集合$>$である．

ここで制約とは対象の要素と変数間で成立しうる関係性を宣言的に記述したものである．

2.2. 従来手法

制約充足問題での従来の解法としては，厳密解法とメタヒューリスティックによる解法に分けられる．厳密解法はバックトラッキング法を基本とした探索方法や整合化手法が代表的であり，探索空間に解が存在すれば絶対に見つけられる事，解がなければ必ず解が存在しないことを保証するアルゴリズムの完全性を保証している．これに対し，メタヒューリスティックは先のアルゴリズムの完全性を保証しない代わりに，厳密解法と比べ高速に解を得ることが出来ることが特徴である．メタヒューリスティックの手法例としては山登り法(Hill-Climb)，焼きなまし法(Simulated Annealing)，タブーサーチ(Tabu Search)などが制約充足問題では使用される．

本研究では制約充足問題に対し巡回セールスマン問題にて高速高精度であることが確認されている局所クラスタリング組織化法(LCO)を用い，代表的なパズル問題である N-Queen 問題に対し比較実験を行った．

2.2. N-Queen(n=4)

ここで制約充足問題の代表的な問題N-Queen問題を説明する．

N-Queen 問題は $n\times n$ の盤面に n 個の Queen を互いに取り合わないように配置があるか探す問題である．Queen の行動は上下左右，斜めに動くことが出来る将棋の飛車と角を合わせた駒で 8 方向動くことが出来る．以下に $n=4$ とした定式を示す

- 変数集合：$X=\{x_1,\ldots,x_4\}$，各 x は互いに独立な変数，盤上の行に対応
- 領域：$D_i=\{d_{i1},\ldots,d_{im}\}$，盤上の列に対応, $D_1=\{1,2,3,4\}$, $D_2=\{1,2,3,4\}$, $D_3=\{1,2,3,4\}$, $D_4=\{1,2,3,4\}$
- 制約集合：$C=\{c_1,\ldots,c_6\}$，各 c は制約を表す．$n=4$ では $c_1=R_{12}=\{(1,3),(1,4)(2,4),(3,1),(4,1),(4,2)\}$,$c_2=R_{13}=\{(1,2),(1,4)(2,1),(3,1),(2,3),(3,2),(3,4),(4,1),(4,3)\}$,$c_3=R_{14}=\{(1,2),(1,3),(2,1),(2,3),(2,4),(3,1),(3,2),(3,4),(4,2),(4,3)\}$,$c_4=R_{23}=\{(1,3),(1,4),(2,4),(3,1),(4,1),(4,2)\}$,$c_5=R_{24}=\{(1,2),(1,4),(2,1),(2,3),(3,2),(3,4),(4,1),(4,3)\}$,$c_6=R_{34}=\{(1,3),(1,4),(2,4),(3,1),(4,1),(4,2)\}$で示され, R_{ij} の要素は i 行目と j 行目に置くことが出来る変数の領域を指す．

3. 局所クラスタリング組織化法(LCO)

LCO[1)]はクラスタリングにより局所的に解を改善するリカッチ型学習方程式に基づく学習則であり，高速に近似解を求めることが出来る．以下に要素 N の基本的なアルゴリズムを示す．

(1) 長さ N の配列よりクラスタリング起点 $G\,c$ をランダムに選択
(2) 近傍係数 n を元に Gc の両端 $Gc\text{-}n$ 〜$Gc+n$ を近傍範囲として設定
(3) 近傍範囲内においてクラスタリング手法により最適化
(4) 終了条件を満たせば終了，それ以外は(2)に戻る

クラスタリング手法は単純交換法(Simple Exchange Methods, SEM)，対象交換法(Symmetric Exchange Methods, SYM)，平滑法(Smoothing Methods, SM)がありそれぞれステップ毎に確率的に選択され適用される．以下に SEM,SYM,SM の手法を示す．

3.1. Simple Exchange Methods, SEM

単純交換法はLCOのアルゴリズム(3)で確率的に選択され用いられる．以下にそのアルゴリズムを示す.

(1) Gc を交換基準点とし $t=1$ とする
(2) Gc と $Gc\text{-}t$ を交換し解が改善されれば操作を採用しそれ以外は元に戻す
(3) Gc と $Gc+1$ を交換し(2)同様の操作を行う
(4) $t=t+1$ として(2)に戻り $Gc\text{-}n$〜$Gc+n$ の範囲内で繰り返す

3.2. Symmetric Exchange Methods, SYM

(1) Gc を交換基準点とし $t=1$ とする
(2) Gc を中心に $Gc\text{-}t$ と $Gc+t$ を反転させ解が改善されれば操作を採用しそれ以外は元に戻す

(3)　$t=t+1$ として(2)に戻り $Gc\text{-}n$ ～$Gc+n$ 内で繰り返す

3.3. Smoothing Methods, SM

(1)　$R=0$ とする
(2)　$Gc\text{-}n+R$ を交換基準点とし $t=R+1$ とする
(3)　Gc-n+R と Gc-n+t の交換を行い，解が改善されれば操作を採用しそれ以外は元に戻す
(4)　$t=t+1$ として(3)に戻り，$t>2n$ ならば $R=R+1$ として(2)に戻る
(5)　交換対象がなくなれば終了

3.4. N-Queen への適用

3.4.1. 制約違反最小化ヒューリスティック

制約充足問題は制約を満たす変数に対する割り当てが存在するかという問題であり，最適化問題として目的関数が存在しない．そこで制約違反最小化ヒューリスティックを用いる．

制約違反最小化ヒューリスティックは変数に対し割り当ての際に他の変数との制約の違反数を数え違反数を最小化するような値を選択するというヒューリスティックである．$n=4$ の N-Queen では変数の割当が $X=\{1,2,3,4\}$ である場合は制約違反数は 6 になる．

3.4.2. ランダムウォークに基づく探索

LCO のデメリットとして局所解に陥る事がある．これは要素間の交換は解が改善されたときのみであるためである．これを回避するため本手法ではランダムウォーク戦略の概念を取り入れた．

ランダムウォーク戦略はノイズ戦略に並び一般的な戦略の一つであり，競合している変数がある場合，確率 P でランダムに値を取り出し，確率 $1\text{-}P$ で制約違反最小化ヒューリスティックを適用する．

本研究では制約充足問題によく見られる解空間上の高原を利用し，交換時に交換前と解が同等である場合にも交換を行うことで対応させた．

4. 数値計算実験

本手法を検証するため，要素数 24, 100, 500 の 3 つの実験を行った．実験条件はそれぞれ制約を満たす解，制約違反数(コスト)が 0 になる解を発見するまでを 10 回試行した．

比較手法は上記の制約違反最小化ヒューリスティックとランダムウォーク戦略を用いた山登り法と比較した．本手法はクラスタリング手法の SEM，SM 単体での結果，SEM:SM を 1:1 と SEM:SM:SYM を 1:1:1 で確率的に選択した結果の 4 つを用い，近傍係数はステップごとにランダムに設定た．SYM 単体での実験は予備実験より局所解に陥る事が解っているので今回の実験では確率的に選択される場合に用いる．

4.1. 実験結果

以下に実験結果を記す．

表 1～3 は要素数 24, 100, 500 の計算が終わった平均，最悪，最良の時間を表した表である．この表から比較手法である山登り法が本手法と比べ早く終了していることがわかる．

図 1 は要素数 500 における比較手法と本手法の時間とコストでプロットしたグラフ，図 2 は要素数 500 で用いた LCO のクラスタリング手法 4 つを比較したグラフである．

結果から，比較手法と本手法では比較手法の方が早く収束する．また，LCO のクラスタリング手法では SEM 単体が比較的早く解へ収束し，SM 単体と比較し SEM, SM, SYM を確率的に選択した場合の方が解への収束が早まることがわかった．

5. おわりに

数値計算実験より得られた結果を記す．

(1)　山登り法のランダムな選択による交換と LCO の解配列に依存した順序交換の結果から N-Queen では解は解空間上に離散的に存在していると考えらる
(2)　N-Queen 問題に対しランダムウォーク戦略を用いた制約最小化ヒューリスティックの LCO は解を得る事が可能である．
(3)　LCO のクラスタリング手法ではより解配列の順序に依存する SM の解の収束が遅いことから(1)の予測がたつ．

以上の事を踏まえ，より大規模な要素数での解の収束時間の比較，効率的な交換を行うため解配列に依存しないクラスタリング手法の考案，また N-Queen と性質の異なるグラフ彩色問題などの制約充足問題への適用を行う．

Table.1. Comparison of Time (msec) n=24

	HC	SEM	SM	SEM:SM	SEM:SM:SYM
Average	21	29	37	32	34
Worst	37	42	54	48	69
Best	16	25	27	24	22

Table.2. Comparison of Time (msec) n=100

	HC	SEM	SM	SEM:SM	SEM:SM:SYM
Average	161	233	364	359	339
Worst	326	375	391	476	534
Best	94	159	326	289	241

Table.3. Comparison of Time (msec) n=500

	HC	SEM	SM	SEM:SM	SEM:SM:SYM
Average	2064	2708	9651	8821	7728
Worst	3189	3525	13406	10968	10261
Best	1301	2242	6762	6769	5026

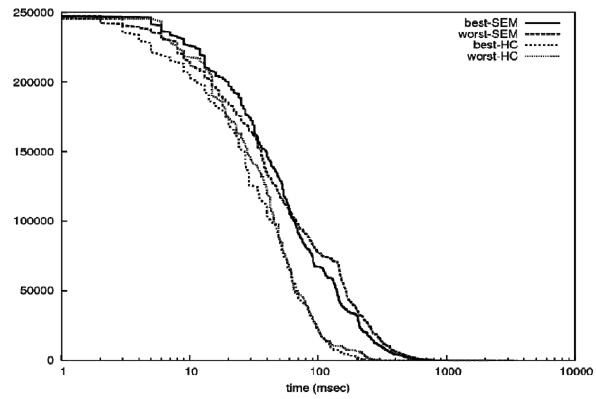

Fig.1. Comparison of the computational time, n=500

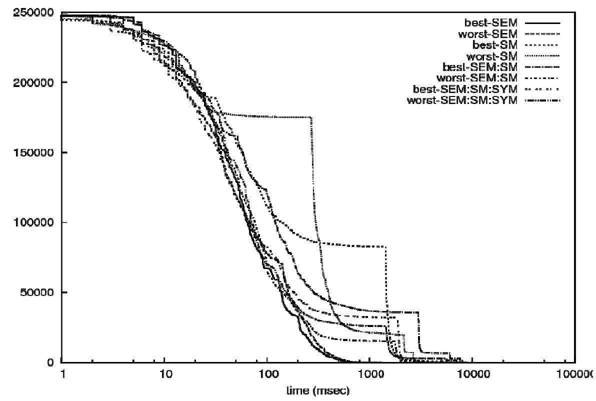

Fig.2. Comparison of the computational time, n=500

参考文献

1) 古川正志，渡辺美知子，松村有祐．局所クラスタリング組織化法による TSP の解法．機論 C 編．71(711)．2005．3189-3195
2) 水野一徳．制約充足問題の解探索アルゴリズム及び効率評価に関する研究．人工知能学会誌 16(6)，871，2001
3) 永井保夫．制約充足問題への近似解法の適用検討．東京情報大学研究論集 8(2), 59-66, 2005-02-28