



Title	サヴェジ氏による1971年の公開講義について
Author(s)	園, 信太郎
Citation	経済学研究, 54(1), 109-140
Issue Date	2004-06-10
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/6028
Type	bulletin (article)
File Information	54(1)_p109-140.pdf



[Instructions for use](#)

<研究ノート>

サヴェジ氏による 1971 年の公開講義について

園 信太郎

1. はじめに

ここでは, Savage, Leonard Jimmie, “The shifting foundations of statistics,” *Logic, Laws and Life: Some Philosophical Complications*, edited by Robert G. Colodny, Volume 6, *University of Pittsburgh Series in the Philosophy of Science*, 3 - 18, University of Pittsburgh Press, Pittsburgh, PA, 1977, に着眼する。サヴェジ氏は 1917 年 11 月 20 日に生まれて 1971 年 11 月 1 日に急逝しているので没後の出版だが, 内容は, ピッツバーグ大学の the Center for Philosophy of Science が招待した講演者の一人として 1971 年に彼が行った公開の講義であり, 彼の最晩年の態度が伺われるのである。これは「論文集」Savage(1981)の 721 頁から 736 頁に収録されている。

彼は「基礎論」, Savage, Leonard Jimmie, *The Foundations of Statistics*, John Wiley & Sons, New York, 1954, *Second Revised Edition*, Dover Publications, New York, 1972, の第 1 版を執筆した後に, 恐らくはほぼ 5 年の歳月をかけて, 主観確率 (特に, 彼が唱道する個人的確率) に基づく統計学が, つまり主観主義的な「ベイズ統計学, Bayesian statistics」が, 「正しい」道筋であるとの堅い信念に到達したのである。この「信念」は, 彼が地道に積重ねて来た (「確率」への) 深い思索及び統計学の全般にわたる (生真面目な) 学習及び実習がもたらした, 「不可避な」帰結なのである。ここでは, 「信念」の人が最晩年に語った「統計学の基礎」への態度を読み取ることとしたい。なお, 以下

では「論文集」の頁を角括弧つきで示し, 例えば 3[721]は, 原文の 3 頁及び「論文集」の 721 頁への言及であり, また例えば 3[721]-18 [736]は, 原文の「3 頁から 18 頁まで」及び「論文集」の「721 頁から 736 頁まで」への言及であるとする。

2. 「統計学の基礎」の性格

冒頭の節は Introduction である。「統計学の基礎」を真剣に問う作業は本来「哲学, philosophy」に属するとするのがサヴェジ氏の態度であり, 「科学」に関する「哲学」を広く解釈すれば「統計学の基礎」はそこに含まれると彼は見ている。しかしサヴェジ氏自身は本格的な統計家であって「哲学」の専門家ではないのであるから, あくまでも「統計学」の当事者が (自身の分野の基礎づけに関する) 「哲学」を問題にすることとなる。「統計学」は「科学」の言わば servant であり, 多くの統計家が (データの収集, 整理, そして分析などの) 地道な日々の作業に従事しているものであり, この地道な作業と「哲学」とがなぜ関るのかは自明ではないかもしれない。しかし「統計学」は, 「知識の進展, the advance of knowledge」や「不確定性に直面している状況でいかに行動するのか」という「問い」に事実上不可避的に関っており, 従って, 倫理や認識に関する諸問題と重要な連関があるのである。なお彼は, (「科学」における) 理論化や発見のフィロソフィーに統計学は (残念ながら) 今まではほとんど貢献してこなかったと注意している。

ところで、この冒頭の節(Introduction)3[721]は二つの段落から成り立っているのだが、末尾の段落を引くと次である。

I hope to give you a panorama of the principal views on the foundations of statistics, so far as that is possible within an essay that can be read at one sitting. A wide variety of opinions should be fairly presented, but concealing my own opinion, if I could, would not necessarily be fairer to the others than laying it on the table.

一つの「信念」に到達した人物にとっては、傍観者のような客観性を装って種々の見解を紹介することは、「自己」を欺かない限り）もはや不可能なのである。自身の見解を覆い隠して、他の（自身と対立する）見解をもっともらしく述べることは、かえって自他を欺くこととなり、「公正な」態度とは言い難いのである。むしろ自身の「信念」を率直に語ることによって、本来の論旨が明晰なものとなるのである。

3. 統計学とは何か？

第2節はWhat is statistics?である。Statisticsという言葉は、本来「国家, the state」に関する数値的な情報を意味するために利用されてきたのである。この「情報」とは、種々の人口、種々の価格、そして結婚、出生、及び死亡に関する種々の記録などだが、今日でもなお多くの統計家が、これらのデータに関する種々の作業に従事しているのである。しかし statistics という言葉は、社会的なデータに特に関りがなくても、一般にデータに言及する際に利用されるようになったのである。そこで、多少軽率であるかもしれないが、「統計学」とは、データを理解し、さらにはより理解可能なデータを獲得するための試みである」と言い得るかもしれない。このような捕え方は、多くの統計家が実際に行っている作業をうまく要約しているし、よ

りフィロソフィカルな「定義」が取り逃がしている真理を伝えているようでもある。ところで統計家は、データを理解しようとする自身の営みを、「データの分析, the analysis of data」と呼び、より理解可能なデータを獲得しようとする自身の営みを、「実験の計画, the design of experiments」と呼んでいるのである。人人はしばしば「データの分析」について統計家に尋ねるのだが、「まずく計画されている, ill designed」研究から得られるデータを「良く」分析することなどは元来無理なのであり、むしろ研究の計画の段階で、統計家の協力を求めるべきなのである。だがとにかく今日では、組織的で経験的な研究が行われるどのような領域にも、統計学が応用されていると主張しても過言ではないのであり、その多様な応用は、人文系の分野、実業、及び政治の領域にまで及んでいる。

ところでサヴェジ氏は（小児麻痺の予防に対する）ソークワクチン(Salk vaccine)の効果を測定するために行われた有名な実験及び「二重盲検法, double blind method」に簡略に触れている。それは、まず小学校の第2学年の子供たちにワクチンの投与を行うのだが、その際、両親が自主的に（投与を）希望した子供たちに対してのみ問題のワクチンを投与する。その後第1及び第3学年の子供たちと投与を受けた子供たちとの間で、小児麻痺の発生率及び病状の程度についての比較が為されるのである。このやり方は、同じクラスの（投与を）志願した子供たちと他の（志願しなかった）子供たちとの間で比較を行う（従来の、あまり評判が良くなかった）やり方よりは「良い」ようであるし、第2学年は第1及び第3学年の中間にあるので、ワクチンの効果に対する年齢の影響とそのワクチンの（想定されている、本来の）効果との「混同, confounding」を回避し得る余地があるのである。しかし、このような「実験の計画」は、「百万人を越える子供たちが関る、そして再び繰り返されることなど決してあり得ない」極めて巨大な実験を支持するデータをも

たらし得ると主張するには、あまりにも脆弱なものであった。そこで（ソークワクチンの効果を測定するための）実験の（少なくとも）大部分に対して、より堅固な「実験の計画」が為されるに至ったのである。つまり、志願した子供たちを（無作為に）半数ずつに分けて、一方のグループにソークワクチンを、他方には「無害な偽薬, an innocuous placebo material」を投与するのである。ここで注意すべきなのは、対象となる子供やその両親、ワクチンなどを投与する医師、そしてその子供の健康状態を追跡する者たちも、その子供が、本来のワクチンか、それとも「偽薬」が投与されているのか、一切知らないということなのである。つまりこの「実験の計画」では、二つのグループが「偶然的な変動を除けば, except for chance fluctuations」一致するように企図されているのであり、いわゆる「暗示がもたらす効果, suggestibility」が、ワクチンの投与などの「問題となっている処理, the treatment」の見掛け上の効果に影響する可能性が、排除されているのである。このように統計学的な考察（及び方法）は、「大規模なワクチンの投与の実施の適否」という行政上の判断に本格的に関っているのである。4 [722]。

さらにサヴェジ氏は、人文的な諸分野への統計学の（本格的な）応用は「（他の領域と比較して）まれ, relatively rare」であると断った上で、しかし、特定の著作の（真の）原作者が誰であるかが論点となっている状況で、使用されている単語や文体の諸特徴を数え上げたりして、問題の論争に決着をつけようとする努力が為されていることは広く知られていると、事実を指摘している。さらにまた、「幾つかの音楽作品の初期及び現代の演奏の期間に関する（多分通常は出合うことがない）データ, unusual data bearing on the duration of early and modern performances of musical works」について、かつて自身が相談を受けたことがあると注意を促している。4 [722] - 5 [723]。

さらにまた彼は、連関がある諸言語間の系統の研究にも言及している。つまり、二つの言語において同じ観念を表現する単語で言語上の源を共有するものが現れる頻度から、それらの言語が時の経過と共に派生して来た歴史について、何らかの事柄を推論できるということであり、このような頻度に基づく推論では（それがいかなるものであれ）当然統計学が（基本的な）役割を演じることとなるのである。なお彼は、この言語の派生の研究に触れている段落の冒頭で、Statistics has, from its beginnings, served the social sciences. と注意している。5 [723]。

次に彼は「品質管理, quality control」に言及している。この「品質管理」とは主に、製造の過程を組織的（かつしばしば機械的）に監視する作業を継続することによって、「回避可能な困難, avoidable trouble」の兆候を検出しようとする試みに基づいている。金銭的な価値及び雇われている人人の総数を考慮すれば、この品質管理の領域が現在の（つまり1971年当時の）統計学的実践の最大の部分を形成しているとするのが、彼の見解である。5 [723]。

このように統計学的な実践の多様性に注意を促した後に、この節の最後の段落(5 [723])で、彼は「統計学とは何か」を「定義する」ことの困難に言及している。つまり、「統計学とは何か」を単純で素早く、しかも「正確に」（従って多分「哲学的」と言って良いやり方で）「定義してしまう」ことを、幾人かの哲学者は期待するかもしれないが、しかしそれにはある困難が伴うのである。実際、簡潔で正確な「定義」が仮にできるのだとしても、その「定義」の（内容の）詳細な説明なしには、その「定義」に出合う読者が「その内容」を理解することは恐らくは困難であり、従って、「哲学的な」定義に基づく「統計学」への接近は、実際には、他のやり方との釣合を考慮して為されなければ「ならない」のである。しかも実際に為される「哲学的な」定義は、「統計学」についての種類の議論から言わば抽出されたものであり、

それ故に、種々の論点に（表に出ない様式において）答えることによって、種々の「問い」を隠しているのである。一方、幾つかの「箴言的な定義, aphoristic definitions」は必ずしも互いに調和しているわけではないにしても、「統計学」と呼ばれる領域の理解に役立ち得るのである。例えば、「統計学」とは、「賢明, wise」と呼び得る（しかし不確定性に関する）諸推論を為す営みのことである」というような「定義」がある。この種の「定義」は、ある程度の価値をもっているのだが、「統計家たちは結局何を為しているのか」と敢えて「問う」者にとっては、役立たないのである。実際この「定義」では、刑事や診断の専門家の諸活動と統計家の営みとを区別することができないからである。そこでサヴェジ氏は、Savage et al. (1962)の38頁から、M. S. Bartlettの次の言葉を引用する。つまり、“By statistical data and statistical phenomena I refer to the numerical and quantitative facts about groups or classes of individuals or events, rather than facts about the individuals themselves.”である。多くの統計家にとっては、この言葉が伝えようとしている観念は必須のはずだと彼は判断するのである。統計家に関するデータ及び現象は、個体や事象からなる「集団」に関する数値的な（あるいは量的な）諸事実なのであり、通常は「個体そのもの」に関する事実ではないのである。このような「集団的な」現象に連関する不確定性との関りにおいて、統計家は「賢明な」推論を為そうと努力するのである。

4. 「統計学の基礎づけ」にとって「良い」システムとは何か？

第3節はWhat is a good system of foundations of statistics?である。この冒頭の段落(5 [723] - 6 [724])を引くと次である。

Whether one ought to or not, I make little if any distinction between the philosophy of statis-

tics and the search for a good system of foundations of statistics. Let me say what I think a system should achieve, without pretending that my criteria are either incontrovertible or complete. It should say by implication what constitutes good statistical practice and why, that is, it should give statisticians convincing reasons for doing what they feel sure they should do. This is a little hard to put carefully, for I do not mean that a good theory must comply with all widely accepted practice. In particular, if a theory were to lead to the conclusion that some common statistical practice was wrong, that practice should be carefully reconsidered, and perhaps abandoned, in the light of the theory. But often a theory of statistics leads to some such conclusion that, on reflection, must itself be rejected.

つまりサヴェジ氏は、「統計学の哲学」と「統計学」の基礎づけを遂行するための「良い」システムの探求」とを實際上区別しないのであり、この同一視は、(本格的な統計家である)彼の「哲学」に対する欲求をも間接的に語っているであろう。だが彼は、「基礎づけ」のためのシステムが「良い」ものであるとはいかなる事柄なのかを、少なくとも「説明する」必要があるはずである。つまり問題のシステムが「良い」ためには、とにかくそのシステムにおいて、「統計学的な実践における「良い」技法」がいかなるものであるのかが演繹されることが必要であり、しかも「なぜ」それらが「良い」技法」を構成するのかが、説得力のある様式で表現されなければ「ならない」はずなのである。従ってそのシステムは、「統計家たちが為すべきであると紛れもなく感じる事柄を（統計家たちが）正に為す」その合理的な根拠を（説得力のある様式で）提示するものであるべきである。しかしここで用心すべきなのは、彼は、「特定の技法が「広く世間において採用されてい

る」という事実に基づいて、その技法が「良い」技法であると判断する」やり方を、採っていないということなのである。つまり、彼が「良い」と呼ぶシステムは、「広く世間において採用されている」技法の「全て」を肯定しなければ「ならない」というわけではないのである。「そのシステム」が、つまり「その理論」が、当然のことのように広く利用されている統計的な技法が「誤り」であると主張する場合には、いかに多くの人人によって利用されている技法であっても、その技法は注意深く再考されるべきなのであり、「その理論」からすれば、結局は放棄されるべきなのである。しかし末尾の文でサヴェジ氏が指摘しているように、「世間の常識」を拒否する「理論」は、逆に「理論」の方が棄却されがちなのである。彼は、自身が唱道する（「確率」に関する）個人論的見解に基づいて、主観主義的なベイズ統計学を支持しているのだが、「伝統的な」技法である（例えば）有意性検定の有用性の根拠に、ベイズ統計学は疑問符を打つのである。実際、「仮説」の真偽に対する判断の様式として有意性検定を捕える場合、この判断の様式が（一般には）「ベイジアン、Bayesian」とは両立しないことが知られている。「判断の様式としての有意性検定」の利用は、いわゆる P 値の利用に見られるように、今日では「世間の常識」となっているが、もしこの「世間の常識」を肯定するのならば、ベイジアンは「誤り」を犯していることとなるのである。しかしサヴェジ氏は、このような「多数決の論理」に強い不信感を持っているのであり、彼自身は、（自身が唱道する）個人的確率の理論に基づいて、ベイジアンを支持するのである。つまり彼は、（不確定性に直面している）「個人」の「行為」の合理性を一貫して重視する立場から、ベイジアンを支持するのであり、「判断の様式としての有意性検定」の有用性の根拠に強い疑念を持っているのである。

これに続く（6[724]の2番目の）段落で、彼は、「統計学」において広く利用されている

「無作為化、randomization」の有用性を、ベイジアンの立場から「直接的に」正当化することが困難であることを率直に認めている。しかし彼はこの事実が、ベイジアンの立場が拒否されるべきものであることを示しているとは見ていない。ベイジアンの立場は「不完全、imperfect」ではあっても、「統計学の基礎」を考察する場合には極めて重要であり、しかも一般に、「理論」に対して（文字通りの）「完璧さ」を要求することには無理があるとするのが、彼の基本的な態度なのである。一方彼は、無作為化が有用な方法であることを認めはするが、無作為化は時々余りにも過大に評価されているのではなかろうかと、疑念を呈している。

さらにこれに続く（6[724]の3番目の）段落を引くと次である。

Sometimes adherents of a statistical theory do not seem to regard an absurd prediction as an imperfection; they take the position that, since the conclusion is absurd to a competent statistician, its occurrence is no indication that the theory will lead people astray. A person brought up in the tradition of the crucial experiment will not be satisfied to call an absurd prediction merely an imperfection; he will consider it a disaster that simply disqualifies the theory. For myself, these seem two workable ways of talking about the same state of affairs. Since I despair of ever seeing a theory that says much and yet leads to no wrong conclusions, I am pressed to make use of the practical notion that some theories are better than others and that some may be nearly correct, impossible though it may be to characterize such relative notions in the framework of formal logic.

ここでは（統計学における）「理論」に関する微妙な論点が言及されている。妥協の余地を排し

て特定の「理論」を採用する場合に、「その理論」が、「現実を尊重する限り「どう見ても誤っている」と判断せざるを得ない, absurd」結果を導くのならば、「その結果」は「その理論」がもたらす言わば「予測, prediction」なのだが、この「實際上誤っている予測」をもたらす「その理論」は、「實際上誤っている」と判断すべきものはずである。だが実際には、特定の「理論」の支持者らは、「誤った予測」を「その理論」の欠陥であると見なして直ちに「その理論」を放棄したりはしない。彼らは、「有能な, competent」統計家にとっては、問題の「予測」は紛れもなく「誤り」であるのだから、その「有能な」統計家が「その誤った予測」に依存して（自身の）判断を下すことなどはあり得ず、従って人人が、「その理論」を支持する統計家の判断によって「誤った」道に（直接的に）迷い込む余地などは（実際には）ないはずだと、考えるのである。つまりこの場合、「明白な誤り」にもかかわらず、その「誤り」の明白さの故に、かえって（恐らくは利用者にとっては便利な）「その理論」が保持されてしまうのである。多分、信頼区間に関する通常の「理論」は、ここでの「その理論」の実例になり得るはずであり、「仮説」の検定も同様であるだろう。（しかし「明白でない」誤り）に対しては、これらの「理論」の支持者らはどのように対処するのであろうか。例えば、「 P 値が 0.05 に近い値だが、それよりも小である場合に「仮説」を棄却する」という判断の様式は、どの程度まで「信頼できる」のであろうか。）一方、「致命的に重要な実験, the crucial experiment」を重視する立場からすれば、「露骨に誤っている予測」をしてしまう「理論」はただ単に欠陥があるのみでなく、元来「理論」としての資格がないのである。つまり「その理論」を棄却するには、ただ一つの「致命的な」実験のみで充分なはずなのである。サヴェジ氏はこの二つの流儀の間で苦悩し続けたのである。結局彼が到達した立場とは、「幾つかの「理論」は、他の幾つかの「理論」より

もより「良い」ものである」という実際の判断の様式を保持する立場であり、さらには、「幾つかの「理論」は多分「ほとんど」正しいであろう」という判断の様式を保持する立場なのである。ここで注意すべきなのは、「理論」の間の比較に関するこの「判断の様式」が（フォーマルな）論理の枠組において明確に特徴づけられ得ないとしても、とにかく彼はこの「実際の」判断の様式を保持することとしたということである。彼は、「多くのことを語り、だがしかし「誤った」結論には全く至らない「理論」を窮極的には見出し得るのだという望みを、私は終に棄てるに至った」と、率直に述べている。

これに続く（6[724]の4番目の）段落は一つの文のみから成り、これを引くと次である。

Apart from having incorrect or absurd implications, a theory of statistics can be regarded as inadequate if there are important aspects of the statistical craft unaccounted for in it.

これは、「統計的な作業の現場で利用される諸技法の重要な部分の根拠を説明し得ない「理論」は、基本的に不充分だと言い得る」ということである。

この次の段落（6[724]—7[725]）でサヴェジ氏は終に「記述統計学, descriptive statistics」に言及する。ここで彼が言う「記述統計学」とは、「人の心, the human mind」の前にデータを提示するための技法の集まりなのだが、そのデータの提示の様式は、とにかく（通常の）人が理解できるものであり、有用なアイデアを示唆するものであり、人を誤った道筋に導くものではないことが強く望まれるのである。このようなデータの提示はしばしば、うまく設計されている、図や表、グラフや地図、さらには「アニメーション, animated cartoons」などを利用して為されるのである。彼は、「この技術, this art」については多くのことが知られており、さらに多くのことが知られるべきであると判断してい

る。「記述統計学」は当然(統計学の)「理論」の対象となるべきなのだが、それは「知覚に関する心理学, the psychology of perception」を含む(人に関する)心理学の多くの側面と関わっている。従って、「統計学」に関する「基礎的な」(あるいは「哲学的な」)議論の対象から「記述統計学」を事実上排除することが容認されてきたのは、言わば「経験」に基づくのであり、特定の「理論」が「記述統計学」について真剣に語ってはいないとしても、直ちに(それ故に)その「理論」を不十分だとすることは、適切な判断ではないであろう。しかしその「理論」を(例えば学生たちに)教える際には、その「理論」だけでは(統計学の)教育として不十分であることを、教える側は十分に認識しておく必要があるのである。統計資料を活用しさらには(うまく)作製しようとするのならば、「記述統計学」についての「自明でない事柄, nontrivial things」を正に知る必要があるのである。だがサヴェジ氏はこの段落の末尾の文(6[724]-7[725])で、次のように注意している。

Unfortunately, descriptive statistics has until very recently been in grave disrepute in the classroom, largely because of excessive respect for philosophical and mathematical theories of statistics.

彼は統計学の研究及び教育の当事者であったので、(当時の)教室での統計学が、数学的な議論を教え込むことに偏り過ぎていることを実感していたのであろう。また、「記述統計学」を見下す風潮があったことも認めている。しかし、彼がuntil very recentlyと断っているように、データ解析を重視するやり方が盛んになるに従って、「記述統計学」への「評価」が変化しつつあるのである。

これに続く(7[725]の2番目の)段落を引くと次である。

The same trend that has revived descriptive statistics and led to new respect for putting about with the data in a relatively informal and unstructured way has brought with it an excessive disparagement of formal theory in statistics. It takes experience and judgment to arrive at the right level of formality in a given context. Great clarity and precision without formality seem to be difficult if not impossible, and there are some things that can and should be said with clarity and precision, some that cannot, and others that should not.

既成のやり方を安直に当てはめるのではなく、かなりインフォーマルなやり方でデータと(気長に)つき合う流儀が盛んになるに従って、つまり、問題のデータとともに逍遥する流儀が推奨されるに従って、統計学における(フォーマルな)「理論」を過剰に軽視する風潮が(一部に)生じてきたのである。与えられた状況において適正な水準の「形式性, formality」を獲得するためには、確かに経験及び判断が必要であり、ここでの「形式性」とは「数学的諸形式による表現」に他ならない。「数学的諸形式による表現」を利用せずに非常な明確さ及び精度を得ることは、不可能ではないとしても、とにかく困難なのだと言ってよかろう。しかも現実はいずれ複雑であり、明確さ(及び精確さ)を伴って表現できる(しかもそうすべき)事柄のみが存在するのではなく、そのような表現が不可能であったり、そのような表現を強引に当てはめるべきではない状況も存在し得るのである。

さらにこれに続く段落を引く。

As is very well known, every formal theory is completely impotent without an informal interpretation, which can never be nearly so clear and precise as the theory being interpreted. Everyone familiar with the philosophy of science knows that to put the crystalline geometry

of the mathematician to everyday use, you have to get down to brass tacks. A simpler and even more striking example is that of mathematical probability. This is so pure and simple a mathematical structure that it serves adherents of widely differing views as to the meaning of what is probable, as each subjects the formal structure to his own interpretation.

「形式的な, formal」理論が, (この「理論」がいかなるものであれ) インフォーマルな解釈なしには「現実に対する力」を全く持ち得ないことは, あまりにも良く知られている事実である。しかも, この「インフォーマルな解釈」は, 解釈される「理論」程には決して明確かつ精確とはなり得ない。「数学」における結晶体の幾何学を日常的な事柄に利用しようとする, (現実的な観点から) 自身にとって本格的に重要であると判断される事柄に, 考察を絞り込まねばならないのである。数学的な「確率の理論」は「確率論」と呼ばれるが, 「「確からしさ」とは何か」という「問い」に対して大きく異なった見解を持つ者たちが, この見解の相違にもかかわらず, 同一のフォーマルな「理論」を(つまり「確率論」を)利用できるのである。この場合, それぞれの論者が, 「形式的な」構造を自身の(「確率」に対する)「解釈」に言わば従属させているのである。(なお「確率論」では, Kolmogorovの公理系が通常は採用されるのだが, 主観確率を唱道するBruno de Finettiは, 完全加法性の仮定を「公理」としては認めない立場を採っており, サヴェジ氏もこのde Finettiの立場を支持しているようである。)

これに続く(7[725]の4番目の)段落を引くと次である。

There seem to be many things in statistics other than descriptive statistics that must be recognized and talked about but that do not necessarily lend themselves to formalizing. One is

the notion, already mentioned, of a nearly correct theory. A very conspicuous one in personalistic Bayesian statistics is that the preferences of a real person are subject to vagueness. Thus, it is an idealization to suppose that you can rank half a dozen proposed menus for tomorrow's dinner in order of preference. Actually, you would probably vacillate in some preferences. And when the choice is not between dinners but between houses, jobs, or spouses, the vacillation can be agonizing. Inevitable and important though this vagueness of preference is, not everyone is agreed that a normative theory of the homo economicus can be improved by incorporating vagueness, and formal attempts in this direction have not yet accomplished much, in my opinion.

「統計学」と呼ばれる領域には, 「記述統計学」のように, 「形式化」することが(必ずしも)容易ではないが, 良く認識され良く説明されなければならない事柄が多くあると言って良いように思われる。例えば「ほとんど正しい」理論」という概念がそうである。さらに, (不確定性に直面している「個人」の「選好, preference」に基づく) ベイズ統計学では, (理念化された「個人」ではなく)「現実の」個人の選好が関らざるを得ない「曖昧さ, vagueness」の問題がある。例えば, 「明日の晩餐のための可能な六つのメニューを自身の選好に従って並べることができる」という主張が理念化された「あなた」にとっては「真実」であっても, 「実際の」あなた」の少なくとも幾つかの選好は「揺れ動く, vacillate」はずである。より「重要な」選択に関する状況では, 例えば家や仕事, そして配偶者などに対する選択では, 「あなた」自身の選好の「揺れ動き」は, 恐らくは「あなた」に対してかなりの苦悩をもたらすことであろう。この「選好の曖昧さ」は現実を直視する限り不可避かつ重要であるので, この「曖昧さ」

を組み込んだフォーマルな「理論」を構築しようとする試みがある。すると例えば、「あなた」の一つの個人的確率で表現される「べき」状況が、「(「あなた」の) 個人的確率「らしき」ものから成る一つの区間」に置き換えられたりするはずだが、その際には、このような「区間」の端点たちを「あなた」が定めることが「できる」と想定されることとなる。しかしすると、このような「端点たち」に対する「あなた」の「曖昧さ」が問題となるはずである。つまり、「曖昧さ」をフォーマルに組み込もうとすると、「限りない「曖昧さ」の系列」に直面し得るわけである。(ホモ・エコノミクスとでも言い得るであろう) 理念化された「個人」の選好とその選好を統制する規範とに基づいて「確率」を捕えようとするサヴェジ氏は、「曖昧さ」をフォーマルに組み込む流儀は、個人的確率の理論の明晰さを(大きく)犠牲にして、しかも「理論」の現実的な性格をあまり前進させない事態に通じるであろうと判断しているのである。彼は、フォーマルなやり方の限界を冷静に見極めて、「曖昧さ」の存在」を直視して行こうとするのである。

なお、この節の末尾の一文を引くと次である。Whatever we may look for in a theory of statistics, it seems prudent to take the position that the quest is for a better one, not for the perfect one. 完璧な理論を求めるよりは「よりました」なものを追求することが賢明である、というのである。

5. 「確率」の重要性

第4節はThe importance of probability for statisticsである。この節は二つの段落のみから成り、前の段落(7[725]–8[726])で彼は、敢えてデータ解析に言及している。これを引くと次である。

Statistics is about uncertainty. At least, I so understand it for the main purposes of this es-

say, and it is so understood by most statistical theorists. Perhaps a statistics of the relatively certain is developing. People are increasingly aware of what are called data-rich situations, in which the challenging problem is model-building rather than error analysis. They ask, “What, if anything, does all this bewildering detail mean?” rather than, “Just how sure is the conclusion?” Perhaps this area, which some call data analysis, will someday have a theory and a system of foundations. Indeed, the personalistic Bayesian theory already has some implications for it. But the subject is highly empirical because it is intimately related to descriptive statistics and for other reasons. To be good at data analysis implies among other things having serendipity and a prescription for that is hardly to be expected.

とにかく「統計学」は不確定性に関するというのが、(サヴェジ氏自身を含めて) 大方の意見なのだが、ここで彼は敢えてデータ解析に言及している。細細とした多数の多様なデータがどうしようもなく混在している状況において、その(一見するとどうしようもない) データの塊を何とか「説明する」モデルを構築する作業の重要性が、近年認識されてきたのである。従来の統計学では「誤差」の分析が主要な課題であり、「問題の結論は正にどの程度確かなのか」が問われたのだが、データ解析では、「この細細とした事柄から成る混在は、もし何かあるとすれば、はたして何を意味するのか」という「問い」が、問題となるのである。このデータ解析と呼ばれる分野の基礎を成すシステムが、いつの日か構成されるかもしれないのだが、しかし現実のデータ解析は極めて経験的な性格を持っているのである。上の末尾の文でサヴェジ氏が的確に指摘しているように、データ解析を「うまく」やるためには、「思わぬ発見をする能力, serendipity」が要求されるのであり、このような「能

力」を養成する方法が構成できるとは（今の所は）到底思われないのである。

これに続く（8[726]の2番目の）段落を引くと次である。

Returning from a digression, I repeat that statistics is largely, and perhaps in the last exclusively, about uncertainty, and the analysis of probability has always seemed to be a tool—even the main tool—for handling uncertainty.

「統計学」と呼ばれる営みの本質を問い詰めるのならば、「統計学」が不確定性に関するということはどうしようもない事実であり、「確率」に関する解析は、不確定性を取り扱うための主要な道具であると見なされてきたと言って良いように思われる。ここで用心すべきなのは、サヴェジ氏は不確定性の全般を問題としているのであり、その中には特定の「仮説」の真偽に関する不確定性も当然含まれているのであり、従って、その「仮説」が真である「確率」とその分析とが、当然「統計学」に含まれるべきであると彼は考えているのである。

6. 「確率」に関する幾つかの意味

第5節は Meanings of probability である。この冒頭の段落（8[726]）を引くと次である。

The differences in theories of statistics are closely associated with differences in attempts to define probability, so I shall briefly discuss the various meanings, or putative meanings, of probability. The ultimate problem here is not really lexicographical. It is not to discover how “probability” is used in certain contexts, nor is it in any way to find out how that word, or any other, ought to be used. To build a system of foundations for statistics, we need to lay hold of any concepts that fruitfully organize our thoughts about uncertainty, and we may

anticipate that one or more notions of probability will be among them. For example, utility is a concept very different from any sense of probability, and yet it is almost as essential to thinking about behavior in the face of uncertainty as probability itself. But for everyday statistics, utility is somewhat less important, and I must refrain from discussing it explicitly in this essay.

つまり「確率」を「定義する」試みが幾つかあり、しかもこれらの試みは互いに対立する側面を持っているのだが、この「確率」の定義の試みに密接に結びつく様式において、幾つかの「統計学」の理論が展開されるのである。しかし注意すべきなのは、「統計学の基礎を成す確率概念」を探求する場において為されるべきなのは、その確率概念に基づいて「まともな」さらには「強力な」統計学が構築できるか否かを問うことではあっても、「確率, probability」という言葉に対する辞書編集上の作業ではないということである。「確率」という言葉がある文脈においてどのように利用され、またこの言葉やその類似語が、いかなる文脈においてどのように利用されるべきなのかを調べることは、「確率」という言葉に関する考察ではあるけれども、「統計学の基礎を成す確率概念」の探求からすれば副次的なものである。「統計学」を基礎づけるシステムを構築するためには、「不確定性, uncertainty」に関する我々の思索を（実り豊かな成果をもたらす様式において）編成するために必要とされる諸概念を、とにかく確実に掌握する必要がある、しかも、これらの諸概念に複数の確率概念が現れる余地をあらかじめ排除することなどはできないのである。「確率」とは異なるが、「効用, utility」はそのような基本的な概念の一つであり、不確定性に直面している場合の行動を問題とするのならば、「確率」と同様に、「効用」は（避けて通るわけには行かない）本質的な概念である。だ

がサヴェジ氏は、日常の統計的な作業においては「確率」の方がより重要であるので、「効用」について議論することを避けている。ここで用心すべきなのは、彼は、「統計学の基礎を成す確率概念」の探求において決定的に重要なのは、「不確定性に直面している「個人」の合理的な行動様式」の探求ではあっても、「確率」という言葉」の利用の様式の調査及び分析ではないという態度を保持していることであり、これは「基礎論」以来の彼の一貫した態度なのである。

これに続く(8[726]第5節2及び3番目の)段落を引くと次である。

There have been a great many attempts to define probability, and new attempts and refurbishings of old ones continue. Complicated though the situation is, the myriad attempts to define probability are spun out of relatively few threads, such as the concepts of symmetry, opinion, right thinking, frequency, the almost certain, and perhaps a few others. The riddle is in part to know which of the attempted definitions make sense and which are seriously circular or otherwise intrinsically defective. If a definition does make sense, for what purposes is it useful? Are there other meaningful definitions useful for the same or for other purposes?

Of course, no taxonomy of all the definitions is at once simple and complete, but three main types of definition are generally recognized, which I shall here call necessarian, frequentistic, and personalistic.

とにかく膨大な「確率」の定義の試みが為されてきたのである。サヴェジ氏は「基礎論」の第1章第2節3頁で、「確率」に対する態度を、「客観論的見解, objectivistic views」, 「個人論的見解, personalistic views」, 及び「必要性的見解, necessary views」の三つに分類して

いるが、上の末尾の文の「頻度論的, frequentistic」, 「個人論的, personalistic」, 「必要論的, necessarian」という表現が、各各これらの「見解」に対応している。多数でしかも多様な「確率」の定義を簡潔に三つに分割するのは大胆であるかもしれないが、多くの「定義の試み」が、対称性, オピニオン, 正しい思考, 頻度, そして「ほとんど確実」というような、比較的少数の概念に依存して展開されていることに着眼することで、このような分類が遂行されたのであろう。だが、これらの「定義の試み」の中で「意味」を為すものが結局存在するのか、また存在するとすればどの「定義」なのかが、厄介な問題なのである。なおサヴェジ氏は、頻度論者の議論には「深刻な論理の悪循環」があり、必要論者の思索には、「本質的な(どうしようもない)欠陥が内在している」と判断しているのである。さらにまた「意味」を為す「定義」があるとしても、それはいかなる目的に役立つかが問題であるし、さらには他にも有意義な「定義」があるとする、その「定義」は、先の「定義」の有用性とどのように関るのであろうか。実はサヴェジ氏自身は、少なくとも現段階では個人論的見解のみが「意味」を為すのであり、他の「見解」に潜在している有意義な部分は、個人論的見解によってうまく表現されると判断しているのである。

サヴェジ氏が(確率概念に関する)幾つかの見解を必要論的と形容するのは、(命題間の論理的な関係についての)必要性に着眼するからである。実際、彼が必要論者と呼ぶ人人は、「確率」をある種の「不完全な含意関係, partial implication」と見なすのである。必要論的理論の現代的な形式は記号論理学に基づいているが、その源は17, 8世紀の確率論の初期に既にあると見て良いであろう。当時の(「確率」に関心を持つ)数学者らは、とにかく「偶然に関するゲーム, games of chance」に引きつけられていたのであり、しかもこのようなゲームは、「同程度に確からしい場合たち, equally likely

cases」という表現を用いて記述することが適切であるように思われていたのである。例えば、一方が赤で他方が緑の采から成る対を振るゲームにおいては、通常は $36 (= 6^2)$ 通りの可能な結果が想定され、しかもこれらの結果たちが 36 通りの「同程度に確からしい」様式においてもたらされると想定されたりしたのである。このような「同程度に確からしい場合たち」という見方が現れる根拠には、(例えば「かけ」に) 利用される器具が持っているように思われる「対称的な」仕組みが関っているようである。例えば采は表面に目を表す窪みがあり、角や縁に丸みがあるとしても、その「仕組み」が正六面体として捉えられて、少なくとも「公正な」ゲームでは、これら六つの面が「同程度に確からしく」現れると想定されたりするのである。この「同程度に確からしい」という考え方はあまりにも素朴に利用され過ぎたようであり、実際、「同程度に確からしい」という表現の根拠を支える(あるとすれば)「何か」を探求し捕えることなしに、この考え方は利用されやすいようである。ところで、「同程度に確からしい」という主張を支える論拠として「不十分な論拠に関する原理, principle of insufficient reason」が持ち出されたりするのだが、この「原理」は、「赤及び緑の采で各各 3 及び 4 が出ることの方が、赤及び緑で各各 5 及び 1 が出ることよりも、「より確からしい, more likely)」という結論へと通じるいかなる(正当な)議論も、そのような議論があるとするれば、ただ言葉だけを入れ替えるだけで、その議論の各段階の妥当性を損なうことなしに、逆の結論へといたる議論へと転換できるであろう」という想定に基づいて、「同等に確からしい」という主張の正当化を試みるものなのである。なおこの「原理」は、「基礎論」の第 4 章第 5 節 64 頁の 3 番目の段落で言及されているが、そこでの脚注によれば、このような様式での「不十分論拠の原理」は、むしろ the principle of cogent reason と呼ぶべきものであらうと注意さ

れ、この区別については、M. T. L. Bizley の 1951 年の論文の第 3 節を見るように (サヴェジ氏は) 勧めている。ところで、「不十分論拠の原理」の応用には何らかの妥当な側面が存在し得るのか、また「存在し得る」としても、いったい「いつ」存在し得るのか。このような「問い」は発せられて当然ではあろうが、その「問い」の内容は、問題となっている「原理」の内容を精確に捕えることが困難であるので、つかみ所のないものとなってしまっている。しかし「不十分論拠の原理」の応用は、(新旧を問わず)「確率」に関するいかなる必要論的理論の根底にも存在しているように思われるのである。

19 世紀から 20 世紀にかけて「対称性」に基づく「確率」が(実際の領域において) 大体拒否されてきたことには、当然の理由がある。例えば、男子が出生する「確率」は二分の一よりもわずかに(しかし紛れもなく) 大であるとか、48 歳の独身の男性が次の一年間にわたって生き続けることがない「確率」は 1.4 パーセントであるとかいう陳述を、(統計的な資料に基づいて) 統計家や保険数理士が結論として提示することを欲したとしても、このような自然で有用な結論の基礎として役立つ「同程度に確からしい場合たち」を見出そうとしても、そのような「場合たち」を感覚によって捕えることなどできないからなのである。つまり実際の統計家にとっては、必要論的な見解は役に立たないのである。(なおサヴェジ氏は、(それにも関わらず) 20 世紀において、John Maynard Keynes, Harold Jeffreys, そして Rudolf Carnap が、それぞれの立場から必要論的な確率概念の構築を試み、必要性的見解の刷新を企図したことを注意している。)

この第 5 節 9 [727] の 3 及び 4 番目の段落を引くと次である。

Modern necessarians would consider it a naive error to look directly for equally likely cases in terms of which to compute probabili-

ties. Rather, viewing the theory of probability as an extension of logic, they seek to define an extent to which a body of evidence logically partially entails a given proposition. On the whole, modern necessarians seem to acknowledge that to do this implies doing it for the special case in which the body of evidence is tautologous. But thus formulating correct opinions for the intelligent but blank mind seems to some of us an implausible task. Necessarians are usually temperate in their claims, acknowledging their theories to be seriously incomplete.

Nonnecessarians may not find even the ostensible beginnings of necessarian theories to be cogent.

Few modern statisticians, as opposed to philosophers and others interested in probability, look in the necessarian direction. Harold Jeffreys is the notable exception, and Ronald Fisher might be said to have fallen into a necessarian position with his espousal of “fiducial probability,” though he would have denied the imputation.

何らかの(知覚される)「対称性」を認めることによって「同程度に確からしい場合たち」を直接的に見出して「確率」の値たちを確定するというやり方が、錯誤に陥りやすいことは、恐らくは現代の必要論者も承知しているはずなのである。現代の必要論者は「確率」の理論とは「論理」の拡張なのだという態度を採るのである。つまり彼らは、「証拠」から成る集合が一つの(任意に与えられている)命題を「論理的に」しかし「不完全に」含意するその「程度」(あるいは「範囲」として、その命題に対する(その「証拠」に基づく)「確率」を「定義」しようとするのである。だが、このやり方に忠実であろうとするのならば、「証拠」(の全体)が特に「同語反復的, tautologous」である場合に「確率」を定めることを為さねばならないは

ずである。つまり必要論者は自身の流儀に忠実であろうとする限り、「申し分なく知性を持っているが、全く空白である心」にとしての「客観的に」正しいオピニオンを定式化しなければならないはずなのである。しかし、「このような「心」にとしての「正しい」オピニオンなどというものは、その「存在」を主張することが極めて困難であり、このような主張に説得力があるとは少しも思われないのである。なおサヴェジ氏は、二番目の段落で、現代の統計家で必要性的見解を保持する者はほとんどいないが、Harold Jeffreysは大きな例外だと述べている。しかし、現実には(客観的ベイズ推論の著名な教科書である)Box and Tiao (1973)に集約されているように、Jeffreysの統計学は(かなりの人人から)高く評価されていたと見なされるべきであろう。また、R. A. Fisherが唱えた“fiducial probability”は、Sir Ronaldの必要性的見解への傾斜を物語るものだとするサヴェジ氏の見解は、注目されて良いであろう。

サヴェジ氏は次に頻度論者の流儀を取り上げる。(「類似する」事象たちを結果としてもたらし得る)試行から成る系列において、例えば「成功」がもたらされる相対的な頻度を考えて、その相対的な頻度に基づいて「確率」を「定義」して行こうとするのが、頻度論者のやり方である。ここで注意すべきなのは、「類似する」試行からなる系列が指定されると、もたらされるであろう結果の系列における特定の「結果」の相対的な頻度の「[極限]のようなもの」は、未知ではあっても固定されている(従って「客観的な」値として、想定されているということである。この(想定されている)「客観的な」値が、頻度論者にとっての(その特定の「結果」がもたらされる)「確率」に他ならない。例えば、毎年世界の全体で出生する子供たちにおける男子の比率を観察するとして、この比率が約51パーセントで安定していることがわかるのならば、(我我は恐らくは)「次に生まれる赤子が男子となるであろう「確率」は、約51パー

セントである」と(なぜか)主張したくなるであらう。「確率」に関する頻度論的な見解は、このような(我々の)欲求を満たしてくれると思われたのであり、この見解は、19世紀の後半から20世紀にかけて統計家や保険数理工士そして多分物理学者にも、多大な勢力を保ってきたのである。結局その時期の科学者にとって、頻度論の見解以外は魅力に乏しかったのである。「対称性」に基礎を置く必要性的見解は役に立たなかったものであり、個人論の見解は(20世紀の初期においても)統計学に対する明確な主張を発してはいなかったのである。「科学」とは「その客観的な対象, the objective」に関するものであり、主観的な判断に基づいて基礎づけられるべきではない」というもっともらしい(そして多分人気がある)「主義」からすれば、「科学」における確率概念に対して個人論の見解を採用することなどは、論外のことともなりかねない。しかし、頻度論の見解そのものはあくまでも試行及び結果の系列の「客観的な」(ある種の)指標として「確率」を「定義」する試みなのであり、例えば「この世界における次の赤子の出生で男子が生まれる」という「特定の」事象に対する「確率」を正当に「定義」しているわけではないのである。

次に第5節10[728]の2番目の段落を引く。

One great difficulty with ostensibly objective definitions of probability in terms of frequency is the ultimate subjectivity of the judgments of similarity of trials on which application of such definitions must rest. Furthermore, frequency definitions of probability are liable to circularity. To determine empirically whether the probability that this coin falls heads is nearly $1/2$, the frequentist typically suggests that we see whether the frequency of heads in a large number of tosses is nearly $1/2$. If not, then the probability in question is probably not near

$1/2$, and otherwise it probably is. But the probabls occurring in that criterion are themselves to be based on frequencies, which seems to lead to regression or circularity. Of course, escapes have been suggested, but they do not satisfy everyone.

「確率」の頻度論的な「定義」は、見掛け上は客観的なように思われるかもしれないが、「類似する」試行の系列を想定する際に、問題の試行たちが「互いに類似している」という「判断」が介入しているものであり、この「判断」は、窮極においては、問題の「試行の系列」を想定する「個人」の「主観」に依存するのである。しかも、頻度論的な「定義」そのものが「論理の悪循環」に陥っている嫌疑があるのである。「このコイン」を投げ上げる際に「表」が出る「確率」が「ほぼ」二分の一であることを「経験的に」決めようとする際に、頻度論者は、「極めて多数回にわたる「そのコイン」の投げ上げにおける「表」の相対的な頻度が二分の一に「近い」のならば、問題の「確率」は「ほぼ」二分の一であり、「近くない」のならば、二分の一に「近い」わけではない」と答えるはずである。しかし、ここでの二分の一への「近さ」とはいかなる事柄なのであろうか。もし、「問題の相対的な頻度の二分の一からの隔たりが、今後拡大して行く傾向はないであろう」という推測を「近い」という判断が暗に含むのならば、「そのコイン」の投げ上げを観察している当事者は、「問題の相対的な頻度が二分の一から目立って隔たるであろう「確からしさ」が「小さい」という判断を暗黙の内に行った上で、「問題の「確率」が二分の一に「近い」という判断を下していることとなる。つまりその(頻度論的な)当事者は、何らかの「確からしさ」を利用して「二分の一に「近い」と判断しているようなのだが、しかし、この「確からしさ」こそ「定義」すべき事柄であり、この「定義」の成立を(暗黙の内)前提とするのならば、頻度論的な「定

義」は「悪循環」を含んでいることとなる。さらに問題の「確からしさ」を頻度論的に「定義」しようとするれば、同様の問題が再び立ち現われ、結局「はてしない」議論の後退」がもたらされることとなる。さらに、「得られた」相対的な頻度が二分の一に「近い」か否かの判断は、問題の相対的な頻度を獲得するために為された「試行」の回数にも依存するはずだが、ここで、何らかの「二分の一から、少なくともこの相対的な頻度に対応する分だけ、隔たる「確からしさ」を持ち出すとするのならば、やはりこの「確からしさ」に対しても同様の（「定義」に関する）困難が立ち現れることとなるのである。このように、「確率」に関する頻度論的な「定義」は、そのままでは、暗黙の内に「悪循環」か「「定義」の「はてしない」後退」かを含んでいるようなのであり、「統計学の基礎」を成す確率概念の本質を捕えているとは言い難いのである。

次に個人論的見解が議論されるのだが、10 [728]の3番目の段落を引く。

A personalist views probability as a certain measure of the opinions of an ideally coherent person, and he does not expect each such person to have the same opinions. Personalistic theories are not usually purely mental but rather economic. For example, a vivid, but not fully rigorous, personalistic theory defines your probability of rain this afternoon as the fraction of a dollar you would accept now in lieu of a binding promise to pay you a dollar in case of rain this afternoon. The conditions of coherence usually adduced for such economic behavior entail that the probabilities of the person to whom they apply constitute a system of mathematical probabilities of the usual sort, in technical terms, a nonnegative, additive function on the Boolean algebra of events, that attaches unity to the tautologous event.

個人論者は「確率」を、「理想的に整合的な, ideally coherent」個人が持つ諸オピニオンに対するある一つの尺度であると考えてのである。しかし注意すべきなのは、「理想的に整合的」とされる「個人」ではあっても、異なる「個人」の間では、彼らのオピニオンは異なり得るということなのである。つまり、同一の「事象」に直面している異なる「個人」が、同一の「証拠」を保持しているとしても、さらには彼らの「好み」が一致しているとしても、彼らは異なるオピニオン（即ち「確率」）を持ち得るのである。つまり、個人論者が「個人」に対して要請する「合理性」は（つまり個人論的合理性は）、「個人」のオピニオン（のシステム）の一致を、「理想的な」状況においても要請しないのである。個人論者が唱える「確率」は、「合理的な個人」が保持する「確率」ではあるが、あくまでも「個人」的なものである。「基礎論」の第1章第2節3頁の4番目の段落で個人論的見解が次の様に（但し、冒頭のポールドは原文のまま）要約されている。Personalistic views hold that probability measures the confidence that a particular individual has in the truth of a particular proposition, for example, the proposition that it will rain tomorrow. These views postulate that the individual concerned is in some ways “reasonable,” but they do not deny the possibility that two reasonable individuals faced with the same evidence may have different degrees of confidence in the truth of the same proposition. なお、論理的な厳密さを多少犠牲にするのならば、この「個人的確率, personal probability」を極めて明晰に表現することが可能なのである。「今日の午後にここで雨が降るのならば、あなたに1ドルを進呈する」という（約束が破られる余地などは全くない）「くじ」の値段を「あなた」が見積るものとして、「その値段」がcセントであるとする。つまり、「あなた」はcセントで「その「くじ」」を買う覚悟があるし、

同じ額で「その「くじ」」を売る覚悟もあるのである。この場合、「今日の午後にここで雨が降る」ことの「あなた」にとっての「確率」を、「あなた」にとっての「その値段」と「その賞金」との比率 $c/100$ によって「定義する」のである。「あなた」にとっての「その「くじ」」の「値段」に基づいて「あなた」にとっての「確率」を「定義する」この流儀は、de Finetti(1937)が「主観確率, subjective probability」の理論を展開する際に採用しているが、de Finetti が示しているように、「「必ず」損をする「くじ」の組合せ」を「必ず」回避する」という様式において整合的な（あるいは合理的な）「個人」は、自身の「主観確率」が「確率」の加法及び乗法則を満たすように、問題の「くじ」たちを「値踏み」せざるを得ないのである。結局サヴェジ氏が述べているように、整合的な「個人」の「確率」は、非負で有限加法的で「常に通用する事象」に対しては値 1 を対応させる（有限加法的な）確率測度となり、通常採用されている「条件つき確率」の「定義」を（条件つきの「くじ」の「定義」を経由して）満たすこととなるのである。なお彼は、この確率測度の定義域を the Boolean algebra of events と述べているが、「基礎論」の枠組を尊重するのならば、「事象」たちから成る σ 集合体とすべきである。

これに続く段落 (10[728]–11[729])では、個人論的理論に対するサヴェジ氏の（基本的な）態度が述べられているので、次に引く。

A personalistic theory could be given a psychological and empirical interpretation as predicting the behavior of some class of “persons.” As empirical theories, they are not very interesting, nor have they very wide domains of validity. Their real importance is as normative theories by which a person, like you, can police himself for coherency. Consider this example.

これは個人論的理論の「解釈」の問題である。この「理論」を経験的（かつ心理的）に解釈することが可能であり、例えば、「個人」から成るあるクラスの「行動」を予測する際に利用できるかもしれない。しかし現実には、経験的に解釈される個人論的理論は、つまり「世界」における人人や組織の行動の予測のためにこの理論を利用しようとする流儀は、どうもうまく行きそうにないのである。現実の人人は、この理論が「個人」に対して要請するほどには、（はるかに）「合理的ではない」のであり、この理論が妥当となり得る（現実における）範囲は極めて狭いと言わざるを得ない。経験的な理論としてのこの理論の価値には厳しい疑問符が打たれるわけだが、サヴェジ氏は、この理論を規範的なものとして取り扱うべきであると考えているのである。つまりこの理論を、「個人」が自身の行動を警戒し取り締まるための規準を与えるものとして取り扱い、従って、この理論の枠組において自身の行為が「矛盾」しているのであれば、自身は（自身の行為において）「過ち」を犯しているのであり、少なくとも幾つかの自身の行為を「修正しなければ「ならない」と、（自身が）自身に対して要請すべきであるとするのである。つまり自身の行為が「整合性, coherency」を満たすように（自身の行為を）取り締まるための規準として、即ち、対自己的検束のための規準として、個人論的理論を利用すべきであるとするのである。

これに続く段落で彼は有名な「誕生日の問題」に触れている。全くの他人同士である 25 名から成るクラスに「あなた」がやってきて、それら 25 名の内少なくとも一組の同一の誕生日の者たちがいる「確率」を問題とするのである。何の準備もなしにこのような「確率」を問われるのならば、せいぜい十分の一くらいの低い「確率」を思い浮かべるのが通常ではなからうか。しかし、2 月 29 日や昼夜の長さの不均衡をどのように取り扱うのかという問題を脇

に置けば、(25名の)可能な誕生日のパターンは 365^{25} 通りあり、これらのパターンが(ほぼ)同程度に確からしいと判断して「良い」ようである。すると初等的な数え上げと近似式とにより、「同じ誕生日の組が少なくとも一つ存在する「確率」は、二分の一よりも大となるのである。「せいぜい十分の一」が最初の「感じ」であったのが、初等的な「確率の計算」により「二分の一よりも大」が従う。この段階で「あなた」は自身の「判断」の「矛盾」にでくわすのだが、「あなた」は、多分他のほとんどの人人も同様に、前者は「誤り」であり後者が(ほぼ)「正しい」と決断するに違いない。ここで、「 365^{25} 通りのパターンは(ほぼ)同程度に確からしい」というのは紛れもなく「あなた」の個人的な判断なのであり、この有名な「誕生日の問題」は、個人的確率の理論が実際にいかに機能するのかの端的な例を提示しているのである。

さらに11[729]の3番目の段落を引く。

The personalistic view was vaguely outlined in the nineteenth century but mainly only to be repudiated on the grounds that subjectivity had no place in science. It was re-created several times all too quietly between the two world wars by Émile Borel, Frank Ramsey, Bruno de Finetti, and Bernard Koopman. Though these developments were more or less concurrent with the great statistical renaissance of the 1920s, they were a little too late and too ill publicized to have an impact on that movement. Now, however, the personalistic view of probability is the distinctive feature of a school of statisticians, still in the minority, to which I myself adhere.

個人論的見解は、相当に漠然とした様式においてならば、既に19世紀には考えられていたのである。しかし、「科学」においては「主観性」

などというものの居場所などはありはしないという言い分によって、個人的確率の「科学」への応用は、厳しく拒絶されてきたのである。しかし、本格的な個人的確率の概念はBorel(1924)において紛れもなく言及されており、Ramsey(1926)、de Finetti(1937)、及びKoopman(1940 a, b; 1941)ではフォーマルに取り扱われているのである。特にde Finettiは、自身が唱道する「主観確率」の立場から「確率の計算」を基礎づけ、「交換可能な事象列」の概念を用いて、「未知かつ固定されている「確率」という「客観論的な」概念を「主観確率」の立場から分析し、それによって通常の頻度論的な議論が「主観確率」の理論に組み込まれてしまうことを示したのである。(なお、「未知固定確率」に関するこのde Finettiの議論については、「基礎論」の第3章第7節及び園(2001年6月)(あるいは園(2001年12月b)の第4章)を参照されると良いであろう。)しかし1920年代の統計学の激変期にこれらの思索が影響を与えるには、これらの論文の公表の時期が遅すぎ、あるいは公表のしかたが良くなかったようである。Ramsey(1926)は、彼が没した翌年の1931年に一般に公表され、その内容は極めて簡潔であった。de Finetti(1937)は仏語であり、統計学の主流であるBritish-American Schoolの外側での出来事であった。サヴェジ氏は、これらの思索は本来ならば統計学の進展に大きな影響を与えたはずだと見ているのである。しかし、個人論的見解を支持する統計家らが、少数派ではあっても、一つの勢力を形成するに至るのは、やはり「基礎論」Savage(1954)以後ではなかろうか。(なお1971年当時はベイズ統計学の支持者は少数派であったであろうが、今日ではBayesian approachは、「常識的な」手法の一つに(恐らくは)既になっているのである。)

「確率」に関する個人論的見解には(他の見解と同様に)難点もあれば異議も持ち出されているのである。しかし、どの異議が見せ掛けだけなのか、あるいは真剣な考察を必要とするの

かを慎重に見分ける必要がある。ここで注意すべきなのは、「科学」においては客観性が追求されなければならないのであり、個人論的見解を「科学」に持ち込むことは、この客観性の要求に反するものである」という「異議」を、サヴェジ氏は表層的なものに過ぎないと見ていることなのである。つまり彼にとっては、賞揚される「科学」の客観性は言わば錯覚だからである。数学や物理学のみならず、経済学にまで知見を有する彼が終に到達した「科学」に対する態度を知る上でこの論点は重要であるので、11[729]から12[730]にかけての段落を次に引くこととする。

Conflict with the vaunted objectivity of science seems an apparent difficulty only, for that objectivity is illusory. We were all brought up on the "known fact" that noble gases could not form genuine compounds with even the most active elements. In recent years, oxides and fluorides of the noble gas xenon have been prepared by the cupful, and we know now that the "fact" was simply an opinion, false but perhaps reasonable. To me, it is evident that all the facts of science are but such opinions. Of course, the opinions that Britain is an island, that the earth is round, and that xenon hexafluoride exists after all are extraordinarily well founded, but I see no hard and fast line separating them from more tentative opinions.

サヴェジ氏らの世代は希ガスは（原子価結合のある真の）化合物を作らないという「周知の事実」を教わって育ったのだが、しかし、1962年に真の化合物が合成できることがわかったのである。今日希ガスのキセノンの酸化物及びフッ素化合物が当然のこのように作られている。つまり、「周知の事実」とされていた事柄は、事実に反する（しかし）もっともらしい、単なるオピニオンであったのである。サヴェジ

氏は、自身の広汎な「科学」に関する経験に基づいて、「科学」における全ての諸「事実」は結局このようなオピニオンに他ならないという、（少なくとも彼自身にとっては「明らか」）な見解に到達するのである。「ブリテン島は実際に島である」、「この地球は近似的に球体である」、そして「六フッ化キセノン(XeF₆)は存在する」という「事実」は、実は異常な程にうまく基礎づけられているオピニオンに他ならない。より試論的なオピニオンと比べればこれらは「確かだ」とも言いたくもなるが、しかし、「事実」とされるオピニオンと「試しの」オピニオンとを「質的に」異なるものとして分離する、頑丈で不拔の境界線などはどこにも「存在」しないのである。「存在する」相違とは、それらのオピニオンに対して「各自が」保持する「信念の」程度の違いに他ならない。

この次の(12[730]の2番目の)段落で、サヴェジ氏は、個人的確率のより深刻な困難に言及している。それは人の「不完全さ」に関する問題であり、これを引くと次である。

A more serious difficulty with our exploitation of personal probability is this: Perhaps we are too far in our capacities from the ideally coherent man to benefit always by emulating him. Unlike him, we are the victims of vagueness and of relative inability to count and calculate. Indeed, were it not for these human weaknesses, the theory of personal probability would have no human use. Yet, since we are imperfect, we might conceivably be led systematically astray in trying to emulate perfection. An illustration has been mentioned earlier: The perfect homo economicus, acting on his own account, would never wish to take a random sample; but random samples are important for us, both when we are acting purely on our own account and when we are acting in the interest of others.

個人的確率の理論が導入する「理想的に整合的な」人物と我我とでは、種々の能力において余りにも開きがある。そこで、この理念的な人物を我我が「まねする」ことで常に利益を得ようとしても、うまく行かないのである。理念的な人物とは異なり、我我は「曖昧さ」の言わば犠牲者であり、しかも（数え上げたり）計算を行う我我の能力には相当の制約があるのである。もし我我にこのような能力の制約がないのならば、個人的確率の理論は「人」に対する有用性を失うことであろう。現実の人が余りにも「不完全である」が故に、「理想的に整合的な」人物に基づく「理論」が、人に対して（自身の行動様式に潜在している）「過ち」を指摘することによって有用となり得るのである。しかしここに問題がある。我我はあまりにも不完全であるので、完璧さを「まねする」ことを試みることによって、その「不完全さ」故に、正しくない道筋へと「組織的に」誘導されてしまうかもしれないのである。個人的確率の理論によれば、もっぱら（徹底して）自身の利益のみに基づいて行動する完璧なホモ・エコノミクスは、「無作為な、random」標本を取ることを決して欲しはしないのである。だが我我が、もっぱら自身の利益のみに基づく場合でも、あるいは他の人人の利益を考慮する状況でも、「無作為に」抽出される標本というものは、我我にとっては重要なはずである。（しかし、ある種の状況では個人的確率は紛れもなく意味を持ち得るとしても、それがはたして統計学や「科学」において、「本当に、really」役に立つのであろうか。サヴェジ氏は、主観主義的なベイズ統計学の全体はこの疑問に肯定的に答えると判断している。）

ここで注意すべきことは、必要性的であれ頻度論的であれ、個人論的見解以外の立場における「妥当な、valid」事柄は、個人論的見解の内部において明晰に表現されるとするサヴェジ氏の（「事実」に基づく）「信念」であり、この「信

念」はサヴェジ氏だけのものではない。

まず必要論的確率は、人人が自分自身のオピニオンにおける「対称性」を感じ取る際に現れるものと見なせるであろう。赤及び緑の二つの特定の采の対を一回振る状況で、任意の一つの「目の対」が他の任意の「目の対」と同程度に確からしいと「あなた」が判断するのならば、「あなた」が整合的である限り、振ることで現れる「目の和」が 7 である「確率」は、「あなた」にとって $1/6$ となるわけである。しかし、「目の対」が互いに同程度に確からしい」という主張は「あなた」の「判断」ではあっても「事実」ではないはずである。人為を尽くすことで、投げられる采をほとんど立方体に近づけ、采の質量の分布をほとんど一様にし、極めて速い速度で采を振り、しかも采が落下する広い正方形の面をほとんど水平にして、その面の縁の壁を柔軟で弾力性のあるものにすることができるに違いないのだが、しかもそのような場合、我我は、各「目の対」が $1/36$ の「確率」で現れるという「判断」に益益傾くではあろうが、しかしこれはあくまでも（各自の）「判断」であって、「事実」ではないのである。また、「対称性」についてのこのような判断のみで、「確率」の応用の全てに対応できるわけではない。

次に頻度論的確率はどうかであろうか。頻度論者は、「類似する」試行から成る無限的な系列に基づいて「確率」を「定義」しようとするのである。一方 de Finetti は、彼の「主観確率」によってこの「頻度論的な」状況を分析する際に、「交換可能な、exchangeable」事象列を導入している。（「成功」か「失敗」かのいずれか一方を結果としてもたらす）「試行」から成る無限的な系列が「交換可能である」とは、この無限的な系列の任意の有限列において、「成功」及び「失敗」から成る任意の（結果の）列がもたらされる「確率」が、その有限列における「成功」（及び「失敗」）の総数のみに依存し、従って、「成功」の総数が等しいならば「確率」が一致することを言うのである。（なおここで、

各回に「成功」という事象を対応させて事象列を導入するのならば、この事象列は「交換可能である」と呼ばれる。) 交換可能性とは「対称性」の一種に他ならず、言及されている「確率」を個人的確率とすると、交換可能性とは、「試行」の無限的な系列を想定している)「個人」のオピニオンの「対称性」に他ならない。de Finetti は、交換可能な無限的系列に対して「de Finetti の表現定理」を証明して、さらにまた、交換可能な系列を想定する「個人」は、遂行される試行の数が増大するに従って、観察された「成功」の相対的頻度に「近い」値を、これから「成功」がもたらされるであろう「確率」として採用するに至ることを示したのである。つまり de Finetti は、なぜ頻度論者が相対的な頻度を「確率」の近似値として採用するに至るのかを、自身の「主観確率」の理論に基づいて厳密かつ明晰に分析して「しまった」のである。なおサヴェジ氏は、「試行」の例として、画鋲を投げ上げて平たい頭か、それとも針先及び頭の縁でテーブルに着地するのかを観察するという実験に言及している。このような「試行」の無限的な系列を想定する「個人」が、例えば「頭」で着地する「確率」を「頻度論的に」捕えたい状況なる状況を、「未知ではあるが固定されている確率」などを持ち出さずに、個人論的に(厳密かつ明晰に)捕えることが既に為されてしまったのである。

サヴェジ氏はこれらの事実に基づいて、結局個人論的見解が必要性的及び頻度論的見解の妥当な部分を厳密かつ明晰に表現しており、またこれら二つの見解には論理上の難点があるとせざるを得ないので、個人論的見解のみが(慎重な考慮の末に)正当なものとして生き残るはずだと見るのである。

7. 統計学に関する幾つかの理論

第6節は Theories of statistics である。「確率」に関するいかなる見解を採用するかは、統計家が利用する理論に当然影響を与えるはずで

ある。実際「確率」に関する三つの見解に対応して三つの顕著な理論が存在しているのである。

必要論者も個人論者も、いかなる不確定性も「確率」によって測定されるという態度を取るるので、その結果として統計的な推論の様式が(原理上は)単純なものとなるのである。つまり、問題となっている幾つかの「仮説」が通用する各「確率」を、与えられているデータを考慮して算出すればよいのである。その際、「そのデータ」が得られる「まえ」の各「仮説」が通用する「確率」と、各「仮説」が与えられている場合での、「そのデータ」が得られる「確率」とを利用して、「そのデータ」が与えられている場合での、各「仮説」が通用する「確率」を算出するのであるが、その際結果としては、Bayes' theorem を利用することとなるのである。従って、必要論者も個人論者も、ベイズの定理(あるいはベイズの公式)を結果としては多用することとなるのだが、それ故に彼らは、Bayesian statisticians と呼ばれることとなる。彼らの立場からすれば、例えば喫煙の有害性についての推論を行うには、有害さの程度を表す各「仮説」に対応する事後の(つまりデータが与えられている場合の)「確率」を、ベイズの定理によって算出すれば良いのである。また、与えられている「証拠」に基づいて、「雄牛に取りつけるためのその「くびき」の古さは2300年から2400年である」という「仮説」の「確からしさ」を算出するには、その「証拠」が与えられている場合のその「仮説」が通用する「確率」を、ベイズの定理によって算出すれば良いのである。

ここで注意すべきなのは、ベイジアンと呼ばれる統計家には、必要性的見解を保持する者も含まれるということである。だがサヴェジ氏が支持するのは狭義のベイジアンであり、これは主観主義的なベイジアンである。彼はこの狭義のベイジアンの統計学を、原文では personalistic Bayesian statistics と表現しているのだが、事実

上は主観主義的なベイズ統計学と一致しているとみなして良いようである。また彼は必要性的見解を保持する哲学者と統計家とを区別しており、後者に着眼している。彼は Harold Jeffreys を卓越した必要論的統計家として言及し、Jeffreys の統計学への貢献を高く評価している。さらに Jeffreys 以後の必要論的統計家として E. T. Jaynes にも言及している。しかし彼は、必要論的統計学への強い不信感を保持しているのである。第6節13[731]の3番目の段落を引くと次である。

Until recently, Harold Jeffreys was the only prominent necessarian statistician (as opposed to necessarian philosopher) of probability, but now there are a few others, particularly E. T. Jaynes. The objections to their position are basically those to the necessarian approach to probability. We personalists feel that necessarians claim to get something for nothing, and this seems particularly conspicuous in necessarian statistics. Necessarian and personalistic theories of statistics do have important formal similarities, and personalists are deeply indebted to the writings of the necessarian Harold Jeffreys.

つまり、必要論者は「何もない所」から「何か」を引き出そうとしているというのが、個人論者の言い分である。必要論的統計学は何らかの規準を設定して「非報知事前分布, noninformative prior」を導入するが、個人論者からすれば、この「非報知事前分布」の実際上の背景は「存在しない」のであり、そこから導出される事後分布の「解釈」が困難なものとなるのである。だが Jeffreys の必要論的統計学は、その後、Box and Tiao (1973) に見られるように客観的ベイズ推論として発展することとなる。

次に頻度論的統計学だが、13[731]から14[732]にかけての段落を引く。

The dominant theories of statistics are still frequentistic. They spring from the conviction—I would say, the recognition—that an objective foundation for the probabilities of scientific hypotheses cannot be found and from the conviction—I would say, the illusion—that frequency probabilities have an objective meaning. Frequentistic theories of statistics have usually accepted the conclusion that since initial, or a priori, probabilities are ordinarily not available in scientific uncertainties, the result of a statistical inference cannot be a terminal, or a posteriori, probability. These theories have tried a variety of devices aimed at accomplishing statistical inference without using the forbidden probabilities. Thus, the difficulties of the frequentistic theories of statistics are not only those arising immediately from the difficulties of defining frequency probability but also those imposed by the rejection of the possibility of describing scientific uncertainty directly in terms of probability.

当時は（そして今日でも）頻度論的見解が統計学において優勢なのである。しかし頻度論的統計学に対するサヴェジ氏の態度は厳しい。頻度論者は、「科学的諸「仮説」に対する「確からしさ」の客観的な基礎づけなどは、どこにも見出し得ない」という「信念」と、「頻度によって定められる「確率」は、「客観的な」意味を持っている」という「信念」とに支えられているようである。サヴェジ氏からすれば、前者の「信念」は「認識, the recognition」であり、後者は「幻想, illusion」である。頻度論者の立場からすれば、科学的諸「仮説」の不確定性に対していわゆる「初期の」確率を当てはめることは、通常はできないので、統計的推論の結果を「終端の」確率で表現することは不可能なのである。つまり頻度論的統計学においては、各「仮説」が与えられている場合の「そのデータ」

がもたらされる確率と、諸「仮説」に対する「事前の」確率とに基づいて、それらの「仮説」に対する「事後の」確率を、つまり「そのデータ」が与えられている場合の各「仮説」の「確からしさ」を、(ベイズの定理によって)算出するという、「自然な」手法が機能しないのである。頻度論的統計学では、「事前の」確率の本格的な利用が禁じられているので、それらの「禁じられた」確率を利用することなしに統計的推論を行うための諸手法が模索されてきたのである。「頻度論的な」確率の「定義」が抱える難点は既に上の節で指摘されているが、頻度論的統計学は、科学的諸「仮説」の不確定性を「確率」で表現することを拒絶することがもたらす困難をも抱えているのである。

なおサヴェジ氏は、頻度論的統計学の内部において、R. A. Fisherの立場とJerzy Neyman及びEgon Pearsonの主張とが鋭く対立していることに言及はしているが、対立の具体的な内容には立ち入っていない。しかし彼は、Abraham Waldが後者の主張を一般的かつ精密に展開したことに触れて、いわゆるNeyman-Pearson学派は、「先験的な、*a priori*」確率の利用の禁止がもたらす「苦境、*dilemma*」から逃れようとして、「帰納的推論、*inductive inference*」という事柄を、「帰納的行動、*inductive behavior*」という経済的な概念で置き換えようと試みており、歴史の流れを読み取っている。

次に個人論的統計学が問題となる。14[732]の3番目の段落を引くと次である。

Of course, personalistic Bayesian theories of statistics seek to found the theory of statistics on the theory of personal probability. In personalistic Bayesian statistics, as in necessarian Bayesian statistics, the mechanism of inference is relatively simple once the appropriate probabilities are specified. The practical specification of these quantities is perhaps the most characteristic feature of Bayesian statistics. In princi-

ple, each probability is an aspect of the opinion of the user; he alone can determine it, by looking inward and in no other way. In practice, it is extremely valuable to note situations in which a wide variety of users will have common opinions, or at least have common features to their opinions. Exchangeability is one of the most important of such features. Others are expressed by willingness to accept members of narrow families of distributions, such as the normal distributions, the Poisson distributions, and the binomial distributions, as appropriate, subject to certain parameters which may themselves have subjective distributions. Incidentally, these special models are never complete descriptions of a serious opinion, but only approximations to it, such as we would express by saying, "I tentatively regard those observations as normally distributed."

個人論的統計学は事実上主観主義的なベイズ統計学のことと見なし得る。サヴェジ氏は「個人論的な、*personalistic*」ベイズ統計学という呼称を用いているが、これは自身が唱道する（「基礎論」での）個人的確率の理論を意識した上でのことであろう。個人論的であれ必要論的であれ、ベイズ統計学の推論の仕組みの「形式」は相当に単純であり、「事前の」確率から「事後の」確率を（ベイズの定理によって）導出するものである。その際、各「仮説」が与えられている場合の「そのデータ」がもたらされる「確率」については、「個人」間の合意の形成が何とか得られるとしても、「事前の」確率は一人一人が定めなければ「ならない」ものなのである。つまり、ベイズ推論の「形式」の単純さには、「確率」の（「個人」による）指定の問題が隠されているのである。だがここで注意すべきことは、個人論的な枠組においては、「確率」はいかなるものであれ、最終的には一人一人が定めるべきものであるということである。各

「個人」の「確率」は、その「個人」のオピニオンの側面なのであり、その「個人」自身が自身の内奥を探索することによってのみ、何とか定め得るものなのである。だが実践上は、幾人かの「個人」のオピニオンに共通している諸特徴に着眼することが極めて重要なのである。このような（共通している）諸特徴の顕著な例として、(de Finetti による) 交換可能性がある。また通常の統計的推論との連関では、「母数」が与えられている場合の「標本の分布」についての「個人」間での合意の形成は、「個人」のオピニオンの共通した諸特徴に基づいて為されると「解釈され得る」のである。このような「分布」の例として、正規分布、Poisson 分布、そして二項分布などがある。「母数」が与えられている状況において、このような限定された分布族へと諸「個人」のオピニオンが傾くことは、十分に注意されて良いように思われる。しかし、これらの言わば「便利な」分布族は、「個人」の「本来の」オピニオンを「真剣に」捕えることによって得られる「完璧な」分布などでは決してなく、あくまでも「便宜的な」近似であり試論的なものなのである。一方「母数」に対しては、各「個人」が、正に主観的な分布を導入するのである。(なお、ここでは特に In principle で始まる 4 番目の文に着眼すべきである。サヴェジ氏は、自身の(「基礎論」での)個人論的見解を、一切の妥協を排して保持しているのである。「確率」とは、正に「一人(いちにん)」が定めるべきものなのであり、この「一人」を除いて、他に定めることができる「存在」などは「ない」のである。)

これに続く 14[732]の末尾から 2 番目の段落では、「効用」に関するある注意が簡略に言及されているので、これを引く。

Since personal probability, together with utility, provides a framework for decision in the face of uncertainty, personalistic Bayesian statistics can be regarded as an economic, or

decision-theoretic, approach to statistics. However, the two concepts of personal probability and utility are theoretical counterparts of opinion and preference, and it is possible, practical, and often useful to study opinion and the change in opinion without explicit reference to values. Thus, Bayesian statistics (of both kinds) is sometimes less self-consciously decision-theoretic than is more recent work in the Neyman-Pearson-Wald tradition.

個人論的な見解は、不確定性に直面している「個人」の行動様式の「合理性」を重視する。「基礎論」においては、七つの公準によってこの「合理性」が規定され、その副産物として「期待効用最大化の原理」が規範的に正当化されてしまう。この合理的な「個人」は、諸事象に対しては「確率」を配分し、(自身の一般的な収入としての) 諸結果に対しては「効用」を対応させる。ここで「確率」とは個人的確率に他ならず、それは「世界」に対する「個人」のオピニオンであり、一方「効用」とは、(諸結果に対する)「個人」の「価値」の指標である。つまり、不確定性に直面している状況における決定理論にとっては、「確率」及び「効用」は二つの基軸である。ところが統計的推論においては、「価値」の指標に(直接には)言及せずにオピニオンとその変化とを明晰に捕えることが重要かつ有用なのであり、実際ベイズ推論は、このようなオピニオンの変化を追跡するのである。このことは Wald の(頻度論的な)決定理論の試みが、オピニオンの指標としての「確率」を導入せずに、一方で「結果の価値」の指標としての「効用」(あるいは「損失」)を利用することと対照的である。

実践的な統計家は、データの分析や収集などで問題を抱えている人人の言わばコンサルタントの役割を担うこととなるであろう。一方、個人論的(ベイズ)統計学は、そのような統計家のみに関するというわけではない。例えば科学者

が統計家に相談する場合、その科学者は、自身が観察した結果を（他の科学者らが）考慮に入れて、それぞれの立場から（便利でしかも信頼できる方式で）それぞれのオピニオンを改訂できるようなやり方で、自身の経験を（表現し）提示することに強い関心を持つはずである。個人論的統計学が関るのは、これらの（データの）最終的な消費者らのオピニオンなのである。

サヴェジ氏は、主観主義的なベイズ統計学と他の理論との関係に極めて強い関心を持っているのである。個人論的見解が「個人」に対して要請する「合理性」よりも、さらに強い「規範」を（「個人」に対して）課すことによって、「確率」の「個人」差を消去できるはずだと、必要性的見解の保持者らは「思う」わけだが、個人論的見解の保持者らは、このような「個人」差の消去が「合理的に」なされるわけがなく、このような「消去」は、「個人」に対する（余りにも）過大な要求であると見なしている。しかし必要論的であれ個人論的であれ、統計学的な実践においては共にベイズ的なものであり、実践面において根元的な差異があるというわけではないであろう。しかし必要論者は、非報知事前分布やその類似物の利用に見られるように、ある種の確率分布に余りにも強く引きつけられているのであり、しかもこれらの「魅力的な」分布が、実際の「個人」のオピニオンをうまく表現しているとは限らないし、通常は真剣に表現してなどいないのである。（なおサヴェジ氏は、これら二つの理論の実践面での差異は根元的なものではないとしているが、Box and Tiao (1973)におけるような客観的ベイズ推論では「尤度原理, likelihood principle」は成立しないが、主観主義的ベイズ統計学は「尤度原理」と両立するのである。）

さらに彼は、頻度論的統計学の窮極において個人論的見解が立ち現れるとする、自身の持論を率直に述べることとなる。実際、第6節15[733]の3番目の段落を引くと次である。

Personalistic Bayesian statistics can be viewed as one more step in the development that began with Neyman and Pearson and was carried forward by Wald under the name of statistical decision theory. Yet, the newer theory sometimes gives the appearance of being incompatible with the older one, and some adherents of the older theory strenuously reject the newer. This harmony that sounds like discord is worth expounding upon.

Neyman-Pearson-Waldの流儀をさらに一歩進めることで個人論的統計学にたどり着くというこの見解は、客観論的見解のはてに主観論的見解を見るというサヴェジ氏の持論なのである。

Neyman-Pearsonの流儀は、とにかく「先験的な」確率を利用しないという立場を維持してきたのである。実際にはより一般的に、（特定の「仮説」のような）「個別的な」事象に対しては「確率」を配分しないというのが、この（頻度論的な）流儀の特徴であったのであり、この流儀の支持者らは、「禁じられた」確率を利用するやり方を嫌悪してきたのである。しかし、「頻度論的な」決定理論を徹底して展開しようとすると、始めに捨て去ったはずの「禁じられた」確率に到達してしまうのである。（なお、この事実はLindley-Savage argumentによって指摘されるのだが、これについてはSavage (1962)及び園 (1994年3月)（あるいは、園 (2001年12月b)の第5章）に説明がある。）

Neyman-Pearsonの理論は、例えば検定力曲線の選択に見られるように、その応用が為される状況においては、多くの選択が結局はその理論の利用者によって為されることを強調してきたのである。つまりこの理論には、利用者の（主観的な）オピニオンの表現を受け入れる余地が常にあるのである。一方この理論は、「確率」に対して客観論的な態度を取っているのであるから、個々の利用者に対して許容する（主観的な）選択の自由度は、個人論的統計学より

も狭いのだと思われ勝ちである。また、「確率」に対する態度に着眼すれば、個人論的統計学を主観論的と表現することも不当ではない。ところが実際には、利用者の主観的な選択の幅に関しては、利用者に対して、個人論的統計学の方が(客観論的統計学よりも)より多くの「規律, discipline」を課しているものであり、そこでの主観的な選択の幅は狭いのである。客観論的統計学の支持者らは、「科学」とは「純粋に」客観的であるべきであり、(個人論者らが「科学」に対して主観主義を導入しようとしているが)個人論者らの流儀は容認できないと主張する。しかしその同じ客観論者が、個人論者は「個人の自由, personal freedom」であるべき事柄を(不当に)統制しようとしてみると、苦情を口にするのである。しかし個人論者が放棄しようとするのは、「必ず損をする」、つまり「非整合的な」行為を選択する「自由」なのであり、少なくとも(自身の行動の)「経済的な解釈, economic interpretation」を重視する限り、このような「自由」の放棄は(少なくとも自身にとっては)歓迎すべきものはずである。

だが、個人論的見解の帰結は、Neyman-Pearsonの伝統がもたらした顕著な諸結果にあまりにも反しているのではないのかという疑念が提示されることだろう。個人論的見解は、例えば、信頼区間による推定、分布の尾の部分を利用する検定、そして「標本抽出の任意停止に対する酷評, strictures against optional stopping」などを、合理性に問題があるとして拒否するのである。しかし、ここで注意すべきなのは、(Neyman-Pearsonの理論の成熟したものである)Waldの流儀が、既に潜在的にNeyman-Pearsonの伝統に反しているのだと、サヴェジ氏は見なしていることなのである。つまり客観論的な伝統は、発展するに従って自身を否定する段階に近づいていると、彼は見ているのであり、その到達点が個人論的見解なのである。

第6節の末尾の段落(16[734])では、R. A. Fisherの流儀と「尤度原理」とが言及さ

れている。サヴェジ氏は、the Fisherian traditionがNeyman-Pearsonの伝統からすれば明らかに少数派であり、しかもかなり捕えづらいものであることを承知しているのである。この段落を引くと次である。

The Fisherian tradition, though far less widespread than that of Neyman and Pearson, is even more elusive, so it is hard to say to what extent personalistic Bayesianism blends, and to what extent it clashes, with the Fisherian tradition. A beautiful, important, and, I think, reliable principle of statistics called the likelihood principle was first put forward by Fisherians and can be arrived at by diverse routes; it is an immediate corollary of any Bayesian theory but is in striking contrast with some forms of the Neyman-Pearson tradition. On the other hand, the personalistic Bayesian position seems to have no room for the notion of fiducial probability to which Fisher attached considerable importance. Nor has it any interpretation for the tail-area tests of sharp null hypotheses, which Fisherians interpret somewhat differently from Neyman-Pearsonians, but which both emphasize.

「データが与えられている場合に、「母数」を表現し得るパラメータの全体上で定義されている尤度関数(の族)が定まるが、「そのデータ」がもたらす「母数」に関する「情報」の全体は、「その尤度関数」によって表現されている」というのが「尤度原理」である。これは、「母数」を表し得るパラメータが与えられている場合の「標本の分布」が与えられていると仮定し、また、「標本の値」が定まる場合にこの「値」をデータと見なすこととした上での、「原理」なのである。従って、この「原理」によれば、「パラメータが与えられている場合の「標本の分布」が異なる場合でも、「そのデー

タ」が得られた後の「それらの尤度関数」が一致する（つまり、定数の乗数を無視すれば一致する）のならば、「そのデータ」に基づく（「母数」に関する）統計的推論の様式は「一致する」はずなのである。サヴェジ氏によれば、この「原理」は最初は Fisherian によって提示されたはずである。しかし「尤度原理」は、推定や検定に関する Neyman-Pearson の流儀ととにかく両立しないのであり、しかも、Fisherian が唱える「有意性検定」の考え方も衝突するのである。だが、主観主義的ベイズ統計学では、「尤度原理」は直ちに従う。但し、サヴェジ氏は「任意の」Bayesian theory で「直ちに従う」としているが、客観的ベイズ推論においては、例えば Jeffreys の規準のように、「パラメータが与えられている場合の「標本の分布」」に依存して「非報知事前分布」が導入されるので、「尤度原理」は従わないのである。（なおサヴェジ氏は、「基礎論」Savage(1954)を執筆した時点では、この「尤度原理」に気づいていなかったのである。園(2001年12月a)では「気づかなかった」理由を詮索した。他に、サヴェジ氏が Fisherian と「尤度原理」とを結びつける根拠については、園(2003年6月)の参考文献の G. A. Barnard 及び R. A. Fisher の箇所を参照すると良いかもしれない。)

ところで、R. A. Fisher の fiducial probability については、個人論的見解と両立するようなものではないとするのが、サヴェジ氏の態度である。また、鋭敏に設定されている null hypotheses を「統計量の分布」の尾の部分を利用して検定するという有意性検定の考え方が、主観主義的ベイズ統計学と両立し難いことは、例えば Lindley's paradox の標題の下での諸議論（例えば、Lindley(1957)及び Shafer(1982)など）を通して良く知られている。鋭敏に設定されている「仮説」を、その他の「対立仮説」に対して検定するという様式は、Neyman-Pearson の流儀でもしばしば持ち出されるものだが、このような「仮説」の鋭敏な設定は、通常のベイズ

推論では（事前分布の様式を考慮すれば）かなり「不自然な」ものであるだろう。

8. 「基礎づけ」は本当に大事なのか？

第7節(16[734])は Do the foundations matter? であり、唯一つの段落のみから成り立っている。これを引くと次である。

When I first became interested in the foundations of statistics, my natural bent was to expect no impact at all on statistical practice from study of the foundations. Will large numbers of intelligent people intent on their business and in good contact with each other persist in mistakes that could be detected by thought alone? My Panglossian personality, holding that all must be well in this best of all statistical worlds, was simply curious to understand why. And, indeed, many errors to which traditional statistical theories led were repeatedly corrected in the practice and publications of good statisticians, but the newer theory seems to conflict much less with practice and, therefore, to provide a much better vehicle for self-discipline, for instruction, and for communication with those whom statisticians serve.

とにかくサヴェジ氏は、統計学の「基礎づけ」の研究に関心を持った段階では、統計学的な実践に対して何らかの衝撃を与えようなどとは思ってもいなかったのである。なにしろ、少なくとも各自の研究に極めて熱心であり、互いの見解の伝達が良好に保たれている多くの有能な研究者が、思考のみによって錯誤であることがわかってしまう「過ち」に固執しているとは、思いもよらなかったのである。当時のサヴェジ氏は、「統計学の世界」は大体において良好なのだと思いつつも、ただ「なぜ」良好なのかを知りたいことを欲していたのである。しかし、そこで彼は、「統計学」がもたらす「有用性」の「合

理的な」根拠を敢えて「問う」こととなる。この「問い」が、「伝統的な」統計学の根拠及び諸手法に対する深刻な疑念へと、彼を導いたのである。そこで結局彼は、表現し難い苦悩の後に、客観論的な見解を棄てて、個人論的な見解を（一貫して）保持するに至るのである。個人的確率の理論は、「伝統的な」流儀よりも「自己」の選好に対する訓練に役立ち、教育の場においても有益であり、統計家の助言を求める人人と連絡を取る際にも、より実践的なのである。ここで注意すべきことは、サヴェジ氏は、いわゆる理論家とはことなり、実に多様な事例の統計的な分析に関して、この「現場での経験」に基づいて個人的確率の「実用性」を肯定している、ということなのである。

9. 将来はどうなるのか？

サヴェジ氏の講義の末尾の第 8 節は The future である。この節は三つの段落から成り、16 [734] の冒頭の段落を引くと次である。

The foundations of statistics are shifting, not only in the sense that they have always been, and will doubtless long continue to be, changing, but also in the idiomatic sense that no known system is quite solid.

統計学を基礎づける際にいかなる system を採用すべきかという「問い」は重いが、全く議論の余地などない堅固な system などは存在していないのであり、それ故に、「統計学の基礎」は（無視し得ない、しかも重要な）変遷の可能性を含んでいるのである。

これに続く 16 [734] から 17 [735] にかけての段落を引くと次である。

The personalistic Bayesian position is gaining in adherents and having an influence even among those who do not adhere to it. This may well be the wave of the immediate future

in statistics. If so, it is likely to be dangerously oversimplified and lead to license in its application, which will provoke some sort of restraining reaction.

サヴェジ氏は個人論的な統計学（結局は主観主義的なベイズ統計学）が、時代の推移とともにより多くの支持者を獲得して行くであろうことを期待していたのである。今日では、ベイズ接近は、現実の統計学的諸問題への基本的な方法論の一つとして、言わば「常識」となっているが、サヴェジ氏が率直に欲しているのは、「自身にとって「確率」とは結局何か」という「問い」への一人一人の（真剣な）省察であって、「マニュアル化」された手順の開発ではなかったのである。彼は、統計学に関する多くの人人が、「確率」とは何か」という「問い」と取り組むことによって、個人論の見解が他の諸見解よりも「問い」の本質をより「深く」捕えていると（それぞれの立場から）判断するに至ることを、強く期待しており、実際彼自身は、現段階では個人論の見解のみが、この「問い」に対する正当な「答え」であると判断しているのである。

これに続く末尾の段落(17 [735])を引くと次である。

About the less immediate future, who knows? Many important topics, to some of which I have already referred, do not fit well into any systematic theory of statistics known to me, for example, the cost of calculation as one of the costs to be reckoned with in scientific work; vagueness; the logic of discovery and serendipity; and descriptive statistics. These topics merit, and will continue to receive, philosophical discussion, and they may give the impetus to substantial new theories of statistics.

サヴェジ氏は、「統計学の基礎」に関する「組織的な, systematic」既存の「理論」に組み込む

ことが困難な、多くの重要な(論じるべき)事柄があることを率直に認めているのである。実際、科学的な作業において考慮されるべきコストの一つとして、「作業としての計算」がもたらすコストを(明白な様式で)取り扱うことや、実際の「個人」の選好に関する「漠然性, vagueness」への対処や、「思いもよらない「発見」をも含めた」「発見」に関する論理や、記述統計学と呼ばれている領域の「基礎づけ」などは、(サヴェジ氏自身のものを含む)既存の「理論」では、どうもうまく対処できないのである。これらを基礎づける作業を通して、統計学に関する(新しい)頑丈な理論が構築される余地があることを否定はできないであろう。

9. 補遺——引用されている J. M. Keynes の言葉——

以上でサヴェジ氏の講義録は終了しているのだが、この講義録の冒頭には J. M. Keynes のある言葉が引用されており、この言葉が古典的な著作である Keynes(1921)からの引用であることが簡略に付記されている。そこで筆者は、この古典的な著作のどの箇所からの引用であるのかを調べてみたのだが、同著作の Part IV, Chapter 26, (標題は The application of probability to conduct)の最後の段落の冒頭の一文であることがわかった。この文を次に引用するのだが、二つあるイタリックは原文のままであり、サヴェジ氏もそのまま引用している。

The importance of probability can only be derived from the judgment that it is *rational* to be guided by it in action; and a practical dependence on it can only be justified by a judgment that in action we *ought* to act to take some account of it.

Keynes は(個人論的見解とは異なる)必要性的見解の保持者であり、(主観主義ではなく)客観主義の立場に立つのだが、統計学の基礎を

成す確率概念を考察する場合に、不確定性に直面している「個人」の行為の「合理性」とはいかなるものであるべきかを探索しなければならないことに、気づいていたのである。しかし、このような「個人」の行為の「合理性」の「定式化の営み」こそが、個人論的立場の最大の関心事なのである。

2004年1月31日(土)

参考文献

Bizley, M. T. L., "Some notes on probability," *Journal of the Institute of Actuaries Students' Society*, 10, 161 - 203, 1951. サヴェジ氏が言及しているのはこの第3節(185頁から190頁)である。

Borel, Émile, "À propos d'un traité de probabilités," *Revue Philosophique*, 98, 321 - 336, 1924; reprinted in *Pratique et Philosophie des Probabilités* by Borel, Gauthier-Villars, Paris, 1939; translated in Kyburg and Smokler(1964). これは Keynes(1921)に対する論評であり、サヴェジ氏によれば、個人的確率の現代的概念に関する最も初期の説明になっているとのことである。なお、これは Kyburg and Smokler(1980)には入っていない。

Box, George E. P., and George C. Tiao, *Bayesian Inference in Statistical Analysis*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1973.

de Finetti, Bruno, "La prévision: ses lois logiques, ses sources subjectives," *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, 7, 1 - 68, 1937. Translated in Kyburg and Smokler(1964, 1980). この論文は Henry E. Kyburg, Jr., によって仏語から英語へと翻訳されたのだが、その標題は, *Foresights: Its Logical Laws, Its Subjective Sources*, である。この英訳は, *Breakthroughs in Statistics, Volume I, Foundations and Basic Theory*, edited by Samuel Kotz and Norman L. Johnson, Springer-Verlag, New York, 1992, にも, 134頁から174頁にかけて収められており、その127頁から133頁に R. E. Barlow による簡略な説明がある。

de Finetti はこの古典的な論述において、「個人」の「主観的な」見積りが「整合的である, coherent」ことの必要条件として「加法法則の成立」及び「乗法法則の成立」を導くが、さらに、「加法法則の成立」が「整合的である」ためには十分であることをも示し、さらに、「乗法法則の成立」も「整合性」にとって十分であることを、Chapter I の末尾から四番目の段落の冒頭の文で注意している。だが、この十分性の証明を提示しているわけではない。また Chapter I の冒頭の段落において、「同等に確からしい, equally probable」と（「個人」によって）判断される事象たちへと「世界」が分割され、しかもこの分割が「任意に」細かく」できるのならば、その「個人」は（自身にとっての）任意の事象に対して「定量的な「確率」を配分できる、との趣旨の発言をしているが、この主張を明確な様式において（従って選択公理に対する彼の「態度」は不明である）証明しているわけではない。

さらに彼は Chapter III において、（交換可能な事象列に対する）「de Finetti の表現定理」を証明する。彼は、遅くとも 1928 年にはこの結果を得ており、Bologna の国際数学会議で報告しているのである。彼はこの「表現定理」を利用することによって、本来の「主観主義」からすればその「存在」を容認できないはずである「未知ではあるが固定されている「確率」という「客観主義的な」概念を、「主観確率」によって明晰に分析し、「主観確率」が「未知固定の確率」が呼び出される「傾向にある」状況に対しても、正当に対応し得ることを示したのである。「未知固定の確率」の「存在」に関わるこの「重い」論点については、Savage(1954)の第 3 章第 7 節及び園(2001 年 6 月)（あるいは園(2001 年 12 月 b)の第 4 章)を参照されることを勧める。

Edwards, Ward, Harold Lindman, and Leonard Jimmie Savage, "Bayesian statistical inference for psychological research," *Psychological Review*, 70, 193 - 242, 1963. Reprinted in *Readings in Mathematical Psychology*, Vol. II, (R. D. Luce, R. R. Bush and E. Galanter, eds.), Wiley, New York, 519 - 568, 1965. さらにこの論文は, *Breakthroughs in Statistics, Volume I, Foundations and Basic Theory*, edited by Samuel Kotz and Norman

L. Johnson, Springer-Verlag, New York, 1992, の 531 頁から 578 頁にかけて収録されており、その 519 頁から 530 頁にかけて William H. DuMouchel の簡略な説明がある。なお「論文集」Savage(1981)にも収められている。

Jaynes, E. T., *Probability Theory in Science and Engineering*, bound mimeographed notes, Socony Mobil Oil Co., Dallas, TX, 1958.

Jaynes, E. T., *Papers on Probability, Statistics and Statistical Physics*, edited by R. D. Rosenkrantz, Kluwer, Dordrecht, Holland, 1983.

Jeffreys, Harold, Sir, *Scientific Inference*, Cambridge University Press, 1931; *Second Edition*, 1957; *Third Edition*, 1973. Savage(1961 b)での言及は第 2 版。

Jeffreys, Harold, Sir, *Theory of Probability*, The Clarendon Press, Oxford, 1939; *Second Edition*, 1948; *Third Edition*, 1961. Savage(1961 b)及び(1977)での言及は各各第 2 及び第 3 版。

Keynes, John Maynard, *A Treatise on Probability*, Macmillan, London, 1921; *Second Edition*, 1929; reprinted in 1962, Harper & Row, New York. さらに、Keynes, John Maynard, *A Treatise on Probability, The Collected Writings of John Maynard Keynes, Volume VIII*, St. Martin's Press, Inc., New York, for the Royal Economic Society, The Macmillan Press Ltd., London, as an affiliated publisher, 1973, がある。

Koopman, Bernard Osgood, "The axioms and algebra of intuitive probability," *Annals of Mathematics*, Series 2, 41, 269 - 292, 1940 a, "The bases of probability," *Bulletin of the American Mathematical Society*, 46, 763 - 774, 1940 b, "Intuitive probabilities and sequences," *Annals of Mathematics*, Series 2, 42, 169 - 187, 1941. サヴェジ氏はこの論文に対して、「基礎論」第一版の文献表 277 頁で、These three papers present the personalistic

view that Koopman holds along with an objectivistic one. と記している。なお、この内の 1940 b は Kyburg and Smokler (1964, 1980) に収録されている。

Kyburg, Henry E., Jr., and Howard E. Smokler (eds.), *Studies in Subjective Probability*, Wiley, New York, 1964.

Kyburg, Henry E., Jr., and Howard E. Smokler (eds.), *Studies in Subjective Probability*, Krieger, New York, 1980. この Krieger 版は Wiley 版とはかなり内容が相違するが, Ramsey (1926), de Finetti (1937) の英訳, 及び Koopman (1940 b) は引き続き収められている。なお Savage (1961 b) は上の Wiley 版にはあるがこの Krieger 版にはない。しかし新たに Savage (1971) が収められている。

Lindley, Dennis Victor, "A statistical paradox," *Biometrika*, 44, 187 - 192, 1957. ここでの paradox とは, 表面上は数学的なある現象のことであり, この現象は既に Jeffreys (1939) の Appendix I (356 頁から 364 頁) で指摘されている。しかしこれを, 客観主義と主観主義との間の差異を本質的に表すものとして, Lindley は捕え直している。またこの (Lindley による) 議論の後に, 533 頁から 534 頁にかけて, M. S. Bartlett と M. G. Kendall とによる注意が, 各各掲示されている。さらに Shafer (1982) がある。

Shafer, Glenn, "Lindley's paradox," *Journal of the American Statistical Association*, 77, 325 - 334, June 1982. またこれに続く 334 頁から 351 頁にかけて, 順に, D. V. Lindley, Morris H. DeGroot, A. P. Dempster, I. J. Good, Bruce M. Hill, そして Robert E. Kass による, Comments, 及び Shafer 自身による Rejoinder が収められている。

Ramsey, Frank Plumpton. 1903. 2. 22 - 1930. 1. 19. "Truth and Probability" (1926), and "Further considerations" (1928), in *The Foundations of Mathematics and Other Logical Essays*, edited by R. B. Braithwaite,

Routledge and Kegan Paul Ltd, London, 1931, Harcourt, Brace and Co., New York, 1931, The Humanities Press, New York, 1950. 1926 年のこの古典的な論述は Ramsey の生前には出版されなかったのだが, 同年の末に書かれたものであり, その大部分は the Moral Science Club at Cambridge で読まれたものである。一方 1928 年の論述は, 同年の春に書かれた覚書を Braithwaite がまとめて補足したものである。この覚書の表題を順に上げると, A. Reasonable degree of belief, B. Statistics, C. Chance, である。また (今日では広く知られている) 1926 年の論述は, Kyburg and Smokler (1964, 1980) に収録されている。一方, Braithwaite が編集したこの論文集の再版が 2000 年に, *The International Library of Philosophy: 56 Volumes* 内の *Philosophy of Logic and Mathematics: 8 Volumes* 中の一冊として, Routledge, London, から出版されている。なお, *June and December*, 1930. と年月が記されている Braithwaite の 4 頁にわたる序文の前に, 2 頁にわたって *December 1930.* と年月が記されている George Edward Moore による前書がある。さらに, ここの末尾に掲示した『ラムジー哲学論集』も出ている。なお, 1926 年の論述の第 5 節 The Logic of Truth の 7 番目の段落の冒頭に, 「先験的な, *a priori*」確率を「自然淘汰, natural selection」との関りで捕えようとする一文があることは多分注意すべきである。

Savage, Leonard Jimmie, *The Foundations of Statistics*, Wiley, New York, 1954. *Second Revised Edition*, Dover, New York, 1972. これは「基礎論」であり, 統計学へのサヴェジ氏の偉大な貢献である。なお, 園 (2000 年 6 月) (あるいは園 (2001 年 12 月 b) の第 2 章) にサヴェジ氏の略伝がある。

Savage, Leonard Jimmie, "The subjective basis of statistical practice," mimeographed notes, University of Michigan, July, 1961 a. これは未完の原稿であり, 「論文集」 Savage (1981) の 63 頁から 70 頁にかけての彼の著作の一覧には掲示されていない。筆者がこの原稿の存在を知ったのは, Edwards, Lindman, and Savage (1963) の末尾から 2 番目の節の末尾の段落 (239 [496] - 240 [497]) で言及されている Wolfowitz, Jacob, "Bayesian inference and

axioms of consistent decision,” *Econometrica*, Vol. 30, No. 3, 470 - 479, July, 1962, の文献表によるのであり, Wolfowitz は番号 [6] によってこのサヴェジ氏の原稿に言及している。そこでこの原稿に目を通そうと思ひ、北海道大学附属図書館相互利用掛に (University of Michigan からの取り寄せについて) 相談したところが、当掛の尽力によって、問題の原稿の複製が慶應義塾図書館 (三田) に保管されていることがわかった。これはサヴェジ氏が Multilith で印刷して配布したものの一冊であり、なぜ慶應義塾図書館にあるのか良くわからない。だがとにかく筆者は通読したのである。サヴェジ氏は、主観確率に基づくベイズ統計学が「正しい」道であるとの堅い信念に達しているようであり、ベイズ統計学への実践的な書物を企図していたのだが、しかし終に「その書物」は完成しなかったのである。(なお、この原稿の末尾には June 14, 1961 と日付がある文献表があり、そこには 1 番から 206 番までの文献が揭示されている。)

Savage, Leonard Jimmie, “The foundations of statistics reconsidered,” *Proceedings of the Fourth [1960] Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Volume I*, edited by Jerzy Neyman and E. L. Scott, University of California Press, Berkeley, 575 - 586, 1961 b. 「論文集」Savage(1981)に収録されている。また注釈として園 (2003 年, 6 月) がある。

Savage, Leonard Jimmie, “Bayesian statistics,” pp. 161 - 194 in *Recent Developments in Decision and Information Processes*, edited by Robert E. Machol and Paul Gray, Macmillan Co., New York, 1962. 「論文集」Savage(1981)に収録されている。ここでは Lindley-Savage argument が紹介されている。なお、園 (1994 年 3 月) (あるいは園 (2001 年 12 月 b) の第 5 章) を参照して頂ければ幸いである。

Savage, Leonard Jimmie, “Difficulties in the theory of personal probability,” *Philosophy of Science*, Vol. 34, No. 4, 305 - 310, Dec. 1967 a. 「論文集」Savage (1981)に収録されている。なお注釈として園 (2001 年 9 月) がある。

Savage, Leonard Jimmie, “Implications of personal probability for induction,” *Journal of Philosophy*, 64, 593 - 607, 1967 b. 「論文集」Savage(1981)に収録されている。なお注釈として園 (2002 年 6 月) がある。

Savage, Leonard Jimmie, “Elicitation of personal probabilities and expectations,” *Journal of the American Statistical Association*, 66, 783 - 801, 1971. 「個人的確率の抽出」に関する規範的な考察であり、「確率」に関する古典的傑作である。「論文集」Savage(1981)に収録されている。

Savage, Leonard Jimmie, “The shifting foundations of statistics,” *Logic, Laws and Life: Some Philosophical Complications*, edited by Robert G. Colodny, Volume 6, University of Pittsburgh Series in the Philosophy of Science, 3 - 18, University of Pittsburgh Press, Pittsburgh, PA, 1977. サヴェジ氏は 1917 年 11 月 20 日に生まれて 1971 年 11 月 1 日に急逝しているので没後の出版である。内容は、ピッツバーグ大学の the Center for Philosophy of Science が招待した講演者の一人として、1971 年にサヴェジ氏が行った公開の講義であり、彼の最晩年の態度が伺われるのである。「論文集」Savage (1981)に収録されている。

Savage, Leonard Jimmie, *The Writings of Leonard Jimmie Savage - A Memorial Selection*, prepared by a Committee (W. H. DuMouchel, W. A. Ericson (chair), B. Margolin, R. A. Olshen, H. V. Roberts, I. R. Savage and A. Zellner) for the American Statistical Association and the Institute of Mathematical Statistics, Washington, D. C., 1981. サヴェジ氏の論文集である。例えば上の Savage(1961 b), (1962), (1967 a), (1967 b), (1971) は皆ここに収められている。

Savage, Leonard Jimmie, et al., *The Foundations of Statistical Inference: A Discussion*, Wiley, New York, 1962. 但し、London では、同年に同じ標題で、Methuen's Monographs on Applied Probability and Statistics の一冊として、Methuen から出版されている。この Part I とし

て, “Subjective probability and statistical practice”という標題のサヴェジ氏の(1959年の)レクチャーが(多少の内容の拡充を受けた上で)収録されている。またその注釈として、園(2001年3月)がある。

園 信太郎, 「サヴェジ, レオナルド ジミイ, による1961年の講義における個人的確率について」, 『経済学研究』(北海道大学), 第43巻第4号, 176(603)–187(613), 1994年3月。この講義の内容はSavage(1962)として公表されている。拙論は, サヴェジ氏が個人的確率に対する限界代替率的な捕え方に基づいて個人的確率の概念をわかりやすく説明している講演へのさらなる注釈である。なお, 「レオナルド」は「レナード」とすべきであったと筆者は反省している。これは園(2001年12月b)の第5章に収められている。

園 信太郎, 「サヴェジ氏の略伝」, 『経済学研究』(北海道大学), 第50巻第1号, 164(164)–180(180), 2000年6月。これはサヴェジ氏の論文集(1981)に基づく「略伝」だが, 彼の人柄を知る助けになるかもしれない。これは園(2001年12月b)の第2章に収められている。

園 信太郎, 「客観論的見解の三つの問題点」, 『経済学研究』(北海道大学), 第50巻第2号, 99(279)–105(285), 2000年9月。「確率」の定義及び解釈, 「条件つき確率」の定義及び解釈, そして「変量をその実現値で置き換える作業」を議論している。これは園(2001年12月b)の第3章に収められている。

園 信太郎, 「サヴェジ氏による1959年のレクチャーについて」, 『経済学研究』(北海道大学), 第50巻第4号, 101(623)–143(665), 2001年3月。Savage et al. (1962)に収められているサヴェジ氏のレクチャーへの注釈である。

園 信太郎, 「コインの投げ上げに関する未知固定の確率について」, 『経済学研究』(北海道大学), 第51巻第1号, 37(37)–55(55), 2001年6月。「未知かつ固定されている確率の「存在」に関する古典的な議論の確認作業であり, 交換可能性に関する「de Finettiの表現

定理」と, この定理のKolmogorov systemによる表現を議論している。これは園(2001年12月b)の第4章に収められている。

園 信太郎, 「サヴェジ氏が指摘している個人的確率に関する幾つかの難点について」, 『経済学研究』(北海道大学), 第51巻第2号, 51(197)–72(218), 2001年9月。Savage(1967a)に関する注釈である。

園 信太郎, 「なぜサヴェジ氏は1954年に尤度原理に気づかなかったのか?」, 『経済学研究』(北海道大学), 第51巻第3号, 127(399)–134(406), 2001年12月a。

園 信太郎, 『サヴェジ基礎論覚書』, 岩波出版サービスセンター, 東京, 2001年12月20日b。「基礎論」への要約, 注釈, 及び「読み」を提示している。また, 上の園(1994年3月), (2000年6月), (2000年9月), (2001年6月)が収められている。

園 信太郎, 「サヴェジ氏の帰納法に関する見解について」, 『経済学研究』(北海道大学), 第52巻第1号, 37(37)–83(83), 2002年6月。Savage(1967b)への注釈である。

園 信太郎, 「なぜサヴェジ氏はオフィシャルな確率を避けたのか?」, 『経済学研究』(北海道大学), 第52巻第2号, 73(229)–81(237), 2002年9月。

園 信太郎, 「統計学の基礎に関するサヴェジ氏の再考について」, 『経済学研究』(北海道大学), 第53巻第1号, 79(79)–103(103), 2003年6月。Savage(1961b)への注釈である。

ラムジー, F. P., 著, D. H. メラー編, 伊藤 邦武, 橋本 康二訳, 『ラムジー哲学論集』, 勁草書房, 東京, 1996年5月15日。この書物は, Ramsey, F. P., *Philosophical Papers*, edited by D. H. Mellor, Cambridge University Press, 1990, の全訳であり, Ramsey(1926, 1928)の訳が収められている。