経済学研究 54−4
北海道大学 2005. 3

相対的危険回避度と所得効果

内 田 和 男

はじめに

伝統的経済理論では市場メカニズムによって資源配分の調整が安定的に行われることになっている。この市場メカニズムの調整機能で重要な役割を果たしているのが財や要素の間での代替関係である。代替性が支配する安定的な経済システムでは定常均衡が一般に成立する。ただし，定常均衡では経済システムの成長や循環を説明することが出来ない。周知のように，Solow は技術進歩を外生的に導入することによって，定常均衡のシフトを考案した。これとは別に，内生的成長モデルでは，生産技術における要素間の代替性に代えて補完性を強調することによって，非定常均衡つまり均衡成長動学モデルを考案した。また，内生的景気循環モデルでは，代替効果に比して所得効果が大きいことを強調することによって，非定常均衡つまり均衡の循環的変動を考案している。

本稿では，以上の内容を簡単にサーベイした上で，相対的危険回避度一定の効用関数を用いて，相対的危険回避度係数の大きさと所得効果・代替効果との大小関係の対応について分析を試みている。

1．定常均衡と代替性

伝統的経済理論による価格機構の分析では，市場が超過供給の状態にあるとき，価格が下落することによってそれが減少し，逆に，市場が超過需要の状態にあるとき，価格が上昇することによってそれが縮少する。そして，この調整のプロセスよって最終的に均衡の達成が可能であると想定している。換言すれば，伝統的経済理論では，市場の超過需要関数が価格の減少関数であることをもってして，市場システムの安定性を前提としている。一般に，不均衡状態における市場調整過程を描写し，それによって市場体系が均衡へ収束するか否かを探求するのが安定分析である。

安定分析の議論が重要なのは，一つには，それが均衡解の存在問題と密接に結びついているからである。大雑把に言って，超過需要関数が変曲点をもたず，その連続性が仮定されておれば，一般に，体系の安定性が定常均衡解の存在を保証する。次に，嗜好，要素賦存量，および税率等の変化が経済に及ぼす効果を分析するとき，伝統的経済理論は比較静学の手法を使用する。これが市場の安定性と緊密な対応関係をもっていることは，Samuelson によって「対応原理」(correspondence principle) として指摘されている通りである[1]。こうしてわれわれは，伝統的経済理論が安定的な経済システムを前提として，価格調整による効率的な資源配分機能を分析していることを知る。つまり，市場による安定化作用に信頼をおいているのである。

さて，安定的な経済システムとは，一言でいえば，生産物や生産要素の間で代替関係が支配的であり，それがスムーズに作用するような経済を指す。生産物市場の安定性に寄与する右下り需要曲線は，消費者需要理論においてスルツキー方程式として知られている代替効果と所得

1) Samuelson [1947] ch. 9.

効果に関する分析から導出される。一般に，財が正常財であれば，需要曲線は右下りであり，たとえ財が劣等財であっても，代替効果の方が所得効果を上回っておれば右下り需要曲線が導かれる。したがって，右上り需要曲線を示すギッフェンの逆説が成立するのは，財が劣等財で，しかも代替効果よりも所得効果の方が優位である場合においてのみである。Hicks は，消費者需要の安定性に関する分析から，多数の財から成る商品群の間では代替関係の優位性が成立することを示している[2)]。

個別経済主体の安定的な行動が代替効果の優位性から生じるという分析に加えて[3)]，一般均衡体系の安定条件が粗代替性の仮定にあることもよく知られている[4)]。粗代替性とは，もしある財の価格が騰貴し，その他の財の価格が不変であれば，価格が不変な財の(超過)需要が増加するというものである。換言すれば，所得効果も含めた形で代替関係の優位性を財相互間に仮定しているのである。このように伝統的経済理論の前提たる安定的経済システムとは，各財間において代替関係が支配的な世界を指す。

ところで，財相互間で代替関係が支配的であっても，それがスムーズに作用しなければ，体系は不安定化するかもしれない。例えば，賃金の下落は，企業に対して相対的に割高となった資本に代えて，割安な労働を多く使用させる誘因となるであろう。これが要素間に成立する代替効果である。したがって，労働市場が超過供給の状態にあるとき，賃金の下落は労働需要を増大させ，失業を解消し，労働市場を均衡に向かわしめる。しかし，労働と資本とのこのような代替が実際に作用するには，時間を要するであろう。特に固定資本の減少には物理的制限があり，既存ストックの中古市場が完備していない限り，その放出は難しい。したがって，短期的には代替が生じることなく，賃金下落の効果は単に労働者の賃金所得を減少させ，企業家の利潤を増大させるだけかもしれない。そして，この賃金から利潤への短期的な所得移転が消費支出を減少させ，有効需要不足を生む結果，むしろ失業の増加が市場で観察されるかもしれない。実際，第一次石油危機において，石油消費国は，エネルギー原料間のスムーズな代替を短期的に実施することができず，石油消費国から産油国への所得移転が発生し，非産油国の景気が低迷した[5)]。「……経済理論の諸法則に対しては，殆んどつねに所得効果から……不確定性が加えられる。」[6)]

とりわけ，労働市場においてはこの傾向が強い。家計＝労働者にとって，所得の支出対象となる消費財は多様で幅広く存在しているのに対して，自らがもつ生産要素(労働)の供給に関しては，一般に，選択的な投入はできず，特定化されている。家計＝労働者は消費のジェネラリストであり，各財に占める支出割合は一般に小さい。したがって，各財の価格変化に伴う所得効果はネグジブルで，代替効果が支配的になるから，各生産物市場は少なくともその需要側面において安定的に機能すると考えられる。これに対して，家計＝労働者の要素供給に関しては，選択的な行動は極度に制限されている。確かに，賃金の下落はレジャーの機会費用が低下することを意味するから，代替的な選択肢として，自発的な失業による余暇時間の享受を考えることもできる。しかし実際には，各労働者にとって時間を労働に支出する割合は相当に大きく，賃金下落の影響は代替効果に打ち勝つに足るほど強力な所得効果によって示されると考えるのがむしろ自然であろう。とすれば，労働供

2) Hicks [1946] part I.
3) 生産者の行動についても上記の消費者のそれと同様の議論が可能であることについては，Hicks [1947] part IIを参照せよ。
4) 例えば根岸 [1965] 第5章を参照せよ。
5) 藤野 [1979] は、第一次石油危機後でのエネルギーと労働との相対価格の変化が，日本における比較生産費構造の大幅な変動を呼び起こしたとして，興味深い分析を展開している。
6) Hicks [1946] p. 129.

給は賃金の下落に伴って増加する。需要の法則に例外があるのは稀であるとしても，それが労働という国民所得の大半を生みだす生産要素市場において理論的に生じやすいということは，決定的に重要な意味をもつであろう[7]。

2．内生的経済成長と補完性

前節は拙著『経済不均衡と貨幣』第１章第４節からの引用である。そこでは，経済市場の解の一意性と安定性つまり定常均衡を保証する条件として，各財や要素間における代替関係が重要であることが指摘されている。換言すれば，各財や要素間において補完性や所得効果が優位を占める場合には，複数解や解の非安定性（解の移行）が生じる可能性について示唆している。

本節では，新しい成長理論と呼ばれる内生的成長モデルが要素間の補完性によって導かれることについて確認しておこう。周知のように，「内生的」経済成長とは，ソロー・モデルが「技術進歩」を「外生的」に取り扱っていることに対峙させる表現であり，そのモデルの基本構造は，外生的な技術進歩に依拠することなく，資本の蓄積に伴って資本の限界生産力が低下しないモデル構造にある[8]。内生的成長モデルが「AK モデル」型に還元できるということは，この点を明確に示している。

具体的に，補完性と AK モデルとの関係をみておこう。いま，経済に複数の企業が存在し，各企業の生産関数は標準的なコブ・ダグラス型であるとする。

$$y_{it} = A_t k_{it}^m l_{it}^{1-m}$$

ここで，y_{it}，k_{it}，l_{it} は，企業 i の産出量，資本投入量，労働投入量を示す。A_t と m は，すべての企業に共通である。ただし，$0<m<1$ であり，個々の企業の資本の限界生産性は逓減している。

いま，各企業の生産活動に補完的な関係があり，企業の操業水準が全体的に高まると，生産性 A_t が改善するケースを考えてみよう。これを具体的に次のように定式化する。

$$A_t = (\bar{k}_t^{m} \bar{l}_t^{1-m})^{\theta}$$

$\bar{k}_t$ と $\bar{l}_t$ は，企業の平均的な資本量と労働量を示している。θ が高いほど補完性の効果が大きいことになる。

すべての企業が同じ生産技術をもっているので，均衡では，

$$\bar{k}_t = k_{it}$$
$$\bar{l}_t = l_{it}$$

である。これを上記の式に代入して，整理すると，

$$\bar{y}_t = \bar{k}_t^{m(\theta+1)} \bar{l}_t^{(1-m)(\theta+1)}$$

となる。ここで $\bar{y}_t$ は平均産出量を意味している。労働供給量が一定で，１に標準化されているとすれば，

$$m(\theta+1)=1$$

の場合，このモデルは AK モデルに還元される。個々の企業の生産技術段階では資本の限界生産力が逓減しているが，各企業の活動が代替的ではなく補完的に作用することにより，経済全体の資本の限界性は逓減しなくなるのである。

ところで，内生的成長モデルの基本的骨格部分は，企業の生産技術関係を想定する上で，生産要素の限界生産が逓減しない仕組を導入する点にある。この点については，Lucasの人的資源モデルやRomerの財のバラエティ・モデルにおいても同様である。

Lucasモデルをみてみよう。最終生産部門の生産関数はコブ・ダグラス型で

$$Y_t = K_t^{\beta}(H_t L_t)^{1-\beta}\overline{H}_t^{\gamma}$$

7）ここでの議論とは別に，労働市場の賃金契約や雇用構造に関して，労働者が自分の人的資本を分散投資できないことによるリスクを回避する行動にその分析視点を求める最近の研究がある。
8）Solow [12] ch. 7 を参照せよ。

と示され，ここで K_t は通常の実物資本，H_t は人的資本，L_t は Y の生産に使用される労働インプットの割合である。Lucasは人的資本の蓄積が外部効果を持っているとして，$\overline{H}_t$ でそれを表示している。

このように Lucas モデルには，生産関数の中にその要素として人的資本が現れており，モデルを内生化するにはこの人的資本の蓄積プロセスの導入が不可欠である。それは次のように示されている。

$$\dot{H}_t = \delta H_t(\overline{L} - L) \qquad \delta > 0$$

ここで $\overline{L}$ は労働の一定存在量を示し，それは Y の生産に使用される（L）か，H の蓄積に使用される $(\overline{L} - L)$ かのいずれかとなる。

この人的資本蓄積関数が極めて特殊な型であることは，Solow[12]及び吉川[14]らによって指摘されている。つまり，この人的資本の「生産関数」が H に関して収穫不変の性質をもっており，人的資本の蓄積に伴ってその限界生産力が逓減しないと想定されている。いま，この式をより一般的な通常の型で表示するとすれば，

$$\dot{H}_t = \delta H_t^{\alpha}(\overline{L} - L) \qquad 0 < \alpha < 1$$

となるであろう。このように人的資本の蓄積に伴ってその限界生産力が逓減する一般的なケースを想定すると，Lucasモデルからは生産プロセスに「人的資本」を考慮に入れたとしても内生型持続的成長は生じないのである。

Romerのバラエティ・モデルにおいても同様の指摘ができる。Romerモデルにおける最終部門の生産関数は

$$Y = L_Y^{1-\alpha} \int_0^A x_j^{\alpha} d_j$$

で示され，生産量 Y は労働 L_Y と多数の異なる資本財（中間財）x_j を用いて生産される。生産関数が L_Y と x_j に関して1次同次となっていることが確認できる。

このようにRomerのモデルでは，生産関数の中に資本財（中間財）が入っており，その数 A_t の決定が分析の中心部分を構成しているのであるが，この点の分析がLucasモデルと全く類似しているのである。つまり，ここでもまた，研究部門の生産物である新しい種類の資本財（中間財）が，研究に投下される人的資本の量及び既に発明済みの各種資本財の量に比例しているのである。具体的に明示すれば，

$$\dot{A}_t = \delta H_A A_t$$

となる。今，この式をより一般的と思われる型で表示すれば，

$$\dot{A}_t = \delta H_A A_t^{\beta} \qquad 0 < \beta < 1$$

となる。これは既に発明された資本財（中間財）の種類が多ければ，新たに資本財が発明される度合いが低下すると想定されている。この想定の下では，Romerモデルにおいて「研究開発」部門を導入しても，内生型持続的成長は生じないのである。

ところで，生産技術の完全な補完性を前提に AK モデルを構築したのがHarrod=Domarである。Harrod=Domarモデルの基本構造は

$$Y = \frac{1}{v} K$$

であり，一種の AK モデルであることは明白である。ここで v は資本係数である。正確には生産関数は技術的固定係数型で

$$Y = \min\left\{\frac{1}{v} K, \frac{1}{z} L\right\}$$

と示される。ここで，v は資本係数，z は労働係数であり，Y の生産一単位当たりに対して資本を v 単位，労働を z 単位必要とする。もしどちらかの投入量がこの最小必要量に対し不足した場合，他の投入量の代替によってそれを補うことが出来ない。この意味で資本と労働が完全に補完関係にある生産関数を想定している。

この場合，よく知られているように資本係数 v と労働係数 z が固定的であるので，$\dfrac{K}{v}$ と

$\dfrac{L}{z}$ のいずれか小さい方の値に産出量が決定されることになり，他方の要素に過剰が生じることになる。しかしいま，生産技術が $\dfrac{1}{v}$ を一定に保ちながら $\dfrac{1}{z}$ を減少させるように進歩するならば，資本不足による失業は生じないかもしれない。このことは $\dfrac{1}{z}$ を一定として $\dfrac{1}{v}$ を増加させても同様の結果を導くであろう。もちろんここで資本係数の逆数 $\dfrac{1}{v}$ は資本の生産性を，労働係数の逆数 $\dfrac{1}{z}$ は労働の生産性をあらわしていることは言うまでもない。

新しい成長理論と呼ばれる内生的成長モデルは，まさにこのような型で技術進歩を想定したモデルであり，技術知識が資本とともに増加する AK モデルである。そのモデル構造の中心部分は技術知識がそれ自身一種の資本として組み込まれている点にある。この技術知識と資本との類似性によって，Harrod=Domar モデルから生産技術の完全固定性と持続的失業の問題を解き放したのである。しかし，既に見たようにそれらのモデルでは，「技術研究開発という資本」の増加プロセスに通常の逓減性を認めない特殊なケースにおいてのみ内生型持続的成長が生み出される点に留意する必要がある。

3．内生的景気循環と所得効果

第1節で述べたように，一般的に言って，超過需要曲線あるいはオッファーカーブが単調に減少あるいは増加しておれば，均衡解の安定性（定常均衡）が保証される。そして超過需要曲線あるいはオッファーカーブの単調減少あるいは単調増加が導かれるのは，一般に代替効果が所得効果よりも優位にある場合である。逆に，所得効果が代替効果に比して優勢なときには，超過需要曲線あるいはオッファーカーブが屈折する変曲点を持つことになる。

最も良く知られた屈折点をもつバックワード型のオッファーカーブの例が労働供給曲線である。賃金の上昇は，余暇の機会費用を増加させるので余暇需要を減少させ，結果として労働供給を増加させる代替効果と，賃金上昇は他方で所得の増大を意味し，その結果，余暇需要を増大させる所得効果の2つの効果が生じる。一般に賃金水準が低いとき，つまり所得水準が低いときには代替効果が優勢に働き，高賃金水準でのさらなる賃金上昇は，所得効果のほうが代替効果を上回り，それ以上の労働供給増加（余暇の減少）よりも余暇の増大（労働供給の減少）が選好される。その結果，労働のオッファーカーブは賃金の上昇に伴って最初増加していくが，途中で減少に転ずる変曲点が存在すると考えられている。

このような変曲点の存在が非定常的均衡を生み内生的景気循環を発生させることは良く知られている。また他方で，相対的危険回避度の大きい効用関数の場合，変曲点をもつオッファーカーブが描けることも示されている[9]。相対的危険回避度とは限界効用の弾力性値を指すので，その値の大小比較は一般の弾力性と同様に1を基準とすべきであろう。また，相対的危険回避度は，本来 Arrow［2］が不確実性下の選択行動理論において導入した概念であり，不確実性を想定しない分析枠組での適用は，まさにその値が所得効果の相対的大きさを測定する物差しの役割を果たしていると思われる。以下では，相対的危険回避度と所得効果との関係について考察し，両者の間に一つの明確な対応関係を導出する。

ここでは次のような極めて単純な消費者行動モデルについて考察してみよう。

$$Max \quad u(C_1)+u(C_2)$$
$$s.t. \quad P_1C_1+P_2C_2=Y$$

9）Grandmont［5］を参照せよ。

ここで C_i は i 財の需要量，P_i は i 財の価格，Y は所与の所得である。C_1 を現在財，C_2 を将来財と考えれば，世代重複モデルにおいて適用可能な２期間モデルと見做せることは明らかであろう。効用関数 u の性質については，限界効用が正であり，かつ逓減すると想定されている。

最大化条件は

$$u_1 = \frac{\partial u}{\partial C_1} = \lambda P_1$$

$$u_2 = \frac{\partial u}{\partial C_2} = \lambda P_2$$

である。

行列式 U，U_1，U_2，U_{11}，U_{12}，U_{22} を次のように定義する。

$$U = \begin{vmatrix} 0 & u_1 & u_2 \\ u_1 & u_{11} & u_{12} \\ u_2 & u_{21} & u_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & u_1 & u_2 \\ u_1 & u_{11} & 0 \\ u_2 & 0 & u_{22} \end{vmatrix}$$

$$U_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & u_2 \\ u_1 & 0 & u_{12} \\ u_2 & 0 & u_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & u_2 \\ u_1 & 0 & 0 \\ u_2 & 0 & u_{22} \end{vmatrix} = -u_1 \bullet u_{22}$$

$$U_2 = \begin{vmatrix} 0 & u_1 & 1 \\ u_1 & u_{11} & 0 \\ u_2 & u_{21} & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & u_1 & 1 \\ u_1 & u_{11} & 0 \\ u_2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -u_2 \bullet u_{11}$$

$$U_{11} = \begin{vmatrix} 0 & u_2 \\ u_2 & u_{22} \end{vmatrix} = -u_2^2$$

$$U_{12} = (-1)\begin{vmatrix} 0 & u_1 \\ u_2 & u_{21} \end{vmatrix} = u_1 \bullet u_2$$

$$U_{22} = \begin{vmatrix} 0 & u_1 \\ u_1 & u_{11} \end{vmatrix} = -u_1^2$$

以上より，スルツキー方程式の２つの項がそれぞれ次のように導出される。

$$\frac{\partial C_1}{\partial Y} = \frac{U_1}{U} > 0$$

$$\frac{\partial C_2}{\partial Y} = \frac{U_2}{U} > 0$$

$$X_{11} = \frac{U_{11}}{U} < 0$$

$$X_{12} = \frac{U_{12}}{U} > 0$$

$$X_{22} = \frac{U_{22}}{U} < 0$$

これにより第１財及び第２財ともに正常財であり，かつ両財が代替関係にあることが確認できる。

さて，ここでスルツキー方程式それ自体に注目してみよう。

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_1} = -C_1 \frac{\partial C_1}{\partial Y} + X_{11} \quad < 0$$

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_2} = -C_2 \frac{\partial C_1}{\partial Y} + X_{12} \quad ?$$

$$\frac{\partial C_2}{\partial P_1} = -C_1 \frac{\partial C_2}{\partial Y} + X_{21} \quad ?$$

$$\frac{\partial C_2}{\partial P_2} = -C_2 \frac{\partial C_2}{\partial Y} + X_{22} \quad < 0$$

両財とも正常財であるので，各財の需要は自らの価格の減少関数であるという標準的な結果が得られている。他方，他財の価格の影響は一般的に不確定であるが，代替効果が所得効果に比して大きければ，第１財（第２財）の価格上昇は第２財（第１財）の需要を増加させ，反対に所得効果の方が代替効果よりも大きければ，第１財（第２財）の価格上昇は第２財（第１財）の需要を減少させることになる。

ここで相対的危険回避度一定の効用関数

$$u(C_i) = \frac{1}{1-\gamma} C_i^{1-\gamma}$$

を仮定する。γ は一定の相対的危険回避度を示す。この効用関数の下では，上記のスルツキー方程式のうち符号が不確定な2つの式は，

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_2}=\frac{\partial C_2}{\partial P_1}$$
$$=-\gamma(C_1 \bullet C_2)^{-\gamma}+(C_1 \bullet C_2)^{-\gamma}$$
$$=(1-\gamma)(C_1 \bullet C_2)^{-\gamma}$$

と示され，次の結果が得られる。

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_2}=\frac{\partial C_2}{\partial P_1}\gtreqless 0 \Leftrightarrow \gamma \lesseqgtr 1$$

即ち，相対的危険回避度 γ が 1 より小さいとき，代替効果が所得効果を上回り，第1財（第2財）の価格上昇は第2財（第1財）の需要を増加させる。つまり粗代替性が成立する状況を示す。他方，相対的危険回避度が1より大きい場合には，所得効果の方が相対的に代替効果より大きくなり，第1財（第2財）の価格上昇は第2財（第1財）の需要を減少させるのである。このように相対的危険回避度一定の効用関数の使用によって，代替効果と所得効果の相対的優位性を明確に決定づけることができるのである。こうしてみると内生的景気循環は代替効果をしのぐ所得効果の影響によって，つまり粗代替性が成立しない状況において生じる。また景気循環の発生にとって，所得効果が重要な役割を果たすということは，いわゆる所得分析（数量分析）が景気循環の研究にとって重要であることを示唆している。

参考文献

[1] Aghion, P., and P. Howitt, *Endogenous Theory Growth*. Cambridge, Mass. : The MIT Press, 1998.

[2] Arrow, K. J., *Essays in the Theory of Risk-Bearing*. Amsterdam : North-Holland, 1974.

[3] Domar, E.V., *Essays in the Theory of Economic Growth*. Oxford : Oxford U.P., 1957.

[4] 藤野正三郎,「日本経済とケインズ政策の有効性」,『季刊 現代経済』第36号, 1979年9月.

[5] Grandmont, J. M., "On Endogenous Competitive Business Cycles," *Econometrica*, 53(5), 1985.

[6] Harrod, R., *Towards a Dynamic Economics*, London and New York : Macmillan, 1948.

[7] Hicks, J.R., *Value and Capital*. Oxford, Oxford U.P., 1946.

[8] Lucas, R. E., "On the Mechanisms of Economic Development," *Journal of Monetory Economics*, 22(3), 1988.

[9] 根岸 隆,『価格と配分の理論』東洋経済新報社, 1965.

[10] Romer, P. M., "Increasing Returns and Long-Run Growth," *Journal of Political Economy*, 94(5), 1986.

[11] Samuelson, P. A., *Foundation of Economic Analysis*, Harvard U.P., 1947.

[12] Solow, R. M., *Growth Theory*, Second Edition, New York, Oxford : Oxford U.P., 2000.

[13] 内田和男,『経済不均衡と貨幣』勁草書房, 1988.

[14] 吉川 洋,『現代マクロ経済学』創文社, 2000.