



Title	ある擬似背理法について
Author(s)	園, 信太郎
Citation	経済學研究, 66(1), 1-2
Issue Date	2016-06-09
Doc URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/62331">http://hdl.handle.net/2115/62331</a>
Type	bulletin (article)
File Information	ES_66(1)_001-002.pdf



[Instructions for use](#)

# ある擬似背理法について

園 信太郎

## 1. ある論法

次の三箇条からなる独特の論法がある。

- (1) 事象  $E$  は既に観察されているが、仮説  $H$  とのかかわりで、この  $E$  を考察する。
- (2)  $E$  が観察される「まえ」の状況を想定して、 $H$  を前提として、「その」 $E$  が観察されるであろう「確率」を算出する。
- (3) この「確率」が正ではあっても微小であるのならば、 $H$  を棄却して、別の仮説を探索する。

このような論法を「擬似背理法」とよぶこととする。この論法が実際に通用するためには、とにかく「確率」が定義されていなければならない。この「定義」がないと、「微小」とは何か不明である。しかも「その」事象は当然一回限りである。つまり、「雨が降る」という現象は「繰り返す」が、「その雨」は一回かぎり、つまり unique である。「その」という冠詞に注意して頂きたい。

## 2. 確率が零(zero)であることの非自明性

上の(2)の段階で確率が0であるのならばどうなるであろうか。「その確率は0である」が、「その事象は実際上不可能である」ことの表現であるのならば、つまり、「その事象は実際上通用しない」を表現する「式」が「その確率は0である」ならば、「 $E$  と  $H$  とは両立しない」と判断することは、common sense に合致して

いることであろう。つまり、この場合は、 $E$  が既に観察されているのだから、「 $H$  は棄却である」との判断は正当であるだろう。だが、「確率0」がこのような「表現」であるか否かは確率の「定義」に依存する。

## 3. 擬似背理法は合理的か?

問題の確率が「10の16乗分の1」であれば、はたして「棄却」は正当であろうか。観察を遂行する「個」が、 $H$  を「確率1」で信じているのならば、「棄却」という選択肢は却下されるであろう。つまり、「個」の判断は、観察「まえ」の、 $H$  に対するその「個」の信念の程度に依存するのである。

そこで仮に、対立仮説  $K$  があり、 $H$  か  $K$  かの二者択一を「個」が迫られているとしてみよう。すると、ベイズ・ルール(Bayes' rule)により、事後確率  $P(H|E)$  及び  $P(K|E)$  が算出される。「個」は、事前確率  $P(H)$  及び  $P(K)$  をも考慮して、しかしこれらの事後確率に基づいて、自身の判断を下すであろう。

つまり擬似背理法(3)には無理があり、common sense に合致しているとは言い難い。例えば、 $H$  が「進化の事実など元来ありえない」で、 $K$  が「進化は紛れもなく事実である」の場合を考えて頂きたい。

## 4. 「首なし」の決定

世間に流布している「有意性検定」は、紛れもなく仮説の選択にかかわっているのだが、こ

の決定問題が、結局どの「個」にかかわるのが記号的に明示されていない。「その」決定にかかわる「個」を明言せずに決定を行うこの種の流儀は、いわば「首なし」の決定であり、異様である。事前確率とベイズ・ルールとを無視して、合理的な決定などできるのであろうか。実に残念な有様である。

## 5. 人は確率しない

D. V. Lindley が提示している多分有名な三囚人パズル (the three prisoners puzzle) は、「その」事象の一回性が折り込まれている点で、他の類似の例よりもすぐれている。つまり、人は確率算の三法則(加法法則, 乗法法則, 及びベイズ・ルール)を学習していないと、「たしからしさ」の見積もりにおいて「あやまち」を犯しやすいのである。実際筆者は、ある有能な統計家が、「その」事象が通用する「事後の」確率は「二分の一」であると、強く主張する状況に出くわしたことがある。だが、「事後の」確率は「三分の一」であり、相手の確率は「三分の二」に上昇する。このような例は、いわば「数学者への罠」である。

J. W. R. Dedekind が指摘しているように、「人は算術する」。だが、「確率はしない」。学習の初期において、「確率」とは何かを、やはり「正式に」教育する必要があるのではなかろうか。「ふたしか」に直面している「個」が、自身の窮状に対処するために「確率」を導入するという営みは、決して自明ではなく、この「営み」は、「後から」学ぶのである。

2015年12月16日(水)

## 参考文献

Lindley, Dennis Victor, *Making decisions, Second edition*, John Wiley & Sons, New York, 1985. 初版は1971年。この41頁から43頁にかけて問題の puzzle が提示されているが、そこではあえてベイズ・ルールを表には出していない。

Savage, Leonard Jimmie, *The foundations of statistics, Second revised edition*, Dover, New York, 1972. 初版は1954年にWileyから出ている。統計学の基礎をなす確率概念を考察する際には、この書物の第1章から第6章までは、多分必読である。

園 信太郎, 『確率概念の近傍—ベイズ統計学の基礎をなす確率概念—』, 内田老鶴圃, 東京, 2014年。「確率」に関心のある方には、ぜひとも一瞥して頂きたい冊子。

デーデキント(デデキント, Dedekind, Julius Wilhelm Richard)著, 河野伊三郎(こうの・いさぶろう)訳, 『数(すう)について—連続性と数の本質—』, 岩波文庫, 岩波書店, 東京, 1961年。