



Title	サヴェジ基礎論のある問題点
Author(s)	園, 信太郎
Citation	経済學研究, 66(2), 1-3
Issue Date	2016-12-08
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/64188
Type	bulletin (article)
File Information	ES_66(2)_001-003.pdf



[Instructions for use](#)

サヴェジ基礎論のある問題点

園 信太郎

1. はじめに

冒頭から実に恐縮するのだが、冊子、園 (2014) に言及したい。この冊子は緑のカヴァーなので、以下で、緑本 (みどりぼん) と呼ぶこととする。その付録 A でサヴェジ氏の論理を要約しておいた。しかし、その問題点には (直接的には) 言及しなかった。サヴェジ氏は統計的決定理論の公理化を成し遂げているのだが、彼の公準系は、完全無欠という訳ではなく、解釈上の論点を持っている。

彼は、「基礎論」第 2 章第 3 節 9 頁で、「世界の真の状態」に言及しているが、彼の公準系での本格的議論においては、この「真の」状態を表現する記号は現れないし、この「状態」を利用することもない。つまり「その」状態は、論理上は、必要ないのだ。

経済及び統計と言った領域は「人の尺度」、つまり「ヒトのスケール」に関するので、「未知固定の真の状態」を持ち出すことは異様ではない。しかし、サヴェジ氏の公準系そのものは、このような「状態」には依存しない。

2. Banach limit

緑本の付録 B での Banach limit を用いた例だが、この Lim を用いてそこで導入されている (サヴェジ氏の公準系をみたま) 定量的確率 P にとっては、「未知固定の真の状態」は意味を持たない。実際、 $P(\mathbf{N}[n])=0 \forall n \in \mathbf{N}$ なので、そのような「状態」は「存在」しない。また、「行為」 $\mathbf{f}(s)=1-(1/s), s \in \mathbf{N}$ は、

$\mathbf{f}(s) < 1 \forall s \in \mathbf{N}$ だが、 $\mathbf{E}(\mathbf{f})=1$ である。

つまり、Lim によって導入されるこの P にとっては、「真の」状態は無意味である。

3. さらなる論点

「基礎論」は「確率」の「解釈」を議論していると思われがちだが、またそれは誤りではないが、しかし、実際に問題となっているのは、例えば第 1 章第 2 節 3 頁を視ればわかるように、より狭く、「確率」の「定義」を問題としているのである。

サヴェジ氏にとって、「確率」とは、「個」が保持する「信念の程度」以外の何物でもない。この「信念の程度」を基礎づけるために、公理論的接近を利用しているのである。だが、特に、彼の第 4 公準 P4 を視ればわかるように、formal には、「個」の選好のある pattern によって、「確率」を定義しているのである。つまり、公理論的数学をあくまでも尊重するのなら、「個」の選好のある種の pattern が「確率」なのである。

しかし、このように解釈されてしまうと、サヴェジ氏が言いたい事柄が伝わらなくなる。彼は、「個」の「信念の程度」を測定するために、「個」の「物言わぬ営み」としての行為に着眼するのであり、「行為のある pattern」は、数学的推論を利用するためのいわば道具である。

彼は、公理論的流儀を利用しはするが、formalism 的定義はあくまでも便宜上のものだと、判断している。ここには、formalism とそ

の内容との「ずれ」という、古典的問題が潜んでいる。「基礎論」に関する際に用心すべきなのは、サヴェジ氏が伝えようとしている「確率」は、「個」の「信念の程度」であるということである。彼が自身の「基礎論」をあまり宣伝しなかったのも、多分、formalism 的誤解を恐れたからであろう。

なお、興味深いことに、既に Dedekind が、この種の誤解を恐れている。彼は、あまりにも有名な Dedekind 切断によって、ある種の無限的系列を持ち出すことなしに、実数の連続性を基礎づけたのだが、切断そのものを「実数」と見なす流儀とは一線を画していた。彼にとって「数、すう」とは「ひと」による「創造物」であり、「自由な創造」こそが、Dedekind の本音なのである。

また、種々の関数方程式に通じている「できる」解析学者に対して、「あなたが法則と呼んでいるものは、集合論的 graph 以外の何物でもない」と主張したならば、彼は、「自分が集合論の \in を利用するのは、証明と呼ばれる作業を遂行するための、あくまでも便宜上のことであり、自分が問題としている諸法則は、「この世界」に関する「真剣な存在」である」と、返答することであろう。

なお筆者の記憶によれば、(たしかフランスの)ある確率論研究者は、自分にとっての「たしからしさ」とは何かについて、多分良くわかっていなかったにもかかわらず、Kolmogorov system での確率論で、それなりの業績をあげていたという例がある。これは、formalism の長所なのか否か、どうも良くわからない。「たしからしさ」とは、面積や体積のようなものと信じていても、formalism においては、それなりの仕事を為し得る次第である。

なお一方、経済及び統計と言った領域での規範的接近においては、形式と内容との「ずれ」を慎重に見極めることは、恐らくは必須ではなからうか。

4. Abraham Wald による枠組みについて

サヴェジ氏は、(事物論理の一角である)統計的決定理論の公理化を成し遂げたのだが、彼の公準系から A. Wald の枠組みを振り返って視ると、重要な教訓が得られる。

Savage system からすれば、「損失関数」は「効用関数」によって定まり、しかもこの「効用関数」は有界である。従って、定義域が有界でない自乗損失は、本来の損失関数とはなり得ない。そこで、自乗損失を(よく見られるように)多用するのならば、common sense に反する結論が出て来ても不思議ではない。どうもこれは「へん」だと言う事態が起こり得るのである。

さらに、「個」を指定すれば、彼の個人的確率は一意的に定まるので、完備類定理は、この「個」にとっては意味がない。Wald の完備類定理は数学的な命題ではあるが、その統計学的内容については、実に強い疑念が突き付けられるのである。(なお、完備類定理における「事前分布」たちは当然「個」の「確率」たちでなければならないのだが、「個」が異なれば「効用」も異なるので、当然「損失」も異なり、Wald の枠組みは通用しなくなる。)

Savage system は common sense の system だが、Wald の枠組みは、数学の装いはしているが、その内容は疑問符である。

5. 補遺—緑本について—

経済及び統計と言った領域に関する学徒のための、確率算の基礎に関する簡潔なテキストをかなりの間探してきたのだが、ついに見当たらず、自分自身で書くこととした。そこで緑本となった。

本邦では、高校までの課程で確率算が適切に教育されているとは言い難い。特にまずいのは、確率算の三法則(加法法則、乗法法則、Bayes' rule)がなぜ従うのかが正しく教育され

ていないことである。これらの法則の合理的根拠を明示せずに、「確率」の計算のみをやらせるのは、「科学」的とはいえない。なお、「雨が降る」という現象は繰り返すが、「その雨」は一回限りであり、つまり「事象、できごと」とは unique であり、「たしからしさ」は、正にこの「事象」に関するのだと言う当然の事柄すら教えられていない。さらに「条件つき確率」の「定義」を、合理的根拠を示さずに天下りさせる流儀は極めて異様である。

問題は数学者の側にもある。確率論では Kolmogorov system を前提とする流儀が多数派だが、確率過程に関する本格的議論では、確率算の成立が当然のこととされている。しかし、その合理的根拠は、通常は、示されない。これは、透徹した論証をめざすべき「数学」としては、他の分野との比較において、極めて異例である。

少なくとも経済及び統計と言った領域に関する学徒に対しては、確率算の基本は明晰に教育されるべきであるし、この「教育」が、「期待効用最大化の原理」の的確な理解に通じると、筆者は信じる。

なお、緑本の第2章第3節15頁、上から3番目の式の左辺の分子では、 x と λ の位置を入れ替えなければならない。これはタイプミスである。また、46頁の下から5行目の右側の B だが、冒頭に \sim をつけなければならない。他にも問題点があれば、どうか読者は、気前よく筆者に知らせてもらいたい。半歩でも良いから、適切な「確率」理解へと、若い学徒らと共に前進したいのである。

2016年4月16日(土)

参考文献

Dedekind, Julius Wilhelm Richard, デデキント (あるいはデーデキント) 著, 河野伊三郎 (こうの・いさぶろう) 訳, 『数(すう)について—連続性と数の本質—』, 岩波文庫, 岩波書店, 東京, 1961年11月16日。この著名な古典については、緑本の付録Cを一瞥していただきたい。

Savage, Leonard Jimmie, *The Foundations of Statistics*, John Wiley & Sons, New York, 1954. サヴェジ氏の「基礎論」である。サヴェジ氏没後の1972年に、第二版が、Dover, New York, より出ている。読者には第二版を勧める。

園信太郎, 『確率概念の近傍—ベイズ統計学の基礎をなす確率概念—』, 内田老鶴圃, 東京, 2014年5月15日。緑本である。