



Title	On Moduli Spaces of Quasi-Maps and Gromov-Witten Invariants [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	齋藤, 逸人
Citation	北海道大学. 博士(理学) 甲第13121号
Issue Date	2018-03-22
Doc URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/69405">http://hdl.handle.net/2115/69405</a>
Rights(URL)	<a href="https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/">https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/</a>
Type	theses (doctoral - abstract and summary of review)
Additional Information	There are other files related to this item in HUSCAP. Check the above URL.
File Information	Hayato_Saito_review.pdf (審査の要旨)



[Instructions for use](#)

## 学位論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称 博士(理学) 氏名 齋藤 逸人

主査 准教授 秦泉寺 雅夫  
審査担当者 副査 教授 大本 亨  
副査 教授 吉永 正彦

### 学位論文題名

On Moduli Spaces of Quasi-Maps and Gromov-Witten Invariants  
(擬写像のモジュライ空間とグロモフ・ウィッテン不変量に関する研究)

### 博士学位論文審査等の結果について (報告)

齋藤氏の学位論文は、 $\mathbb{C}P^1$  から  $\mathbb{C}P^{(N-1)}$  への次数  $d$  の擬写像のコンパクト化されたモジュライ空間と  $\mathbb{C}P^1$  から重み付き射影空間  $P(1, 1, 1, 3)$  への次数  $d$  の擬写像のコンパクト化されたモジュライ空間の厳密な構成とそれらのチャウ環の導出、および応用を主結果としている。 $\mathbb{C}P^{(N-1)}$  の場合は、大まかな構成が秦泉寺によってなされており、モジュライ空間がコンパクトな toric orbifold になることが予想されていた。齋藤氏はこのモジュライ空間の toric orbifold としての構造の元となる凸多面体を具体的に構成し、それが秦泉寺によって提示されていた構成を再現することを示した。さらに、この凸多面体から得られる扇の解析により、モジュライ空間がコンパクトな toric orbifold である事を証明した。さらにモジュライ空間のチャウ環も決定した。応用として、齋藤氏はモジュライ空間の orbifold Euler 数を任意の次数  $d$  について計算している。また、次数 1 と 2 の場合に、グロモフ・ウィッテン不変量の定義に用いられる安定写像のモジュライ空間と、擬写像のモジュライ空間のチャウ環を比較し、擬写像のモジュライ空間のチャウ環が、安定写像のモジュライ空間のチャウ環の部分環となっていることを示唆する結果を得た。この結果と秦泉寺の先行研究における結果を組み合わせ、 $\mathbb{C}P^{(N-1)}$  内の  $k$  次超曲面の次数 1 と 2 のグロモフ・ウィッテン不変量を安定写像のモジュライ空間のチャウ環を用いて書き下す結果を証明した。これまでこのグロモフ・ウィッテン不変量を計算するには、局所化定理を用いるしかなく、チャウ環を用いた表示は知られていなかった。その意味で、新規性のある優れた結果であると言える。なお、これまでに述べた結果は、International Journal of Mathematics において既に出版されている。これらの成果を踏まえ、齋藤氏は  $P(1, 1, 1, 3)$  へのコンパクト化された次数  $d$  の擬写像のモジュライ空間の元となる凸多面体を具体的に構成することにより、モジュライ空間がコンパクトな toric orbifold である事を証明し、そのチャウ環を決定した。秦泉寺により、このモジュライ空間の一連の位相的交点数が楕円曲線の  $j$  関数の逆関数の展開係数を与えると予想されていた。この論文では、チャウ環を用いてこの交点数を厳密に計算し、秦泉寺の予想を証明した。なお、後半の研究は秦泉寺との共同研究である。

以上に述べたとおり、本論文の結果は新規性が高く、証明も独創的な手法を用いており高く評価される。よって齋藤氏は、北海道大学博士(理学)の学位を授与される資格あるものと認められる。