



Title	Asymptotic behavior of random dynamical systems arising from a single neuron model [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	中村, 文彦
Citation	北海道大学. 博士(理学) 甲第13122号
Issue Date	2018-03-22
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/69407
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/
Type	theses (doctoral - abstract and summary of review)
Additional Information	There are other files related to this item in HUSCAP. Check the above URL.
File Information	Fumihiko_Nakamura_abstract.pdf (論文内容の要旨)



[Instructions for use](#)

学位論文内容の要旨

博士の専攻分野の名称 博士（理 学） 氏 名 中 村 文 彦

学位論文題名

Asymptotic behavior of random dynamical systems arising from a single neuron model
(単一の神経細胞モデルから派生するランダム力学系の漸近的挙動)

南雲・佐藤(NS)モデルと呼ばれている区分的な非拡大的線形写像 $S_{\alpha,\beta}(x) = \alpha x + \beta \pmod{1}$, ($0 < \alpha, \beta < 1$)は, カイヤニエロの神経方程式を最も単純化したモデルとして知られ, 脳内の単一のニューロンの発火現象を記述するモデルとして研究されている. この写像から作られる $[0,1]$ 上の力学系 $S_{\alpha,\beta}$ は, ほとんどすべてのパラメータ (α, β) に対して, 周期的なふるまいを示すことが知られている. またこの写像は $\alpha + \beta > 1$ のときに, ただ一つの不連続点を $[0,1]$ 内に持つが, この不連続点が, NSモデルのパラメータ空間内に複雑な周期構造を導く要因となる. この周期構造の特徴は, $(0,1)$ 内のすべての有理数 l/n に対応したパラメータ領域が $(0,1)^2$ 内に存在し, (i) l/n に対応した領域内のパラメータに対し NSモデルは周期 n の吸引周期点をもち, (ii) l/n と l'/n' に対応した領域の間には $(l+l')/(n+n')$ に対応した領域が存在する, ということである. このような周期構造はファレイ数列に基づく性質を有するため, “ファレイ構造”と呼ばれている. 本論文ではまず一つ目の結果として, ノイズが加えられていない NSモデルがファレイ構造をもつことを厳密に証明した結果を紹介する. この結果により, 任意の周期数を実現するパラメータ領域が存在していることや, m 周期点をもつパラメータ領域と n 周期点を持つパラメータ領域の間には, $(m+n)$ 周期点を持つパラメータ領域が存在することが結論づけられる.

その後, NSモデルにノイズが加えられたランダム力学系 $x_{t+1} = S_{\alpha,\beta}(x_t) + \xi_t \pmod{1}$, (ただし, ξ_t はサポートが $[0, \theta]$ である共通の密度関数をもつ独立な確率変数列)から生成されるマルコフ作用素に対する二つの重要な漸近的性質, “漸近的な周期性”(asymptotic periodicity)と“漸近的な安定性”(asymptotic stability)を議論し, これらの性質が成り立つための十分条件を考察する. 本論文の二つ目の主結果として, 加えるノイズの大きさに応じて, この系から生成されるマルコフ作用素が漸近的周期性(周期2以上)と漸近的安定性(周期1)のどちらの性質を持つかを区別した結果を紹介する. 実際に, パラメータ (α, β) をファレイ構造内の有理数 l/n に対応したパラメータ領域から選んだ場合に, あるノイズの大きさの閾値 $\theta_*(\alpha, \beta)$ が存在し, ノイズの最大値が $\theta_*(\alpha, \beta)$ を超えない場合はマルコフ作用素が漸近的な周期性(周期数 n)を持ち, $\theta_*(\alpha, \beta)$ を超えた場合は漸近的な安定性を持つということを示す. Provatás と Mackey(1991)はこの結果を, (α, β) が有理数 $1/n$ に対応したパラメータ領域内から選ばれた場合に証明を与えている. したがって本論文の結果は彼らの結果を任意の有理数 l/n へ拡張できたことを意味している.

以下に各章の概略を説明する。まず2章では、力学系から生成されるマルコフ作用素（ペロン・フロベニウス作用素）やその漸近的性質など、本論文の主定理を導くために必要な数学的準備を行う。そして3章では主定理の証明のアイデアとして必要不可欠な Rational Characteristic Sequence と呼ばれる0と1からなる数列を導入し、その性質を紹介する。実際この数列が、NSモデルの持つファレイ構造の特徴を与えており、この数列に関する諸命題が主定理の証明を可能にした。4章ではパラメータ空間内のファレイ構造を定義し、ノイズがないNSモデルがファレイ構造を有することを証明する。そして5章でノイズが加えられたNSモデルを考察し、この力学系から生成されるマルコフ作用素に関する主定理を証明する。最後に6章では主定理を数値的に計算した結果を紹介する。また付録では“ファレイ数列に基づく数学的帰納法”を用いて、Rational Characteristic sequence に関する性質でもあり、主定理の証明の最も核となった不等式を証明する。