



Title	道路ネットワークにおける移動時間の不確実性を考慮した便益推計に関する研究
Author(s)	加藤, 哲平
Citation	北海道大学. 博士(工学) 甲第13213号
Issue Date	2018-03-22
DOI	10.14943/doctoral.k13213
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/70093
Type	theses (doctoral)
File Information	Kato_Teppey.pdf



[Instructions for use](#)

道路ネットワークにおける
移動時間の不確実性を考慮した
便益推計に関する研究

加藤 哲平

目 次

第 1 章	序論	1
1.1.	研究の背景と目的	2
1.1.1.	事業評価に向けた利用者便益の分析	2
1.1.2.	本研究の目的	4
1.2.	本研究の構成	5
第 1 章	参考文献	8
第 2 章	関連研究の動向の整理	9
2.1.	概説	10
2.1.1.	時間価値・時間信頼性価値	10
2.1.2.	移動時間の不確実性を考慮した交通需要予測	10
2.1.3.	均衡配分内生型の時間価値・時間信頼性価値同時推定モデル	11
2.1.4.	道路事業の便益推計	11
2.2.	時間価値に関する理論研究	11
2.2.1.	時間価値推定モデル	11
2.2.2.	交通状況の変化による時間価値の変動	12
2.3.	時間信頼性価値に関する理論研究	13
2.3.1.	スケジューリングアプローチ	13
2.3.2.	平均—分散アプローチ	15
2.3.3.	統合アプローチ	16
2.3.4.	時間信頼性指標に関する議論	18
2.4.	ネットワーク上の不確実性を考慮しない均衡配分モデル	22
2.4.1.	均衡配分モデルの仮定	22
2.4.2.	需要固定型利用者均衡配分モデル	24
2.4.3.	確率的利用者均衡配分モデル	32
2.4.4.	需要変動型均衡配分モデル	35
2.4.5.	利用者の選好の異質性を考慮した均衡配分モデル	39
2.5.	ネットワーク上の不確実性を考慮した均衡配分モデル	42
2.5.1.	確率均衡配分モデル	43
2.5.2.	ネットワークの確率的特性を考慮したパラメータ推定モデル	47
2.6.	均衡配分内生型の時間価値・時間信頼性価値推定モデル	48
2.6.1.	モデルの概説	48
2.6.2.	モデルの仮定	49

2.7. 便益推計に関する研究.....	50
2.7.1. 便益推計手法の理論的枠組み.....	50
2.7.2. 利用者均衡配分に基づく便益推計手法.....	51
2.7.3. 禁止的価格を考慮した便益推計.....	57
2.8. 既存研究の総括.....	57
第2章 参考文献.....	60
第3章 マルチユーザークラスに基づく時間価値・時間信頼性価値推定モデル.....	64
3.1. 概説.....	65
3.1.1. マルチユーザークラスへの拡張.....	65
3.1.2. リンク交通量を用いた推定手法の提案.....	65
3.2. ネットワーク上の変数.....	66
3.2.1. 記号.....	66
3.2.2. 交通量と交通容量の定義.....	66
3.3. 移動時間の不確実性を考慮した利用者の経路選択.....	68
3.3.1. ネットワーク上の移動時間.....	68
3.3.2. ネットワーク上の移動費用.....	69
3.3.3. 経路選択行動.....	69
3.4. 時間価値・時間信頼性価値同時推定モデル.....	71
3.4.1. Uchida (2014) モデル.....	71
3.4.2. マルチユーザークラス型モデル.....	75
3.5. 最尤推定法に基づく推定手法.....	78
第3章 参考文献.....	83
第4章 移動時間の不確実性を考慮した便益推計手法.....	85
4.1. 概説.....	86
4.2. 時間価値・時間信頼性価値推定モデルと等価な効用最大化問題.....	86
4.3. 便益推計手法.....	88
4.3.1. 需要関数の導出.....	88
4.3.2. 補償変分による便益推計.....	89
第4章 参考文献.....	92
第5章 数値計算例.....	93
5.1. 概説.....	94
5.2. 観測経路交通量を用いた時間価値・時間信頼性価値推定.....	94
5.2.1. 数値実験の設定.....	94
5.2.2. 数値実験の結果.....	95
5.3. 観測リンク交通量を用いた時間価値・時間信頼性価値推定.....	97
5.3.1. 数値実験の設定.....	97

5.3.2. 交通量・交通容量のリンク間相関がない場合	99
5.3.3. 交通量・交通容量のリンク間相関がある場合	102
5.4. 便益推計	103
5.4.1. テストネットワークにおける道路事業の便益推計.....	103
5.4.2. 既存の便益推計手法を用いた結果との比較.....	107
第5章 参考文献.....	110
第6章 結論	111
6.1. 本研究の成果.....	112
6.2. 本研究の課題.....	114
第6章 参考文献.....	115

第1章

序論

1.1. 研究の背景と目的

1.1.1. 事業評価に向けた利用者便益の分析

道路事業等の公共事業の設計や計画において、費用便益分析による事業評価が行われている。こうした費用便益分析では、その事業によって生じる利用者便益を推定する必要がある。筆者は、交通サービスの利用者便益が、道路事業や公共交通施策等の交通施策によってどのように変化するかを分析可能な手法を提案した (Kato et al., 2017¹⁾)。この手法を北海道の千歳市に存在する赤字バス路線に適用し、その改善案を提案している。

交通施策による利用者便益は、施策実施前と実施後、それぞれの状況で利用者が交通サービスによって得る便益の差として定義される。交通施策後の利用者便益推計のためには、施策後の交通状況を予測する必要がある。その予測は利用者の行動を再現するモデルに基づいて行われる。モデル内で使用されるパラメータには、そのモデルが交通施策前の交通状況を再現するような値を用いる。提案した手法では、利用者行動を再現するために、ランダム効用理論に基づく交通需要予測モデルの構築を行っている。この需要予測モデルでは、利用者 i は以下の関数で表される効用に効用の認知誤差を加えた認知効用に基づいてバスか乗用車の2つから交通手段を選択すると仮定されていた。

$$v_i^m = \alpha_m + \alpha_t \cdot t_i^m + \alpha_c \cdot c_i^m + \beta \cdot \mathbf{x} \quad \forall m \in \{bus, car\} \quad (1.1)$$

ここで、 m は交通手段を表し、 t_i^m と c_i^m はそれぞれ交通手段 m を利用した時の平均移動時間と移動費用を表している。 α_m 、 α_t 、 α_c はそれぞれ交通手段 m に固有の効用、移動時間の限界効用、移動費用の限界効用を表す。 \mathbf{x} は移動目的等の個人属性ベクトルを表し、 β はそれによる効用ベクトルを表している。上記の t_i^m 、 c_i^m 、 \mathbf{x} はアンケートあるいは交通ネットワークのデータによって直接観測され、 α_t 、 α_c 、 α_m 、 β はそれらの観測値から推定されるパラメータである。効用関数の形状とそのパラメータは、交通需要の予測結果に大きく影響するため、利用者便益の推定にも大きな影響を与える。つまり、利用者が交通サービスに求めているニーズを正確に把握し、それらのパラメータを適切に設定することが、正確な利用者便益推計において重要であると言える。道路利用者の交通サービスに対するニーズを正確に把握するためには、その交通サービスを選択する際の状況を考慮する必要がある。

交通ネットワークは、天候や事故等の様々な不確実性に晒されており、こうした不確実性はネットワーク上の移動時間の決定要因に間接的あるいは直接的に影響を与え、結果的に移動時間の不確実性をもたらす。特に積雪の多い北海道では、こうした移動時間の不確実性が大きい。また、バスによる移動では、家からバスまでの移動時間や乗り降りによる待ち時間を考慮する必要があるため、さらに移動時間の不確実性が大きくなる。したがって、Kato et al. (2017)¹⁾ で提案されたモデルを用いた利用者便益推計の精度を向上させるためには、移動時間が不確実性を有する状況を考慮した分析を行う必要があると考えられる。

移動時間を確率分布で表現すると図-1.1 (左図) のようになる。

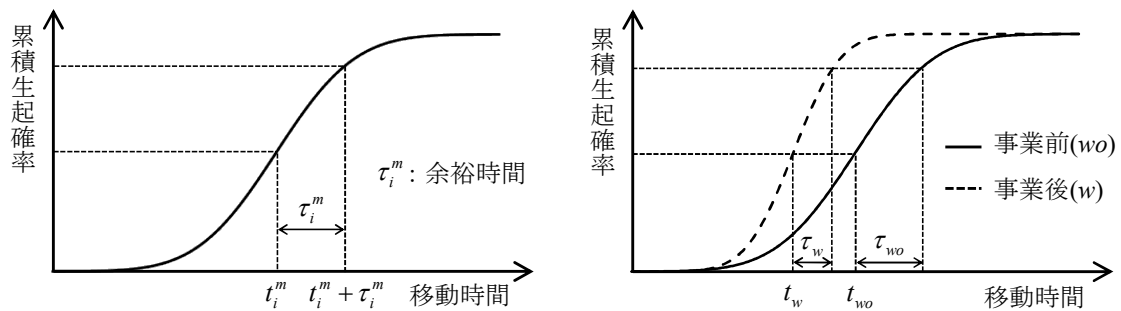


図-1.1. 確率的移動時間

日々変動する移動時間を、利用者は事前に正確に知ることは出来ない。このような移動時間が“読めない”状況下では、利用者は遅着による思わぬ不利益を被る事があるため、移動時間の不確実性を考慮して交通行動を決定する。例えば、同一の起終点（OD ペア）間に2つの交通サービスがある場合を考える。それぞれの交通サービスを利用した直近数日間の移動時間が分かっており、どちらの経路も平均移動時間は等しい。ただし、一方の経路は移動時間のバラつきが少なく、もう一方の経路はバラつきが大きい。一般的な利用者は平均移動時間が等しい場合、遅着するリスクを考慮して移動時間のバラつきが小さい方を選択する傾向にある。実証研究においても、利用者の交通行動と移動時間の不確実性の関連が示されている。Jackson & Jucker (1981)²⁾ はアンケート調査を用い、移動時間の不確実性が経路選択の最も重要な要素の一つであることを示している。Abdel-Aty et al. (1997)³⁾ はロサンゼルスにおける調査で、約 54%の回答者が経路選択の際に移動時間の不確実性を最もあるいは二番目に重要視していることを示している。提案した手法では、移動時間を平均値 t_i^m としていたが、移動時間が不確実性を有する状況下で、利用者が平均移動時間をその交通手段の移動時間と捉えているという想定は非現実的である。利用者は遅着するリスクを避けるため余裕時間を見積もって交通行動を決定する。利用者がある可能性で遅着することを許容する場合、その利用者にとって交通手段 m を利用する際に見積もる余裕時間は、図-1.1 左図における τ_i^m で与えられる。つまり、この利用者にとって交通手段 m の実質的な移動時間は $t_i^m + \tau_i^m$ で与えられると考えられる。提案した手法の中ではこうした余裕時間を考慮していないため、利用者の遅着するリスクを考慮した行動を無視していることになる。路線バスの利用者には、通勤・通学や他の交通手段への乗継を目的とした利用者が多く、特に遅着するリスクを避ける傾向にあると考えられる。したがって、移動時間が不確実な状況下で利用者が移動時間の平均のみを考慮した交通行動を行うという想定はやはり非現実的であると言える。

交通施策の中でも、道路事業はネットワークの広い範囲に影響を及ぼすため、バスと乗用車両方の移動時間が変化することになる。こうした移動時間の変化には、その平均値だけではなく不確実性の変化も含まれる。図-1.1 (右図) は、道路事業によってある利用者の

経験する確率的移動時間の平均と不確実性が減少した状況を表している。この図から明らかかなように、道路事業によって移動時間の不確実性が軽減（増大）した場合、利用者のリスクを考慮した行動を表現することによって、道路事業による利用者便益も大きく（小さく）なる。また、道路事業によっては、平均的な移動時間が短縮される一方で、交通量の集中などによって移動時間の不確実性が増すような状況も発生しうる。例えばバスの移動時間には乗り降りによる待ち時間も含まれるため、平均的な移動時間の短縮によって利用者が増えると、移動時間の不確実性が大きくなる。こうしたケースで、平均的な移動時間のみを考慮した分析を行うと、利用者便益が過大に推定されてしまう。したがって、ネットワークの広い範囲に複雑な影響を及ぼす道路事業による利用者便益を推定する上では、移動時間の不確実性を考慮した分析を行う必要がある。

道路事業の事業評価で利用が義務付けられている現行の費用便益分析マニュアル⁴⁾において、走行時間短縮便益・走行経費減少便益・交通事故減少便益の3つが便益として計上されているが、移動時間の不確実性が軽減（移動時間の信頼性が向上）する事による便益は計上されていない。しかし、上記のように利用者は移動時間の不確実性を考慮した交通行動を行うため、移動時間の信頼性が向上すると道路利用者の便益が発生する。イギリス政府によるレポート (SACTRA, 1999⁵⁾) では、こうした便益を計上しないことで、幹線道路における交通施策による便益が5%~50%も過小評価になる事が示されている。また、ストックホルムにおける混雑課金政策においては、こうした便益が便益全体の2割以上を占めると試算されている (Eliasson, 2009⁶⁾)。このように、移動時間の信頼性向上による便益は無視できるほど小さくないと考えられ、移動時間の不確実性に関する研究が国内外で活発に行われている (Lam et al., 2014⁷⁾)。しかし、移動時間の信頼性向上による便益をどのように計上するか、統一された見解は未だ得られていない。

1.1.2. 本研究の目的

森地&金本 (2008)⁸⁾によると、道路事業における費用便益分析に対して、研究者と実務者の双方から指摘されている課題・問題点は、以下の4つに大別される。

- | |
|---|
| <ol style="list-style-type: none">(1) 「費用便益分析マニュアル」の経済理論との整合性(2) 便益、費用として今後計上すべき項目(3) 主要なパラメータ・設定値の妥当性(4) 「費用便益分析マニュアル」の適用範囲を超えるものへの対応 |
|---|

上記の(2)に関して、1.1.1節で示された通り、移動時間の信頼性向上による便益を道路事業の便益として計上する必要がある。これに対し、(1)で挙げられたように、経済理論と整合的な便益推計手法の提案が課題となる。また、(3)で挙げられたように、道路利用者の移動

時間の不確実性に対する選好を適切に設定する手法の提案も課題となる。道路事業はネットワークの広い範囲に影響を与えるため、これらの手法はネットワークレベルでの分析が可能な枠組みである必要がある。

本研究では、これまで考慮されていなかった時間信頼性向上便益を考慮した道路事業の費用便益分析を行うために、ネットワークレベルで時間信頼性向上に対する支払い意思額（時間信頼性価値）を推定する手法と、ミクロ経済学理論に準拠した移動時間信頼性向上便益の推計手法を提案する。

1.2. 本研究の構成

本研究は全6章から構成され、章構成は図1.1のようにまとめられる。

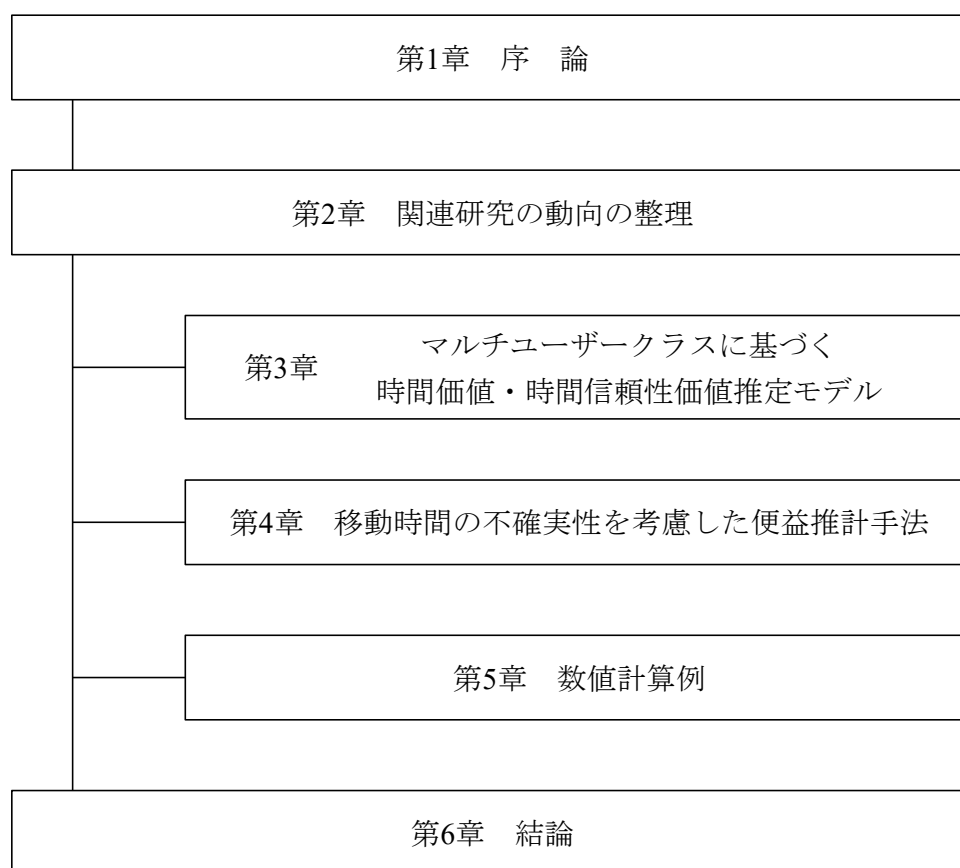


図-1.2. 論文の構成

第2章では、本研究の対象とする時間価値・時間信頼性価値の理論研究、時間信頼性を考慮した均衡配分モデル、均衡配分内生型の時間価値・時間信頼性価値同時推定モデル、便益推計手法に関する既存研究を整理し、本研究の位置付けを明らかにする。また、本研究で用いられる手法の基礎理論を示す。時間価値・時間信頼性価値の理論研究に関しては、

その発展経緯を示すと共に、移動時間変動の程度を表す指標に関する議論と時間価値の性質を示す。時間信頼性を考慮した均衡配分モデルに関しては、発展経緯を示した後、これまで提案されてきたモデルを概説する。また、これらの均衡配分モデルを用いたパラメータ推定に関する研究の概説を行う。均衡配分内生型の時間価値・時間信頼性価値推定モデルに関しては、そのモデルの特徴をまとめる。便益推計手法に関しては、その基礎理論を示すと共に、既存の便益推計手法では取り扱いが難しいとされる、交通需要がゼロになるような場合に関する議論を整理する。

第3章では、マルチユーザークラスに基づく時間価値・時間信頼性価値推定モデルの定式化を行う。このモデルの定式化は第2章で示された均衡配分内生型の時間価値・時間信頼性価値推定モデルの理論的拡張によって行われる。具体的には、ネットワーク中の利用者の選好の異質性を考慮可能なモデルへの理論的拡張である。一般的にネットワーク中の利用者は、交通の目的や社会的な個人属性によって異なった選好を有する。この理論的拡張によって、より現実的な価値推定が可能となる。このモデルは、移動時間の平均、移動費用、移動時間信頼性に関する制約条件付きの代表的個人の効用最大化問題として定式化されており、時間信頼性を考慮した均衡配分モデルと等価な最適性条件を持つことが示される。また、これまでのモデルでは、ネットワーク上のリンク、経路、OD交通量が全て観測あるいは推計可能であると仮定されていた。しかし、実際に経路交通量とOD交通量を観測あるいは推計するためには、アンケート調査等を実施する必要がある。ネットワークレベルでこれらのデータを観測するには一般的に非常にコストが高い。一方で、リンク交通量はトラフィックカウンター等によるデータ取得を行う事ができるため観測コストが低い。これまでのモデルを用いて実際の観測データから時間価値・時間信頼性価値を推定するために、観測可能性の高いリンク交通量のみを用いた推定手法を提案する。

第4章では、第3章で示された価値推定モデルを適用した便益推計手法を示す。移動時間の不確実性を考慮した利用者の経路選択行動を表現した上で、道路事業による便益をどのように推計するか、ミクロ経済学理論に準拠した方法で示される。提案された手法は、均衡配分モデルと等価な最適性条件を持つ効用最大化問題として定式化された上記の価値推定モデルを内生化しているため、需要予測と便益推計を同一の枠組みで捉える事が可能である。このため、既存研究において別々の理論的な枠組みで研究されてきた、需要予測と便益推計の二つの研究分野の間隙を埋める便益推計手法となっている。また、提案された手法は、交通状況の変化による時間価値・時間信頼性価値の変動を考慮した便益推計を行う事ができる。従来から時間価値が変動する性質を持つことが指摘されていたが、それを考慮した便益推計手法は示されていなかった。消費者余剰を指標とした便益推計が広く行われているが、道路事業前後で選好が変化する状況では消費者余剰を用いた分析を行う事ができない。このため、提案された手法では補償変分や等価変分といった指標で便益推計を行っている。さらに、これまでは扱いが困難であった交通需要が0になる状況も分析可能であり、ネットワークの分断等、災害時を考慮した事業評価にも有用である。

第 5 章では，テストネットワークを対象とした数値実験によって第 3 章，第 4 章で示されたモデルおよび手法の妥当性や性質について議論する．

第 6 章では，本研究より得られた成果および今後の課題について述べる．

第1章 参考文献

- 1) Kato, T., Uchida, K., Tanada, K., 2017. A study on effect of incentive reward institution for a deficit-ridden bus company on economic welfare. *Transportation Research Procedia.*, Vol.25, pp. 4042-4052
- 2) Jackson, W.B., Jucker, J.V., 1981. An empirical study of travel time variability and travel choice behavior. *Transportation Science*, Vol.16, No.4, pp.460–475.
- 3) Abdel-Aty, M.A., Kitamura, R., Jovanis, P.P., 1997. Using stated preference data for studying the effect of advanced traffic information on drivers' route choice. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 5, No.1, pp.39–50.
- 4) 国土交通省, 2003. 費用便益分析マニュアル. 国土交通省道路局 都市・地域整備局.
- 5) SACTRA., 1999. *Transport and the economy: Full report*. London, UK: Standing Advisory Committee on Trunk Road Assessment, Department for Transport.
- 6) Eliasson, J., 2009. A cost-benefit analysis of the Stockholm congestion charging system. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol. 43, No.4, pp.468–480.
- 7) Lam, W.H.K., Lo, H.K. & Wong, S.C., 2014. Advances in equilibrium models for analyzing transportation network reliability. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 66, pp.1–3.
- 8) 森地茂, 金本良嗣, 2008. 道路投資の便益推計 理論と実践. 東洋経済新報社.

第2章

関連研究の動向の整理

2.1. 概説

本章では、本研究に関連する既存研究の概説を行う。概説に際して、多くの記号を用いるが、それらすべての記号を区別することは難しい。このため、使用される記号は各節ごとに独立であり、定義はその節内で示されるものとする。

2.1.1. 時間価値・時間信頼性価値

古くから行われてきた時間価値に関する研究と同様に、時間信頼性価値に関する研究は利用者の効用最大化問題が基本的な枠組みとされる。このため、本章ではまず時間価値に関する基礎理論を示す(2.2節)。基礎理論以外にも、時間価値の性質について議論している研究を概説する。その後、時間信頼性価値に関する理論研究の発展経緯を整理する。時間信頼性価値に関する研究の分野では、スケジューリングアプローチと平均—分散アプローチという二つのアプローチで時間信頼性価値を定義している。また、近年ではある一定の条件下でスケジューリングアプローチと平均—分散アプローチが等価になることが示されている。2.3.1-2.3.2節で二つのアプローチの基礎理論を示した後、2.4.3節でそれらのアプローチを統合する統合アプローチの基礎理論を示し、移動時間変動を表す指標についての議論を2.3.4節で示す。

2.1.2. 移動時間の不確実性を考慮した交通需要予測

道路事業が社会に与える影響を分析する際に、交通サービスの利用者の数がどれだけ変化するかを算出する必要がある。したがって、土木計画学の分野において交通需要予測手法が極めて重要な役割を持つと言える。道路事業は多くの主体に影響を与えるため、交通需要予測は、同一のデータを用いれば誰が行っても同じ結果を導くことができるような、客観的な手法である必要がある。本研究で扱う均衡配分は、交通需要予測の一つの手法であり、その客観性の高さから有用な手法であると認識され、多くの関連研究が行われている。

道路事業は移動時間の不確実性にも影響を与えるため、移動時間の不確実性を考慮した交通需要予測手法が求められる。また、ネットワーク上の正確な移動時間を観測するには、膨大なコストがかかるため、ネットワークレベルで移動時間の不確実性を直接観測する事は難しい。このため、観測可能性の高いデータ(交通量など)を用いてネットワーク上の移動時間の不確実性を推定する手法が求められる。こうした背景から、交通量や移動時間等に確率変数を用いた均衡配分モデル(確率均衡配分モデル)が提案されてきた。本章では確率均衡配分モデルを概説する。確率均衡配分モデルは、確率変数を用いない通常の均衡配分モデルの理論的拡張によって定式化されるため、2.5節で確率均衡配分モデルを概説

する前に、2.4 節で通常の均衡配分モデルを先に概説する。また、第 3 章で移動時間の不確実性を考慮した確率均衡配分モデルが示されるため、本章では通常の均衡配分モデルのみ定式化を示す。また、確率均衡配分モデルを用いたパラメータ推定に関する研究も概説する。

2.1.3. 均衡配分内生型の時間価値・時間信頼性価値同時推定モデル

従来の時間価値・時間信頼性価値推定モデルは、経路や出発時間の選択といった意思決定状況を想定している。しかし、ネットワーク上の利用者はトリップ単位で意思決定を行うものと考えられる。このため、ネットワークレベルで時間価値・時間信頼性価値を推定する必要がある。2.6 節では、近年提案された均衡配分内生型の時間価値・時間信頼性価値同時推定モデルを概説する。このモデルの理論的な拡張と応用が第 3 章以降で示される本研究の内容である。具体的な定式化に関しては、第 3 章で示される。

2.1.4. 道路事業の便益推計

道路事業の便益推計はミクロ経済学理論に準拠した手法で行われることが求められる。道路事業の便益推計とミクロ経済学理論との整合性に関して、実務者と研究者の間で議論が行われている。2.7 節では、これらの議論を示すと共に、道路事業の便益推計に関する基礎理論を概説する。

2.2. 時間価値に関する理論研究

2.2.1. 時間価値推定モデル

時間価値に関する理論的枠組みは、Becker (1965)¹⁾ によって示された。基本的な考え方は、家計が利用可能な時間の制約下で効用を最大化するように労働の供給と財の消費量を決定する古典的な家計の効用最大化問題である。ただし、Becker (1965)¹⁾ は効用関数の中に時間を明示的に導入した。具体的には、家計の消費する財は一般的に市場に流通する財と時間を消費することによって構成されるという仮定を設けた。例として、睡眠という財を消費するために、ベッド、家、そして時間を消費するような状況を挙げている。家計はこうして財を消費して効用を得るため、家計の効用関数は市場に流通する財 i の消費量 X_i と、それを消費するのに必要な時間 T_i によって構成されることになる。したがって、家計は利用可能な時間、予算に関する制約条件下でこのような効用関数を最大化するように行動する。利用可能な時間を T 、仕事時間を T_w とすると、利用可能な時間に対する制約は $T = T_w + \sum_i T_i$

と表される。また、利用可能な予算を Y 、財 i の価格を P_i とすると、利用可能な予算に関する制約は $Y = \sum_i P_i \cdot X_i$ となる。ここで、家計が利用可能な予算 Y は、賃金率 ω の仕事を T_w だけ行って得られる賃金と、もともと保有していた予算 V の和であり、 $Y = V + \omega \cdot T_w$ と表される。Becker¹⁾ は上記のような制約条件付きの効用最大化問題をラグランジュの未定乗数法を用いて解いている。最大化問題の一階の条件より、制約条件に対するラグランジュ乗数は、制約条件を限界的に緩和させることによって増加させることのできる家計の効用と等しくなる。つまり、時間・金銭の増加による限界効用がそれぞれの制約条件に対するラグランジュ乗数で表されることになる。したがって、 λ 、 μ をそれぞれ利用可能な予算、時間の制約に対するラグランジュ乗数とすると、時間価値 v_T が λ/μ で表される。Becker (1965)¹⁾ は最終的に、移動時間の価値が家計へ支払われる賃金率と同一になることを示した。この結論は、利用可能な時間を自由に割り振ることができるため、移動時間が減少してもそれと同じだけ仕事へ充てることができることから導き出される。

以降、Becker (1965)¹⁾ モデルの理論的拡張が行われてきた。その代表的な研究が DeSerpa (1971)²⁾ による研究である。この研究では、Becker (1965)¹⁾ モデルで設けられていた利用可能な時間を自由に割り振ることができるという仮定を緩和し、家計の財消費に対して技術的な制約を新たに課している。ある財 i の消費に最低限必要な時間を α_i とした時、財 i を X_i だけ消費するのに家計が割り振らなくてはならない時間 T_i は、 $T_i \geq \alpha_i \cdot X_i$ を満たすという制約である。DeSerpa (1971)²⁾ は Becker (1965)¹⁾ と同様にラグランジュの未定乗数法を用い、利用可能な予算、時間に対する制約と、財消費に関する技術的な制約付きの効用最大化問題を解いている。新たに K_i を財消費に関する技術的な制約に対するラグランジュ乗数とすると、財 i を消費するための活動時間の金銭的な価値 τ_T^i は、以下のように表される。

$$\tau_T^i = \frac{\mu}{\lambda} - \frac{K_i}{\lambda} \quad (2.1)$$

DeSerpa (1971)²⁾ は時間に対する技術的な制約がない活動の時間価値、すなわち $K_i = 0$ となるような活動に対する時間価値を「資源としての時間価値」と定義し、技術的な制約のある活動に対する時間価値を「商品としての時間価値」と定義した。DeSerpa (1971)²⁾ は、移動時間の短縮は活動時間に対する技術的な制約を緩和する事に繋がるため、移動時間価値は「商品としての時間価値」を用いて表されるとした。

2.2.2. 交通状況の変化による時間価値の変動

河野&森杉 (2000)³⁾ は、私的交通に関わる時間価値が財の価格、移動費用、移動時間などの経済環境の変動によって変化することを理論的に示した。実務で用いられる時間価値は、所得接近法や、行動モデルと SP/RP データを用いて計測されている。これらの方法では、時間価値が変化すると考えられておらず、一定の値として推定されている。しかし、

個人の行動に密接に関係する時間価値は、経済環境の変動に応じて変化すると考えられる。こういった指摘は、古典的な時間価値研究 (Deserpa, 1971²⁾, De Donnea, 1972⁴⁾) においても指摘されてきた。河野&森杉 (2000)³⁾ は、DeSerpa (1971)²⁾ と同様の時間配分問題を定式化し、道路事業を想定した移動費用、移動時間の変化、消費するために交通行動を伴う財の価格変化について比較静学分析を行い、それらの経済環境の変動に伴う時間価値の変化を定性的に評価した。その結果、交通を伴う財の価格が増加した場合や移動時間が増加した場合に時間価値が減少することが示された。

2.3. 時間信頼性価値に関する理論研究

2.3.1. スケジューリングアプローチ

2.2.1 節で示された時間価値に関する理論研究では、移動時間そのものによる不効用のみが考慮されており、移動中に混雑が発生するような状況は想定されていなかった。実際には、移動中に混雑が発生し、遅着をしてしまう可能性がある。到着しなくてはならない時刻（例えば始業時刻など）が決まっている場合、遅着によって利用者の効用が下がるものと考えられる。このような状況下で、利用者が平均的移動時間のみを交通行動の判断基準にするという想定は非現実的である。したがって、利用者は移動時間そのものよりも長く余裕時間を加味して出発時間を決定するため、実質的な移動時間は移動時間そのものよりも長くなる。また、早着してしまってもかえって時間を持て余すことによる不効用が発生すると考えられる。このように、2.2.1 節で示された時間価値の理論研究では反映することができない事象が存在する。

Vickrey (1969)⁵⁾ は通勤時の混雑をボトルネックモデルで表現し、その対策について評価を行う上で、最適な到着時間に対する遅着・早着による不効用を表現した効用関数を仮定した。この効用関数を用いて、Small (1982)⁶⁾ は利用者が遅着・早着による不効用を認識した上で自身の効用を最大化する出発時間を選択する出発時間選択問題を定式化した。サンフランシスコで行った調査に基づいて、以下のような効用関数を推定した。

$$U(t_h) = \alpha \cdot T(t_h) + \beta \cdot SDE + \gamma \cdot SDL + \theta \cdot D_L \quad (2.2)$$

where

$$SDE = \text{Max}(0, PAT - [t_h + T(t_h)]) \quad (2.3)$$

$$SDL = \text{Max}(0, [t_h + T(t_h)] - PAT) \quad (2.4)$$

ここで、 t_h は出発時刻、 $T(t_h)$ は出発時刻に依存する移動時間、 D_L は遅着した場合に 1、それ以外には 0 を取るダミー変数、 PAT は最適な到着時刻 (Preferred Arrival Time) を表す。したがって、パラメータ α 、 β 、 γ はそれぞれ移動時間、早着、遅着に対する限界効用となっていることがわかる。式(2.2)で示された効用関数は、 $\alpha - \beta - \gamma$ 型スケジューリング選好に基づく効用関数と呼ばれ、移動時間による不効用を無視すると、図-2.1 に示されるような形

状を取る.

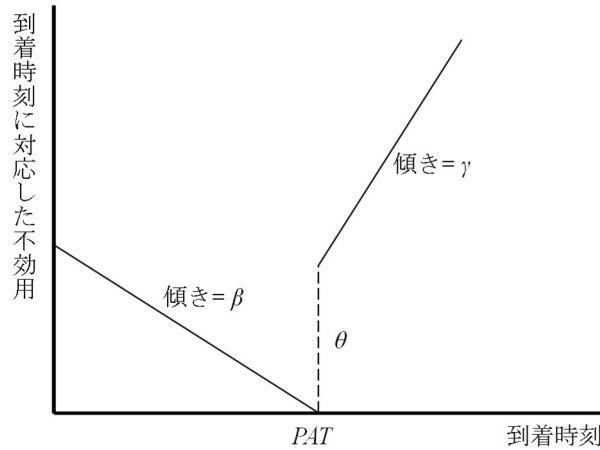


図-2.1. $\alpha - \beta - \gamma$ 型スケジューリング選好に基づく効用関数 (出典：Bates et al., 2001⁷⁾)

上記の研究では、確定的な移動時間を想定している。しかし、実際は思わぬ交通混雑が発生する可能性があり、出発時間を決める段階で正確な移動時間はわからない。Noland & Small (1995)⁸⁾ は混雑による移動時間の延長を考慮したモデルの拡張を行い、確率的な移動時間を考慮した分析を行った。まず、移動時間 T を自由走行時間 T_f と混雑による追加的な移動時間 $T_x(t_h)$ の和であると仮定した。ここで、混雑による追加的な移動時間 $T_x(t_h)$ は出発時間に依存する関数であり、 T_f および $T_x(t_h)$ は確定的な値を取る。さらに、予期せぬ混雑による追加的な移動時間として、0 以上の値を取る確率変数 $T_r(t_h)$ を導入した。したがって、移動時間 T は、 T_f と $T_x(t_h)$ と $T_r(t_h)$ の和で表される確率変数となる。よって、 t_h に出発する利用者が遅刻する確率 $P_L(t_h)$ は以下のように表される。

$$P_L(t_h) = P(t_h + T_f + T_x(t_h) + T_r(t_h) > PAT) \quad (2.5)$$

ここで、 $P(A)$ は事象 A が発生する確率を表す。効用を決定する変数が確率変数であるような不確実性下の意思決定では、自身の効用の期待値を最大化するような選択を行う (Neuman & Mongenstein, 1947⁹⁾)。このような行動を期待効用最大化行動と呼ぶ。式(2.5)で表される確率的な移動時間を式(2.2)に導入し、その期待値を取ることで表される期待効用関数は、以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} E(U(t_h)) &= \int_0^{\infty} U(t_h) \cdot f(T_r) \cdot dT_r \\ &= \alpha \cdot E[T(t_h)] + \beta \cdot E[SDE(t_h)] + \gamma \cdot E[SDL(t_h)] + \theta \cdot P_L(t_h) \end{aligned} \quad (2.6)$$

ここで、 $f(T_r)$ は $T_r(t_h)$ の確率密度関数を表し、 $E(A)$ は A の期待値を表す演算子である。式(2.6)内の期待値演算では、確率密度関数 $f(T_r)$ の積分を行う必要がある。一般的に知られているように、積分計算で解析解を得られる確率密度関数は限られている。Noland & Small (1995)⁸⁾ は、 $T_r(t_h)$ が出発時間に拠らず同一な指数分布か一様分布で与えられている場合に

おける期待効用の解析解を求めた。Bates et al. (2001)⁷⁾によれば、指数分布に従う場合の最適な出発時間 t_h^* は以下で表される。

$$t_h^* = [PAT - (T_f + T_x)] - b \ln \left[\frac{\theta + b \cdot (\beta + \gamma)}{b \cdot (\beta - \alpha \Delta)} \right] \quad (2.7)$$

ここで、 b は指数分布の平均を表すパラメータで、 Δ は単位時間あたりに $T_x(t_h)$ が増加する割合を表したものである。これを式(2.5)に代入すると、 t_h^* に出発しても以下の確率で遅着してしまうことになる。

$$P_L(t_h^*) = \frac{b \cdot (\beta - \alpha \Delta)}{\theta + b \cdot (\beta + \gamma)} \quad (2.8)$$

このとき、最大化された期待効用は以下のように表される。

$$EU(t_h^*) = \alpha \cdot E[T] + \theta \cdot P_L(t_h^*) + b \cdot \left\{ \beta \cdot \ln \left[\frac{\theta + b \cdot (\beta + \gamma)}{b(\beta - \alpha \Delta)} \right] - \frac{\theta \cdot (\beta - \alpha \Delta)}{\theta + b \cdot (\beta + \gamma)} - \alpha \cdot \Delta \right\} \quad (2.9)$$

上記の分析をもとに、行動モデルを用いて推定されるパラメータ α 、 β 、 γ によって、移動時間に対する選好と遅着・早着に対する選好が求められる。また、時間価値を用いることで遅着・早着に対する時間信頼性価値を求めることができる。

2.3.2. 平均—分散アプローチ

2.3.2 節で示されたスケジューリングアプローチは、確率的な移動時間を考慮した出発時間選択問題の中で、希望する到着時刻からの遅着・早着に対する時間信頼性価値が定義されている。ただし、スケジューリングアプローチを用いた時間信頼性価値の推定には、移動時間の確率密度や、希望到着時刻等、多くのデータが必要であり、扱いが難しい。一方、以降で示される平均—分散アプローチは、スケジューリングアプローチに比べて扱いが容易であるため、実務への応用や大規模な調査を前提とした時間信頼性価値の推定に向いている。

平均—分散アプローチでは、遅着や早着といった区別がなく、移動時間の不確実性そのものによって利用者の不都合が生じるという想定を行っている (Bates et al., 2001⁷⁾)。したがって、利用者の効用関数は以下のように与えられる。

$$U = \tau \cdot E[T] + \nu \cdot \sigma_T \quad (2.10)$$

ここで、 σ_T は移動時間の標準偏差を表し、 τ 、 ν はそれぞれ平均移動時間、移動時間の標準偏差に対する限界効用を表す。ここでは標準偏差を不確実性の指標に用いているが、ここに分散やパーセンタイル値を用いるモデルも存在する。不確実性の指標が異なっている場合でも、平均値と確率的な特性値の和で利用者の効用関数を定義しているモデルは、平均—分散アプローチのモデルであると定義される。式(2.10)から明らかな通り、平均—分散アプローチでは移動時間の確率分布形状に拠らず解析的に効用関数を定義できるため、扱いやすいモデルとなっている。ただし、効用関数の引数にどういった移動時間の確率的な

特性値を用いるかは本来、利用者の行動モデル、移動時間の確率分布形状によって決定されるものの、平均—分散アプローチではアドホックに効用関数の引数を決定されることが多く、ミクロ経済学理論との整合性が問題とされている¹⁰⁾。

また、移動時間の平均と分散を変数に持つ関数が利用者の経路選択基準となるようなモデルとして、Bernoulli モデル (Engelson & Fosgerau, 2016)¹¹⁾ が挙げられる。ただし、Bernoulli モデルでは期待効用関数自体は平均と分散の和によって定義されるわけではない点に注意したい。Bernoulli モデルでは、利用者が移動時間の長さを変数に持つ効用関数を持つと仮定される。このため、確率的移動時間 T に対して利用者の効用関数が $c(T)$ で与えられ、期待効用が $E[c(T)]$ で表される。De Palma & Picard (2005)¹²⁾ はパリで行われた調査に基づいて利用者の効用関数を以下のように特定している。

$$c(T) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} \cdot \exp(\lambda \cdot T) & (\text{if } \lambda \neq 0) \\ a \cdot T + b & (\text{if } \lambda = 0) \end{cases} \quad (2.11)$$

ここで λ は利用者のリスク回避度に関するパラメータを表し、 $\lambda > 0$ の利用者は移動時間の不確実性を嫌い、 $\lambda = 0$ の利用者は移動時間の不確実性を考慮せず、 $\lambda < 0$ の利用者は移動時間の不確実性を好む。 a 、 b はそれぞれ平均移動時間に対する限界効用と移動そのものに対する限界効用を表している。式(2.11)で与えられる効用関数に対して、移動時間が正規分布に従う場合、 $c(CE_\lambda(T)) = E[c(T)]$ を満たす $CE_\lambda(T)$ (確率変数ではない) は以下のように与えられる(Qi et al., 2016)¹³⁾。

$$CE_\lambda(T) = E[T] + \frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot \text{var}[T] \quad (2.12)$$

したがって、効用関数 $c(T)$ が単調増加である場合、利用者が経路選択に用いる基準は、式(2.12)に示されるような移動時間の平均と分散の和で与えられる。ただし、期待効用関数は式(2.12)を式(2.11)に代入することで与えられるため、平均—分散アプローチのように期待効用が移動時間の平均と分散の和で与えられるわけではない。

2.3.3. 統合アプローチ

近年、スケジューリングアプローチと平均—分散アプローチの関連性を指摘する論文が発表されてきた。Fosgerau & Karlstrom (2010)¹⁴⁾ は、どういった条件でスケジューリングアプローチから平均—分散アプローチで用いられるような効用関数が導出されるのかを理論的に示した。このようなアプローチは統合アプローチと呼ばれる。

以降では、簡単のため希望到着時刻 PAT を 0 と基準化する。このとき、出発時刻は d 、到着時刻は a で表されるものとする。Fosgerau & Karlstrom (2010)¹⁴⁾ は遅着・早着による不効用ではなく、出発地点と到着地点における時間消費に対する効用によって利用者の出発時間選択問題を定義している。また、遅着した場合に固定的に発生する不効用 (式(2.2)の右

辺第 4 項に相当) は考慮していない. 出発地点および到着地点における時間消費の限界効用をそれぞれ $h(t)$, $w(t)$ とすると, 移動を行った際に得られる効用は, 以下のように与えられる.

$$u(d, a) = \int_A^d h(t) \cdot dt + \int_a^B w(t) \cdot dt \quad (2.13)$$

ここで, A, B は $A < d$, $B > a$ となるような任意の定数を表す. 仮に移動時間が 0 であるとすれば, 利用者は効用 $u(0,0)$ を得ることができるため, 移動を行うことによる不効用は $u(d, a) - u(0,0)$ で表されることになる. したがって, 移動による不効用 $U(d, a)$ は以下のように表される.

$$U(d, a) = -\int_d^0 h(t) \cdot dt - \int_0^a w(t) \cdot dt \quad (2.14)$$

式(2.13)で示された効用関数の最大化問題が, $\alpha - \beta - \gamma$ 型スケジューリング選好に基づく効用関数の効用最大化問題が, ある条件下で同値であることを以下に示そう. Fosgerau & Karlstrom (2010)¹⁴⁾ は図-2.2 に示されるような $h(t)$ と $w(t)$ を仮定している. このような $h(t)$ と $w(t)$ を持つ効用関数は Step 型スケジューリング効用関数と呼ばれる.

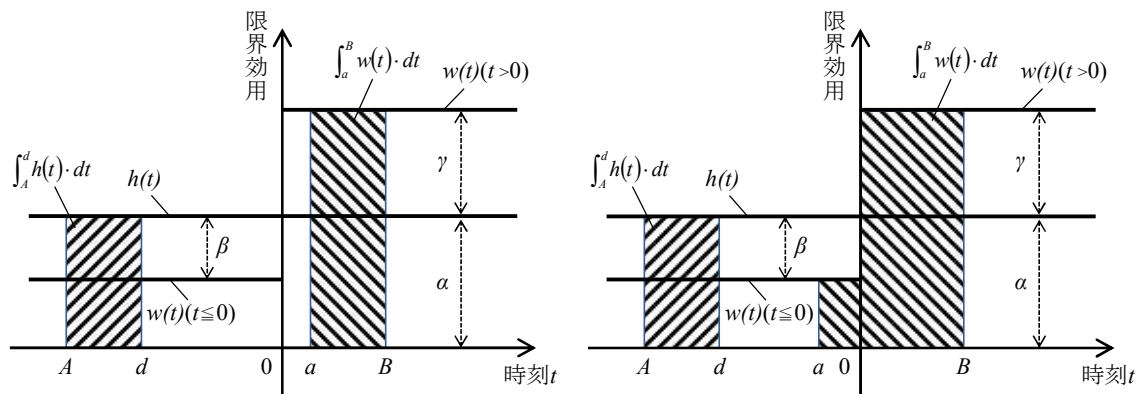


図-2.2 Step 型スケジューリング効用関数

(左図は遅着した場合, 右図は早着した場合をそれぞれ表す)

移動を行うと, 出発地点に留まって効用を得ることができなくなるため, その分だけ機会損失が生じる. したがって, 出発地点に留まることで得られる限界効用 $h(t)$ にマイナスを付した値が, 移動時間に対する限界不効用に等しい. 早着してしまった場合 ($t < 0$ の時), その時間だけ出発地点に留まることで得られるはずだった効用の分だけ機会損失が生じることとなる. ただし, 到着地でも効用を得られるため, 出発地点に留まることで得られる効用 $h(t)$ から到着地点で得られる効用 $w(t)$ の差にマイナスを付した値が, 早着による不効用に等しい. 遅着してしまった場合 ($t > 0$ の時), その時間だけ出発時間を早めることで得られたはずの効用を失うことになる. ただし, その分だけ出発時間を早めずに出発地点に留ま

ること得られるため、到着地点で得られる効用 $w(t)$ と出発地点で得られる効用 $h(t)$ にマイナスを付した値が遅着による不効用と等しい。つまり、 $\alpha - \beta - \gamma$ 型スケジューリング選好に基づく効用関数は、Step 型スケジューリング効用関数に基づく効用最大化問題と同値であると言える（ただし、 $\theta=0$ である）。

Step 型スケジューリング効用関数に基づいて、確率的移動時間を考慮した期待効用最大化問題を考える。以降では簡単のため、確率的移動時間 T を確定項と確率項に分け、以下のように表す。

$$T = \mu + \sigma \cdot X \quad (2.15)$$

ここで、 μ 、 σ はそれぞれ移動時間の平均と標準偏差を表し、 X は平均が 0 で分散が 1 の基準化された確率的移動時間であり、その確率密度関数は ϕ 、累積分布関数は Φ で表されるものとする。また、ここでは出発時間に依存しない確率的移動時間 T を仮定している。Fosgerau & Karlstrom (2010)¹⁴⁾ は移動時間の平均 μ と標準偏差 σ のみが出発時間に依存する場合でも分析を行っており、これらの影響が近似的に無視できるほど小さいものと結論付けている。本節では、出発時間に依存しない移動時間を考慮した場合のみを扱う。式(2.15)で示される確率的移動時間を考慮した場合、最適な出発時間を選択するときの移動による期待不効用 EU^* は以下のように表される。

$$EU^* = -\alpha \cdot \mu - \left\{ (\beta + \gamma) \cdot H\left(\Phi, \frac{\beta}{\beta + \gamma}\right) \right\} \cdot \sigma \quad (2.16)$$

where

$$H\left(\Phi, \frac{\beta}{\beta + \gamma}\right) = \int_{-\frac{\beta}{\beta + \gamma}}^1 \Phi^{-1}(s) \cdot ds \quad (2.17)$$

ここで、式(2.17)に示される $H(\cdot, \cdot)$ は mean lateness factor と呼ばれ、利用者が最適な出発時刻を選択しても発生する可能性のある遅刻時間の平均値を基準化した移動時間で測ったものを表す。この値は、移動時間の確率分布だけでなく、早着・遅着に対する選好 β 、 γ によって表される関数である。式(2.16)より、スケジューリングアプローチから導き出された期待最大効用が、平均—分散アプローチで用いられる効用関数と同様に平均値と標準偏差の重み付き線形和で表現することができることが示された。

2.3.4. 時間信頼性指標に関する議論

2.3.3 節では、ミクロ経済学理論と整合的なスケジューリングアプローチから比較的扱いの容易な平均—分散アプローチを導出した。しかし、式(2.16)に示される効用関数は、移動時間の確率分布形状に影響を受けるため、実際の推定などに用いるには移動時間のデータからその分布形状を決定する必要がある。また、移動時間の不確実性を表す指標が標準偏差で与えられている。標準偏差は加法性を持たないため、利用者の移動がいくつかのトリップに分けられる場合を対象とした分析には適用しづらい。こういった問題を解決するた

めに、出発地点および到着地点における時間消費の限界効用 $h(t)$ と $w(t)$ に特定の関数形を仮定した分析が行われてきた。

Fosgerau & Engelson (2011)¹⁵⁾ は以下のような $h(t)$ と $w(t)$ を用いた分析を行った。

$$h(t) = \xi_0 + h_1 \cdot t \quad (2.18)$$

$$w(t) = \xi_0 + w_1 \cdot t \quad (2.19)$$

ここで、 ξ_0 は定数、 h_1 と w_1 は $h_1 < w_1$ を満たす定数である。これらの関数で定義されるスケジューリング効用関数は、**affine-affine** 型スケジューリング効用関数と呼ばれる。図-2.2 と同様に、上記の二つの関数を図にあらわしたものが図-2.3 である。

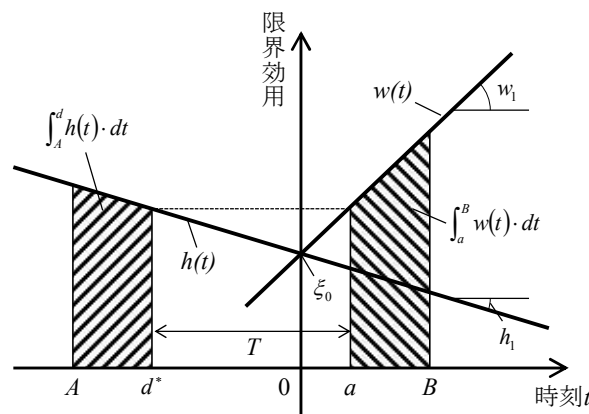


図-2.3 affine-affine 型スケジューリング効用関数

(出典：Fosgerau & Engelson, 2011¹⁵⁾, 一部加工済み)

確定的な移動時間 $T = \mu$ が与えられている状況を考える。 $h_1 < w_1$ より、ある出発時刻から少しだけ出発を早めると、必ず元の効用から効用が減少してしまう。したがって、早着するような出発時間は選ばれず、図-2.3 に示されるような出発時刻 d^* が最適な出発時間となる。 $h(t)$ と $w(t)$ はそれぞれ直線で与えられているため、 h_1 と w_1 をそれぞれ定数倍しても最適な出発時刻 d^* は変化しない。したがって、 h_1 と w_1 を、 $w_1 - h_1 = 1$ を満たす定数に基準化しても一般性を失うことはない。以降では、 h_1 と w_1 は $w_1 - h_1 = 1$ を満たすものとする。また、図-2.3 が示すように、最適な出発時間 d^* は以下の条件を満たす(一階の条件からも導出可能)。

$$h_1 \cdot t^* = w_1 \cdot (t^* + \mu) \quad (2.20)$$

$w_1 - h_1 = 1$ を利用すると、 $t^* = w_1 \cdot \mu$ となる。この等式を用いると、最適な出発時間 d^* を選択したとき、移動による不効用は以下のように表される。

$$\begin{aligned} U(d^*, d^* + \mu) &= -\int_{d^*}^0 h(t) \cdot dt - \int_0^{d^* + \mu} w(t) \cdot dt \\ &= \xi_0 \cdot \mu - \frac{h_1 \cdot w_1}{2} \cdot \mu^2 \end{aligned} \quad (2.21)$$

次に、式(2.15)で表されるような任意の確率的移動時間 T を考慮した場合の出発時間選択問題を考える。確率的移動時間 T の平均は μ であるため、その分散 σ^2 は $\sigma^2 = E[T^2] - \mu^2$ と表

すことができる。また、一階の条件から、最適な出発時刻 d^* は以下の条件を満たす。

$$0 = \frac{\partial}{\partial d} E \left[- \int_{d^*}^0 h(t) \cdot dt - \int_0^{d^*+T} w(t) \cdot dt \right] \quad (2.22)$$

$$= d + w_1 \cdot \mu^2$$

この条件は、確定的な移動時間を考慮した場合の最適な出発時刻 d^* が満たす条件と一致する。この条件を用いると、確率的移動時間 T を考慮した場合、最適な出発時間 d^* を選択したときの移動による期待不効用 EU^* は以下のように表される。

$$EU^* = \xi_0 \cdot \mu - \frac{h_1 \cdot w_1}{2} \cdot \mu^2 + \frac{w_1}{2} \cdot \sigma^2 \quad (2.23)$$

以上より、**affine-affine** 型スケジューリング効用関数を考慮した出発時間選択問題では、移動時間の平均と分散によって期待最大効用が表現できることが示された。分散は移動時間の確率分布に拠らず、かつ加法性を持つ不確実性指標であるため、式(2.23)に示された期待最大効用関数は式(2.16)に表された効用関数より扱いやすい。また、 $h_1 = 0$ となるような特殊形を想定しても、同様の議論ができる。このような特殊形は **constant-affine** 型スケジューリング効用関数と呼ばれる。この時、最適な出発時刻 d^* を選択した場合の移動による期待不効用 EU^* は、移動時間の平均と分散の重み付き線形和で与えられる。

Engelson & Fosgerau (2011)¹⁶⁾ は以下のような $h(t)$ と $w(t)$ によって、加法性を満たすような不確実性指標で最大期待効用関数を表現できることを示した。

$$h(t) = \xi_0 \quad (2.24)$$

$$w(t) = \xi_0 + \frac{w_2}{w_3} [e^{w_3 t} - 1] \quad (2.25)$$

ここで、 ξ_0 、 w_3 はそれぞれ定数であり、 w_2 は $w_2 > 0$ を満たす定数である。これらの関数で定義されるスケジューリング効用関数は、**constant-exponential** 型スケジューリング効用関数と呼ばれる。上記の二つの関数を図にあらわしたものが図-2.4 である。

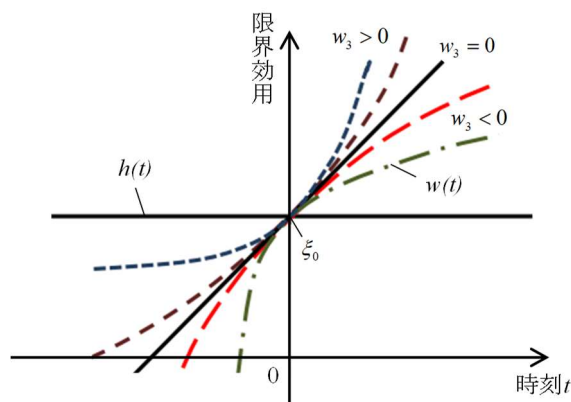


図-2.4 constant-exponential 型スケジューリング効用関数

(出典：Engelson & Fosgerau, 2011¹⁶⁾，一部加工済み)

Fosgerau & Engelson (2011)¹⁵⁾と同様に、上記のスケジューリング効用関数と確率的移動時間 T を考慮した場合の期待効用最大化問題を考える。任意の出発時刻 d を選択した時の、移動による不効用の期待値は以下の関数で与えられる。

$$\begin{aligned} EU(d, d+T) &= -\int_d^0 h(t) \cdot dt - E\left[\int_0^{d+T} w(t) \cdot dt\right] \\ &= -\xi_0 \cdot \mu + \frac{w_2}{w_3} \cdot (d + \mu) - \frac{w_2}{(w_3)^2} \cdot \left\{e^{w_3 \cdot d} \cdot E\left[e^{w_3 \cdot T}\right] - 1\right\} \end{aligned} \quad (2.26)$$

一階の条件より、最適な出発時刻 d^* は以下で表される。

$$d^* = -\frac{1}{w_3} \cdot \ln\left(E\left[e^{w_3 \cdot T}\right]\right) \quad (2.27)$$

したがって、出発時刻 d^* を選択したときの移動による期待不効用 EU^* は、以下で表される。

$$EU^* = -\xi_0 \cdot \mu - \frac{w_2}{(w_3)^2} \cdot \ln\left(E\left[e^{w_3 \cdot (T-\mu)}\right]\right) \quad (2.28)$$

上記の期待不効用 EU^* は、確率的移動時間 T が互いに独立な移動時間 T_1 と T_2 の和で表される時、加法性を満たす。すなわち、 $EU^* = EU^*(T_1) + EU^*(T_2)$ を満たす。式(2.28)の右辺第二項は、移動時間の確率分布形状と w_3 の値によって特徴が分かれる。任意の移動時間分布に対して、 w_3 が 0 に近づくととき ($w(t)$ が直線に近づくととき)、上記の EU^* は、以下の値に近づく。

$$\lim_{w_3 \rightarrow 0} EU^* = -\xi_0 \cdot \mu - \frac{w_2}{2} \cdot \sigma^2 \quad (2.29)$$

したがって、 w_3 が 0 に近づくととき、最適出発時間を選択したときの移動による期待不効用 EU^* は平均と分散の重み付き線形和で表すことができる。移動時間の確率分布が、コンパクトな台を持つとき、テーラー展開によって EU^* を表現できる。移動時間の確率分布が、片側のみ有界で、コンパクトな台を持たない時、 w_3 が任意の負の値を取る場合は EU^* が有限の値を取り、 w_3 が正の場合、移動時間の分布形状によっては EU^* が有限の値を取る。移動時間の確率分布が正規分布に従う時、任意の w_3 に対して EU^* は以下のように表現できる。

$$EU^* = -\xi_0 \cdot \mu - \frac{w_2}{2} \cdot \sigma^2 \quad (2.30)$$

正規分布以外の安定分布に従う時はその分布形状によっては EU^* が有限の値を取る。

Hjorth et al., (2015)¹⁷⁾ はさらに一般的なスケジューリング効用関数として、以下のような $h(t)$ と $w(t)$ を用いた。

$$h(t) = h_0 + n \cdot e^{\eta t} \quad (2.31)$$

$$w(t) = \xi_0 + m \cdot e^{\eta t} \quad (2.32)$$

これらの関数は、 $t < 0$ で $h(t) > w(t)$ 、 $t > 0$ で $h(t) < w(t)$ を満たす。また、 $h(t)$ は非増加関数、 $w(t)$ は非減少関数であり、パラメータ η 、 n 、 m は $\eta \neq 0$ 、 $m \cdot \eta \geq 0$ 、 $n \cdot \eta \leq 0$ の条件を満たす。これらの関数は exponential-exponential 型スケジューリング効用関数と呼ばれる。また、 $h(t)$

と $w(t)$ はそれぞれ連続関数であるため、 $t=0$ で $h(t)=w(t)$ となる。したがって、 $h(t)$ は以下のように変換できる。

$$h(t) = \xi_0 + m - n + n \cdot e^{nt} \quad (2.33)$$

上記の $h(t)$ と $w(t)$ は、その特殊形として constant-affine 型と constant-exponential 型のスケジューリング効用関数を内包している。Hjorth et al., (2015)¹⁷⁾ は step 型, constant-affine 型, constant-exponential 型, exponential-exponential 型の 4 つのスケジューリング効用関数を用いて、ストックホルムの自動車通勤者を対象とした SP 調査に基づく分析を行った。分析結果に対し、Akaike Information Criterion (AIC) と Bayesian Information Criterion (BIC) による比較を行った結果、constant-affine 型のスケジューリング効用関数が他の関数形と比較して BIC が大きいことが分かった。また、固定的な就業時間の決まった利用者の方が、就業時間の決まっていない利用者のデータに比べて constant-affine 型のスケジューリング効用関数が優位になることが示された。constant-exponential 型と exponential-exponential 型を用いた分析では、優位な推定結果が出ていないため、これら二つと constant-affine 型を比較して、どちらのモデルが優位であるかを比較することは難しい。一方、優位な結果が得られた step 型と constant-affine 型の比較では、BIC に基づいて constant-affine 型の方が優位であることが言える。先述の通り、constant-affine 型のスケジューリング効用関数が、期待最大効用が移動時間の平均と分散の重み付き線形和で与えることができる。したがって、実証研究によって、移動時間の不確実性を考慮した場合における利用者の最大期待効用が平均と分散の重み付き線形和で与えられる事が示された。分散は、移動時間の確率分布に拠らず、かつ加法性を持つため、扱いやすい不確実性指標である。この結果に基づき、第 3 章では、移動時間の分散を不確実性の指標に用いる。

2.4. ネットワーク上の不確実性を考慮しない均衡配分モデル

伝統的な四段階推定に基づく交通需要推定は、発生・分布・分担・配分といった段階を想定し、段階的な需要予測を行う。均衡配分モデルは、もともと配分段階における需要予測手法として、提案されたモデルである。均衡配分モデルに関する研究は半世紀以上にわたり数多く行われており、国内では土木学会 (1998)¹⁸⁾ などでテキスト化されている。2.4 節で概説する内容はほとんど土木学会 (1998)¹⁸⁾ から引用された内容であることをここに明記しておく。

2.4.1. 均衡配分モデルの仮定

均衡配分モデルのように人間の行動を数理的に表現するためには、限定的な仮定を設けることでその行動原理を定義する必要がある。また、均衡配分モデルに関する研究は、その仮定を緩和することによって発展してきた。均衡配分モデルの最も基本的な利用者行動

に関する仮定は、Wardrop (1952)¹⁹⁾ によって定義された以下のような仮定で「Wardrop の第一原則」と呼ばれる。

Wardrop の第一原則：

利用される経路の所要時間はすべて等しく、利用されない経路の所要時間よりも小さいか、せいぜい等しい。

Wardrop の第一原則は、その定義から等時間原理ともよばれる。この仮定に則って各利用者が最適な経路選択行動を行った状態を利用者均衡と呼び、利用者均衡を達成するような交通量配分を利用者均衡配分と呼ぶ。また、利用者均衡に達するためには、以下の条件が必要となる。

合理的利用者

全ての利用者は、常に自身の移動時間を最小にするように行動する

完全情報

全ての利用者は、常に利用可能な経路についての完全な情報を持っている

同質性・単一基準

全ての利用者は、移動時間のみを経路選択における評価基準とする。

したがって、利用者均衡状態において利用者は経路の変更によって自己の移動時間をそれ以上短縮できないと言える。

交通ネットワークはグラフにより抽象化して表現可能である。交通ネットワークは、ノード集合 N とそれらを結ぶ有向リンク集合 A によって構成され、 $G(N, A)$ と表現されるものとする。ある起終点 (OD ペア) 間に存在する経路は、起終点間の連続するリンクの集合によって表現することができる。以降では OD ペアの集合を I 、OD ペア $i \in I$ 間に存在する経路集合を J_i と定義する。ある OD ペア間を移動する交通量 (OD 交通量) は過不足なくその OD ペア間に存在する経路に配分され、リンク交通量はそのリンクを通るすべての経路交通量の和で表現される (交通量保存則)。また OD ペア、経路、リンク上の交通量は非負の値を取る (交通量の非負条件)。これらの条件は以下のように表すことができる。

$$q_i - \sum_{j \in J_i} f_{ij} = 0 \quad \forall i \in I \quad (2.34)$$

$$v_a - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} f_{ij} \cdot \delta_{aj} = 0 \quad \forall a \in A \quad (2.35)$$

$$f_{ij} \geq 0 \quad \forall j \in J_i, \forall i \in I \quad (2.36)$$

ここで、 q_i は OD ペア i 間の交通量、 f_{ij} は OD ペア i 間の経路 j の交通量、 v_a はリンク a の

交通量, δ_{aj} リンク a が経路 j に含まれれば 1, それ以外は 0 を取る変数を表している. 式 (2.34)-(2.36) で表される条件すべてを満たすような交通量の集合を Ω と定義する. ここで, Ω は凸集合である. また, 本節では, 経路移動時間がリンク移動時間の和で表すことができるような問題のみを扱う. (ただし, リンク移動時間がリンク間で相関を持つような問題は扱う点に注意したい.) したがって, 経路移動時間は以下のように表現される.

$$c_{ij} = \sum_{a \in A} t_a \cdot \delta_{aj} \quad \forall j \in J_i, \forall i \in I \quad (2.37)$$

ここで, c_{ij} は OD ペア i 間の経路 j の移動時間, t_a はリンク a の移動時間を表す.

2.4.2. 需要固定型利用者均衡配分モデル

本節で示される需要固定型利用者均衡配分モデルでは OD 交通量が与件とされる. ここで, Wardrop の第一原則で定義される利用者均衡を再定義しよう.

Wardrop の第一原則に基づく利用者均衡 :

全ての OD ペア $i \in I$ 間に存在する経路のうち, 利用される経路の所要時間はすべて等しく, 利用されない経路の所要時間よりも小さいか, せいぜい等しい状態.

経路交通量が Ω 上で定義される時, 上記の均衡条件は以下のように定式化される.

$$f_{ij} > 0 \Leftrightarrow c_{ij} = d_i \quad \forall j \in J_i, \forall i \in I \quad (2.38)$$

$$f_{ij} = 0 \Leftrightarrow c_{ij} \geq d_i \quad \forall j \in J_i, \forall i \in I \quad (2.39)$$

ここで, d_i は OD ペア i 間の最小経路移動時間を表す. 上記の条件は, 利用される経路 ($f_{ij} > 0$) の移動時間はすべて d_i に等しく, 利用されない経路 ($f_{ij} = 0$) の移動時間は d_i よりも大きいかせいぜい等しいことを表す. したがって, 上記の条件を満たした交通量は利用者均衡配分の結果であると言える.

利用者均衡を達成する解を見つけるような問題は, 均衡問題と呼ばれる. 均衡問題は, 主に数理最適化問題 (OP), 非線形相補性問題 (NCP), 変分不等式問題 (VIP), 不動点問題 (FPP) と呼ばれる問題に分類することができる. OP, NCP, VIP, FPP は特定の条件下で等価な解をもつことが知られている. また, 解の一意性や存在条件などの, 均衡問題の数理的特性は, 問題形式によって異なる.

以降では利用者均衡問題を CPP, OP, NCP, VIP として定式化し, それらが等価になる条件を示す. また, 定式化を示した後, それぞれの問題の数理的特性を明らかにする. 簡単のため, 以降ではネットワーク内のすべての交通量が Ω 上で定義されるものとする.

まず, 利用者均衡問題の NCP による定式化を示す. 一般的に, 写像 $\mathbf{Z}: R_+^n \rightarrow R_+^n$ (R_+^n は n 次元の非負の実数空間を表す) が与えられた時, NCP は以下のように定義される問題である.

$$\text{Find } \mathbf{y}^* \in R_+^n \text{ such that } \mathbf{y}^* \cdot \mathbf{Z}(\mathbf{y}^*) = 0, \mathbf{y}^* \geq 0, \mathbf{Z}(\mathbf{y}^*) \geq 0 \quad (2.40)$$

式(2.38)-(2.39)は、以下の相補性条件としても定義することができる。

$$f_{ij} \cdot (c_{ij} - d_i) = 0 \quad \forall j \in J_i, \forall i \in I \quad (2.41)$$

$$c_{ij} - d_i \geq 0, f_{ij} \geq 0 \quad \forall j \in J_i, \forall i \in I \quad (2.42)$$

式(2.36)と(2.42)より式(2.41)が満たされる時、必ず式(2.38)-(2.39)を満たされるため、これらの定式化は同値であることがわかる。ここまでの定式化では、経路交通量と経路移動時間のみを用いて記述していた。ここで、リンク移動時間がネットワーク内のすべてのリンク交通量の関数で表現されるものと仮定する。この時、リンク a の移動時間は以下のように表される。

$$t_a = t_a(\mathbf{v}) \quad \forall a \in A \quad (2.43)$$

ここで、 \mathbf{v} はリンク交通量を成分に持つベクトルである。式(2.35),(2.37)で定義した通り、リンク交通量はそのリンクを通る経路の交通量の和で表され、経路移動時間は、その経路を構成するリンクの移動時間の和で表現される。したがって、経路交通量を成分に持つベクトル \mathbf{f} を用いることで、経路移動時間は $c_{ij} = c_{ij}(\mathbf{f})$ と表現できる。ただし、OD間最小経路移動時間 d_i は定数のままである点に注意したい。式(2.41)-(2.42)は、すべてのODペア・経路に対して定義されているため、それぞれ経路移動時間OD間最小経路移動時間を各成分に持つベクトル $\mathbf{c}(\mathbf{f})$ と \mathbf{d} を用いると、以下のように表すことができる。

$$\mathbf{f} \cdot (\mathbf{c}(\mathbf{f}) - \mathbf{d}) = 0 \quad (2.44)$$

$$\mathbf{c}(\mathbf{f}) - \mathbf{d} \geq 0 \quad (2.45)$$

簡単のため $\mathbf{c}(\mathbf{f}) - \mathbf{d}$ をまとめて $\mathbf{X}(\mathbf{f}) = \mathbf{c}(\mathbf{f}) - \mathbf{d}$ と表現する。 d_i は定数のままであるため、 \mathbf{f} のみの関数で与えられている点に注意したい。以上をまとめると、利用者均衡問題は最適解 \mathbf{f}^* を探す以下のNCPとして定義できる。

[UE/FD-NCP] :

$$\text{Find } \mathbf{f}^* \in \Omega \text{ such that } \mathbf{f}^* \cdot \mathbf{X}(\mathbf{f}^*) = 0, \mathbf{X}(\mathbf{f}^*) \geq 0 \quad (2.46)$$

式(2.40)に示される一般的なNCPと異なり、変数 \mathbf{f} の非負条件が付されていないが、この条件は \mathbf{f} の定義域 Ω によって記述されている。

次に、VIPによる定式化を示す。一般的に、凸集合 Γ と写像 $\mathbf{Z} : \Gamma \rightarrow \Gamma$ が与えられた時、VIPは以下のように定義される問題である。

$$\text{Find } \mathbf{y}^* \in \Gamma \text{ such that } (\mathbf{y} - \mathbf{y}^*) \cdot \mathbf{Z}(\mathbf{y}^*) \geq 0, \forall \mathbf{y} \in \Gamma \quad (2.47)$$

したがって、VIPはベクトル場 \mathbf{Z} が凸集合 Γ に直交する点を求める問題であると言える。正確に言えば、凸集合 Γ の端点も含まれるため、図-2.5で示される法錘にベクトル $-\mathbf{Z}(\mathbf{y})$ が含まれるような点 \mathbf{y}^* を探す問題である。

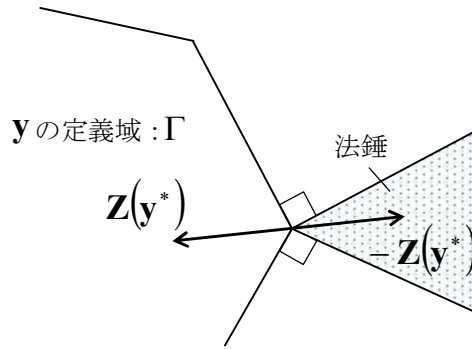


図-2.5 変分不等式問題 (VIP) のイメージ図

式(2.40),(2.47)より, VIPは凸集合において定義されるのに対して, NCPは非負の実数空間において定義される. したがって, VIPはNCPをその特殊形として内包していると言える. したがって, Ω が凸集合であるため, 式(2.46)に示されるNCPは以下のVIPと等価である.

[UE/FD-VIP, Route-base] :

$$\text{Find } \mathbf{f}^* \in \Omega \quad \text{such that} \quad (\mathbf{f} - \mathbf{f}^*) \cdot \mathbf{X}(\mathbf{f}^*) \geq 0, \quad \mathbf{X}(\mathbf{f}) \geq \mathbf{0} \quad \forall \mathbf{f} \in \Omega \quad (2.48)$$

この定式化は, 経路交通量によって定義されているが, リンク交通量による表現も可能である. 式(2.47)の $(\mathbf{f}^* - \mathbf{f}) \cdot \mathbf{X}(\mathbf{f}^*) \geq 0$ は以下のように要素表示できる.

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} (f_{ij} - f_{ij}^*) \cdot (c_{ij}(\mathbf{f}) - d_i) \geq 0 \quad (\mathbf{f} \in \Omega) \quad (2.49)$$

ODペア i 間の最小経路移動時間 d_i は定数であり, 凸集合 Ω に含まれるODペア i 間の経路交通量の和はODペア i 間のOD交通量 q_i になるため (式(2.34)), 以下の関係が成り立つ.

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} (f_{ij} - f_{ij}^*) \cdot d_i = \sum_{i \in I} (q_i - q_i) \cdot d_i = 0 \quad (\mathbf{f} \in \Omega) \quad (2.50)$$

また, 式(2.35),(2.37)で定義した通り, リンク交通量はそのリンクを通る経路の交通量の和で表され, 経路移動時間は, その経路を構成するリンクの移動時間の和でそれぞれ表現されることを利用すると, 以下の関係が成り立つ.

$$\begin{aligned} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} c_{ij}(\mathbf{f}) \cdot f_{ij} &= \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \left(\sum_{a \in A} t_a(\mathbf{v}) \cdot \delta_{aj} \right) \cdot f_{ij} \\ &= \sum_{a \in A} t_a(\mathbf{v}) \cdot v_a \end{aligned} \quad \forall \mathbf{f}, \mathbf{v} \in \Omega \quad (2.51)$$

式(2.50),(2.51)を式(2.49)に代入すると, 式(2.49)と等価な以下の不等式が導出される.

$$\sum_{a \in A} (v_a - v_a^*) \cdot t_a(\mathbf{v}^*) \geq 0 \quad (\mathbf{v} \in \Omega) \quad (2.52)$$

したがって, 経路交通量とリンク交通量が凸集合 Ω に含まれるため, 式(2.48)に示されたVIPが, 以下に示す最適なリンク交通量ベクトル \mathbf{v}^* を探すVIPと等価であることが言える.

[UE/FD-VIP, Link-base] :

$$\text{Find } \mathbf{v}^* \in \Omega \text{ such that } (\mathbf{v} - \mathbf{v}^*) \cdot \mathbf{t}(\mathbf{v}^*) \geq 0, \mathbf{t}(\mathbf{v}^*) \geq \mathbf{0} \quad \forall \mathbf{v} \in \Omega \quad (2.53)$$

ここで、 $\mathbf{t}(\mathbf{v})$ はリンク移動時間 $t_a(\mathbf{v})$ を成分に持つベクトルである。リンク交通量 \mathbf{v} 、およびリンク移動時間 $\mathbf{t}(\mathbf{v})$ は非負の実数空間に定義されるため、明らかに式(2.53)と等価なNCPが存在する。

次に、FPPによる定式化を示す。FPPによる定式化は、VIPの解の存在性を証明する上で必要となる。一般的に、凸集合 Γ と写像 $\mathbf{Z}:\Gamma \rightarrow \Gamma$ が与えられた時、FPPは以下のように定義される問題である。

$$\text{Find } \mathbf{y}^* \in \Gamma \text{ such that } \mathbf{y}^* = \text{Proj}_{\Gamma, \mathbf{S}}(\mathbf{y}^* - \mathbf{S}^{-1} \cdot \mathbf{Z}(\mathbf{y}^*)) \quad (2.54)$$

where

$$\text{Proj}_{\Gamma, \mathbf{S}}(\hat{\mathbf{w}}) = \arg \min_{\mathbf{w}} \{ (\mathbf{w} - \hat{\mathbf{w}}) \cdot \mathbf{S} \cdot (\mathbf{w} - \hat{\mathbf{w}})^T \} \quad (2.55)$$

ここで、 \mathbf{S} は適当な正定値行列（例えば、正値要素を持つ対角行列である時は、変数のスケールリングを表す）である。 $\text{Proj}_{\Gamma, \mathbf{S}}(\hat{\mathbf{w}})$ は射影演算子と呼ばれ、幾何学的には点 $\hat{\mathbf{w}}$ の集合 Γ 上の正射影を意味している。上付きの T は転置操作を表す。したがって、FPPの幾何学的意味は図-2.6に示されるように解釈できる。図-2.5と図-2.6を比較するとこれらの最適解が同一であることがわかる。

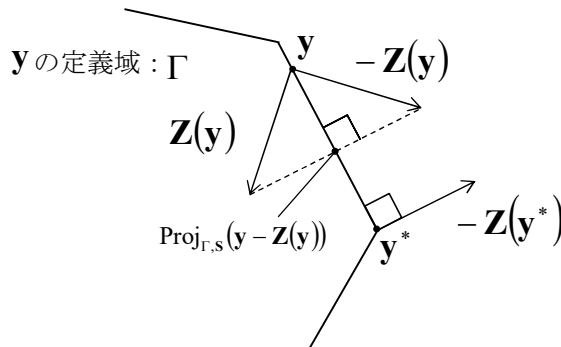


図-2.6 不動点問題 (FPP) のイメージ図

利用者均衡問題における変数 (\mathbf{f} または \mathbf{v}) が定義される Ω は非負の実数空間における凸集合である。こういった場合、 $\mathbf{y}^* - \mathbf{Z}(\mathbf{y}^*)$ の Γ への射影は以下のように表される。

$$\text{Proj}_{\Gamma, \mathbf{S}}(\mathbf{y}^* - \mathbf{Z}(\mathbf{y}^*)) = [\mathbf{y}^* - \mathbf{S}^{-1} \cdot \mathbf{Z}(\mathbf{y}^*)]_+ \quad (2.56)$$

ここで、 $[\mathbf{w}]_+$ はベクトル \mathbf{w} の要素毎に $\max(w_i, 0)$ とする演算子である。したがって、利用者均衡問題は以下の不動点問題として表現できる。

[UE/FD-FPP, Link-base]

$$\text{Find } \mathbf{v}^* \in \Omega \quad \text{such that} \quad (\mathbf{v} - \mathbf{v}^*) \cdot \mathbf{t}(\mathbf{v}^*) \geq 0, \quad \mathbf{t}(\mathbf{v}^*) \geq \mathbf{0} \quad \forall \mathbf{v} \in \Omega \quad (2.57)$$

FPPとVIPの等価性は、経路交通量を変数としても同様に成立する。

次に、OPによる定式化を示す。OPによる定式化は、VIPとOPの関係から導出される。物理学におけるポテンシャル存在条件などで知られているように、有界凸集合 Γ に含まれる \mathbf{y} に対する写像 \mathbf{Z} が積分可能であるためには、そのJacobian $\nabla \mathbf{Z}(\mathbf{y})$ が対称行列、つまり $\partial Z_i / \partial y_j = \partial Z_j / \partial y_i$ ($\forall i, j$)が成立すれば十分である。この条件が成立している時、写像 \mathbf{Z} は以下の等式を満たすようなポテンシャル関数 $z(\mathbf{y})$ を持つ。

$$z(\mathbf{y}) = \oint \mathbf{Z}(\mathbf{y}) \cdot d\mathbf{y} \quad \forall \mathbf{y} \in \Gamma \quad (2.58)$$

上記のようなポテンシャル関数 $z(\mathbf{y})$ が存在する時、VIPとOPの関係に関して以下の補題が成立する。

VIPとOPの関係に関する補題：

有界凸集合 Γ に含まれる \mathbf{y} に対する写像 \mathbf{Z} に対する以下のVIP：

$$\text{Find } \mathbf{y}^* \in \Gamma \quad \text{such that} \quad (\mathbf{y} - \mathbf{y}^*) \cdot \mathbf{Z}(\mathbf{y}^*) \geq 0, \quad \forall \mathbf{y} \in \Gamma \quad (2.59)$$

の解 \mathbf{y}^* は、写像 \mathbf{Z} のポテンシャル関数 $z(\mathbf{y})$ が存在する時、以下のOPの解と一致する。

$$\min z(\mathbf{y}) \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{y} \in \Gamma \quad (2.60)$$

VIPとOPの解が満たす条件を示すグラフを用いると、上記の補題はほとんど自明のことを述べていることがわかる。今、式(2.55)で表されるOPの制約条件 $\mathbf{y} \in \Gamma$ を、 $\mathbf{w}(\mathbf{y}) \geq \mathbf{0}$ と表す。ここで、 $\mathbf{w}(\mathbf{y})$ は M 個の要素 $w_m(\mathbf{y})$ ($m \in M$)を有するベクトルである。このようなOPの最適性条件は、Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 条件と呼ばれ、以下のように表される。

$$\nabla z(\mathbf{y}^*) = \sum_{m \in M} \lambda_m \cdot \nabla w_m(\mathbf{y}^*) \quad (2.61)$$

$$\lambda_m \cdot w_m(\mathbf{y}^*) = 0, \quad \lambda_m \geq 0, \quad w_m(\mathbf{y}^*) \geq 0 \quad (2.62)$$

ここで、 $\nabla z(\mathbf{y}^*)$, $\nabla w_m(\mathbf{y}^*)$ はそれぞれ目的関数 $z(\mathbf{y})$ 、制約条件 $w_m(\mathbf{y})$ の勾配を表す。式(2.62)より、 λ_m は m 番目の制約条件が有効 ($w_m(\mathbf{y}) = 0$) ならば0以上、有効でない ($w_m(\mathbf{y}) > 0$) ならば0を取る。したがって、KKT条件を満たすOPの解は、図-2.7のように示される。ここでは1,2番目の制約条件が有効になっている。

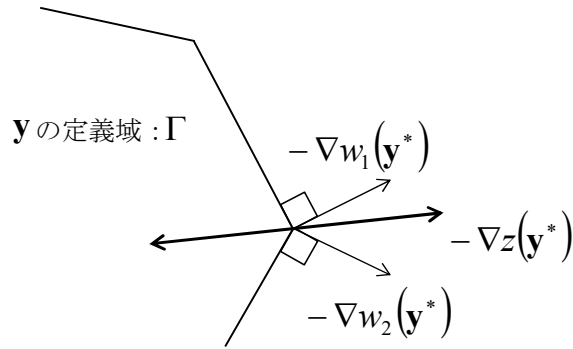


図-2.7 Karush-Kuhn-Tucker 条件のイメージ図

図-2.5と図-2.7比較すると、VIPとOPが同一の解をもつことがわかる。

ここまで示してきた一般的なVIPとOPの関係を、式(2.57)で示されたVIPに置き換えて考える。リンク移動時間写像 $\mathbf{t}(\mathbf{v})$ がポテンシャル関数を持つための条件は、以下で示される。

$$\frac{\partial t_a}{\partial v_b} = \frac{\partial t_b}{\partial v_a} \quad \forall a, b \in A \quad (2.63)$$

変数ベクトル \mathbf{v} は凸集合 Ω に含まれるため、リンク移動費用写像 $\mathbf{t}(\mathbf{v})$ が上記のポテンシャル存在条件を満たすとき、式(2.57)で示されたVIPは以下の等価なOPとして定式化できる。

[UE/FD-OP]

$$\min \oint \mathbf{t}(\mathbf{v}) \cdot d\mathbf{v} \quad \text{s.t. } \mathbf{v} \in \Omega \quad (2.64)$$

本節では考慮していない「経路移動時間がその経路を構成するリンク移動時間の和で表現できないような場合」では、そもそも[UE/FD-VIP, Link-base]が定式化できないため、[UE/FD-OP]も当然定式化できない。利用者均衡問題では、最も簡単なケースとしてリンク移動時間がそのリンクの交通量のみで決定される、つまり $\partial t_a / \partial v_b = 0 (\forall a \in A, \forall b \in A - a)$ となる場合が用いられる事が多い。この場合、利用者均衡問題は以下のOPで定義される。

[UE/FD-OP, Link-independent]

$$\min \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} t_a(x) \cdot dx \quad \text{s.t. } \mathbf{v} \in \Omega \quad (2.65)$$

以上をまとめると、これまで示した利用者均衡問題と等価なOP, NCP, VIP, FPPについて、それらはすべて等価であり、リンク移動時間関数のJacobianが対称であれば[UE/FD-VIP, Link-base]とOPは等価であることが示された。次に、それぞれの問題の数理的特性を示す。本節で議論される数理的特性は、解の存在性と一意性である。

まず、NCP, VIP, FPPの数理的特性を示す。これらの問題は等価であるため、その数理的特性はどれか一つに対して示せばよい。まず、解の存在性条件を示す。解の存在性条件は、以下に示される不動点定理に基づいて示される。

Browerの不動点定理：

$\mathbf{Z}: R_n \rightarrow R_n$ (R_n は実数空間)が連続なベクトル値関数, $\Gamma \subseteq R_n$ が非空のコンパクト凸集合である時, すべての $\mathbf{y} \in \Gamma$ に対して $\mathbf{Z}(\mathbf{y}) \in \Gamma$ ならば, \mathbf{Z} は不動点を持つ

角谷の不動点定理：

$\Gamma \subseteq R_n$ を非空のコンパクト凸集合である時, Γ 上の点を Γ の冪集合 2^Γ に写す写像 $\mathbf{Z}: \Gamma \rightarrow 2^\Gamma$ のグラフ $\{(\mathbf{y}, \mathbf{Z}(\mathbf{y})) | \mathbf{y} \in \Gamma\}$ が閉であり, すべての $\mathbf{y} \in \Gamma$ に対して $\mathbf{Z}(\mathbf{y})$ が空でない凸集合であるならば, \mathbf{Z} は不動点を持つ

上記の二つの不動点定理を比較すると, Browerの不動点定理は, 実数空間上の非空でコンパクトな凸部分集合に対して定義される連続関数の不動点の存在を示したのに対して, 角谷の不動点定理はそれを集合値関数に拡張していることがわかる. つまり, 角谷の不動点定理は, Browerの不動点定理を一般化したものである. 利用者均衡問題における変数 (\mathbf{f} または \mathbf{v}) が定義される Ω は非負の実数空間における凸集合である. また, NCP, VIP, FPP で表現された利用者均衡問題において考えられている写像は, ベクトル値関数に他ならない. したがって, NCP, VIP, FPP で示された利用者均衡問題は, $\mathbf{t}(\mathbf{v})$ が連続なベクトル値関数であれば解を少なくとも一つ持つ.

次に, NCP, VIP, FPPの解の一意性に関して, VIPにおける解の一意性を議論する. 一般的なVIPの解の一意性に関して, 以下の定理が成立する.

一般的なVIPの解の一意性に関する定理

凸集合 Γ と写像 $\mathbf{Z}: \Gamma \rightarrow \Gamma$ が与えられた時, 式(2.47)に示されたVIPは \mathbf{Z} が狭義単調であればただ一つの解をもつ. (ただし, これは十分条件を示している)

写像 $\mathbf{Z}: \Gamma \rightarrow \Gamma$ の狭義単調性は, 以下のような性質である.

$$\{\mathbf{Z}(\mathbf{y}) - \mathbf{Z}(\hat{\mathbf{y}})\}^T \cdot (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) > 0 \quad \forall \mathbf{y}, \hat{\mathbf{y}} \in \Gamma \quad (2.66)$$

$\mathbf{Z}(\mathbf{y})$ が微分で可能である時, $\nabla \mathbf{Z}(\mathbf{y})$ が正定値であれば上記の狭義単調性が満たされる. 今, $\mathbf{Z}(\hat{\mathbf{y}})$ を \mathbf{y} の近傍で一次のテイラー展開すると, $\mathbf{Z}(\hat{\mathbf{y}}) \approx \mathbf{Z}(\mathbf{y}) + \nabla \mathbf{Z}(\mathbf{y}) \cdot (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{y})$ で与えられる.

したがって, 式(2.66)の左辺は, $\{\nabla \mathbf{Z}(\mathbf{y}) \cdot (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})\}^T \cdot (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})$ と近似できるため, $\nabla \mathbf{Z}(\mathbf{y})$ が正定値であれば狭義単調性が満たされる事がわかる. よって, VIPとして定義された利用者均衡問題において, $\mathbf{t}(\mathbf{v})$ が狭義単調である時にただ一つの解をもつ. 特に $\mathbf{t}(\mathbf{v})$ が微分可能である場合は, $\nabla \mathbf{t}(\mathbf{v})$ が正定値であればただ一つの解をもつ.

次に、OPの数理的特性を示す。一般的なOPの解の存在性に関して、以下の定理が成り立つ。

OPの解の存在性に関する定理

集合 Γ に含まれる \mathbf{y} によって定義される目的関数 $z(\mathbf{y})$ が与えられている時、 Γ がコンパクト集合で、 $z(\mathbf{y})$ が連続かつ下(上)に有界ならば、 $z(\mathbf{y})$ を最小(最大)化する点が少なくとも一つ存在する。

利用者均衡問題における変数(\mathbf{f} または \mathbf{v})が定義される Ω は非負の実数空間における凸集合であるため、 Ω はコンパクト集合である。また、OPとして定義された利用者均衡問題の目的関数は積分によって表されており、明らかに微分可能であるため、連続であることが言える。以降では、OPで定義された利用者均衡問題の目的関数が下に有界であり、少なくとも一つの解を持つことを証明する。

移動時間ベクトル \mathbf{t} に対してその移動時間に対応したリンク交通量ベクトル \mathbf{v} を返すような移動時間の逆関数ベクトル $\mathbf{v}(\mathbf{t})$ を定義する。ここで、移動時間ベクトル \mathbf{t} の定義域は、各要素に自由移動時間を下限に持つ。この時、任意の \mathbf{v}, \mathbf{t} に対して、以下の関係が成立する。

$$\oint \mathbf{t}(\mathbf{v}) \cdot d\mathbf{v} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{t} - \oint \mathbf{v}(\mathbf{t}) \cdot d\mathbf{t} \quad (2.67)$$

また、均衡状態において、各ODペア間を移動する利用者の経験する移動時間はすべて、そのODペア間の最小移動時間と等しい。したがって、すべての利用者の移動時間の和について、以下の関係が成立する。

$$\begin{aligned} \mathbf{v} \cdot \mathbf{t} &= \sum_{a \in A} v_a \cdot t_a = \sum_{i \in I} q_i \cdot d_i \\ &= \sum_{i \in I} q_i \cdot \min_{k \in K} \left\{ \sum_{a \in A} t_a \cdot \delta_{aj} \right\} \quad \forall \mathbf{y}, \hat{\mathbf{y}} \in \Gamma \end{aligned} \quad (2.68)$$

また、利用者均衡状態以外では $\mathbf{v} \cdot \mathbf{t} > \sum_{i \in I} q_i \cdot \min_{k \in K} \left\{ \sum_{a \in A} t_a \cdot \delta_{aj} \right\}$ となる。したがって、式(2.67)と比較すると均衡状態以外では以下の不等式が成立することがわかる。

$$\oint \mathbf{t}(\mathbf{v}) \cdot d\mathbf{v} \geq \sum_{i \in I} q_i \cdot \min_{k \in K} \left\{ \sum_{a \in A} t_a \cdot \delta_{aj} \right\} - \oint \mathbf{v}(\mathbf{t}) \cdot d\mathbf{t} \quad (2.69)$$

OPで定義された利用者均衡問題では、式(2.69)の左辺で定義された目的関数を最小にする交通量ベクトル \mathbf{v} を探すような問題であった。したがって、OPで定義された利用者均衡問題の目的関数が下に有界であることが示された。

以上より、OPで定義された利用者均衡問題の解の存在性が示された。

次に、解の一意性条件を示す。一般的なOPの解の一意性に関して、以下の定理が成立する。

OPの解の一意性に関する定理

集合 Γ に含まれる \mathbf{y} によって定義される目的関数 $z(\mathbf{y})$ が与えられている時、 Γ が閉凸集合であり、 $z(\mathbf{y})$ が狭義凸ならば、 $z(\mathbf{y})$ を最小（最大）化する点がただ一つの解をもつ。

利用者均衡問題における変数は非負の実数空間における凸集合で定義されており、一般的にこの集合は閉であるため、 Γ が閉凸集合である場合を考える。また、OPとして定義された利用者均衡問題の目的関数は、明らかに微分可能であるため、 $z(\mathbf{y})$ が微分可能であるような場合を考える。ある微分可能な関数 $z(\mathbf{y})$ が狭義凸である時、その勾配ベクトル (Jacobian) は狭義単調性を示す。OPとして定義された利用者均衡問題において、目的関数は移動時間関数ベクトル $\mathbf{t}(\mathbf{v})$ の線積分で与えられるため、その勾配ベクトル (Jacobian) は移動時間関数ベクトル $\mathbf{t}(\mathbf{v})$ に他ならない。したがって、NCP, VIP, FPPの場合と同様に、 $\mathbf{t}(\mathbf{v})$ が狭義単調である時にただ一つの解をもつ。特に $\mathbf{t}(\mathbf{v})$ が微分可能である場合は、 $\nabla \mathbf{t}(\mathbf{v})$ が正定値であればただ一つの解をもつ。

2.4.3. 確率的利用者均衡配分モデル

先述の通り、均衡配分モデルに関する研究は、その仮定を緩和することによって発展してきた。ここで概説する確率的利用者均衡配分モデルは、2.4.2節で概説した確定的利用者均衡配分モデルに設けられた“完全情報”の仮定を緩和したモデルである。確率的利用者均衡配分モデルは、この仮定を“利用者の持っている情報には認知誤差が含まれている”という仮定に緩和した。自身の行動を決定する指標に認知誤差が存在しているという仮定は、非集計行動モデルに基づくランダム効用理論と同一の仮定である。この仮定の下で各利用者が最適な経路選択行動を行った状態を、確率的利用者均衡と呼び、利用者均衡を達成するような交通量配分を確率的利用者均衡配分と呼ぶ。確率的利用者均衡とは、以下の状態を表す。

確率的利用者均衡：

どの利用者も経路を変更することによって自身の移動時間をそれ以上短縮することはできないと信じている状態。

ランダム効用理論と同様に、効用最大化の枠組みで利用者の経路選択行動を定義しよう。均衡配分問題では、利用者は自身の移動時間が最小になるように行動するため、その効用

は移動時間が小さいほど大きくなると言える。したがって、ネットワーク中の利用者の効用は、移動時間に負の符号を付した値 ($-c_{ij}$) として表現できる。ランダム効用理論では、利用者が自身の効用に確率的な認知誤差を含んでいると仮定される。したがって、確定項（経路移動時間） $-c_{ij}$ と認知誤差項 ε_{ij} を用いることでODペア*i*間の経路*j*上の利用者の効用を、以下のように表現できる。

$$U_{ij} = -c_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad (2.70)$$

ここで、認知誤差項 ε_{ij} は確率変数である。また、利用者の同質性は依然仮定されているためODペア*i*間の経路*j*上の利用者はすべて同一の確率的な認知誤差を有していることが暗に仮定されている点に注意したい。利用者は、自身の効用が最大化されるように選択を行うため、ODペア*i*間の利用者は、経路集合 J_i から経路*j*を選択する確率は以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} p_{ij} &= P\left[U_{ij} \geq \max_{k \in (J_i - j)} (U_{ik})\right] \\ &= P\left[-c_{ij} + \varepsilon_{ij} \geq \max_{k \in (J_i - j)} (-c_{ik} + \varepsilon_{ik})\right] \\ &= P\left[c_{ij} - \varepsilon_{ij} \leq \min_{k \in (J_i - j)} (c_{ik} - \varepsilon_{ik})\right] \end{aligned} \quad (2.71)$$

認知誤差項 ε_{ij} に特定の理論的な確率分布を用いれば、上記の経路選択確率は積分計算を用いて表現することが出来る

本節で概説する確率的利用者均衡配分モデルでは、ランダム効用理論に基づいて算出された経路選択確率に比例して、“確定的”に経路交通量を配分するモデルである。したがって、利用者が経路選択を行う際に認知する移動時間は確率的であるとみなせるものの、利用者の経路選択自体は確率的ではなく確定的である。このため、経路交通量、リンク交通量、経路移動時間、リンク移動時間も確定的な値となる。よって、確定的利用者均衡配分モデルにおいて、経路交通量は以下のように表現される。

$$f_{ij} = p_{ij} \cdot q_i \quad \forall j \in J_i, \forall i \in I \quad (2.72)$$

確率的利用者均衡配分モデルは、認知誤差項 ε_{ij} に仮定する確率分布によって分類される。代表的なものとして、認知誤差項に多変量正規分布を仮定したプロビットモデルや、互いに独立で同一なガンベル分布を仮定したロジットモデルがある。プロビットモデルは、経路選択確率を解析的に表現することができないのに対し、ロジットモデルは解析的に表現できるため、広く用いられている。他にも、ワイブル分布や一般化極値分布などを仮定したモデルが存在する。本節では、すべての経路に対する認知誤差項が独立で同一なガンベル分布に従うと仮定したロジットモデルのみを示す。

一般的に、ガンベル分布は二つのパラメータ μ と θ によって特徴づけられる確率分布であり、その累積密度関数は以下のように表される。

$$F(x) = \exp\left[-\exp\{-\theta \cdot (x - \mu)\}\right] \quad (-\infty < x < \infty) \quad (2.73)$$

また、その平均はオイラー定数 γ (≈ 0.577)を用いて $\mu + \gamma/\theta$ 、その分散は $\pi^2/(6 \cdot \theta^2)$ で表さ

れる。以降ではパラメータ θ をスケールパラメータと呼ぶ。すべての経路において、認知誤差項 ε_{ij} が独立で同一なガンベル分布に従うとき、OD ペア i 間の経路 j の選択確率が以下のように解析的に与えられる。

$$P_{ij} = \frac{\exp[-\theta \cdot (c_{ij})]}{\sum_{k \in J_i} \exp[-\theta \cdot (c_{ik})]} \quad (2.74)$$

ここまでは、経路移動時間のみを用いて記述していた。2.4.2 節と同様に経路移動時間が $c_{ij} = c_{ij}(\mathbf{f})$ で表現可能であるとした時、式(2.72)と(2.74)が同時に成立している時に確率的利用者均衡に基づく交通量配分が達成される。また、OD ペア i 間の利用者がそれぞれ自身の効用を最大化するように経路選択を行った時に得られる効用の期待値(期待最大効用)は、経路移動時間ベクトル \mathbf{c} を用いて以下のように与えられる。

$$S_i(\mathbf{c}) = \frac{1}{\theta} \cdot \ln \left[\sum_{j \in J_i} \exp(-\theta \cdot c_{ij}) \right] + \eta + \frac{\gamma}{\theta} \quad (2.75)$$

この値は、OD ペア i 間の利用者が認知した効用の OD ペア i 間の利用者全体での平均値を表す。また、ロジットモデルにおける期待最大効用をログサム変数と呼ぶ。

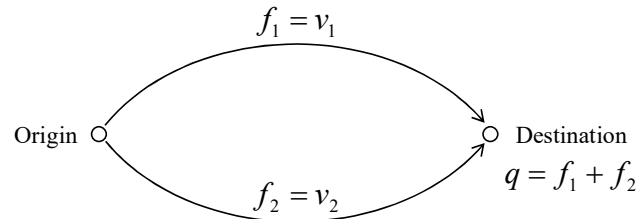


図-2.8 テストネットワーク

ここで、確率的利用者均衡に基づく交通量配分を図-2.8に示される単純なネットワークを用いて示そう。このネットワークにはODペアが1つ、経路が2つ存在し、リンク1と2を使う経路をそれぞれ経路1,2とする。また、簡単のため、リンク移動時間がそのリンクの交通量のみで以下のように与えられるものとする。

$$t_a = A_a \cdot v_a + B_a \quad \forall a \in A, \forall i \in I \quad (2.76)$$

OD交通量を q とすると、経路2の交通量が $f_2 = q - f_1$ となることを利用すると、経路1,2の移動時間の差が以下で与えられる。

$$c_2 - c_1 = -(A_1 + A_2)f_1 + (B_2 - B_1 + q \cdot A_1) \quad (2.77)$$

ロジットモデルでは、経路1の交通量が、以下で与えられる。

$$\begin{aligned} f_1 &= q \cdot \frac{\exp(-\theta \cdot c_1)}{\exp(-\theta \cdot c_1) + \exp(-\theta \cdot c_2)} \\ &= \frac{q}{1 + \exp\{-\theta \cdot (c_2 - c_1)\}} \end{aligned} \quad (2.78)$$

この関数は経路1の需要関数と考えられる．横軸 $c_2 - c_1$ ，縦軸に f_1 を取り，式(2.77)と(2.78)を図上に表すと，図-2.9のようになる．

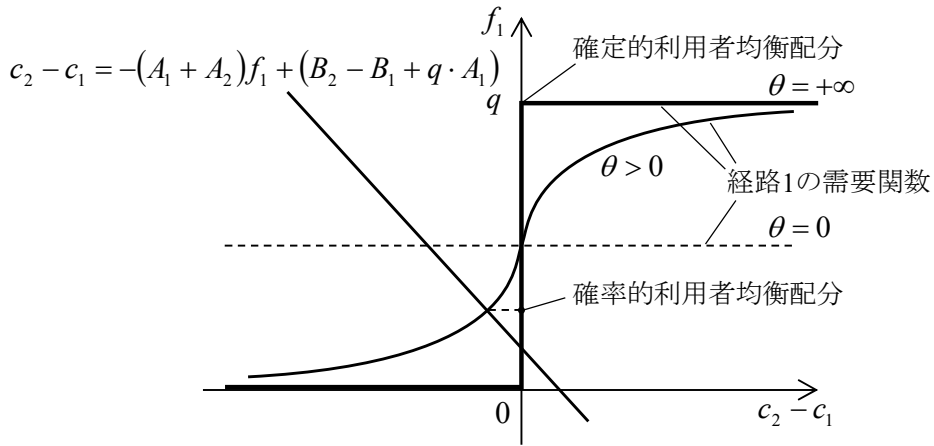


図-2.9 確率的利用者均衡配分のイメージ図

図-2.9における直線 $c_2 - c_1$ と経路1の需要関数との交点が経路1の交通量 f_1 を表す．ロジットモデルにおいて，スケールパラメータ θ が小さくなればなるほど（認知誤差の分散が大きくなればなるほど）移動時間の差に対する利用者の感度が低下し，逆に θ を ∞ とする（ガンベル分布の分散を0にする）と確定的な利用者均衡配分が達成されることがわかる．したがって，確率的利用者均衡は確定的利用者均衡をその特殊形として内包していることがわかる．

2.4.4. 需要変動型均衡配分モデル

2.4.2 と 2.4.3 節では，OD 交通量が既知であり，固定的であるような場合を想定した利用者均衡問題について概説した．しかし，現実では OD 交通量は交通サービスの水準（ここまでは移動時間のみをサービス水準と仮定）の大小によって変化する．こういった理由から，OD 交通量は固定的ではなく，OD 間の交通サービス水準によって変動すると考えた均衡配分モデル（需要変動型均衡配分モデル）が提案されている．

本節では，まず確定的な意思決定を考慮した需要変動型利用者均衡配分モデルを概説する．需要変動型利用者均衡の枠組みでは，複数の異なる交通手段を含むネットワークを対象とすることもできる．しかし，第 3 章以降で示される本研究の内容ではこうした状況を考慮していないため，本節で示す確定的な意思決定を考慮したモデルにおいては，異なる交通手段に関する議論を行わない．ただし，2.7 節で示されるロジットモデルに基づく便益推計に関する研究で用いられるため，本節後半部で示される確率的な需要変動型利用者均衡配分モデルでは，異なる交通手段を考慮する．

需要変動型の利用者均衡問題では，OD 交通量を経路移動時間の関数（OD 間の交通需要関数）として以下のように表現される．

$$q_i = D_i(\mathbf{c}) \quad \forall i \in I \quad (2.79)$$

以降では，OD 交通量はその OD 間の最小移動時間の関数で与えられるものと仮定する．また，経路移動時間がその経路を構成するリンク移動時間の和で表現されるものと仮定する．また，簡単のためにリンク移動時間関数の Jacobiann が対称であると仮定する．本節では，需要変動型の利用者均衡モデルが等価な需要固定型の利用者均衡配分モデルに変換可能であることが示される．これを利用すれば，リンク移動時間写像の Jacobian が非対称である場合でも，2.4.2 節とほとんど同様に VIP としての定式化が可能であるため，VIP としての定式化は省略する．

上記の仮定より OD ペア i 間の OD 交通量は $q_i = D_i(d_i)$ と与えられる．また，この時 OD ペア i 間の交通需要関数は逆関数 $d_i = D_i^{-1}(q_i)$ を持つ．したがって，この時，需要変動型の利用者均衡条件は，以下のように表すことができる．

$$f_{ij} > 0 \Leftrightarrow c_{ij} = D_i^{-1}(q_i) \quad \forall f_{ij} \in \Omega, \forall j \in J_i, \forall i \in I \quad (2.80)$$

$$f_{ij} = 0 \Leftrightarrow c_{ij} \geq D_i^{-1}(q_i) \quad \forall f_{ij} \in \Omega, \forall j \in J_i, \forall i \in I \quad (2.81)$$

上記の仮定の下では，ネットワーク表現を工夫することにより，等価な需要固定型利用者均衡問題として定式化できる．図-2.10 で表されるように OD ペア i 間に一つのダミーリンクを仮定する．

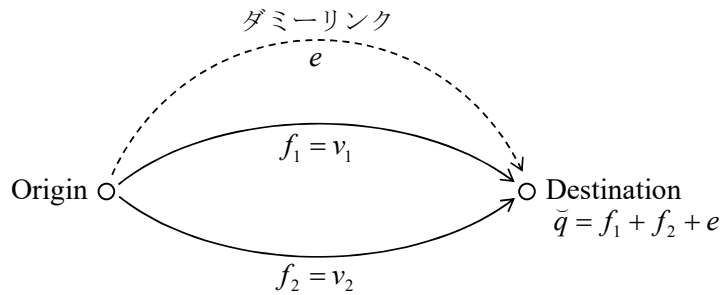


図-2.10 ダミーリンクを用いたネットワーク表現

このダミーリンクには，超過需要 e_i が流れる．ここで，超過需要 e_i とは，OD ペア i 間で顕在化しない交通需要を意味する Gartner (1980)²⁰．OD ペア i 間で想定しうる交通需要の上限値を \tilde{q}_i （定数）とすれば，顕在化した交通需要と超過需要は以下の関係を満たす．

$$q_i = \tilde{q}_i - e_i \quad \forall i \in I \quad (2.82)$$

OD ペア i 間の交通需要関数の逆関数 $d_i = D_i^{-1}(q_i)$ に式(2.82)を代入すると， $d_i = D_i^{-1}(\tilde{q}_i - e_i)$ が得られる． \tilde{q}_i は定数であるため，この関数は超過需要 e_i の関数 $d_i(e_i)$ と再定義できる．この関数をダミーリンクのリンクコスト関数とみなすと，需要変動型の利用者均衡配分はもは

や需要固定型の利用者均衡配分と等価になる。この時、需要変動型利用者均衡問題と等価な OP は以下のように表される。2.4.2 節で示された[UE/FD-OP]と比べれば、等価な構造を持つことが分かる。

[UE/VD-OP]	
$\min \int \mathbf{t}(\mathbf{v}) \cdot d\mathbf{v} + \sum_{i \in I} \int_0^{e_i} d_i(w) \cdot dw \quad (2.83)$	
s.t. 式(2.35), (2.36), and	
$\sum_{j \in J_i} f_{ij} + e_i = \tilde{q}_i \quad \forall i \in I \quad (2.84)$	
$e_i \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (2.85)$	

解の存在性、一意性に関しても、2.4.2 節と同様に議論出来る。

次に、確率的な意思決定を考慮した需要変動型利用者均衡配分モデルを概説する。先述の通り、2.7 節で示されるロジットモデルに基づく便益推計に関する研究で用いられるため、複数の異なる交通手段を含むネットワークを対象とした定式化を示す。伝統的な四段階推定に基づく交通需要推定手法では、発生・分布・分担・配分といった段階で異なったモデルを用いてきた（需要固定型の均衡配分問題は、配分段階を主な対象としてきた）。需要変動型の利用者均衡配分モデルを応用することで、こういった段階的な意思決定構造を統合的に表現する統合均衡モデルが提案されている。統合均衡モデルは、対象地域に代表的個人の存在を仮定し、その行動をランダム効用理論に基づく **Nested Logit** モデルによって表現するため、発生・分布・分担・配分の各段階の行動を一つのモデルの中で記述可能である。

統合均衡モデルにおいて仮定された代表的個人が行う意思決定構造は、図-2.11 に示されるようなツリー構造で記述されるつまり、あるノードに存在する代表的個人は、トリップを行うかどうか、トリップを行う場合には交通手段と目的地と経路を選択する。

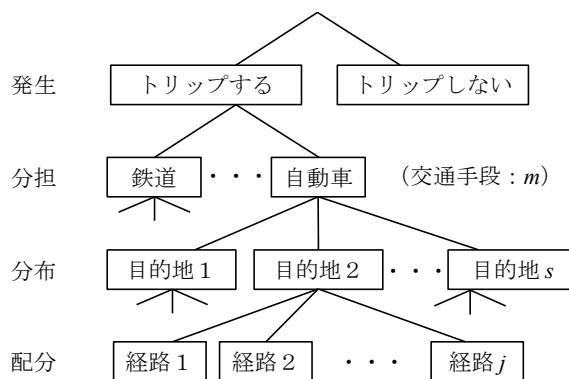


図-2.11 意思決定構造

(出典：円山ら, 2002²¹⁾)

ただし、図 2-11 で示される意思決定構造は、利用者の意思決定の順序を表すものではない点に注意したい。つまり、まずトリップを行うかどうかを判断し、次にトリップを行う場合はどの交通手段を用いるか決定し、次に交通手段 $m \in M$ を使う場合はどの目的地に向かうか決定し、最後に交通手段 $m \in M$ を用いて目的地 $s \in S$ に向かう時はどの経路を使うかを決定するという順番で意思決定を行うわけではなく、あくまで同時にすべての段階の意思決定を行う。統合均衡モデルでは、下位の選択行動から選択確率を算出していく。これまでの記法では、OD ペアを $i \in I$ と表記していたが、ここでは OD ペアを出発地ノード $r \in R$ と目的地ノード $s \in S$ によって表現する。もちろん出発地ノード $r \in R$ と目的地ノード $s \in S$ の組み合わせを OD ペア $i \in I$ によって定義して以降の定式化を示すこともできるが、発生・分布・分担・配分という利用者の階層的な意思決定構造を記述する上で効果的だと考えられるため、このような表現を用いる。

あるゾーン（ノード） $r \in R$ に居る代表的個人が、交通手段 $m \in M$ と目的地 $s \in S$ を選択したという条件下で経路 $j \in J_{rs}^m$ を選択する確率 $P_{rs,j}^m$ は以下で与えられる。

$$P_{rs,j}^m = \frac{\exp[-\theta_1 \cdot (c_{rs,j}^m)]}{\sum_{j' \in J_{rs}^m} \exp[-\theta_1 \cdot (c_{rs,j'}^m)]} \quad (2.86)$$

ここで、 θ_1 は経路選択におけるロジットモデルのスケールパラメータ、 $c_j^{r,s,m}$ は出発地 r から交通手段 m で目的地 s に経路 j を利用して移動するときの移動時間を表す。 θ_1 がすべての目的地に対して同一である点を注意したい。また、出発地 r から交通手段 m で目的地 s に移動する際、利用者が認知する効用の平均値は、以下のログサム変数を用いて表される。

$$S_{rs}^m = -\frac{1}{\theta_1} \cdot \ln \sum_{j' \in J_{rs}^m} \exp[-\theta_1 \cdot (c_{rs,j'}^m)] \quad (2.87)$$

このログサム変数を用いれば、出発地 r から交通手段 m でトリップを行うという条件下で、目的地 s を選択する確率が以下のように表現できる。

$$P_{rs}^m = \frac{\exp[-\theta_2 \cdot (S_{rs}^m)]}{\sum_{s' \in S} \exp[-\theta_2 \cdot (S_{rs'}^m)]} \quad (2.88)$$

ここで、 θ_2 は目的地選択におけるロジットモデルのスケールパラメータを表す。また、出発地 r から交通手段 m でトリップを行う利用者が認知する効用の平均値は、以下のログサム変数で表される。

$$S_r^m = -\frac{1}{\theta_2} \cdot \ln \sum_{s' \in S} \exp[-\theta_2 \cdot (S_{rs'}^m)] \quad (2.89)$$

同様に、出発地 r からトリップを行う利用者が認知する効用の平均値と交通手段 m を選択する確率は以下のように表現される。

$$P_r^m = \frac{\exp[-\theta_3 \cdot (S_r^m)]}{\sum_{m' \in M} \exp[-\theta_3 \cdot (S_r^{m'})]} \quad (2.90)$$

$$S_r = -\frac{1}{\theta_3} \cdot \ln \sum_{m' \in M} \exp[-\theta_3 \cdot (S_r^{m'})] \quad (2.91)$$

ここで、 θ_3 は目的地選択におけるロジットモデルのスケールパラメータを表す。出発地 r からトリップを行う確率は以下で表現される。

$$P_r = \frac{\exp[-\theta_4 \cdot (S_r)]}{\exp[-\theta_4 \cdot (S_r)] + \exp[-\theta_4 \cdot (S_{notrip})]} \quad (2.92)$$

ここで、 θ_4 は目的地選択におけるロジットモデルのスケールパラメータを表す。ここまで用いられてきた各選択段階におけるスケールパラメータは、 $0 < \theta_1 \leq \theta_2 \leq \theta_3 \leq \theta_4$ を満たす。本節では、図-2.11 で示されるような選択構造を用いているが、実際はスケールパラメータの推定結果を用いて $0 < \theta_1 \leq \theta_2 \leq \theta_3 \leq \theta_4$ の関係を満たすように選択構造が決定される。

2.4.5. 利用者の選好の異質性を考慮した均衡配分モデル

これまで示してきたモデルでは、利用者が移動時間のみを経路選択における評価基準とすると仮定していた（単一基準の仮定）。しかし実際には、移動時間以外の要素も考慮した経路選択を行っていることが多い。こうした、移動時間以外の要素を経路選択における評価基準とするモデル（多基準モデル）は、Quandt (1967)²²⁾によって提案された。例えば、有料道路の利用などによる移動費用を考慮に加える場合を考えよう。この場合、時間価値を用いれば移動時間を貨幣単位に換算することにより、経路選択の評価基準を表現できる。このように、貨幣価値化された経路選択の評価基準を一般化費用と呼ぶ。今ODペア i 間の経路 j の移動費用が π_{ij} で与えられるとする。ある利用者時間価値が τ で表される時、その利用者にとってODペア i 間の経路 j の一般化費用は $\tau \cdot c_{ij} + \pi_{ij}$ で与えられる。全ての利用者が同一の時間価値を持ち、経路移動費用がリンク移動費用の和で表現できる場合、これまで示された均衡配分モデルの判断基準であった移動時間を一般化費用に置き換えれば、同様の議論が行える。しかし、すべての利用者が同一の時間価値を持つという想定は、非常に限定的である。一般的に、個人の選好に準じた時間価値といったパラメータは、利用者の社会・経済的な属性や、移動の目的などといった環境条件に依存するものと考えられる。したがって、ネットワーク上の利用者の時間価値が異なる状況を考える事は、より現実的な需要予測を行う上で重要である。本節では、このようにネットワーク上の利用者がそれぞれ異なる時間価値（選好）を有する場合を想定した均衡配分モデルを概説する。

利用者の時間価値の異質性を考慮した均衡配分モデルは、想定される時間価値の分布によって、離散型アプローチと連続分布アプローチに分類される。離散型アプローチでは、時間価値の異なる複数のユーザークラスが存在すると想定したモデルである。それぞれの

クラスは、同一の時間価値を持つか、クラスを代表する時間価値を持ち、それに基づいた経路選択を行うとされる。こういったモデルの特性から、離散型アプローチの均衡配分モデルはマルチユーザークラス型均衡配分モデルとも呼ばれる。以降では、離散型アプローチのモデルをマルチユーザークラス型モデルと表現する。連続分布アプローチは、利用者の時間価値が連続的な分布に従う場合を想定したモデルである。ここでは、各利用者が異なる時間価値を持ち、それぞれが自身の時間価値に基づいた経路選択を行うとされる。Dial (1997)²³⁾ は移動時間と移動費用の2基準モデルの中で、時間価値が連続分布する場合の均衡配分モデルを定式化している。ロジットモデルの拡張系であるミックストロジットモデルも、選好の異質性を扱うことのできるモデルである。

本節以降で扱われる利用者の異質性を考慮した均衡配分モデルは、マルチユーザークラス型のモデルであるため、本節では、マルチユーザークラス型均衡配分モデルのみを扱う。また、マルチユーザークラス型の確率的利用者均衡配分モデルは、通常確率的利用者均衡配分モデルの枠組みをほとんど維持したまま拡張することで表現できるため、本節ではその定式化を示さない。一方で、第3章以降で示される本研究の内容では、需要変動を考慮したマルチユーザークラス型の確定的利用者均衡配分モデルが用いられるため、本節でその定式化を示す。

一般的なマルチユーザークラス型の均衡配分モデルでは、1組のODペア間に複数のユーザークラスがあると想定するが、ODペアごとに一つのユーザークラスが存在すると想定しても問題の枠組みは変わらない。なぜなら、同一の起終点に対して一つ定義されるODペアを複数のODペアに分け、新たに定義したODペアそれぞれに固有のユーザークラスが存在する状況を想定することによって、1組のODペア間に複数のユーザークラスが存在するような状況も表現することができるからである。本節で示すマルチユーザークラス型の均衡配分モデルではODペアごとに一つのユーザークラスが存在すると想定する。

まず、リンク a の交通量 v_a の内、ODペア i を移動する利用者の数を v_a^i とする。 v_a^i は以下の条件を満たす。

$$v_a^i = \sum_{j \in J_i} f_{ij} \cdot \delta_{aj} \quad \forall a \in A, \forall i \in I \quad (2.93)$$

$$v_a = \sum_{i \in I} v_a^i \quad \forall a \in A \quad (2.94)$$

また、新たに $v_a^i (\forall a \in A, \forall i \in I)$ を各要素に持つベクトルを $\bar{\mathbf{v}}$ とおく。2.4.2節で定義したベクトル \mathbf{v} は v_a を各要素に持つベクトルであり、 $\bar{\mathbf{v}}$ とは異なる点に注意したい。各リンクの移動時間 $t_a (\forall a \in A)$ および移動費用 $\rho_a (\forall a \in A)$ はリンク交通量の関数となっており、それぞれ $t_a = t_a(\mathbf{v})$, $\rho_a = \rho_a(\mathbf{v}) (\forall a \in A)$ と表されるとする。式(2.94)より、 v_a は v_a^i によって表現することができるため、 $t_a = t_a(\bar{\mathbf{v}})$, $\rho_a = \rho_a(\bar{\mathbf{v}})$ と表記することもできる。したがって、ODペア i 間を移動する利用者の時間価値が r^i で表される時、ODペア i 間を移動する利用者のリンク a に対する一般化費用 χ_a^i は以下のように表される。

$$\chi_a^i(\bar{\mathbf{v}}) = \tau^i \cdot t_a(\bar{\mathbf{v}}) + \rho_a(\bar{\mathbf{v}}) \quad (2.95)$$

また、2.4.2節と同様に、ODペア*i*間の経路*j*の移動時間 c_{ij} および移動費用 π_{ij} は、その経路を構成するリンクの移動時間および移動費用の和で表されると仮定する。したがって、ODペア*i*間の経路*j*の一般化費用 g_{ij} が以下のように表される。

$$\begin{aligned} g_{ij}(\bar{\mathbf{v}}) &= \tau^i \cdot \sum_{a \in A} t_a(\bar{\mathbf{v}}) \cdot \delta_{aj} + \sum_{a \in A} \rho_a(\bar{\mathbf{v}}) \cdot \delta_{aj} \\ &= \sum_{a \in A} \chi_a^i(\bar{\mathbf{v}}) \cdot \delta_{aj} \end{aligned} \quad (2.96)$$

あるODペア間の交通量は、そのODペア間の最小一般化費用 d_i のみの関数で与えられると仮定する。例えば、ODペア間の交通量が他のODペア間の一般化費用に依存するような場合にも一般化できるが、第3章以降で示される本研究の内容で同様の仮定を置いているため、この仮定を用いる。図-2.10で示されたようにODペア*i*間に超過需要 $e_i (\geq 0)$ が流れる一つのダムリンクを仮定する。ダムリンクのリンクコスト関数を超過需要 e_i の関数 $d_i(e_i)$ で定義することで、需要固定型の利用者均衡配分問題と等価になる。以上より、需要変動を考慮したマルチユーザークラス型の確定的利用者均衡条件が以下のように与えられる。

$$f_{ij} > 0 \Leftrightarrow g_{ij} = d_i(e_i) \quad \forall f_{ij} \in \Omega, \forall j \in J_i, \forall i \in I \quad (2.97)$$

$$f_{ij} = 0 \Leftrightarrow g_{ij} \geq d_i(e_i) \quad \forall f_{ij} \in \Omega, \forall j \in J_i, \forall i \in I \quad (2.98)$$

and 式(2.82)

上記の均衡条件は、相補性条件と等式が混合している。これを扱いやすくするため、式(2.82)で示された等式を以下の相補性条件に置き換える。

$$q_i + e_i - \bar{q}_i > 0 \Leftrightarrow d_i(e_i) = 0 \quad \forall f_{ij} \in \Omega, \forall j \in J_i, \forall i \in I \quad (2.99)$$

$$q_i + e_i - \bar{q}_i = 0 \Leftrightarrow d_i(e_i) \geq 0 \quad \forall f_{ij} \in \Omega, \forall j \in J_i, \forall i \in I \quad (2.100)$$

式(2.100)-(2.101)は、式(2.82)が満たされなければそのOD間の最小一般化費用が0になり、それ以外では非負の値を取る事を示している。交通量の存在するリンクでは一般化費用は正の値を取るため、最小一般化費用が0となるような時、交通量は流れないことになる。つまり、これらの条件は式(2.82)を満たさない解を除外する条件であると言える。式(2.98)-(2.101)までで示された均衡条件は、ユーザークラスごとに定義されていることが分かる。これらの均衡条件から、均衡配分問題は2.4.4節で示された問題と同様に、OPとしての定式化が可能であるように見える。しかし、式(2.96)から明らかのように、リンク移動時間・移動費用関数のJacobianが対称であったとしても、時間価値がODペアごとに異なる場合は、リンクの一般化費用関数のJacobianは対称にならない点に注意したい。つまり、ODペアごとに異なる時間価値を想定した確定的利用者均衡問題と等価なOPは定義することができない。このため、本節ではNCPによって均衡問題を定義する。需要変動を考慮したマルチユーザークラス型の確定的利用者均衡問題は以下のようなNCPとして定義することができる。

[MU-UE/ED-NCP] :

$$\text{Find } \mathbf{z}^* = (\mathbf{f}^*, \mathbf{e}^*) \in \Omega \quad \text{such that} \quad \mathbf{z}^{*T} \cdot \mathbf{h}(\mathbf{z}^*) = 0, \mathbf{z}^* \geq 0, \mathbf{h}(\mathbf{z}^*) \geq 0 \quad (2.101)$$

where

$$\mathbf{h}(\mathbf{z}) = (\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\xi}) \quad (2.102)$$

$$\boldsymbol{\omega} = (g_{11}(\mathbf{f}) - d_1(e_1) \quad \dots \quad g_{1,|J_1|}(\mathbf{f}) - d_1(e_1) \quad \dots \\ g_{|I_1|}(\mathbf{f}) - d_{|I_1|}(e_{|I_1|}) \quad \dots \quad g_{|I_1|,|J_1|}(\mathbf{f}) - d_{|I_1|}(e_{|I_1|})) \quad (2.103)$$

$$\boldsymbol{\xi} = \left(\sum_{j \in J_1} f_{1j} + e_1 - q_1 \quad \dots \quad \sum_{j \in J_{|I_1|}} f_{|I_1|j} + e_{|I_1|} - q_{|I_1|} \right) \quad (2.104)$$

ここで、 \mathbf{e} は超過需要を各要素に持つベクトルである。

2.5. ネットワーク上の不確実性を考慮した均衡配分モデル

ネットワーク上の詳細な移動時間を観測するには、膨大なコストがかかるため、ネットワークレベルで移動時間の不確実性を直接観測する事は難しい。このため、観測可能性の高いデータ（交通量など）を用いてネットワーク上の移動時間の不確実性を推定する手法が求められる。朝倉ら (1989)²⁴⁾ は、リンク交通量の変動が OD 交通量の日変動に起因するという想定で、OD 表に確率的変動を与えて配分計算を繰り返す事によってリンク交通量の日変動を再現した。ここで再現された日々の交通量に対応した日々の移動時間を用いて、OD ペア間の移動時間の平均と不偏分散を求め、それらをパラメータに持つ正規分布を OD ペア間の所要時間の確率分布と規定している。若林ら (1993)²⁵⁾ も OD 交通量を変動させて配分計算を繰り返してリンク交通量の変動を再現する分析を行い、各リンク交通量の変動係数が持つ特性を議論した。こうした、交通需要の変動を与えてその値ごとに均衡配分を行うシミュレーションによって、ネットワーク上の移動時間変動を分析する研究が行われた。朝倉ら (1994)²⁶⁾ は、交通量の観測されていないリンクを含むネットワークに対し、観測された日々のリンク交通量からネットワーク全体の日々の交通量を推計するモデルを提案した。このモデルから推定された日々の交通量を、リンク移動時間関数に代入することで日々の移動時間を算出し、移動時間の確率的変動を示した。この手法は均衡配分を何度も解くようなシミュレーションを必要としないが、観測数だけリンク移動時間を算出する必要がある。上記のような手法を用いても、移動時間の変動をネットワークレベルで再現することができるが、移動時間の確率分布を解析的に表現できない上に計算コストが大きい。また、こうした手法では、移動時間が不確実性を持つ場合における経路選択行動を適切に表現できていない場合がある。こうした背景から、ネットワーク中の変数に直接確率変数を用いた均衡配分モデル（確率均衡配分モデル）が提案されてきた。本節では確率均衡配分モデルを概説する。

2.5.1. 確率均衡配分モデル

2.4 節で示された均衡配分モデルでは、2.4.3 節および 2.4.4 節の一部に示された確率的利用者均衡配分モデルであっても、ネットワークを確定的な枠組みで捉えていると言える。確率的利用者均衡配分モデルでは、利用者の確率的な認知誤差を考慮しているものの、ランダム効用理論に基づいて算出される選択確率に従って、利用者は確定的に意思決定を行うとされる。したがって、各交通量も確定的な値を取る。このため、交通量によって決定される移動時間もまた、確定的な値を取り、移動時間の変動を解析的に表現する事はできない。本節で概説する確率均衡配分モデルは、2.4 節で示された均衡配分モデルに、ネットワーク上の不確実性を直接導入したモデルである。このモデルを用いることで移動時間の確率分布を解析的に表現することが可能となる。確率均衡モデルでは、確率的な移動時間を考慮した経路選択が行われるため、確率的な移動時間がどのように経路選択に反映されるのかによって分類することが出来る。まず、確率均衡モデルで用いられる経路選択基準を示そう。

最も基本的な経路選択基準は、平均移動時間である。不確実性を考慮しない均衡配分モデルで経路選択基準とされる移動時間も平均移動時間であると言えるが、確率均衡の枠組みでは、平均移動時間を定義する上でネットワーク上の不確実性を考慮する必要がある。例えば、リンク移動時間がそのリンクの交通量の関数で与えられていて、かつリンク交通量が確率分布する場合を考える。この時、リンク a の確率的な交通量を V_a とおくと、確率的移動時間は $t_a(V_a)$ で表される。不確実性を考慮しない場合では、平均的な状態のみ考慮した分析を行うことになるので、リンク移動時間は $t_a(E[V_a])$ で与えられる。不確実性を考慮した場合の平均移動時間は $E[t_a(V_a)]$ で与えられるため、不確実性を考慮しない場合とは異なることが分かる。

Travel Time Budget (TTB) と経路評価基準も広く用いられる。TTB は移動時間の平均とセーフティマージン (余裕時間) の和で表される。したがって、TTB は移動時間の平均 $E[T]$ とその移動時間に対応したセーフティマージンを s_T とすると $TTB = E[T] + s_T$ と表せる。このように、平均移動時間とセーフティマージンを用いて表される利用者の経路選択基準は、実効旅行時間とも呼ばれる。このセーフティマージン s_T は、到着しなくてはならない時間 (例えば始業時間) に関係している。到着しなくてはならない時間から遅刻してしまう確率に対する制約条件 (機会制約) を置くことで、利用者のリスク回避的な行動を表現している。到着しなくてはならない時間に確率 ρ で必ず到着するように利用者が意思決定を行っている時、 $p[T \leq TTB] = \rho$ を満たす。この時、セーフティマージン s_T は経路移動時間の確率密度関数 $\phi(t)$ を用いて $s_T = \phi(\rho)$ と表現することが出来る。特に、経路移動時間が正規分布する場合、標準化した移動時間の確率密度関数を $\Phi(t)$ と標準偏差 σ_T 、 $s_T = \sigma_T \cdot \Phi(\rho)$ で与えられる。この形式は、2.3.2 節で示された平均-分散アプローチと同一である。TTB は金融の分野で不確実性を表す指標として広く用いられる Value-at-Risk (VaR) と同様な指標であると言

われている。金融の分野で VaR は、信頼水準を超過することのない最大損失額として定義されている。移動時間に置き換えると、信頼水準を超過しない最大の移動時間を表す。例えば、信頼水準が 90% の時、VaR は 90% の確率で発生する移動時間を表す。移動時間のパーセンタイル値を経路選択基準に用いるモデルも提案されているが、TTB と同値であると言える。VaR の応用形である Conditional-Value-at-Risk (CVaR) と同様に定義される経路評価基準は Mean-Excess Travel Time (METT) と呼ばれる。この選択基準は Chen & Zhou (2010)²⁷⁾ で初めて用いられた。CVaR は、信頼水準を超過したときに発生する損失額の平均を意味する。図-2.12 は TTB と METT の関係を表している。

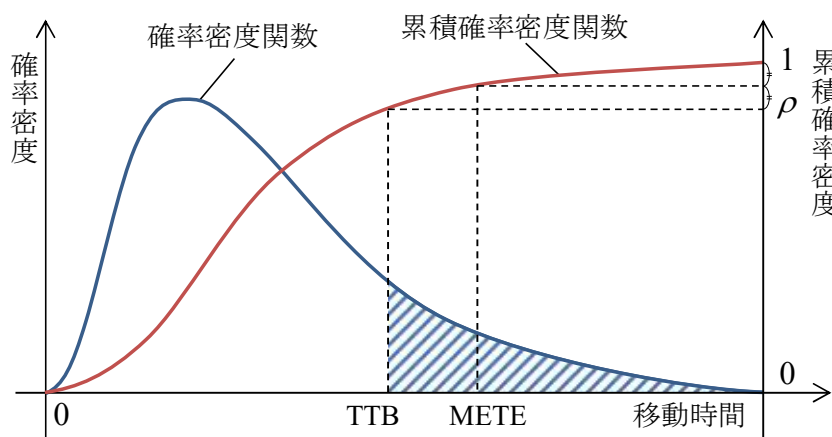


図-2.12 Travel Time Budget と Mean-Excess Travel Time

確率均衡配分モデルで考慮される主な不確実性要因は、交通容量、交通量、経路選択である。交通容量のみを不確実性要因とする場合では、各リンクで独立な確率的交通容量を想定する場合が多い。この時、リンク移動時間も各リンクで独立になるため、リンク移動時間がある分布に従うとすればその和として経路移動時間の分布を表現することが出来る。特に、移動時間分布に正規分布などの再生性を満たす確率分布を仮定した場合、その和も同一の確率分布になるため扱いが容易である。一方で、交通量や経路選択を不確実性要因とすると、リンク交通量が相関を持つため、リンク移動時間も各リンクで相関を持つことになる。リンク移動時間の共分散を扱う場合、リンク移動時間の分散の和が経路移動時間の分散にはならないため、取扱いが難しい。特に、リンク交通量を変数とした定式化が行えない場合、OP として定式化できないため、計算コストが高い。また、解の一意性が保証されない場合も多く存在する。

交通容量を不確実性要因とした均衡配分モデルとして、Lo & Tung (2003)²⁸⁾ は、確率的リンク交通容量が一様分布に従う場合の確率均衡配分モデルを提案し、ネットワークデザイン問題へ適用している。ネットワーク均衡分析の分野でリンク移動時間関数に広く用いられる BPR 関数に、直接確率的交通容量を代入することによって、リンク移動時間の平均と

分散を解析的に表現している。また、このモデルでは、基本的には利用者が平均移動時間に基づく経路選択を行うとされているが、移動時間がある範囲を超える確率がある閾値を超えるような経路は選択しないと仮定されている。Lo et al. (2006)²⁹⁾ は、このモデルに TTB の概念を導入したモデルを提案し、ネットワークデザイン問題へ適用している。また、移動時間の不確実性に対する選好の異質性を考慮したマルチユーザークラスモデルも扱っている。

Watling (2002)³⁰⁾ は、ランダム効用理論によって算出される経路選択確率に基づいて、確率的に経路選択が行われる場合を考慮した確率均衡配分モデルを提案した。確率的な経路選択の結果、経路交通量が多項分布に従うことが示されている。また、利用者は平均移動時間に基づく経路選択を行うと仮定されている。このモデルは、OD ペアが複数存在しているような一般的なネットワークでは解の一意性が保たれていないため、解の存在範囲が解析的に示されている。中山ら (2004)³¹⁾ も同様に、経路選択が確率的に行われる場合の均衡配分モデルを提案している。このモデルも、Lo & Tung (2003)³²⁾ と同様に BPR 関数に直接確率変数（交通量）を代入することによって確率的移動時間を定義おり、積率母関数を用いることで平均移動時間を計算している。そして、そのモデルを経路交通量がポワソン分布に従う場合に拡張している。細街路も含むような大規模なネットワークでは、経路数が多くなるため、各経路の選択確率が小さくなる。各経路の選択確率が小さい場合、経路交通量がポワソン分布に近似できる。経路交通量がポワソン分布で近似できる場合、リンク交通量の積率母関数はその平均値で表現されるため、平均リンク移動時間も平均リンク交通量の関数によって表現されることになる。さらに、BPR 関数を用いた場合、この関数は平均リンク交通量に対して狭義単調であるため、OP として確率均衡配分問題が定義される。経路交通量がポワソン分布に従う場合、解が一意に決定することを示している。中山&高山 (2006a)³²⁾ はこのモデルを、OD 交通量が負の多項分布（ガンマ分布と負の二項分布）に従う場合に拡張した。また、このモデルは、実効旅行時間に基づいた経路選択を仮定している。確率的な OD 交通量、確率的な経路選択を考慮した時、経路交通量はこれら二つの確率の同時確率として定義される。確率的な経路選択のみを考慮したときに経路交通量がポワソン分布する場合（中山ら (2004)³¹⁾ の示したような場合）、OD 交通量にガンマ分布をさらに仮定すると、経路交通量が負の多項分布に従う。OD 交通量に負の二項分布を仮定した場合は、ポワソン分布の仮定を設けずとも経路交通量が負の多項分布に従うことが示されている。経路交通量が負の多項分布に従う時、リンク移動時間の平均と標準偏差を解析的に表現できる関数を導出している。Clark & Watling (2005)³³⁾ は OD 交通量にポワソン分布に従い、経路選択が確率的に行われる場合のネットワークの総移動時間の確率分布を求めた。ここでは、経路交通量がある程度大きい場合にリンク交通量が多変量正規分布に近似できる性質と、Isserlis (1918)³⁴⁾ が提案した多変量正規分布のモーメント計算法を用いて、ネットワークの総移動時間の確率分布の平均・分散が解析的に表現されている。

Siu&Lo (2008)³⁵⁾ は、確率的な OD 交通量とリンク交通容量を考慮した確率均衡配分モデ

ルを提案した。また、移動時間の不確実性に対する選好の異質性を考慮したマルチユーザークラスモデルも扱っている。ここでは OD 交通量が通勤者と非日常利用者からなり、非日常利用者の交通量のみを正規分布に従う確率変数としている。また、リンク交通容量は、一様分布に従うと仮定されており、リンク移動時間は Mellin 変換を用いて解析的に与えられている。均衡配分においては、通勤者の交通量のみが変数として与えられており、非日常利用者の交通量は通勤者の交通量の関数として与えられている。また、数値実験の中で不確実性がネットワークに与える影響について分析している。Lam et al. (2008)³⁶⁾ も、交通量と交通容量の不確実性を考慮したモデルを提案している。このモデルでは OD 交通量が互いに独立な正規分布に従い、経路選択は確定的に行われると仮定されている。この時、経路交通量とリンク交通量は多変量正規分布で与えられる。交通容量に関しては、降雨による交通容量の低下を考慮している。ここでは具体的な導出方法や妥当性は議論されていないが、交通容量の変動によって移動時間が正規分布すると仮定されている。リンク移動時間の平均および分散共分散は Isserlis (1918)³⁴⁾ の手法とテイラー展開を用いて解析的に導出されている。また、気象観測などによって得られる情報から、ある程度天候を予測できる状況を想定し、気象予測の情報を獲得したときにベイズ推定によって降雨の確率分布を更新し、それに伴って確率的移動時間を更新するといった分析も行っている。このモデルは、Shao et al. (2008)³⁷⁾ によってマルチユーザークラスモデルへ、Sumalee et al. (2011)³⁸⁾ によってマルチモーダルモデルに拡張されている。

Nakayama (2014)³⁹⁾ は OD 交通量は確率分布するが経路選択は確定的に行われており、OD 交通量が二項分布、ポワソン分布、ベータ二項分布、負の二項分布に従うそれぞれの場合において、経路・リンク交通量の従う確率分布形を示した。また、経路選択確率自体がディリクレ確率分布に従う場合の経路・リンク交通量が従う分布形も示している。Sumalee & Xu (2011)⁴⁰⁾ は、経路交通量の確率分布形が OD 交通量と同一で、ある経路交通量の平均と分散の比率がその経路が属する OD ペアの OD 交通量の平均と分散の比率と同じであるという仮定の下で確率均衡モデルを定式化し、そのモデルを用いて混雑課金を分析している。このモデルは Nakayama (2014)³⁹⁾ と同じく、OD 交通量は確率分布するが、経路選択は確定的であるモデルと言える。また、OD 交通量が対数正規分布に従う場合の分析を行っている。上記の仮定の下で、経路交通量を近似的に対数正規分布として表現している。Sumalee & Xu (2011)⁴⁰⁾ は、Uno et al. (2009)⁴¹⁾ による実証研究で経路移動時間が対数正規分布に従うことが示されている点、正規分布などと異なり対数正規分布は非負・非対称である点から、対数正規分布の仮定によってより現実的な分析が可能であると主張している。

不確実性要因を特定せずに、移動時間が任意の確率分布に従うとした上で、均衡配分を行うモデルも提案されている。Watling (2006)⁴²⁾ は経路選択基準に Late Arrival Penalty (LAP) を導入した均衡配分モデルを定式化した。LAP とは、出発時間選択モデル (2.3.1 節参照) で定義されたように、到着しなくてはならない時間 (例えば始業時間) から遅刻した時間に応じて発生する不効用である。ある経路の移動時間が T 、到着しなくてはならない時間

が t^* で与えられている時、その経路を選択すると平均的に発生する LAP は $E[\max(0, T - t^*)]$ で与えられる。他に、確率均衡配分モデルではないが、Cascetta (1989)⁴³⁾ は、利用者の経路選択の日変動が日交通量の変動要因であるという想定で、利用者の経路選択行動を確率過程によって表現した動的均衡配分モデルを提案している。このモデルの均衡解は確率的交通容量を考慮した確率均衡配分モデルの解と等しくなる。Wu and Nie (2011)⁴⁴⁾ は、経路選択における移動時間の不確実性に対する選好の異質性を確率優越に基づいて表現している。確率優越とは、統計学における概念で、金融におけるポートフォリオ選択問題によく用いられる。二つの確率変数 A と B の累積分布関数が $F(x)$ と $G(x)$ で与えられており、すべての x に対して $F(x) \geq G(x)$ となる時に A は B を第一級確率優越すると表現する。また、ある閉区間 $[t, T]$ において $\int_t^T F(x) \cdot dx \geq \int_t^T G(x) \cdot dx$ となる時に A は B を第二級確率優越、 $\int_t^T \int_t^T F(x) \cdot dx \cdot d\tau \geq \int_t^T \int_t^T G(x) \cdot dx \cdot d\tau$ となる時に A は B を第三級確率優越すると表現する。期待効用最大化の枠組みの中で、第一、第二、第三級確率優越する経路を選択する利用者の効用関数形状が明らかにされている。

2.5.2. ネットワークの確率的特性を考慮したパラメータ推定モデル

均衡配分を利用した需要予測を行う際に、観測データを用いてモデルのパラメータを推定する必要がある。また、その観測可能性の高さからリンク交通量を用いた推定が行われることが多い。確定的な枠組みの均衡配分モデルでは、リンク交通量は確定数で与えられるため、観測交通量と推定交通量の二乗誤差を最小にするようなパラメータを推定する。確率的な枠組みで定義された確率均衡配分モデルでは、リンク交通量が確率分布するため、観測データの確率特性を推定に利用できる可能性がある。中山&高山 (2006b)⁴⁵⁾ は確率均衡配分モデルを応用したパラメータ推定手法を提案している。提案された手法の中では、Clark & Watling (2005)³³⁾ と同様に、ポワソン分布に従う OD 交通量と確率的な経路選択が仮定されているため、経路交通量もポワソン分布に従う。また、ポワソン分布はその平均が大きければ正規分布に近似できる性質を持つことから、経路交通量が正規分布に従うと近似している。リンク交通量は経路交通量の和で表されるため、リンク交通量は多変量正規分布に従うことになる。推定されるリンク交通量の平均および分散・共分散行列と観測交通量を用いて尤度関数を表現し、それを最大化するようなパラメータを推定する手法を提案している。ある程度離れたリンク同士の相関を無視した場合には、観測回数が一回の場合でも、十分に多くのリンクで交通量が観測されればパラメータの推定が可能である事も示されている。

Shao et al. (2014)⁴⁶⁾ は確率均衡配分モデルを応用し、トラフィックカウントデータを用いた OD 交通量推定モデルを提案している。OD 交通量は、交通計画や事業評価において重要

なパラメータであるため、取得可能性の高いトラフィックカウントデータを用いた OD 交通量推定問題は古くから行われていた。Hazelton (2000)⁴⁷⁾ は OD 交通量がポワソン分布に従うという仮定の下、最尤推定法に基づく OD 交通量推定モデルを提案している。ただし、リンク移動時間は定数とされており、均衡配分問題は考慮されていない。上記に示される OD 交通量推定モデルと異なり、Shao et al. (2014)⁴⁶⁾ の提案した手法は OD 交通量の平均だけでなく分散および共分散も推定可能である点が特徴的である。OD 交通量の分散・共分散を推定するために確率均衡配分問題を考慮する必要がある。Shao et al. (2014)⁴⁶⁾ は、上位問題がリンク交通量の平均と分散・共分散の観測値と推定値の重み付き二乗誤差を最小化する問題、下位問題が確率均衡配分問題で定義される二段階の最適化問題によって OD 交通量の平均と分散・共分散を推定している。Shao et al. (2015)⁴⁸⁾ は、このモデルを異なる種類の車両（例えば乗用車とタクシー等）が存在する場合を考慮可能なモデルへ拡張している。

2.6. 均衡配分内生型の時間価値・時間信頼性価値推定モデル

効用最大化に基づく価値推定モデルにおいて考慮されていなかったネットワークの構造を考慮可能な枠組みで、時間価値・時間信頼性価値を同時推定するモデルが Uchida (2014)⁴⁹⁾ によって提案された。第 3 章以降で示される本研究の内容は、このモデルの理論的拡張や応用による部分が多い。具体的な定式化は第 3 章で示されるため、本節は概説のみで定式化は示さない。

2.6.1. モデルの概説

2.2-2.3 節で示された時間価値・時間信頼性価値に関する理論研究では、リンク-経路-OD といったネットワークの構造が表現されていない。このため、2.2-2.3 節で示されたモデルを用いる場合、離散選択の枠組みでしか価値推定が行えない。離散選択の枠組みで推定を行う場合、選択肢（この場合は経路）の情報と選択結果に関する情報が必要となる。これらの情報が豊富に存在する場合は既存の価値推定モデルを用いた推定を行うことが出来る。しかしながら、確率的な移動時間変動と関連付けられた利用者の行動データを取得することは一般的に難しい。このため、仮想的な状況を想定し、利用者による選択肢の情報を提示したうえで選択させる SP データを用いた価値推定が行われることが多い（例えば Lam & Small, 2001⁵⁰⁾）。SP データを用いた推定をする場合、一般的に SP データを用いた推定結果には多くのバイアスが含まれることが知られている。実際の観測データ（RP データ）に基づいた分析も行われている（例えば Carrion&Levinson, 2013⁵¹⁾）が、一本かせいぜい数本のリンクを用いた分析に限られている。実際の利用者は、トリップ全体で意思決定を行っているため、ネットワークレベルで分析する必要がある。しかし、ネットワークレベルで移動時間の情報を収集し、それに対応した行動データを取得することは現実的ではない。

2.5 節で示された確率均衡配分モデルは、移動時間の情報が豊富に存在しない場合に時間信頼性を分析する上で有効な手法である。確率均衡配分モデルでは、移動時間の不確実性を考慮した利用者の経路選択行動を表現するために、利用者の効用関数を特定している。確率均衡配分モデルを用いても、効用関数のパラメータを推定することは可能であるが、時間価値と時間信頼性価値を同時に推定することはできず、せいぜいその比率のみが計算可能である。このため、既存研究で多く推定されている時間価値を外生的に与え、時間価値と時間信頼性価値の比率を用いて時間信頼性価値を算出する必要がある。しかし、既存の手法で推定された時間価値は、確定的な枠組みの中で推定されたパラメータであるため、確率的な枠組みで推定される時間価値と値が異なる場合が考えられる。したがって、確率均衡配分モデルを用いて推定される時間信頼性価値を用いた便益推計はバイアスを含む可能性がある。

以上のことから、利用者の効用最大化行動の枠組みを保ちつつ、ネットワークの構造を表現可能なモデルを用いた時間価値・時間信頼性価値推定モデルが必要となる。Uchida (2014)⁴⁹⁾によって提案されたモデルは、制約条件付き効用最大化問題として定式化されており、確率均衡配分問題と等価な構造を有することが示されているため、上記の要件を満たすモデルであると言える。

2.6.2. モデルの仮定

Uchida (2014)⁴⁹⁾ はネットワーク上の利用者の効用最大化問題を定式化する上で以下の仮定を置いていた。

- ・全ての利用者は同一の選好を持つ
- ・ネットワーク上のリンク交通量、経路交通量、OD 交通量は計測または推計可能である。計測・推計された交通量は平均交通量として扱える。
- ・計測されたリンク交通量は、平均移動時間、平均移動費用および時間信頼性に関する制約下におけるドライバーの効用最大化行動の結果として現れたものである。
- ・上記で述べた 3 つの制約は、観測交通量から推計可能である。

平均移動時間・平均移動費用・時間信頼性に対する仮想的な価格指標を用いて上記の制約条件を表現し、ネットワーク上の利用者の制約条件付きの効用最大化問題を定式化していた。リンク移動時間がリンク間相関を有さない場合には、定式化された効用最大化問題を制約条件に対して部分双対化することで、移動時間の不確実性を考慮した確率均衡配分モデルと等価な OP を導出できることを示している。なお、ここでは平均移動時間・平均移動費用・移動時間の分散の重み付き線形和によって経路一般化費用を定義している。この 3 つの変数の係数である利用者の選好は、効用最大化問題に付されていた 3 つの制約条件の

最適なラグランジュ乗数によって定義される。リンク移動時間がリンク間相関を有する場合では、リンクの一般化費用の Jacobian が対称にならないため、OP として定義することが出来ない。そこで、リンク間相関を有さない場合の OP の均衡条件を直接表現する相補性問題として問題を定義している。この場合も、確率均衡配分モデルと等価な問題構造になることが示されている。ネットワーク上の効用最大化問題から利用者の平均移動時間・平均移動費用・時間信頼性に対する選好を推定可能であり、この効用最大化問題の最適性条件が確率均衡配分モデルと等しいことから、ネットワークレベルで時間価値・時間信頼性価値を同時推定することが出来るモデルであると言える。

2.7. 便益推計に関する研究

本節では、簡単のため既存の便益推計マニュアルにおいて計上されている移動時間短縮便益・交通費用削減便益・交通事故削減便益の内、移動時間短縮便益と交通費用削減便益の推計手法を概説する。また、本章で示す便益推計手法はネットワーク上の不確実性を考慮していない点に注意したい。

2.7.1. 便益推計手法の理論的枠組み

道路事業によって発生する利用者の便益は、道路事業に対する利用者の支払い意思額と解釈することが出来る。この支払い意思額は、図-2.13 のように横軸に交通量、縦軸に交通の一般化費用（本節では移動時間）を取ったグラフにおける、需要曲線と交通の一般化費用曲線を用いると簡便な形で表現することが出来る。

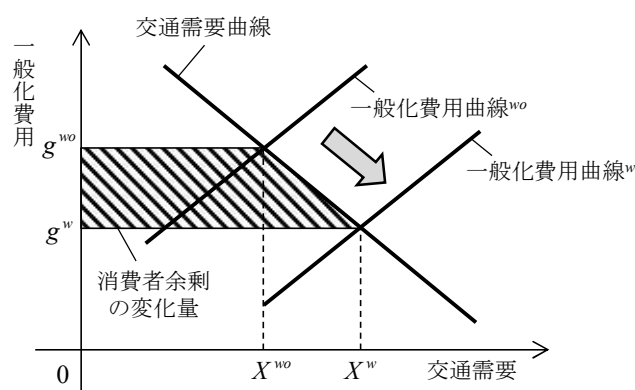


図-2.13 消費者余剰を用いた便益推計のイメージ

ここで、 X は交通量、 g は一般化費用を表し、上付きの w_0 、 w が付された変数等はそれぞれ道路事業の前後における変数等を表す。図-2.13 の斜線部は便益推計指標の一つである

消費者余剰 (Consumer Surplus: CS) の変化量を表す。CS は、ある交通サービスに対する利用者の支払い意思額から、実際に支払うことになる均衡価格を引いた差を足し合わせたものであると定義されるため、需要曲線の積分値で表現することが出来る。上記では OD ペア間に一本の経路しか存在せず、その経路の一般化費用を減少させるような道路事業を行うといった、非常に限定的な場合のみを考慮している。本節では道路事業の便益推計のイメージを示すため、あえてこのような限定的な場合のみを想定している。より一般的な状況は、次節で示される。

厳密には、価格が変化しても所得の限界効用は変化しないという状況下でのみ、CS を便益推計指標とみなすことが出来ることが知られている。CS に変わる便益推計指標として、等価変分 (Equilibrium Variation: EV)、補償変分 (Compensating Variation: CV) という 2 つの便益推計指標が存在する。EV は、道路事業を実行しない場合の価格体系において、施策を実施する場合の効用水準を達成するのに必要な所得から実行しない場合の所得を差し引いたものである。CV は政策を実行した場合の価格体系におけるそれである。つまり、EV は利用者に政策の実施をあきらめてもらうために必要な金額で、CV は利用者が政策の実施に対して支払っても良いと考える金額であると言える。EV, CV はそれぞれ支出関数を用いて計算することが出来る。支出関数とは、効用水準と価格体系を変数にもつ関数で、その効用水準をその価格体系の下で達成するのに必要な金額を表す関数である。図-2.13 で示されたような道路事業を想定し、施策前後の状態では利用者が得ることのできる最大効用をそれぞれ V^w , V^{wo} とおくと、この道路事業による EV, CV はそれぞれ以下のように与えられる。

$$EV = e(g^w, V^w) - e(g^{wo}, V^{wo}) \quad (2.105)$$

$$CV = e(g^w, V^w) - e(g^w, V^{wo}) \quad (2.106)$$

ここで、 $e(\cdot, \cdot)$ は支出関数を表している。既存の手法では、近似的に CS を用いた便益推計を行う場合が多い。

実務で用いられる方法として、総交通費用アプローチが挙げられる。総交通費用アプローチでは、道路事業の前後で交通需要が一定であると仮定される。つまり、図-2.13 で示される交通需要曲線が横軸に垂直な場合における CS が総交通費用アプローチで定義される便益である。一般的に、交通サービスレベルに応じて交通需要は変動するものと考えられるため、総交通費用アプローチによって推計される便益にはバイアスが含まれるものとされる。

2.7.2. 利用者均衡配分に基づく便益推計手法

城所 (2003)⁵²⁾ は、ミクロ経済学理論に準拠したモデルを用いて、交通施策の便益推計に関する理論の体系化を行っている。この論文では、交通施策一般を対象とした議論を行っているが、第 3 章以降で示される本研究の内容では道路事業による道路ネットワーク上の利用者便益のみを扱っているため、本節では道路事業による利用者便益の分析のみを扱う。

したがって、本節で引用する論文で行われている道路サービスの供給者の行動と料金形成原理を含めた分析は本節では扱わない。城所 (2003)⁵²⁾ では、一つの OD ペア間に二本の経路が存在する場合を想定した議論が行われている。OD ペア間を移動する代表的個人は、交通以外の財をまとめた合成財 z と、各経路の交通量 x^1, x^2 を消費して効用を得るものと仮定され、以下に示される効用関数を持っていると仮定されている。

$$U = z + u(x^1, x^2) \quad (2.107)$$

この効用関数は、準線形効用関数と呼ばれる。また、代表的個人は、以下に示されるような所得に関する制約を有している。

$$y = z + g^1 \cdot x^1 + g^2 \cdot x^2 \quad (2.108)$$

where

$$g^i = \rho^i + \tau \cdot t^i(x^i, I^i) \quad \forall i \in (1,2) \quad (2.109)$$

ここで、 g^i は経路 $i \in (1,2)$ の一般化費用を表しており、 ρ^i は移動費用、 τ は時間価値、 $t^i(x^i, I^i)$ は経路 $i \in (1,2)$ の交通量 x^i と道路投資 I^i によって決定する経路 i の移動時間を表している。城所 (2003)⁵²⁾ は式(2.109)の右辺第二項を Time Cost としているが、これは経路移動時間を貨幣価値化したものとみて相違ない。準線形効用関数の下では、所得の限界効用が合成財の限界効用と等しく、1 であることが分かる。したがって、所得の限界効用が一定になるため、CS, EV, CV のすべてが等しくなる。上記の所得制約下の効用最大化問題を解くと、以下の関係が得られる。

$$g^i = \frac{\partial u}{\partial x^i} \quad \forall i \in (1,2) \quad (2.110)$$

したがって、経路の一般化費用がその経路の交通量を消費する事によって得られる限界効用と等しい。つまり、式(2.109)と式(2.110)の右辺は同一である。よって、所得の限界効用が一定であることから、式(2.109)に示される効用関数は貨幣換算されたものであることが分かる。各経路の交通量は経路の一般化費用によって決定する値であるため、以下のように表現される。

$$x^i = x^i(g^1, g^2) \quad \forall i \in (1,2) \quad (2.111)$$

また、両経路とも交通混雑が発生するため $\partial t^i(x^i, I^i) / \partial x^i > 0$ を満たし、交通投資により移動時間が減少するため $\partial t^i(x^i, I^i) / \partial I^i > 0$ を満たすものとされている。式(2.111)を式(2.109)に代入することで、均衡状態における各経路の一般化費用 $\tilde{g}^i(\rho^1, \rho^2, I^1, I^2)$ が得られる。また、各経路の移動費用 ρ^i は交通投資の関数 $\rho^i = \rho^i(I^1, I^2)$ と表現できる。先述の通り、移動費用の形成原理に関しては本節で言及しない。上記より、均衡状態における各経路の一般化費用は以下のように表される。

$$\tilde{g}^i = \tilde{g}^i(\rho^1(I^1, I^2), \rho^2(I^1, I^2), I^1, I^2) \quad \forall i \in (1,2) \quad (2.112)$$

これを式(2.111)に代入することによって一般均衡需要関数が以下のように導出される。

$$\tilde{x}^i = x^i(\tilde{g}^1(\rho^1(I^1, I^2), \rho^2(I^1, I^2), I^1, I^2), \tilde{g}^2(\rho^1(I^1, I^2), \rho^2(I^1, I^2), I^1, I^2)) \quad \forall i \in (1,2) \quad (2.113)$$

この一般均衡需要関数は、利用者均衡が達成される交通量の軌跡を表している。また、こ

ここで言及されている利用者均衡には、確定的利用者均衡である場合も確率的利用者均衡である場合も含まれている。

先述の通り、準線形効用関数で表される効用水準は貨幣換算された値である。したがって、消費者の効用の和が CS と等しくなる。均衡状態における消費者の効用の和は以下のよう表される。

$$\begin{aligned} U &= z + u(\tilde{x}^1, \tilde{x}^2) \\ &= y - \tilde{g}^1 \cdot \tilde{x}^1 - \tilde{g}^2 \cdot \tilde{x}^2 + u(\tilde{x}^1, \tilde{x}^2) \end{aligned} \quad (2.114)$$

したがって、経路 1 の道路投資を $I^{1,wo}$ から $I^{1,w}$ へ増加する道路事業を行うと、この道路投資による利用者便益 (CS の変化量) は、以下で与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta CS &= \int_{I^{1,wo}}^{I^{1,w}} U \cdot dI^1 \\ &= - \int_{I^{1,wo}}^{I^{1,w}} U \cdot \frac{dU}{dI^1} \cdot dI^1 \\ &= - \int_{I^{1,wo}}^{I^{1,w}} \left\{ - \frac{d\tilde{g}^1}{dI^1} \cdot \tilde{x}^1 - \tilde{g}^1 \cdot \frac{d\tilde{x}^1}{dI^1} - \frac{d\tilde{g}^2}{dI^1} \cdot \tilde{x}^2 - \tilde{g}^2 \cdot \frac{d\tilde{x}^2}{dI^1} + \frac{\partial u}{\partial x^1} \cdot \frac{d\tilde{x}^1}{dI^1} + \frac{\partial u}{\partial x^2} \cdot \frac{d\tilde{x}^2}{dI^1} \right\} \cdot dI^1 \\ &= \int_{g^{1,wo}}^{g^{1,w}} \tilde{x}^1 \cdot d\tilde{g}^1 + \int_{g^{2,wo}}^{g^{2,w}} \tilde{x}^2 \cdot d\tilde{g}^2 \end{aligned} \quad (2.115)$$

3 段目から 4 段目への変形には、式(2.110)に示される関係を用いている。4 段目の右辺第一項、第二項は一般化均衡需要曲線で測った CS の変化を表している。式(2.113)より、経路 1 の道路投資は経路の 2 の需要関数にも影響を与えることが分かる。通常的需求関数では、他の市場の所得や財の価格が一定という条件下で与えられる。したがって、図-2.14 に示されるように、経路 1 に対する道路投資による需要の変化は、通常的需求関数のシフトによって表現される。図-2.14 の左図は経路 1 の需要変化を表現しており、交通投資によって一般化費用が減少し、それに付随して経路交通量が増加している事が分かる。右図は、経路 2 の需要変化を表現しており、経路 1 への道路投資によって経路 2 の交通量が経路 1 へシフトし、経路 2 の混雑が緩和されて移動時間が減少している様子を描いている。一般化均衡需要曲線は、経路 1 の道路投資によって発生する経路 2 への影響をすべて考慮に入れていけると言える。したがって、経路 1 に対する道路投資による CS の変化は、一般化需要曲線の積分によって行うことが出来ることが示される。

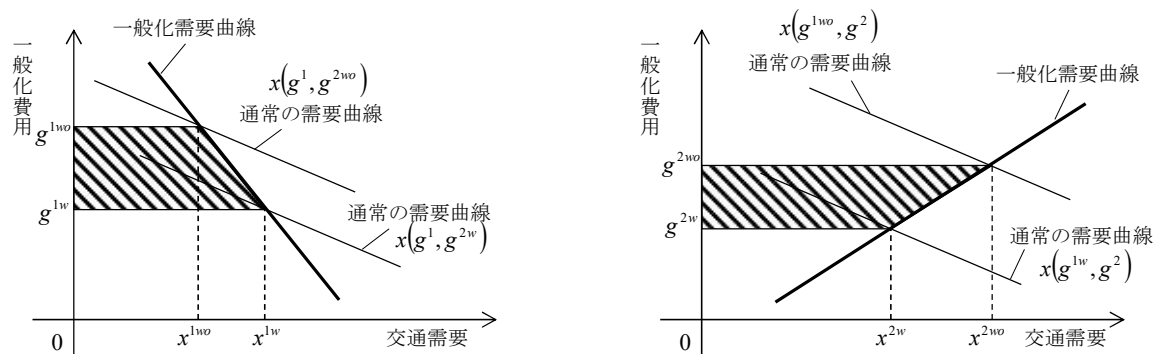


図-2.14 消費者余剰の変化（左図が経路 1，右図が経路 2 の変化を表す）

（出典：城所 (2003)⁵²⁾

一般的な交通需要予測では、道路投資を行った後のネットワークにおける交通量と一般化費用を予測するため、ある経路に行った交通投資が他の経路に与える影響を考慮した上で予測が行われる。したがって、一般的な交通需要予測手法に基づいて予測された交通需要は、一般化均衡需要曲線上の点を求めている事になる。

先述の通り、上記のモデルは、交通需要予測において定義される均衡状態がどのような状態を示しているのかに依存していない。交通需要予測では、確定的利用者均衡と確率的利用者均衡に基づく均衡配分が行われることが多い。城所 (2003)⁵²⁾ は上記のモデルを基本モデルとし、確定的利用者均衡に基づく均衡配分を想定した Wordrop モデル、ロジット型の確率的利用者均衡に基づく均衡配分を想定したロジットモデルをそれぞれ基本モデルの特殊形として示している。城所 (2003)⁵²⁾ はそれぞれのモデルには、長所と短所が存在すると述べている。基本モデルの長所は、最も汎用的なモデルであり、配分モデルにおいてどのような均衡状態が想定されている場合でも適用可能な点である。短所は、新しい交通サービス（この場合は新しい経路）が整備される場合は、需要が 0 となる一般化費用が観測不能なため、一般化需要曲線を推定するのが困難である点である。Wordrop モデル、ロジットモデルの長所と短所に関しては、以降で順に概説する。

まず、城所 (2003)⁵²⁾ の示した Wordrop モデルについて概説する。ここでは、一般化費用を経路選択基準としているため、Wordrop の第一原則に基づく確定的な利用者均衡状態は、「利用されている経路の一般化費用はすべて等しく、利用されない経路の一般化費用より小さいか、せいぜい等しい」状態である。このような状態は、交通サービスが派生需要であるとする考え方と符合する。つまりこの時、利用者は交通サービスの消費が目的ではなく、何か他の目的を達成するために交通サービスを消費する状況が考慮されている。以降では、基本モデルで想定された、一つの OD ペア間に二本の経路が存在する状況を想定して議論する。交通需要が派生需要であり、確定的利用者均衡が達成されている状態では、利用者の効用関数が以下のように表される。

$$U = z + u(x^1 + x^2) \quad (2.116)$$

つまり、OD ペア間の総交通需要 $x^1 + x^2$ のみによって、交通に関する部分効用 u を決定する。

上記の効用関数を式(2.107)に示された基本モデルの効用関数を比較すると、Wordrop モデルが基本モデルの特殊形であることは明らかである。Wordrop モデルでは、二本の経路は完全に代替的な経路となり、より一般化費用の低い経路のみが選択されるか、一般化費用が等しい場合のみ両経路が選択される。したがって、この OD ペア間で選択される経路の一般化費用は $g = \min(g^1, g^2)$ と定義することが出来る。道路投資を行うと、両経路の一般化費用がそれぞれ変化するが、利用される経路の一般化費用は $g = \min(g^1, g^2)$ であるため、両経路の利用者にとっての一般化費用は g^{wo} から g^w に変化する。基本モデルと同様に考えると、経路 1 の道路投資を $I^{1,wo}$ から $I^{1,w}$ へ増加する道路事業を行うと、この道路事業による利用者便益 (CS の変化量) は、以下で与えられる。

$$\begin{aligned}\Delta CS &= \int_{g^w}^{g^{wo}} \tilde{x}^1 \cdot d\tilde{g} + \int_{g^w}^{g^{wo}} \tilde{x}^2 \cdot d\tilde{g} \\ &= \int_{g^w}^{g^{wo}} (\tilde{x}^1 + \tilde{x}^2) \cdot d\tilde{g}\end{aligned}\quad (2.117)$$

Wordrop モデルの長所は、新しい交通サービス（この場合は新しい経路）が整備される場合も、OD 間の総交通需要を用いた OD レベルの分析によって扱える点である。短所は、経路間が完全に代替的であるという強い仮定が設けられている点である。

次に、城所 (2003)⁵² の示したロジットモデルについて概説する。ここでは、まず離散選択モデルを用いて消費者余剰を導出した後、離散選択モデルと等価な代表的消費者の効用最大化問題を示し、そこで用いられる効用関数が基本モデルの特殊形である事を示す。先ほどまでと同様に、以降では、基本モデルで想定された、一つの OD ペア間に二本の経路が存在する状況を想定して議論する。また OD ペア間には X 人の潜在的利用者が存在するとする。各利用者は移動しない、経路 1 で移動する、経路 2 で移動するという 3 つの選択肢から自身の行動を選択する。また、各選択肢の確定効用を $v^0 = 0$ 、 $v^1 = \alpha - \beta \cdot g^1$ 、 $v^2 = \alpha - \beta \cdot g^2$ とする。ここで、 α は選択肢に固有の効用、 β は所得の限界効用を表す。これらのパラメータは、 $\alpha \geq 0$ 、 $\beta > 0$ を満たし、すべての利用者に共通であると仮定する。ロジットモデルで仮定されるガンベル分布のスケールパラメータを θ とする。この時、各選択の需要は以下で表される。

$$x^0 = X \cdot \left(\sum_{i \in (1,2)} \exp(\theta \cdot v^i) + 1 \right)^{-1} \quad (2.118)$$

$$x^1 = X \cdot \exp(\theta \cdot v^1) \cdot \left(\sum_{i \in (1,2)} \exp(\theta \cdot v^i) + 1 \right)^{-1} \quad (2.119)$$

$$x^2 = X \cdot \exp(\theta \cdot v^2) \cdot \left(\sum_{i \in (1,2)} \exp(\theta \cdot v^i) + 1 \right)^{-1} \quad (2.120)$$

2.4.3 節で示されたように、確率的利用者均衡状態において利用者が認知する効用の平均値

はログサム変数によって表される。CS は、利用者の効用の和で表されるため、ログサム変数を用いることで利用者の CS が表現できる。ただし、ログサム変数で表される CS は、貨幣価値化されていないため、所得の限界効用を用いて貨幣価値化した CS を用いる。したがって、ロジットモデルに基づく利用者便益（CS の変化量）は以下のように表される。

$$\Delta CS = \frac{X}{\beta \cdot \theta} \cdot \left[\ln \left\{ \sum_{i \in (1,2)} \exp(\theta \cdot v^{iw}) + 1 \right\} - \ln \left\{ \sum_{i \in (1,2)} \exp(\theta \cdot v^{iwo}) + 1 \right\} \right] \quad (2.121)$$

上記のロジットモデルは、以下の代表的消費者の効用最大化問題から導出できる。

$$\max U(z, x^0, x^1, x^2) = z + \frac{\alpha}{\beta} \cdot (x^1 + x^2) - \frac{1}{\beta \cdot \theta} \cdot \left(x^0 \cdot \ln \frac{x^0}{X} + x^1 \cdot \ln \frac{x^1}{X} + x^2 \cdot \ln \frac{x^2}{X} \right) \quad (2.122)$$

s.t.

$$y = z + g^1 \cdot x^1 + g^2 \cdot x^2 \quad (2.123)$$

$$x^0 + x^1 + x^2 = X \quad (2.124)$$

効用関数の第 3 項は、エントロピー項と呼ばれ、各利用者の選択結果のパターン数に対応している。ここでは X 人の利用者が、各選択肢に x^0, x^1, x^2 人ずつ分配されるため、エントロピー項は各個人の選択結果が取り得るパターン数 $\left(\binom{X}{x^0} \cdot \binom{X-x^0}{x^1} \cdot \binom{X-x^0-x^1}{x^2} \right)$ の対数によって定義されている。上記の効用最大化問題を解くと、式(2.118)-(2.120)に示された各選択肢の需要を導出することが出来る。式(2.118)-(2.120)に示された各選択肢の需要を式(2.122)の効用関数に代入すると、以下の支出関数が得られる。

$$e(v^1, v^2, U) = U - \frac{X}{\beta \cdot \theta} \cdot \ln \left\{ \sum_{i \in (1,2)} \exp(\theta \cdot v^i) + 1 \right\} \quad (2.125)$$

式(2.122)に示された効用関数から、明らかに所得の限界効用が 1 で一定である。したがって、利用者の効用の和は、この支出関数にマイナスを付した値になる。つまり、消費者余剰は $-e(v^1, v^2, U)$ で表される。よって、この効用最大化問題から、道路投資を行った時に得られる利用者便益（CS の変化量）が式(2.121)で与えられることが示された。さらに、式(2.122)に示される効用関数は、基本モデルの特殊形になっていることが示された。ロジットモデルの長所は、Wordrop モデルに用いられた完全代替性の仮定を緩和した上で、新しい交通サービス（この場合は新しい経路）が整備される場合でも、経路レベルで便益の分析が行える点である。ただし、ここで示されたモデルでは、総交通需要が変動するような場合を考慮しておらず、このような場合を考慮するにはモデルの拡張が必要となる点が短所である。

円山 (2006)⁵³⁾ は、2.4.4 節で示されたような、発生・分布・分担・配分といった意思決定（図-2.11）表現した Nested ロジットモデルを用いて、上記のような分析を行った。このモデルは、配分以前の段階も考慮しているため、城所 (2003)⁵²⁾ の示したロジットモデルで考慮されていなかった総交通需要の変動を考慮した拡張系であると言える。円山 (2006)⁵³⁾ はこのような「任意の集計レベルのサブ・モデルが、他の集計レベルのサブ・モデルと整合

した価格指標によって矛盾なく定義されている」モデルを内部整合的な需要予測モデルと呼んでいる。Nested ロジットモデルの配分段階におけるスケールパラメータを限りなく大きくすれば、経路選択が確定的な配分モデルを導出することもできる。ただし、このモデルでは、最小の一般化費用を有する経路が複数存在する場合に、それらの経路に同じ割合で交通量が配分されるため、確定的利用者均衡モデルとは異なるモデルである。円山 (2006)⁵³⁾ は内部整合的な需要予測モデルを用いている限り、OD レベルや経路レベル等、どの段階で消費者余剰を計測しても同一の便益が推計されることを示した。したがって、新しい交通サービス（この場合は新しい経路）が整備される場合でも、OD レベルのログサム変数を用いて消費者余剰を推定できる。また、ここでは総交通需要の変動を考慮している点に注意したい。

2.7.3. 禁止的価格を考慮した便益推計

2.7.2 節で概説した内容では、新しい交通サービス（この場合は新しい経路）が整備される場合をどのように扱うのかが大きな問題となっていた。円山 (2006)⁵³⁾ が示した通り、この問題は、内部整合的な交通需要予測モデルを用いる限り、OD レベルの便益推計指標を用いることで解消される。交通災害等を想定すると OD 間が途絶してしまうような場合を考える必要がある。ロジットモデルを用いても OD 交通量が 0 になってしまうような OD 間の禁止的価格を設定することはできない。このため、OD 間が途絶するような状況を想定した分析を行うには、適当な禁止的価格を設定するしか方法がない。一般的に合意された OD 間の禁止的価格の設定方法は、筆者の知る限り存在しない。

2.8. 既存研究の総括

本章で示された既存研究を通して、課題とされる点を整理する。

時間信頼性価値に関する理論研究では、個人の行動モデルを基本とした経路や出発時間の選択といった意思決定状況を想定しているが、ネットワーク上の道路利用者はトリップ単位でそうした意思決定を行うと考えられる。より現実的な利用者の意思決定を考慮するため、ネットワークレベルで時間信頼性価値を推定できるような理論的な枠組みが求められていた。一方で、ネットワークレベルの移動時間の不確実性を分析するモデルとして、ネットワーク上の不確実性を導入した確率均衡配分モデルが提案されている。確率均衡配分モデルでは、交通需要や交通容量などを確率変数として表現することによって、あるいは確率的な経路選択行動を想定することによって、移動時間の確率分布が解析的に表現される。従来、時間信頼性価値に関する研究と、確率均衡配分モデルに関する研究は別々に行われてきたが、近年これら二つの研究を同一の枠組みで扱う確率均衡配分内生型の時間価値・時間信頼性価値同時推定モデルが提案された。このモデルは、ネットワーク上の道

路利用者の最適行動を制約条件とする効用最大化問題として定式化されており、確率均衡配分モデルと等価な問題構造を有する。ただし、このモデルでは、以下の仮定が設けられていたため、限定的な分析に限られる。

- ・全ての利用者は同一の選好を持つ
- ・ネットワーク上のリンク交通量、経路交通量、OD交通量は計測または推計可能である。計測・推計された交通量は平均交通量として扱える。
- ・計測されたリンク交通量は、平均移動時間、平均移動費用および時間信頼性に関する制約下におけるドライバーの効用最大化行動の結果として現れたものである。
- ・上記で述べた3つの制約は、観測交通量から推計可能である。

一般的に、個人の選好といったパラメータは、利用者の社会・経済的な属性や、移動の目的などといった環境条件に依存するものと考えられる。したがって、ネットワーク上の利用者の時間価値と時間信頼性価値が異なる状況を考える事は、より現実的な需要予測を行う上で重要である。また、城所 (2003)⁵²⁾ で示されたように、利用者の選好の異質性を考慮する事は、確定的利用者均衡配分における経路間の完全代替性の仮定を緩和することが出来る。

交通量の観測に関して、経路交通量とOD交通量を観測するためには、アンケート調査等を実施する必要がある。ネットワークレベルでこれらのデータを直接観測することは困難であるだけでなく、多くの時間と費用が費やされることになる。また、観測された交通量が平均値であるという仮定も非現実的であると考えられる。既存研究でも、これらの調査を長期的に行い、その確率の変動を観測するのは現実的ではないと指摘されている (Badoe, 2002⁵⁴⁾)。一方で、リンク交通量はトラフィックカウンター等によるデータ取得が可能であるため、観測コストが低く、数日間にわたって観測することが可能であると考えられる。したがって、観測リンク交通量のみを用いた推定手法が提案されることが望ましいと言える。

便益推計に関する研究では、ミクロ経済学と統合的な方法で交通需要予測モデルに対応した便益推計手法が提案されていた。ただし、これらの研究でネットワーク上の不確実性は考慮されていなかった。移動時間の不確実性を考慮した便益推計には、ミクロ経済学理論に準拠した道路事業実施の便益推計手法が必要である。また、これらの研究では便益推計手法と需要予測モデルの対応が示されているものの、これら二つを同一の理論的な枠組みで捉える手法は提案されていない。さらに、時間価値の研究で示されたように、交通状況の変化によって時間価値は変動すると考えられる。道路事業がもたらす交通状況の変化によって変動する時間価値あるいは時間信頼性価値を考慮した便益推計の理論的な枠組みも示されていない。こうした課題を解決するために、時間信頼性価値の設定から交通需要予測、そして便益推計まで一貫した理論的枠組みで便益推計手法が必要である。

また、交通災害等を想定すると、OD間が途絶してしまうような場合を考える必要がある。ロジットモデルを用いてもOD交通量が0になってしまうようなOD間の禁止的価格を設定

することはできない。このため、OD 間が途絶するような状況を想定した分析を行うには、適切な禁止的価格を設定するしか方法がない。一般的に合意された OD 間の禁止的価格の設定方法は、筆者の知る限り存在しない。したがって、OD 間が途絶するような状況も分析できる便益推計手法が求められる。

第2章 参考文献

- 1) Becker, G.S., 1965. A theory of the allocation of time. *The Economic Journal*, Vol.75, No.299, pp.493–517.
- 2) DeSerpa, A.C., 1971. A theory of the economics of time, *The Economic Journal*, Vol.81, No.324, pp.828–846.
- 3) 河野達仁, 森杉壽芳, 2000. 時間価値に関する理論的考察 -私的交通のケース-. *土木学会論文集*, Vol. 639, pp.53–64.
- 4) De Donnea, F.X., 1972. Consumer behaviour, transport mode choice and value of time: some micro-economic models. *Regional and Urban Economics*, Vol. 1, No.4, pp.355–382.
- 5) Vickrey, W.S., 1969. Congestion theory and transport investment. *The American Economic Review*, Vol.59, No.2, pp.251–260.
- 6) Small, K. A., 1982. The scheduling of consumer activities: Work trips. *American Economic Review*, Vol.72, No.3, pp.467–479.
- 7) Bates, J., Polak, J., Jones, P., Cook, A., 2001. The valuation of reliability for personal travel. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Vol.37, pp.191–229.
- 8) Noland, R.B., Small, K.A., 1995. Travel time uncertainty, departure time choice, and the cost of morning commutes. *Transportation Research Record*, 1493, pp.150–158.
- 9) Von Neuman, J., Morgenstern, O, 1947. *Theory of Games and Economic Behaviour* 2nd edition. Princeton.
- 10) 福田大輔, 文世一, 兵藤哲朗, Jan-Dirk Schmöker, Ioannis Kaparias, 馬江山, 牧村和彦, 土屋和之, 2015, 道路政策の質の向上に資する技術研究開発成果報告レポート, No.24-3
- 11) Engelson, L., Fosgerau, M., 2016. The cost of travel time variability: Three measures with properties. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 91, pp.555–564.
- 12) De Palma, A., Picard, N., 2005. Route choice decision under travel time uncertainty. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol. 39, No.4, pp.295–324.
- 13) Qi, J., Sim, M., Sun, D., Yuan, X., 2016. Preferences for travel time under risk and ambiguity: Implications in path selection and network equilibrium. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 94, pp.264–284.
- 14) Fosgerau, M., Karlström, A., 2010. The value of reliability. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.44, No.1, pp.38–49.
- 15) Fosgerau, M., Engelson, L., 2011. The value of travel time variance. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 45, No.1, pp.1–8.
- 16) Engelson, L., Fosgerau, M., 2011. Additive measures of travel time variability. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 45, No.10, pp.1560–1571.
- 17) Hjorth, K. , Börjesson, M. , Engelson, L. , Fosgerau, M., 2015. Estimating exponential scheduling preferences. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 81, No.1,

pp.230–251.

- 18) 土木学会, 1998. 交通ネットワークの均衡分析-最新の理論と解法-, 丸善.
- 19) Wardrop, J. G., 1952. Some theoretical aspects of road traffic research. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, part II, pp. 325-378.
- 20) Gartner N.H., 1980. Optimal traffic assignment with elastic demands. Transportation Science, Vol.14, No.2, pp.174–191.
- 21) 円山 琢也, 原田 昇, 太田 勝敏, 2002. 大規模都市圏への交通需要統合型ネットワーク均衡モデルの適用. 土木計画学研究・論文集, Vol. 19, No.3, pp.551–560.
- 22) Quandt, R.E., 1967. A probabilistic abstract mode model. In: Studies in Travel Demand VIII. Mathematica Inc., Princeton, NJ, pp. 127–149.
- 23) Dial, R.B., 1997. Bicriterion traffic assignment: efficient algorithms plus examples. Transportation Research Part B: Methodological, Vol. 31, No.5, pp.357–379.
- 24) 朝倉 康夫, 柏谷 増男, 熊本 仲夫, 1989. 交通量変動に起因する広域道路網の信頼性評価. 土木計画学研究・論文集, Vol. 7, pp.235–242.
- 25) 若林拓史, 飯田恭敬, 井上陽一, 1993. シミュレーションによる道路網の交通量変動分析とリンク信頼性推定法. 土木学会論文集, No. 458/IV-18, pp. 35-44.
- 26) 朝倉康夫, 柏谷増男, 西山晶造, 1994. 観測リンク交通量を用いた道路網交通流の日変動推定とその信頼性分析への応用, 土木学会論文集, No. 482/IV-22, pp. 17-25.
- 27) Chen, A., Zhou, Z., 2010. The α -reliable mean-excess traffic equilibrium model with stochastic travel times. Transportation Research Part B: Methodological, Vol.44, No.4, pp.493–513.
- 28) Lo, H.K., Tung, Y.K., 2003. Network with degradable links: Capacity analysis and design. Transportation Research Part B: Methodological, Vol.37, No.4, pp.345–363.
- 29) Lo, H.K., Luo, X.W., Siu, B.W.Y., 2006. Degradable transport network: Travel time budget of travelers with heterogeneous risk aversion. Transportation Research Part B: Methodological, Vol.40, pp.792–806.
- 30) Watling, D., 2002. A second-order stochastic network equilibrium model, I: Theoretical foundation. Transportation Science, Vol.36, No.2, pp.149–166.
- 31) 中山 晶一郎, 高山純一, 長尾一輝, 笠島崇弘, 2004. 旅行時間の不確実性を考慮した交通ネットワーク均衡モデル. 土木学会論文集, No.772/IV-65, pp.67–77.
- 32) 中山 晶一郎, 高山 純一, 2006a. 交通需要と経路選択の確率変動を考慮した確率的交通ネットワーク均衡モデル. 土木学会論文集, Vol. 62, No.4, pp.537–547.
- 33) Clark, S., Watling, D., 2005. Modelling network travel time reliability under stochastic demand. Transportation Research Part B: Methodological, Vol.39, No.2, pp.119–140.
- 34) Isserlis, L., 1918. On a formular for the product-moment coefficient of any order of normal frequency distribution in any number of variables. Biometrika, Vol. 12, No.1, pp.134–139.
- 35) Siu, B.W.Y., Lo, H.K., 2008. Doubly uncertain transportation network: Degradable capacity and

- stochastic demand. *European Journal of Operational Research*, Vol.191, No.1, pp.164–179.
- 36) Lam, W.H.K., Shao, H., Sumalee, A., 2008. Modeling impacts of adverse weather conditions on a road network with uncertainties in demand and supply. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.42, pp.890–910.
 - 37) Shao, H., Lam, W.H.K., Tam, M.L., Yuan, X-M., 2008. Modelling rain effects on risk-taking behaviours of multi-user classes in road networks with uncertainty. *Journal of Advanced Transportation*, Vol.42, No.3, pp.265–290.
 - 38) Sumalee, A., Uchida, K., Lam, W.H.K., 2011. Stochastic multi-modal transport network under demand uncertainties and adverse weather condition. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 19, No.9, pp.338–350.
 - 39) Nakayama, S., Watling, D., 2014. Consistent formulation of network equilibrium with stochastic flows. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.66, pp.50–69.
 - 40) Sumalee, A. & Xu, W., 2011. First-best marginal cost toll for a traffic network with stochastic demand. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 45, No.1, pp.41–59.
 - 41) Uno, N., Kurauchi, F., Tamura, H., Iida, Y., 2009. Using bus probe data for analysis of travel time variability. *Journal of Intelligent Transportation Systems*, Vol. 13, No.1, pp.2–15.
 - 42) Watling, D., 2006. User equilibrium traffic network assignment with stochastic travel times and late arrival penalty. *European Journal of Operational Research*, Vol.175, No.3, pp.1539–1556.
 - 43) Cascetta, E. 1989. A stochastic process approach to the analysis of temporal dynamics in transportation networks. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.23, No.1, pp.1–17.
 - 44) Wu, X., Nie, Y., 2011. Modeling heterogeneous risk-taking behavior in route choice: A stochastic dominance approach. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol.45, No.9, pp.896–915.
 - 45) 中山 晶一朗, 高山 純一, 2006. リンク交通量を用いた交通ネットワーク均衡モデルのパラメータ推定: リンク間相関を考慮した最尤法. *土木学会論文集 D*, Vol. 62, No.4, pp.548–557.
 - 46) Shao, H., Lam, W.H.K., Sumalee, A., Chen, A., Hazelton, M.L., 2014. Estimation of mean and covariance of peak hour origin-destination demands from day-tODay traffic counts. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.68, pp.52–75.
 - 47) Hazelton, M.L., 2000. Estimation of origin-destination matrices from link flows on uncongested networks. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 34, No.7, pp.549–566.
 - 48) Shao, H., Lam, W.H.K., Sumalee, A., Hazelton, M.L., 2015. Estimation of mean and covariance of stochastic multi-class OD demands from classified traffic counts. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 59, pp.92–110.

- 49) Uchida, K., 2014. Estimating the value of travel time and of travel time reliability in road networks. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.66, pp.129–147.
- 50) Lam, T.C., Small, K. A., 2001. The value of time and reliability: Measurement from a value pricing experiment. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Vol.37, No.2–3, pp.231–251.
- 51) Carrion, C., Levinson, D., 2013. Valuation of travel time reliability from a GPS-based experimental design. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 35, pp.305–323.
- 52) 城所幸弘, 2003. 交通プロジェクトの便益推計--体系と課題. *運輸政策研究*, Vol. 6, No.2, pp.14–27.
- 53) 円山 琢也, 2006. 交通需要のレベル別便益指標の一致性. *土木学会論文集*, Vol. 62, No.3, pp.460–473.
- 54) Badoe, D.A., Steuart, G.N., 2002. Impact of interviewing by proxy in travel survey conducted by telephone. *Journal of Advanced Transportation*, Vol.36, No.1, pp.43–62.

第3章

マルチユーザークラスに基づく
時間価値・時間信頼性価値推定モデル

3.1. 概説

本章では、Uchida (2014)¹⁾ で提案された均衡配分内生型の時間価値・時間信頼性価値同時推定モデルの理論的拡張を行う。理論的拡張は、元のモデルに設けられていた仮定の緩和によって行われる。

3.1.1. マルチユーザークラスへの拡張

元のモデルに設けられていた以下の仮定を緩和する。

利用者の選好に関する仮定

ネットワーク上のすべての利用者は同一の選好を持つ。

上記の仮定を緩和し、利用者の選好の異質性を考慮可能なモデルへと拡張する。2.4.5 節で示されたように、個人の選好に準じた時間価値や時間信頼性価値といったパラメータは、一般的に利用者の社会・経済的な属性や、移動の目的などといった環境条件に依存する。このように、利用者間で異なり得る時間価値と時間信頼性価値を考える事によって、より一般的な状況を考慮した需要予測を行う事が可能になる。3.4.2 節で示されるモデルは、時間価値と時間信頼性価値の異なる複数のユーザークラスが存在すると想定したマルチユーザークラス型のモデルである。

3.1.2. リンク交通量を用いた推定手法の提案

元のモデルに設けられていた以下の仮定を緩和する。

観測交通量に関する仮定

ネットワーク上のリンク・経路・OD 交通量は全て観測あるいは推定可能であり、その値は各交通量の平均値を表す。

上記の仮定を緩和し、リンク交通量のみを用いた推定手法を提案する。経路交通量と OD 交通量を観測するためには、アンケート調査等を実施する必要があり、ネットワークレベルでこれらのデータを直接観測することは困難であるだけでなく、多くの時間と費用が費やされることになる。さらに、これらの調査を長期的に行い、その確率的変動を観測するのは、情報技術の発展を鑑みたとしても現実的ではないと指摘されている (Badoe, 2002²⁾)。一方で、リンク交通量はトラフィックカウンター等によるデータ取得が可能であるため、観測コストが低く、長期的な観測が現実的である。また、情報通信技術の進歩を背景に、位

置情報や移動時間情報を観測可能なプローブ調査が広まりつつある。こうした技術の適用により、リンク交通量の観測精度はより高まっていく事が期待できる。本研究では、これまでのモデルを拡張することによって、観測可能性の高いリンク交通量から時間価値・時間信頼性価値を推定する手法を提案する。3.5節で示される手法は、道路ネットワーク上の利用者の効用最大化問題の最適性条件を均衡制約条件とした尤度最大化問題として定式化される。

3.2. ネットワーク上の変数

3.2.1. 記号

本章以降で用いられる主な記号を以下に示す。

A	ネットワーク上のリンク集合
I	ネットワーク上の OD ペア集合
J_i	OD ペア i 間の経路集合
δ_{aj}	リンク a が経路 j の一部であれば 1, それ以外は 0 を取る変数
Q_i	OD ペア i 間の確率的交通量
q_i	OD ペア i 間の確率的交通量 Q_i の期待値
F_{ij}	OD ペア i 間の経路 j の確率的交通量
f_{ij}	OD ペア i 間の経路 j の確率的交通量 F_{ij} の期待値
V_a	リンク a の確率的交通量
v_a	リンク a の確率的交通量 V_a の期待値
C_a	リンク a の確率的交通容量
c_a	リンク a の確率的交通容量 C_a の期待値
$\tilde{t}_a(\cdot)$	リンク a の移動時間関数
$\tilde{\rho}_a(\cdot)$	リンク a の移動費用関数
$\tilde{\sigma}_{ab}(\cdot)$	リンク a とリンク b の移動時間の相関を表す関数 ($a=b$ の時はリンク a の移動時間の分散を表す)
Ξ_{ij}	OD ペア i 間の経路 j の確率的移動時間
Γ_{ij}	OD ペア i 間の経路 j の確率的移動費用

3.2.2. 交通量と交通容量の定義

確率的 OD 交通量は、互いに独立な正規分布 (Shao et al., 2006³), 2008⁴); Lam et al., 2008⁵), ポワソン分布 (Clark & Watling, 2005⁶), 二項分布 (Nakayama & Watling, 2014⁷) といった確

率分布に従うと仮定する。つまり、OD ペア i 間の確率的 OD 交通量 Q_i の確率分布は、平均 q_i と分散 $\text{var}[Q_i]$ のみによって特徴付けされる分布である。ここで、確率的 OD 交通量の分散はその平均と変動係数を用いて以下のように表現できる。

$$\text{var}[Q_i] = (cv_i \cdot q_i)^2 \quad (3.1)$$

Lam et al. (2008)⁵⁾ と同様に、確率的経路交通量を以下のように定義する。

$$F_{ij} = p_{ij} \cdot Q_i \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (3.2)$$

ここで、 p_{ij} は確定的あるいは確率的均衡配分モデルによって算出される経路選択確率を表す。この時、確率的経路交通量の平均、分散・共分散は以下のように与えられる。

$$E[F_{ij}] = f_{ij} = p_{ij} \cdot q_i \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \text{cov}[F_{ij}, F_{ik}] &= p_{ij} \cdot p_{ik} \cdot \text{var}[q_i] \\ &= p_{ij} \cdot p_{ik} \cdot (cv_i \cdot q_i)^2 \quad \forall i \in I, \forall j, k \in J_i \\ &= (cv_i)^2 \cdot f_{ij} \cdot f_{ik} \end{aligned} \quad (3.4)$$

式(3.4)は、 $j = k$ の時に F_{ij} の分散を表す点に注意したい。式(3.3)より確率的交通量の平均は保存則を満たしていることが分かる。また、あるODペア間の確率的OD交通量は、そのODペア間の確率的経路交通量の分散・共分散の和として式(3.5)のように表現できるため、確率的交通量の分散に関する保存則が成立している。

$$\begin{aligned} \text{var}[Q_i] &= \sum_{j \in J_i} \sum_{k \in J_i} \text{cov}[F_{ij}, F_{ik}] \\ &= (cv_i)^2 \cdot \sum_{j \in J_i} \sum_{k \in J_i} f_{ij} \cdot f_{ik} \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \\ &= (cv_i \cdot q_i)^2 \end{aligned} \quad (3.5)$$

したがって、確率的リンク交通量の平均、分散・共分散は以下で与えられる。

$$E[V_a] = v_a = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{aj} \cdot E[F_{ij}] = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{aj} \cdot p_{ij} \cdot E[Q_i] \quad \forall a \in A \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \text{cov}[V_a, V_b] &= \text{var} \left[\sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \cdot F_{ij} \right] \\ &= \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \sum_{k \in J_i} (\delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \cdot \delta_{ak} \cdot \delta_{bk} \cdot \text{cov}[F_{ij}, F_{ik}]) \\ &= \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \sum_{k \in J_i} \{ \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \cdot \delta_{ak} \cdot \delta_{bk} \cdot f_{ij} \cdot f_{ik} \cdot (cv_i)^2 \} \quad \forall a \in A \\ &= \sum_{i \in I} (cv_i)^2 \cdot \left\{ \sum_{j \in J_i} \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \cdot f_{ij} \right\}^2 \end{aligned} \quad (3.7)$$

式(3.7)は $a = b$ の場合 V_a の分散を表す点に注意したい。また、確率的リンク交通量の分散・共分散は以下に示される確率的リンク交通量の変動係数 cv_a と相関係数 r_{ab} を用いることでも表現できる。

$$cv_a = \frac{\sqrt{\text{var}[V_a]}}{v_a} \quad \forall a \in A \quad (3.8)$$

$$r_{ab} = \frac{\text{cov}[V_a, V_b]}{\sqrt{\text{var}[V_a]} \cdot \sqrt{\text{var}[V_b]}} \quad \forall a, b \in A \quad (3.9)$$

変動係数 cv_a と相関係数 r_{ab} を用いると、リンク交通量の分散・共分散は以下で表される。

$$\text{cov}[V_a, V_b] = r_{ab} \cdot cv_a \cdot cv_b \cdot v_a \cdot v_b \quad \forall a, b \in A \quad (3.10)$$

確率的交通容量に関しては、Uchida & Munehiro (2010)⁸⁾ と同様に、多変量正規分布に従うと仮定する。また、確率的交通容量と確率的交通量は互いに独立であると仮定する。リンク a の確率的交通容量 C_a の平均を c_a とすると、確率的交通容量の分散・共分散は以下のよう表される。

$$\text{cov}[C_a, C_b] = r_{ab}^c \cdot cv_a^c \cdot cv_b^c \cdot c_a \cdot c_b \quad \forall a \in A \quad (3.11)$$

ここで、 cv_a^c は C_a の変動係数、 r_{ab}^c は C_a と C_b の相関係数を表す。

3.3. 移動時間の不確実性を考慮した利用者の経路選択

ネットワーク上の利用者は確率的移動時間と移動費用を判断基準とした経路選択を行うものと仮定する。

3.3.1. ネットワーク上の移動時間

均衡配分モデルでは、あるリンクの移動時間は Bureau of Public Roads (BPR) 関数といった、そのリンクの交通量と交通容量によって決定する関数として定義される。Clark & Watling (2005)⁶⁾ と同様に、BPR 関数に確率的リンク交通量と交通容量を代入することで確率的リンク移動時間を表現する。したがって、リンク a の確率的移動時間 $t_a(V_a; C_a)$ は、リンク交通容量 C_a をパラメータとしたリンク交通量 V_a の関数として表現することができる。また、Lam et al. (2008)⁵⁾ と同様に、確率的リンク移動時間が再生成を有するものと仮定する。したがって、OD ペア i 間の経路 j の確率的移動時間 Ξ_{ij} は、その経路を構成するリンクの移動時間の和として以下のように表現できる。

$$\Xi_{ij} = \sum_{a \in A} t_a(V_a; C_a) \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (3.12)$$

上記の確率的移動時間の平均と分散は以下のように表現できる。

$$E[\Xi_{ij}] = \sum_{a \in A} E[t_a(V_a; C_a)] \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (3.13)$$

$$\text{var}[\Xi_{ij}] = \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \text{cov}[t_a(V_a; C_a), t_b(V_b; C_b)] \cdot \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (3.14)$$

$t_a(V_a; C_a)$ を v_a と c_a 周りでテイラー展開することによって、 $E[t_a(V_a; C_a)]$ と $\text{cov}[t_a(V_a; C_a), t_b(V_b; C_b)]$ は確率的リンク交通量と交通容量のモーメントによって表現することが出来る。リンク交通量は平均と分散によって特徴づけられる確率分布に従うため、式

(3.10)より確率的リンク交通量のモーメントはリンク交通量の平均値のみによって表現できる。リンク交通容量も同様に、その平均値のみによってモーメントを表現することが出来、交通量配分を行う上では固定のパラメータとみなすことが出来る。したがって、 $E[t_a(V_a; C_a)]$ と $\text{cov}[t_a(V_a; C_a), t_b(V_b; C_b)]$ は確率的リンク交通量の平均値の関数として表現可能である（テイラー展開の詳細な式展開はUchida (2014)¹⁾を参照頂きたい）。以降では、リンク移動時間の平均および分散・共分散はリンク交通量の平均値の関数として以下のように表現する。

$$E[t_a(V_a; C_a)] = \bar{t}_a(v_a) \quad \forall a \in A \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} \text{cov}[t_a(V_a; C_a), t_b(V_b; C_b)] &= \bar{\sigma}_{ab}(v_a, v_b) \quad \forall a, b \in A \\ \left(\begin{aligned} \text{cov}[t_a(V_a; C_a), t_b(V_b; C_b)] &= \text{var}[t_a(V_a; C_a)] \\ &= \bar{\sigma}_a(v_a) \quad , \text{if } a = b \end{aligned} \right) \end{aligned} \quad (3.16)$$

また、上記の関数はそれぞれ v_a および v_a と v_b で微分可能であると仮定する。

3.3.2. ネットワーク上の移動費用

移動費用を決定する要因としては、消費する燃料費だけでなく自動車の維持コスト等が考えられる。ここで問題を簡単にするため、リンク移動費用はリンク交通容量(C_a)を所与としたリンク交通量(V_a)の関数として表すことができると仮定し、 $\rho_a(V_a; C_a)$ と表現する。また、前節と同様に、確率的リンク移動費用も再生成を有するものと仮定する。したがって、経路移動費用 Γ_{ij} は以下のように与えられる。

$$\Gamma_{ij} = \sum_{a \in A} \rho_a(V_a; C_a) \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (3.17)$$

経路移動費用の平均値は、以下のように与えられる。

$$E[\Gamma_{ij}] = \sum_{a \in A} E[\rho_a(V_a; C_a)] \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (3.18)$$

以降では、前節と同様に、 $E[\rho_a(V_a; C_a)]$ を v_a の関数 $\bar{\rho}_a(v_a)$ と表現する。また、前節と同様にこの関数は v_a に関して積分可能であると仮定する。

リンク移動費用が定数で与えられている場合でも一般性を失うことなく分析可能である。ただし、リンクごとに固定の移動費用 $\bar{\rho}_a(\forall a \in A)$ が与えられており、経路移動費用がその経路を構成するリンクの移動費用の和で表される場合に限られる。以降では特に示さないが、 $\bar{\rho}_a(v_a) = \bar{\rho}_a$ とすることでリンク移動費用が定数で与えられる場合も考慮できる。

3.3.3. 経路選択行動

経路の平均移動時間、平均移動費用および移動時間の分散は前章で求められた。本章では経路選択行動の定式化を行う。移動時間が確率変動する状況下で、利用者は時間信頼性を考慮した経路選択を行う。本研究では、平均移動時間と移動費用が同一の経路が二つ存

在する場合に時間信頼性の高い経路を選択するような利用者を「リスク回避的な利用者」と呼ぶ。また、リスク回避的な利用者は、平均移動時間、平均移動費用、時間信頼性の3要素を考慮した経路選択を行うものと仮定する。また、Fosgerau and Engelson (2011)⁹⁾やHjorth et al. (2015)¹⁰⁾に従い、本章では移動時間信頼性の指標として移動時間の分散を用いる(2.3節参照)。

あるユーザークラスに属する利用者はそのユーザークラス特有の時間価値および時間信頼性価値を持つものと仮定する。起点と終点が同じで、あるユーザークラスに属する利用者をまとめたOD交通量を考える。その場合、ネットワーク表現を工夫することにより、ODペア*i*とユーザークラスを対応させることが可能となり、ある起終点間を移動する利用者はその起終点に特有の時間価値・時間信頼性価値に基づいて経路選択を行うと考えることができる。たとえば、あるODペアに関連する交通量が*k*個のユーザークラスに属する利用者から構成される場合、そのODペアを*k*個のODペアに分解することができる。さらに、それらのODペア毎に異なる時間価値・時間信頼性価値を有すると考えることができる。ただし、同一リンク上に異なるユーザークラスの利用者が存在する場合、その利用者の経験する移動時間・移動費用は同一であることに注意が必要である。以降では、各ODペアにそれぞれ一つずつユーザークラスが対応しているものとして議論を進める。あるODペアに属する利用者にとっての移動による不効用は、以下のように表される。

$$c_{ij}(\mathbf{F}) = \lambda_i \cdot E[\Xi_{ij}] + \omega_i \cdot E[\Gamma_{ij}] + \gamma_i \cdot \text{var}[\Xi_{ij}] \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (3.19)$$

ここで、用いられるパラメータ λ_i , ω_i , γ_i はそれぞれODペア*i*間の利用者の平均移動時間、平均移動費用、移動時間の分散に対する限界不効用を表している。この式より $\gamma_i > 0$ となるようなパラメータを有する利用者はリスク回避的な利用者であることが分かる。各ユーザークラス(ODペアに相当)の時間価値 τ_i および時間信頼性価値 ν_i は、平均移動時間と移動時間の分散に対する限界不効用と平均移動費用に対する限界不効用の比によって、それぞれ λ_i/ω_i , γ_i/ω_i と表される。利用者は式(3.19)で定義された不効用に基づいた経路選択を行うことから、以降ではこの関数を経路評価値と表現する。上記の経路評価値に基づく利用者均衡条件は、以下のNCPとして表現することが出来る。

$$\text{find } \mathbf{z} = (\mathbf{F}^* \quad \mathbf{d}^*)^T \text{ such that } \bar{\mathbf{z}} \geq \mathbf{0}, \mathbf{h}(\bar{\mathbf{z}}) \geq \mathbf{0}, \bar{\mathbf{z}}^T \mathbf{h}(\bar{\mathbf{z}}) = 0 \quad (3.20)$$

where

$$\mathbf{F} = (F_{11} \quad \dots \quad F_{1j_1} \quad \dots \quad F_{11} \quad \dots \quad F_{1j_1})^T \quad (3.21)$$

$$\mathbf{d} = (d_1 \quad \dots \quad d_l)^T \quad (3.22)$$

$$\bar{\mathbf{z}} = (\mathbf{f} \quad \mathbf{d})^T \quad (3.23)$$

$$\mathbf{h}(\bar{\mathbf{z}}) = (\mathbf{g} \quad \mathbf{q})^T \quad (3.24)$$

$$\mathbf{g} = (c_{11}(\mathbf{F}) - d_1 \quad \dots \quad c_{1j_1}(\mathbf{F}) - d_1 \quad \dots \quad c_{11}(\mathbf{F}) - d_1 \quad \dots \quad c_{1j_1}(\mathbf{F}) - d_1)^T \quad (3.25)$$

$$\mathbf{q} = \left(\sum_{j \in I_i} f_{1j} - q_i \quad \dots \quad \sum_{j \in I_i} f_{lj} - q_l \right)^T \quad (3.26)$$

式(3.20)で変数ベクトルに上付きの*を付しているが、これらはドライバーの経路選択行動の結果に生じる均衡状態の変数ベクトルであることを表している。上付きの*が付された変数が均衡状態の変数であることを示す表記法は、今後も踏襲することにする。式(3.22)の d_i は OD ペア i 間の最小経路評価値を表している。上記の定式化では OD ペア i 間で利用される経路の評価値は全て等しく d_i^* となり、それらは利用されない経路評価値よりも小さいかせいぜい等しくなることを示している。また、シングルユーザークラスの場合は、すべての OD ペアにおいてパラメータ λ_i , ω_i , γ_i が等しい。

3.4. 時間価値・時間信頼性価値同時推定モデル

マルチユーザークラス型のモデルは、Uchida (2014)¹⁾ で示されたシングルユーザークラスモデルの理論的拡張によって定式化されるため、まずシングルユーザークラス型のモデルを示す必要がある。Uchida (2014)¹⁾ は、最も基本的な場合として、リンク移動時間が相関を持たない場合の定式化を行っている。本節では、3.4.1 節でこの定式化を示したのちに、3.4.2 節でマルチユーザークラス型のモデルを定式化する。

3.4.1. Uchida (2014) モデル¹⁾

本節で示されるモデルは、シングルユーザークラス型の価値推定モデルである。また、リンク交通量およびリンク交通容量の共分散がそれぞれ 0 であると仮定する。この仮定の下で、リンク移動時間は各リンクで独立な確率分布に従い、その平均と分散はそのリンクの交通量の平均のみの関数で与えられる。これらの仮定は非現実的であるが、モデルの構造を示し、移動時間のリンク間相関を考慮したモデルを定式化する上で重要な意味合いを持つ。

上記の仮定より、経路移動時間の平均と分散は以下のように表される。

$$E[\Xi_{ij}] = \sum_{a \in A} E[t_a(v_a; C_a)] \cdot \delta_{aj} = \sum_{a \in A} \bar{t}_a(v_a) \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (3.27)$$

$$\text{var}[\Xi_{ij}] = \sum_{a \in A} \text{var}[t_a(v_a; C_a)] \cdot \delta_{aj} = \sum_{a \in A} \bar{\sigma}_a^2(v_a) \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (3.28)$$

時間価値・時間信頼性価値の推定のために、以下に示す 3 つの仮定を設ける。

- A1. ネットワーク上のリンク交通量, 経路交通量, OD 交通量は計測または推計可能である。計測・推計された交通量は平均交通量として扱える。

- A2. 計測されたリンク交通量は、平均移動時間、平均移動費用および時間信頼性に関する制約下におけるドライバーの効用最大化行動の結果として現れたものである。
- A3. A2 で述べた 3 つの制約は、観測交通量から推計可能である。

観測時における交通量は道路利用者の効用最大化の結果として現れたものであると仮定している(A2). この仮定において、観測交通量は効用最大化に基づいて道路利用者が行動を決定した均衡状態における交通量であり、経路選択に関する選好情報を内包している. このような観測交通量から制約条件を設定し、同様な道路利用者の効用最大化問題を解くことによって、観測時において道路利用者が認知していた時間価値・時間信頼性価値を推計することが出来る. また、以下では観測または推計されたリンク交通量を V_a と区別するため、 \hat{V}_a と表現することにする. 上付きの^が付された変数は、観測あるいは推計されたものであることを示す. この表記法は今後も踏襲する.

私的限界費用に基づくドライバーの経路選択行動の表現するため平均移動時間、平均移動費用および時間信頼性に関する式(22)-(24)に示す 3 つの仮想変数を導入する.

$$\tilde{t}_a(v_a) = \begin{cases} \frac{\int_0^{v_a} \tilde{t}_a(w) \cdot dw}{v_a} & \text{if } v_a > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.29)$$

$$\tilde{\rho}_a(v_a) = \begin{cases} \frac{\int_0^{v_a} \tilde{\rho}_a(w) \cdot dw}{v_a} & \text{if } v_a > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.30)$$

$$\tilde{\sigma}_a^2(v_a) = \begin{cases} \frac{\int_0^{v_a} \tilde{\sigma}_a^2(w) \cdot dw}{v_a} & \text{if } v_a > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.31)$$

以下に示される効用最大化問題[Primary Problem: PP]を考える.

[Primary Problem: PP]

$$v = \max u(q_1, \dots, q_{|I|}) = \sum_{i \in I} \int_0^{q_i} \frac{\alpha_i}{w_i + 1} \cdot dw_i \quad (3.32)$$

s.t.

$$\sum_{i \in I} t_i \cdot q_i \leq \sum_{i \in I} \phi_i = \phi \quad (3.33)$$

$$\sum_{i \in I} \rho_i \cdot q_i \leq \sum_{i \in I} \pi_i = \pi \quad (3.34)$$

$$\sum_{i \in I} \sigma_i^2 \cdot q_i \leq \sum_{i \in I} \theta_i = \theta \quad (3.35)$$

$$q_i + e_i = \tilde{q}_i \quad \forall i \in I \quad (3.36)$$

and (3.3), (3.6),

where

$$t_i = \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} p_{ij} \cdot \tilde{t}_a(v_a) \cdot \delta_{aj} = \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \frac{f_{ij}}{q_i} \cdot \tilde{t}_a(v_a) \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I \quad (3.37)$$

$$\rho_i = \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} p_{ij} \cdot \tilde{\rho}_a(v_a) \cdot \delta_{aj} = \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \frac{f_{ij}}{q_i} \cdot \tilde{\rho}_a(v_a) \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I \quad (3.38)$$

$$\sigma_i^2 = \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} p_{ij} \cdot \tilde{\sigma}_a^2(v_a) \cdot \delta_{aj} = \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \frac{f_{ij}}{q_i} \cdot \tilde{\sigma}_a^2(v_a) \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in I \quad (3.39)$$

式(3.32)に示される効用関数はネットワーク上の代表的個人の直接効用関数 (Varian, 1992¹¹⁾)を表す. また, OD 交通量を代替財とみなすと, この効用関数は Stone-Geary 型の効用関数 (Stone, 1954¹²⁾)と同値である. 効用関数には非負のパラメータ α_i が付されている. このパラメータ α_i は, Uchida (2014)¹⁾ に示された通り, 以下のように計算される.

$$\alpha_i = \frac{\phi_i + \pi_i + \theta_i}{\sum_{k \in I} (\phi_k + \pi_k + \theta_k)} \quad \forall i \in I \quad (3.40)$$

上記のパラメータの設定および効用関数の形状は Uchida (2014)¹⁾ に示されたものと同様である. この効用関数は決定変数が OD 交通量の期待値で表されている. 不確実性下の意思決定問題であるため, PP は本来, 決定変数を確率変数に持つ効用関数の期待値を最大化する期待効用最大化問題として定義される必要があるが, PP で用いられる効用関数が期待効用関数の近似形であることが付録 3-A に示される. したがって, PP を期待効用の最大化問題と読み替えても問題は無い. この効用関数は, OD 交通量に対して単調増加するが, 式(3.33)-(3.36)に示された制約条件があるため, OD 交通量を独立に増加させることが出来ない. 式(3.33)-(3.35)に示された制約条件は, それぞれ平均移動時間, 平均移動費用, 移動時間の分散に関する利用者の予算制約を表す. したがって, t_i , ρ_i , σ_i^2 をそれぞれ平均移動時間, 平均移動費用, 移動時間の分散に関する仮想的な価格指標とみなすことが出来る. 式(3.36)で用いられる e_i はネットワーク上に顕在化しない交通量である超過需要 (Gartner, 1980¹³⁾)を表す. また, \tilde{q}_i は固有の値として与えられた OD ペア i 間の潜在的な交通量であり, OD ペア i 間の交通量の上限値を意味する. A3 より, ϕ , π および θ で表される予算制約は観測交通量を用いて以下のように計算される.

$$\phi = \sum_{i \in I} \phi_i = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \hat{p}_{ij} \cdot \tilde{t}_a(\hat{v}_a) \cdot \hat{\delta}_{aj} \quad (3.41)$$

$$\pi = \sum_{i \in I} \pi_i = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \hat{p}_{ij} \cdot \tilde{\rho}_a(\hat{v}_a) \cdot \hat{\delta}_{aj} \quad (3.42)$$

$$\theta = \sum_{i \in I} \theta_i = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \hat{p}_{ij} \cdot \tilde{\sigma}_a^2(v_a) \cdot \hat{\delta}_{aj} \quad \forall i \in I \quad (3.43)$$

式(3.6)に示された関係を用いると, 式(3.33)-(3.35)に示される制約条件の左辺は, それぞれ以下のように表現することが出来る.

$$\sum_{i \in I} t_i \cdot q_i = \sum_{i \in I} \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{v_a} \tilde{t}_a(w) \cdot dw = \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} \tilde{t}_a(w) \cdot dw \quad (3.44)$$

$$\sum_{i \in I} \rho_i \cdot q_i = \sum_{i \in I} \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{v_a} \tilde{\rho}_a(w) \cdot dw = \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} \tilde{\rho}_a(w) \cdot dw \quad (3.45)$$

$$\sum_{i \in I} \sigma_i^2 \cdot q_i = \sum_{i \in I} \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{v_a} \tilde{\sigma}_a(w) \cdot dw = \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} \tilde{\sigma}_a(w) \cdot dw \quad (3.46)$$

where

$$\mu_a^i = \frac{\sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} f_{ij} \cdot \delta_{aj}}{\sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} f_{ij} \cdot \delta_{aj}} = \frac{v_a^i}{v_a} \quad (3.47)$$

μ_a^i は、リンク a の交通量に占める OD ペア i 関連の交通量の比率を表している。式(3.36)に示される制約条件を用いると、PP 目的関数は以下のように変形できる。

$$\sum_{i \in I} \int_0^{q_i} \frac{\alpha_i}{w+1} \cdot dw = \sum_{i \in I} \int_0^{\tilde{q}_i} \frac{\alpha_i}{w+1} \cdot dw - \sum_{i \in I} \int_0^{e_i} \frac{\alpha_i}{\tilde{q}_i - w + 1} \cdot dw \quad (3.48)$$

式(3.33)-(3.35)に示される制約条件に対して部分双対化を行い、目的関数を式(3.48)のように変形した上で定数項を無視すると、PP と等価な最小化問題が以下のように導出される。

$$\min \tilde{L} = \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} \chi_a(w) \cdot dw - \sum_{i \in I} \int_0^{e_i} d_i(w) \cdot dw \quad (3.49)$$

and (3.3), (3.6),

where

$$\chi_a(w) = \lambda^* \cdot \tilde{t}_a(w) + \omega^* \cdot \tilde{\rho}_a(w) + \gamma^* \cdot \tilde{\sigma}_a^2(w) \quad \forall a \in A \quad (3.50)$$

$$d_i(e_i) = \frac{\alpha_i}{\tilde{q}_i - e_i + 1} \quad \forall i \in I \quad (3.51)$$

式(3.50)における λ^* , ω^* , γ^* はそれぞれ式(3.33)-(3.35)に示される制約条件に対する最適なラグランジュ乗数を表す。ここで、式(3.6)より $\partial v_a / \partial f_{ij} = \delta_{aj}$ であるため、以下の関係が成立する。

$$\frac{\partial L}{\partial f_{ij}} = c_{ij}(\mathbf{F}) \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i \quad (3.52)$$

$$\frac{\partial L}{\partial e_i} = d_i(e_i) \quad \forall i \in I \quad (3.53)$$

式(3.52)の右辺は、式(3.19)で示された OD ペア i 間の経路 j の経路評価値を表している。式(3.19)ではマルチユーザークラスの経路評価値が、OD ペア毎に異なるパラメータ λ_i , ω_i , γ_i を用いて表現されていた。本節ではシングルユーザークラスを仮定しているため、全 OD ペアで共通のパラメータ $\lambda_i = \lambda$, $\omega_i = \omega$, $\gamma_i = \gamma$ を用いることで定式化されている。式(3.53)の右辺は制約条件(3.36)のシャドウプライスと理解することができるため、OD ペア i 間の逆需要関数であると理解できる。したがって、上記の最小化問題は、2.4.4 節で示された、確定

的な需要変動型利用者均衡配分問題と等価であることが示された。また、上記の最小化問題の一階の最適性条件を用いると、PP は以下の NCP と等価であることが分かる。

[SU-NCP: Single User-NCP]:

$$\text{find } \mathbf{z} = (\mathbf{F}^* \quad \mathbf{p}^* \quad \mathbf{e}^*)^T \text{ such that } \hat{\mathbf{z}} \geq \mathbf{0}, \mathbf{h}(\hat{\mathbf{z}}) \geq \mathbf{0}, \hat{\mathbf{z}}^T \mathbf{h}(\hat{\mathbf{z}}) = 0 \quad (3.54)$$

where

$$\mathbf{p} = (\lambda \quad \omega \quad \gamma)^T \quad (3.55)$$

$$\mathbf{e} = (e_1 \quad \dots \quad e_{|I|})^T \quad (3.56)$$

$$\hat{\mathbf{z}} = (\mathbf{f} \quad \mathbf{p} \quad \mathbf{d}(\mathbf{e}))^T \quad (3.57)$$

$$\mathbf{d}(\mathbf{e}) = (d_1(e_1) \quad \dots \quad d_{|I|}(e_{|I|}))^T \quad (3.58)$$

$$\mathbf{h}(\hat{\mathbf{z}}) = (\mathbf{g} \quad \mathbf{x} \quad \mathbf{q})^T \quad (3.59)$$

$$\mathbf{g} = (c_{11}(\mathbf{F}) - d_1(e_1) \quad \dots \quad c_{1|J_1|}(\mathbf{F}) - d_1(e_1) \quad \dots \quad c_{|I|}(\mathbf{F}) - d_{|I|}(e_{|I|}) \quad \dots \quad c_{|I||J_{|I|}|}(\mathbf{F}) - d_{|I|}(e_{|I|}))^T \quad (3.60)$$

$$\mathbf{x} = \left(\phi - \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} \tilde{t}_a(w) \cdot dw \quad \pi - \sum_{a \in A} \tilde{p}_a \cdot v_a \quad \theta - \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} \tilde{\sigma}_a^2(w) \cdot dw \right) \quad (3.61)$$

$$\mathbf{q} = \left(\sum_{j \in J_1} f_{1j} + e_1 - \tilde{q}_1 \quad \dots \quad \sum_{j \in J_{|I|}} f_{|I|j} + e_{|I|} - \tilde{q}_{|I|} \right)^T \quad (3.62)$$

ここで、時間価値 τ 、時間信頼性価値 ν は以下のように表現できる。

$$\tau = \frac{\partial v / \partial \phi}{\partial v / \partial \pi} = \frac{\lambda^*}{\omega^*} \quad (3.63)$$

$$\nu = \frac{\partial v / \partial \theta}{\partial v / \partial \pi} = \frac{\gamma^*}{\omega^*} \quad (3.64)$$

3.4.2. マルチユーザークラス型モデル

本節では、3.4.1 節に示されたシングルユーザークラス型のモデルをマルチユーザークラス型に拡張する。また、3.4.1 節では移動時間のリンク間相関を無視するために、リンク交通量と交通容量がリンク毎に独立であると仮定していたが、本節では相関を考慮する。マルチユーザークラスで、かつ移動時間のリンク間相関を考慮した場合、もはや3.4.1 節で示されたような OP として時間価値・時間信頼性価値推定モデルを定式化することが出来ない。このため、ここでは均衡条件を直接表現している SU-NCP をマルチユーザークラス型へ拡張することを考える。まず、移動時間のリンク間相関について考える。3.3.1 節で示されたように、リンク a と b の移動時間の共分散はそれぞれのリンクを通る交通量 v_a と v_b の関数

として与えられる。このことから、まず式(3.31)に示された変数を以下のように置換する。

$$\tilde{\sigma}_{ab}(v_1, v_2) = \begin{cases} \frac{\int_0^{v_1} \int_0^{v_2} \bar{\sigma}_{ab}(w_1, w_2) \cdot dw_1 \cdot dw_2}{v_{ab}} & \text{if } v_{ab} > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.65)$$

where

$$v_{ab} = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \cdot f_{ij} \quad (3.66)$$

ここで、 v_{ab} はリンク a と b 両方を通る交通量を表す。この置換に伴って、式(3.39), (3.46)をそれぞれ以下のように置換する。

$$\begin{aligned} \sigma_i^2 &= \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} p_{ij} \cdot \tilde{\sigma}_{ab}(v_1, v_2) \cdot \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \\ &= \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \frac{f_{ij}}{q_i} \cdot \tilde{\sigma}_{ab}(v_1, v_2) \cdot \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \end{aligned} \quad \forall i \in I \quad (3.67)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i \in I} \sigma_i^2 \cdot q_i &= \sum_{i \in I} \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \mu_{ab}^i \cdot \left\{ \int_0^{v_a} \int_0^{v_b} \bar{\sigma}_{ab}(w_1, w_2) \cdot dw_1 \cdot dw_2 \right\} \\ &= \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \left\{ \int_0^{v_a} \int_0^{v_b} \bar{\sigma}_{ab}(w_1, w_2) \cdot dw_1 \cdot dw_2 \right\} \end{aligned} \quad (3.68)$$

where

$$\mu_{ab}^i = \frac{\sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} f_{ij} \cdot \delta_{aj} \cdot \delta_{bj}}{\sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} f_{ij} \cdot \delta_{aj} \cdot \delta_{bj}} = \frac{v_{ab}^i}{v_{ab}} \quad \forall i \in I \quad (3.69)$$

ここで、 μ_{ab}^i はリンク a と b 両方を通る交通量に占める OD ペア i に属する交通量の割合を示している。

次に、マルチユーザークラスについて考える。SU-NCP では、平均移動時間、平均移動費用および移動時間信頼性に関する予算制約条件に関する最適なラグランジュ乗数が経路評価値のパラメータとなっていた。このことを踏まえると、マルチユーザークラスに対応した時間価値・時間信頼性価値推計モデルでは、OD ペア毎に平均移動時間、平均移動費用および移動時間信頼性の 3 つの予算制約条件を設定し、それらの最適なラグランジュ乗数がその OD ペアに関する経路一般化費用のパラメータになっている必要がある。そこで、式(3.34)-(3.35), (3.36)に示した予算制約を式(3.70)-(3.72)で置換し、さらにそれらの最適なラグランジュ乗数を λ_i^* , ω_i^* , γ_i^* とした新たな非線形相補性問題は、以下に示す MU-NCP として定式化可能である。

$$t_i \cdot q_i = \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{v_a} \bar{t}_a(w) \cdot dw \leq \phi_i \quad \forall i \in I \quad (3.70)$$

$$\rho_i \cdot q_i = \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{v_a} \bar{\rho}_a(w) \cdot dw \leq \pi_i \quad \forall i \in I \quad (3.71)$$

$$\sigma_i^2 \cdot q_i = \sum_{a \in \mathbf{A}} \sum_{b \in \mathbf{A}} \mu_{ab}^i \cdot \left\{ \int_0^{v_a} \int_0^{v_b} \bar{\sigma}_{ab}(w_1, w_2) \cdot dw_1 \cdot dw_2 \right\} \leq \theta_i \quad \forall i \in \mathbf{I} \quad (3.72)$$

[MU-NCP: Multiple User-NCP]:

$$\text{find } \mathbf{z}_m = (\mathbf{F}^* \quad \mathbf{p}_m^* \quad \mathbf{e}^*)^T \text{ such that } \hat{\mathbf{z}}_m \geq \mathbf{0}, \mathbf{h}_m(\hat{\mathbf{z}}_m) \geq \mathbf{0}, \hat{\mathbf{z}}_m^T \mathbf{h}_m(\hat{\mathbf{z}}_m) = 0 \quad (3.73)$$

where

$$\mathbf{p}_m = (\lambda_1 \quad \omega_1 \quad \gamma_1 \quad \cdots \quad \lambda_{|\mathbb{I}|} \quad \omega_{|\mathbb{I}|} \quad \gamma_{|\mathbb{I}|})^T \quad (3.74)$$

$$\mathbf{e} = (e_1 \quad \dots \quad e_{|\mathbb{I}|})^T \quad (3.75)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_m = (\mathbf{f} \quad \mathbf{p}_m \quad \mathbf{d}(\mathbf{e}))^T \quad (3.76)$$

$$\mathbf{d}(\mathbf{e}) = (d_1(e_1) \quad \dots \quad d_{|\mathbb{I}|}(e_{|\mathbb{I}|}))^T \quad (3.77)$$

$$\mathbf{h}_m(\hat{\mathbf{z}}_m) = (\mathbf{g} \quad \mathbf{x}_m \quad \mathbf{q})^T \quad (3.78)$$

$$\mathbf{g} = (c_{11}(\mathbf{F}) - d_1(e_1) \quad \dots \quad c_{1|\mathbb{I}|}(\mathbf{F}) - d_1(e_1) \quad \dots \quad c_{|\mathbb{I}|1}(\mathbf{F}) - d_{|\mathbb{I}|}(e_{|\mathbb{I}|}) \quad \dots \quad c_{|\mathbb{I}||\mathbb{I}|}(\mathbf{F}) - d_{|\mathbb{I}|}(e_{|\mathbb{I}|}))^T \quad (3.79)$$

$$\mathbf{x}_m = \begin{pmatrix} \phi_1 - \sum_{a \in \mathbf{A}} \mu_a^1 \cdot \int_0^{v_a} \bar{t}_a(w) \cdot dw \\ \pi_1 - \sum_{a \in \mathbf{A}} \mu_a^1 \cdot \bar{\rho}_a \cdot v_a \\ \theta_1 - \sum_{a \in \mathbf{A}} \sum_{b \in \mathbf{A}} \mu_{ab}^1 \cdot \left\{ \int_0^{v_a} \int_0^{v_b} \bar{\sigma}_{ab}(w_1, w_2) \cdot dw_1 \cdot dw_2 \right\} \\ \vdots \\ \phi_{|\mathbb{I}|} - \sum_{a \in \mathbf{A}} \mu_a^{|\mathbb{I}|} \cdot \int_0^{v_a} \bar{t}_a(w) \cdot dw \\ \pi_{|\mathbb{I}|} - \sum_{a \in \mathbf{A}} \mu_a^{|\mathbb{I}|} \cdot \bar{\rho}_a \cdot v_a \\ \theta_{|\mathbb{I}|} - \sum_{a \in \mathbf{A}} \sum_{b \in \mathbf{A}} \mu_{ab}^{|\mathbb{I}|} \cdot \left\{ \int_0^{v_a} \int_0^{v_b} \bar{\sigma}_{ab}(w_1, w_2) \cdot dw_1 \cdot dw_2 \right\} \end{pmatrix} \quad (3.80)$$

$$\mathbf{q} = \left(\sum_{j \in \mathbb{I}_i} f_{1j} + e_1 - q_1 \quad \dots \quad \sum_{j \in \mathbb{I}_{|\mathbb{I}|}} f_{|\mathbb{I}|j} + e_{|\mathbb{I}|} - q_{|\mathbb{I}|} \right)^T \quad (3.81)$$

MU-NCP は、すべての OD ペアに関する式(3.82)-(3.86)に示す 5 つの相補性条件を表しており、それらはリスク回避的なドライバーの経路選択に関する均衡条件と平均移動時間、平均移動費用、時間信頼性に関する制約条件および OD 交通量と経路交通量の保存則となっていることがわかる。

$$f_{ij} \cdot (c_{ij}^m(\mathbf{F}) - d_i(e_i)) = 0, f_{ij} \geq 0, c_{ij}^m(\mathbf{F}) - d_i(e_i) \geq 0 \quad (3.82)$$

$$\begin{aligned}\lambda_i \cdot \left(\phi_i - \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{v_a} \tilde{t}_a(w) \cdot dw \right) &= 0, \\ \lambda_i \geq 0, \phi_i - \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{v_a} \tilde{t}_a(w) \cdot dw &\geq 0\end{aligned}\tag{3.83}$$

$$\begin{aligned}\omega_i \cdot \left(\pi_i - \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{v_a} \tilde{\rho}_a(w) \cdot dw \right) &= 0, \\ \omega_i \geq 0, \pi_i - \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{v_a} \tilde{\rho}_a(w) \cdot dw &\geq 0\end{aligned}\tag{3.84}$$

$$\begin{aligned}\gamma_i \cdot \left(\theta_i - \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \mu_{ab}^i \cdot \int_0^{v_a} \int_0^{v_b} \tilde{\sigma}_{ab}(w_1, w_2) \cdot dw_1 \cdot dw_2 \right) &= 0, \\ \gamma_i \geq 0, \theta_i - \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \mu_{ab}^i \cdot \int_0^{v_a} \int_0^{v_b} \tilde{\sigma}_{ab}(w_1, w_2) \cdot dw_1 \cdot dw_2 &\geq 0\end{aligned}\tag{3.85}$$

$$\begin{aligned}d_i(e_i) \cdot \left(\sum_{j \in J_i} f_{ij} + e_i - \tilde{q}_i \right) &= 0, \\ d_i(e_i) \geq 0, \sum_{j \in J_i} f_{ij} + e_i - \tilde{q}_i &\geq 0\end{aligned}\tag{3.86}$$

ここで OD ペア i に属する利用者の時間価値 τ_i , 時間信頼性価値 ν_i は以下のように表現できる。

$$\tau_i = \frac{\partial v / \partial \phi_i}{\partial v / \partial \pi_i} = \frac{\lambda_i^*}{\omega_i^*}\tag{3.87}$$

$$\nu_i = \frac{\partial v / \partial \theta_i}{\partial v / \partial \pi_i} = \frac{\gamma_i^*}{\omega_i^*}\tag{3.88}$$

3.5. 最尤推定法に基づく推定手法

3.4 節で示されたモデルでは、OD 交通量、経路交通量、リンク交通量の平均値が観測されることを仮定していた。本節では、データの取得可能性を考慮して、リンク交通量のみが観測された場合の時間価値・時間信頼性価値同時推定手法を提案する。提案する手法は、MU-NCP を制約条件に持つ尤度最大化問題として定義される。3.4 節で示されたモデルでは、一組の交通量が観測されることを仮定していたため、推定精度を確かめるためにはせいぜい真値との最小二乗誤差を用いる以外に方法がなかった。本節で示される推定手法では、最尤推定法に基づいて推定精度をより詳細に議論できる。また、本節ではマルチユーザークラス型の場合しか議論しないが、示される手法は一般性を失うことなくシングルユーザークラス型のモデルへも適用できる。

観測リンク交通量のみを用いた時間価値・時間信頼性価値の同時推定では、3.4 節で示されたモデルで仮定されていた A1, A3 の代わりに、新たに以下の仮定を設ける。

A4. ネットワーク上のリンク交通量が一回以上観測可能であり，観測されたリンク交通量は真値である確率的リンク交通量からランダムサンプリングされた値である．

A5. ネットワーク上の利用者の平均移動時間，平均移動費用，移動時間の分散に対する限界不効用が，対数正規分布に従う．

A4 の仮定は，観測リンク交通量による OD 交通量推定の研究（例えば Shao et al., 2014¹⁴，2015¹⁵）で用いられる仮定である．A3 の緩和により，3.4 節では観測経路交通量を用いてこのパラメータを計算されていたのに対し，本節では，このパラメータも最尤推定法に基づいて推定されるパラメータであることに注意したい．したがって，MU-NCP が制約条件として付されるため，最尤推定法で推定される変数は，平均経路交通量 f_{ij} ，最適なラグランジュ乗数 λ_i^* ， ω_i^* ， γ_i^* ，超過需要 e_i ，制約条件の上限値 ϕ_i ， π_i ， θ_i になる．ただし，A5 より， λ_i^* ， ω_i^* ， γ_i^* が 0 より大きい値を取るため，式(3.83)-(3.85)に示される相補性条件が常に成立する．したがって，均衡状態では以下の関係が成り立つ．

$$\phi_i = \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \int_0^{v_a} \tilde{t}_a(w) \cdot dw \quad \forall i \in I \quad (3.89)$$

$$\pi_i = \sum_{a \in A} \mu_a^i \cdot \bar{\rho}_a \cdot v_a \quad \forall i \in I \quad (3.90)$$

$$\theta_i = \sum_{a \in A} \sum_{b \in A} \mu_{ab}^i \cdot \left\{ \int_0^{v_a} \int_0^{v_b} \bar{\sigma}_{ab}(w_1, w_2) \cdot dw_1 \cdot dw_2 \right\} \quad \forall i \in I \quad (3.91)$$

したがって，予算制約を表す ϕ_i ， π_i ， θ_i は自動的に求まることがわかる．また，推定される最適なラグランジュ乗数は対数正規分布の中央値であると仮定する．すなわち，推定されるパラメータは多変量対数正規分布 ($\exp(\Lambda_i)$ $\exp(\Omega_i)$ $\exp(\Gamma_i)$) の中央値 $\lambda_i^* = \exp(\hat{\lambda}_i)$ ， $\omega_i^* = \exp(\hat{\omega}_i)$ ， $\gamma_i^* = \exp(\hat{\gamma}_i)$ である．この時， $(\Lambda_i \ \Omega_i \ \Gamma_i)$ は，多変量正規分布に従い，その平均値は $(\hat{\lambda}_i \ \hat{\omega}_i \ \hat{\gamma}_i)$ で表される．上記の仮定から，時間価値・時間信頼性価値もそれぞれ $\exp(\Lambda_i)/\exp(\Omega_i)$ ， $\exp(\Gamma_i)/\exp(\Omega_i)$ で表される対数正規分布に従い，その中央値の比 λ_i^*/ω_i^* ， γ_i^*/ω_i^* によって，時間価値・時間信頼性価値の代表値が定義される．

OD 交通量の変動係数が既知であると仮定すると，MU-NCP で算出される平均経路交通量からリンク交通量の平均，分散・共分散を算出することが出来る．なお，一般性を失うことなく OD 交通量の変動係数を同時推定するような枠組みに拡張することは可能であるが，簡単のためにこの仮定を設けている．推定される平均リンク交通量ベクトルを \mathbf{v} ，分散共分散行列を Σ とする．3.2.2 節で定義された確率的 OD 交通量は，平均値が十分に大きければ正規分布に近似できる．以降ではこの近似により，リンク交通量は多変量正規分布に従うものとする．また，リンク交通量は K 回観測されたものとし， k 回目に観測されたリンク交通量のベクトルを $\hat{\mathbf{v}}_k$ と表す．リンク交通量は多変量正規分布に従うため，対数尤度関数

が以下のように与えられる.

$$\ln L = -\frac{K \cdot |A|}{2} \cdot \ln(2\pi) - \frac{K}{2} \cdot \log|\Sigma| - \frac{1}{2} \cdot \sum_{k \in K} \left\{ (\mathbf{v}_k - \hat{\mathbf{v}})^T \Sigma^{-1} (\mathbf{v}_k - \hat{\mathbf{v}}) \right\} \quad (3.92)$$

ネットワークの構造によっては、リンク交通量の分散・共分散行列が非正則になることが考えられる. この時、 Σ^{-1} は存在しないため、対数尤度関数が定義できない. こういった場合を考慮して、Uchida (2015)¹⁶⁾と同様に $\hat{\Sigma}^- = \Sigma \hat{\Sigma}^- \Sigma$ を満たすような一般化逆行列 $\hat{\Sigma}^-$ を用いて対数尤度関数を定義する (Srivastava & von Rosen, 2002¹⁷⁾). Σ のrankが r の時、 Σ の非ゼロの固有値を η_1, \dots, η_r ($\eta_1 \geq \eta_2 \geq \dots \geq \eta_r > 0$)とおく. このような Σ が与えられている時、一般化逆行列の一種である Moore-Penrose 逆行列を用いる場合、 $\hat{\Sigma}^-$ は以下のように与えられる.

$$\hat{\Sigma}^- = \Psi \Lambda^{-1} \Psi^T \quad (3.93)$$

ここで、 Ψ は各行が固有値 η_1, \dots, η_r に対応する固有ベクトルである $|A| \times r$ の行列で、 Λ は固有値 η_1, \dots, η_r を対角成分に持つ行列である. この時、対数尤度関数が以下のように与えられる.

$$\ln L = -\frac{K \cdot |r|}{2} \cdot \ln(2\pi) - \frac{K}{2} \cdot \log|\Lambda| - \frac{1}{2} \cdot \sum_{k \in K} \left\{ (\mathbf{v}_k - \hat{\mathbf{v}})^T \Sigma^- (\mathbf{v}_k - \hat{\mathbf{v}}) \right\} \quad (3.94)$$

先述の通り、最尤推定法に基づいて推定するパラメータは $(\mathbf{f}^* \quad \hat{\mathbf{p}}_m^* \quad \mathbf{e}^*)^T$ である. ここで、

$\hat{\mathbf{p}}_m = (\hat{\lambda}_1 \quad \hat{\omega}_1 \quad \hat{\gamma}_1 \quad \dots \quad \hat{\lambda}_{|I|} \quad \hat{\omega}_{|I|} \quad \hat{\gamma}_{|I|})^T$ である. 尤度関数は漸近正規性を有するため、これらのパラメータは多変量正規分布に従う. また、推定されるパラメータは多変量正規分布の平均値であり、その分散共分散行列は尤度関数のヘシアン行列によって算出することが出来る (Nakayama et al., 2009¹⁸⁾). したがって、先述した $(\Lambda_i \quad \Omega_i \quad \Gamma_i)$ は多変量正規分布に従い、その平均値が $(\hat{\lambda}_i \quad \hat{\omega}_i \quad \hat{\gamma}_i)$ で、分散共分散行列は尤度関数のヘシアンで表現される.

本章で定義される相補性問題を制約条件とした尤度最大化問題は、MPEC (Mathematical Problem with Equilibrium Constraints) と呼ばれる問題に分類される. MPECは通常非線形最適化の枠組みで扱うことが難しいため、均衡制約を近似的に等価な非線形方程式に変換して解くことを考える. Lo and Chen (2000)¹⁹⁾はFischer-Burmeister function²⁰⁾を用いて相補性問題を一つの方程式で表現した. しかし、Fischer-Burmeister function²⁰⁾は変数がすべてゼロとなる場合に微分不可能となる性質があったため、微分情報を必要とする最適化アルゴリズムを適用することが難しかった. そこで、以下に示す Smoothed Fischer-Burmeister function²¹⁾を用いて相補性問題を微分可能な非線形方程式に変換する.

$$\phi(a, b, \xi) \equiv a + b - \sqrt{a^2 + b^2 + \xi} \quad (3.95)$$

ここで、 ξ は非負のパラメータである. この関数は以下の性質を持つ.

$$\varphi(a, b, \xi) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0, b \geq 0, a \cdot b = 0 & (\text{if } \xi = 0) \\ a > 0, b > 0, a \cdot b = \xi/2 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (3.96)$$

式(3.96)に $a = \mathbf{z}_m$ と $b = \mathbf{h}_m(\mathbf{z}_m)$ を代入する. ここで, $\xi = 0$ の場合は $\varphi(\mathbf{z}_m, \mathbf{h}_m(\mathbf{z}_m), \xi)$ が 0 になるような \mathbf{z}_m と $\mathbf{h}_m(\mathbf{z}_m)$ が, MU-NCP の解であることが分かる. $\xi > 0$ かつ ξ が小さいとき, $\varphi(\mathbf{z}_m, \mathbf{h}_m(\mathbf{z}_m), \xi)$ が 0 になるような \mathbf{z}_m と $\mathbf{h}_m(\mathbf{z}_m)$ は MU-NCP の解に近似でき, ξ がゼロに近いほど近似誤差が小さくなる. 上記の Smoothed Fischer-Burmeister function²¹⁾ を用いると MU-NCP は等式で表現できる. さらに, この関数は微分可能であるため, 本節で示した MU-NCP を均衡制約に持つ尤度最大化問題には, 等式制約付きの非線形最適化問題で用いられるような一般的なアルゴリズムを適用することが可能である.

付録 3-A.

式(3.32)で示された効用関数は以下のように表現される.

$$u(q_1, \dots, q_{|I|}) = \sum_{i \in I} \alpha_i \cdot \ln(q_i + 1) \quad (3.97)$$

期待効用関数は, 説明変数を確率変数にもつ効用関数の期待値として以下のように表現される.

$$E[u(Q_1, \dots, Q_{|I|})] = \sum_{i \in I} \alpha_i \cdot E[\ln(Q_i + 1)] \quad (3.98)$$

式(3.98)と式(3.97)を比較する. i 番目成分のみを考え, cv_i を 0.5 として横軸を平均 OD 交通量 q_i に取り, 式(3.98)の右辺と式(3.97)の右辺にの差が式(3.98)の右辺に占める割合を図-3.1 に示す.

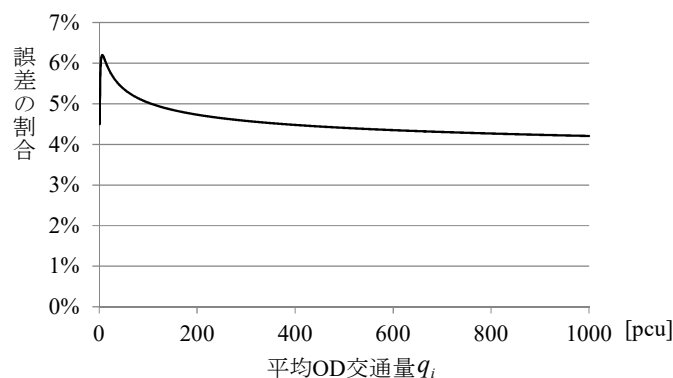


図-3.1. 効用関数と期待効用関数の誤差

上記の図は OD 交通量の変動係数 cv_i が 0.5 の場合を示しているが, 既存の実証研究 (例えば田中ら, 2001²³⁾ や小澤ら, 2010²⁴⁾) 示された cv_i は 0.01~0.4 程度とこれより小さい. cv_i が

0.4 の時は誤差の占める割合は最大で 4%程度, cv_i が 0.3 の時は 2.5%程度となる. したがって, 極端に平均値が小さい確率的 OD 交通量を扱わない限り, 式(3.97)で示された効用関数と式(3.98)で示された期待効用関数の差は無視できるほど小さいと言える.

第3章 参考文献

- 1) Uchida, K., 2014. Estimating the value of travel time and of travel time reliability in road networks. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.66, pp.129–147.
- 2) Badoe, D.A., Steuart, G.N., 2002. Impact of interviewing by proxy in travel survey conducted by telephone. *Journal of Advanced Transportation*, Vol.36, No.1, pp.43–62.
- 3) Shao, H., Lam, W.H.K., Tam, M.L., 2006. A reliability-based stochastic traffic assignment model for network with multiple user classes under uncertainty in demand. *Networks and Spatial Economics*, Vol. 6, pp.173–204.
- 4) Shao, H., Lam, W.H.K., Tam, M.L., Yuan, X-M., 2008. Modelling rain effects on risk-taking behaviours of multi-user classes in road networks with uncertainty. *Journal of Advanced Transportation*, Vol.42, No.3, pp.265–290.
- 5) Lam, W.H.K., Shao, H., Sumalee, A., 2008. Modeling impacts of adverse weather conditions on a road network with uncertainties in demand and supply. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.42, pp.890–910.
- 6) Clark, S., Watling, D., 2005. Modelling network travel time reliability under stochastic demand. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.39, No.2, pp.119–140.
- 7) Nakayama, S., Watling, D., 2014. Consistent formulation of network equilibrium with stochastic flows. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.66, pp.50–69.
- 8) Uchida, K., Munehiro, K., 2010. Impact of stochastic traffic capacity on travel time in road network. The 89th Annual Meeting of the Transportation Research Board.
- 9) Fosgerau, M., Engelson, L., 2011. The value of travel time variance. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 45, No.1, pp.1–8.
- 10) Hjorth, K. , Börjesson, M. , Engelson, L. , Fosgerau, M., 2015. Estimating exponential scheduling preferences. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 81, No.1, pp.230–251.
- 11) Varian, H.R., 1992. *Microeconomic Analysis (Second Edition)*. W.W. Norton & Co Inc.
- 12) Stone, R., 1954. Linear expenditure systems and demand analysis: An application to the pattern of British demand. *The Economic Journal*, Vol.64, No.255, pp.511–527.
- 13) Gartner N.H., 1980. Optimal traffic assignment with elastic demands. *Transportation Science*, Vol.14, No.2, pp.174–191.
- 14) Shao, H., Lam, W.H.K., Sumalee, A., Chen, A., Hazelton, M.L., 2014. Estimation of mean and covariance of peak hour origin-destination demands from day-tODay traffic counts. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.68, pp.52–75.
- 15) Shao, H., Lam, W.H.K., Sumalee, A., Hazelton, M.L., 2015. Estimation of mean and covariance of stochastic multi-class OD demands from classified traffic counts. *Transportation Research Procedia*, Vol.7, pp.192–211.

- 16) Uchida, K., 2015. Travel time reliability estimation model using observed link flows in a road network. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol.30, No.6, pp.449–463.
- 17) Srivastava, M.S., von Rosen, D., 2002. Regression models with unknown singular covariance matrix. *Linear Algebra and its Applications*, Vol.354, No.1–3, pp.255–273.
- 18) Nakayama, S., Connors, R., Watling, D., 2009. Estimation of parameters of network equilibrium models: a maximum likelihood method and statistical properties of network flow. *Transportation and Traffic Theory 2009: Golden Jubilee*, Springer, New York, pp.39–56.
- 19) Lo, H.K., Chen, A., 2000. Traffic equilibrium problem with route-specific costs: Formulation and algorithms. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.34, pp.493–513.
- 20) Fischer, A., 1992. A special Newton-type optimization method. *Optimization*, Vol.24, No.3–4, pp.269–284.
- 21) Fukushima, M., Luo, Z.-Q. Pang, J.-S., 1998. A globally convergent sequential quadratic programming algorithm for mathematical programs with linear complementarity constraints. *Computational Optimization and Applications*, Vol.10, No.1, pp.5–34.
- 22) Markowitz, H.M., 1959. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. New York: John Wiley & Sons, pp. 116 – 125.
- 23) 田中芳和, 村上康紀, 井上浩, 桑原雅夫, 赤羽弘和, 小根山裕之, 2001. 首都高速道路における OD 交通量の日変動に関する研究. *交通工学*, Vol. 36, pp. 49-58.
- 24) 小澤友記子, 萩原武司, 倉内文孝, 宇野伸宏, 大藤武彦, 2010. ETC 統計データに基づくデイリーな時間帯別ランプ間 OD 表予測と変動分析. *土木計画学研究・講演集*, Vol. 41

第4章

移動時間の不確実性を考慮した 便益推計手法

4.1. 概説

本章では、第 3 章で示された価値推定モデルを適用した便益推計手法を示す。移動時間の不確実性を考慮した利用者の経路選択行動を表現した上で、道路事業による便益をどのように推計するか、ミクロ経済学理論に準拠した方法で示される。

4.2. 時間価値・時間信頼性価値推定モデルと等価な効用最大化問題

本章の内容においては、簡単のため 3.4 節で設けられていた仮定をそのまま用いる。3.5 節で示された、この仮定を緩和した手法を適用することも可能であるが、本章ではこの仮定をそのまま用いる。仮定を緩和したとしても、推定された交通量および時間価値・時間信頼性価値を用いれば、本節で示される手法をそのまま適用できる。3.4 節で用いられた仮定は以下の通りである。

- A1. ネットワーク上のリンク交通量, 経路交通量, OD 交通量は計測または推計可能である。計測・推計された交通量は平均交通量として扱える。
- A2. 計測されたリンク交通量は、平均移動時間、平均移動費用および時間信頼性に関する制約下におけるドライバーの効用最大化行動の結果として現れたものである。
- A3. A2 で述べた 3 つの制約は、観測交通量から推計可能である。

上記の仮定下で、3.4 節で示された時間価値・時間信頼性価値推計モデルは制約条件付き効用最大化問題として定式化されていた。3.4 節では示されていないが、マルチユーザークラス型の効用最大化問題は以下の[Primary Problem-MU: PP-MU]として示される。

[Primary Problem-MU: PP-MU]

$$v = \max E[u(\mathbf{Q})] = \sum_{i \in I} \int_0^{q_i} \frac{\alpha_i}{w_i + 1} \cdot dw_i \quad (4.1)$$

s.t.

$$t_i \cdot q_i = \phi_i \quad \forall i \in I \quad (4.2)$$

$$\rho_i \cdot q_i = \pi_i \quad \forall i \in I \quad (4.3)$$

$$\sigma_i \cdot q_i = \theta_i \quad \forall i \in I \quad (4.4)$$

$$q_i + e_i = \tilde{q}_i \quad \forall i \in I \quad (4.5)$$

上記の効用最大化問題で、OD 交通量 q_i を代替財、式(4.2)-(4.4)で示される t_i , ρ_i , σ_i^2 をそれぞれ平均移動時間、平均移動費用、移動時間の分散に関する価格指標とみなすことで、時間価値・時間信頼性価値の同時推定を行っていた。また、上記の効用関数のパラメータ α_i は以下で与えられていた。

$$\alpha_i = \frac{\phi_i + \pi_i + \theta_i}{\sum_{k \in I} (\phi_k + \pi_k + \theta_k)} \quad \forall i \in I \quad (4.6)$$

式(4.2)-(4.4)で示される t_i , ρ_i , σ_i^2 は平均リンク交通量の関数で表されていた。上記の効用最大化問題の最適性条件が、マルチユーザークラス型の均衡配分モデルと等価になることは、3.4節で示されている。

本章では、CVによる便益推計を行うため、PP-MUから支出関数を推定する。本章では、ネットワーク上のパラメータ（例えば交通容量）を変化させるような道路事業を想定する。また、道路事業後に実現される均衡状態と、道路事業前に達成される均衡状態を比較することで便益を推計するような状況を考える。先述の通り、平均移動時間、平均移動費用、移動時間の分散に関する価格指標である t_i , ρ_i , σ_i^2 は平均リンク交通量の関数として定義されるため、道路事業を行うとこれらの値も変化する。以降では、均衡状態における t_i , ρ_i , σ_i^2 をそれぞれ t_i^* , ρ_i^* , σ_i^* とおく。他の変数においても、上付きの*が付されたものは、均衡状態における変数であることを示す。便益推計を行う上で、均衡状態のみに注目するため、 t_i^* , ρ_i^* , σ_i^* は定数であるとみなす。また、均衡状態では式(4.2)-(4.4)に示された制約条件が有効であると仮定する。この仮定は、利用者は制約条件が有効になるまでできるだけ多くの交通行動を起こすことを意味する。この仮定は、古典的な時間配分問題 (Becker, 1965¹⁾, Deserpa²⁾, 1973) でも用いられる。また、道路事業前後で交通以外の財消費量は一定であると仮定する。この仮定は、交通施策前後で式(4.2)-(4.4)に示された制約条件の上限値 ϕ_i , π_i , θ_i が変化しない事を意味している。この仮定は、交通以外の財消費を効用関数に組み込むことで緩和される。例えば、PP-MUの上位に交通以外の財消費を考慮した効用最大化問題を想定し、交通に関する財消費と交通以外の財消費の代替の弾力性を定義することで緩和できる。A1, A3より、式(4.2)-(4.4)に示された制約条件の上限値 ϕ_i , π_i , θ_i は観測交通量から算出することが出来る。道路事業に伴い、均衡状態におけるリンク交通量の平均値も変化する。均衡状態では制約条件が有効であると仮定されているため、制約条件の最適なラグランジュ乗数も変化するようになる。また、制約条件が有効になり、交通施策前後で制約条件の上限値 ϕ_i , π_i , θ_i が変化しないため、以下の関係が成り立つ。

$$\frac{(t_i^* + \rho_i^* + \sigma_i^*) \cdot q_i^*}{\sum_{k \in I} (t_k^* + \rho_k^* + \sigma_k^*) \cdot q_k^*} = \frac{\phi_i + \pi_i + \theta_i}{\sum_{k \in I} (\phi_k + \pi_k + \theta_k)} \quad \forall i \in I \quad (4.7)$$

$$= \alpha_i$$

この関係は q_i^* が正の値から0に限りなく近づく場合でも成立することに注意したい。

上記の仮定から、式(4.2)-(4.4)に示された制約条件を以下のように一つにまとめることで等価な制約条件が得られる。

$$\sum_{i \in I} p_i \cdot q_i = \sum_{i \in I} \psi_i \quad \forall i \in I \quad (4.8)$$

where

$$p_i = t_i^* + \rho_i^* + \sigma_i^* \quad \forall i \in I \quad (4.9)$$

$$\psi_i = \phi_i + \pi_i + \theta_i \quad \forall i \in I \quad (4.10)$$

上記の制約条件と制約条件(4.5)の下で式(4.1)に示される効用関数を最大化するような効用最大化問題を考える。以降では、この効用最大化問題を[PP-MU-2]と呼ぶ。均衡状態ではPP-MU-2がPP-MUと等価であることは付録4.Aで示される。OD交通量 q_i を代替財、式(4.8)で用いられる p_i を代替財の仮想的な価格、 ψ_i を予算であるとみなす。

4.3. 便益推計手法

4.3.1. 需要関数の導出

PP-MU-2において式(4.8)に示された制約条件の部分双対化を行うと、PP-MU-2と等価な以下のラグランジュ関数の最大化問題が導出される。

$$\max L = \sum_{i \in I} \alpha_i \cdot \ln(q_i + 1) + \eta^* \cdot \left(\sum_{i \in I} \psi_i - \sum_{i \in I} p_i \cdot q_i \right) \quad (4.11)$$

s.t. (4.5)

この最大化問題の一階の最適性条件は以下のように示される。

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{\alpha_i}{q_i + 1} - \eta^* \cdot p_i = 0 \quad \forall i \in I \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \eta} = \sum_{i \in I} \psi_i - \sum_{i \in I} p_i \cdot q_i = 0 \quad (4.13)$$

式(4.12)より、以下の関係が成り立つ。

$$q_i = \frac{\alpha_i}{\alpha_j} \cdot \frac{p_j}{p_i} \cdot (q_j + 1) - 1 \quad \forall i \in I, \forall j \in (I - i) \quad (4.14)$$

これを式(4.13)に代入すると、以下のようになる。

$$q_i = \frac{1}{p_i} \cdot \left\{ \alpha_i \cdot \sum_{k \in I} \psi_k - \sum_{j \in (I - i)} (\alpha_j \cdot p_i - \alpha_i \cdot p_j) \right\} \quad \forall i \in I \quad (4.15)$$

したがって、需要関数を以下のように与えることができる。

$$q_i = -1 + \frac{\alpha_i}{p_i} \cdot \left(\sum_{k \in I} \psi_k + \sum_{k \in I} p_k \right) \quad \forall i \in I \quad (4.16)$$

α_i は総所得に対する財 i への消費割合を表す分配パラメータと同値である。したがって、 α_i は以下の関係をみたす。

$$\alpha_i \cdot \sum_{k \in I} \psi_k = p_i \cdot q_i \quad \forall i \in I \quad (4.17)$$

これより、以下の関係が得られる。

$$\begin{aligned}
\alpha_j \cdot p_i - \alpha_i \cdot p_j &= \alpha_i \cdot p_j \cdot q_j - \alpha_j \cdot p_i \cdot q_i \\
&= \alpha_i \cdot \alpha_j \cdot \sum_{k \in I} \psi_k - \alpha_j \cdot \alpha_i \cdot \sum_{k \in I} \psi_k \quad \forall i \in I, \forall j \in (I-i) \quad (4.18) \\
&= 0
\end{aligned}$$

これを式(4.16)に代入すると，需要関数が以下で与えられる．

$$q_i = \frac{\alpha_i \cdot \sum_{k \in I} \psi_k}{p_i} \quad \forall i \in I \quad (4.19)$$

この需要関数は，Cobb-Douglas 型の効用関数³⁾から得られる需要関数と同形式である．つまり α_i が一定という仮定の下で Stone-Geary 型効用関数⁴⁾から導出される需要関数はコブダグラス型の効用関数から導出される需要関数と同形式になる．

4.3.2. 補償変分による便益推計

式(4.19)で示された需要関数を式(4.1)で示される効用関数に代入すると以下の間接効用関数 v が導出される．

$$v = \sum_{i \in I} \alpha_i \cdot \ln \left(\frac{\alpha_i \cdot \sum_{k \in I} \psi_k}{p_i} + 1 \right) \quad (4.20)$$

Shephard の補題 (Varian, 1992⁵⁾) より，間接効用関数を価格で微分することによって以下のような支出関数を得ることが出来る．

$$e(\mathbf{p}, v) = -\sum_{i \in I} p_i + \exp(v) \cdot \prod_{i \in I} \left(\frac{p_i}{\alpha_i} \right)^{\alpha_i} \quad (4.21)$$

ここで， \mathbf{p} は p_i を成分に持つベクトルを表している．交通施策前後の \mathbf{p} をそれぞれ \mathbf{p}^w ， \mathbf{p}^{wo} とすると，CV を以下で与えることができる．

$$CV = e(\mathbf{p}^w, v^w) - e(\mathbf{p}^{wo}, v^{wo}) = \left\{ \exp(v^w) - \exp(v^{wo}) \right\} \cdot \prod_{i \in I} \left(\frac{p_i^w}{\alpha_i} \right)^{\alpha_i} \quad (4.22)$$

ここまでの定式化では，交通の仮想的な価格 p_i を用いて議論を進めてきた．通常の便益推計では，交通の一般化費用を用いるため，仮想的な価格 p_i を用いた便益推計には注意が必要である．3.4 節で示されたように，[PP]は需要変動型均衡配分問題と等価な均衡条件を持つ問題に帰着される．この均衡条件において OD ペア i 間の最小経路評価値 $d_i(e_i)$ と交通需要 q_i の関係を表す逆需要関数は以下のように与えられていた．

$$d_i(e_i) = \frac{\alpha_i}{\tilde{q}_i - e_i + 1} \quad \forall i \in I \quad (4.23)$$

これを、平均移動費用に関する限界効用 ω_i^* で除すことに OD ペア i 間の最小経路一般化費用 g_i が求められる。また、平均 OD 交通量 q_i が 0 の場合における経路一般化費用（禁止的価格）も求めることが出来る。 α_i が財 i への支出割合を表すことを利用すると、 g_i と p_i の関係が以下のように与えられる。

$$gc_i = \frac{1}{\omega_i^*} \cdot (d(e_i)) = \begin{cases} \frac{1}{\omega_i^*} \cdot \left(\frac{p_i}{\sum_{k \in I} \psi_k} \cdot \frac{q_i^*}{q_i^* + 1} \right) & \text{if } q_i^* > 0 \\ \alpha_i / \omega_i^* & \text{if } q_i^* = 0 \end{cases} \quad \forall i \in I \quad (4.24)$$

この対応関係を用いることで、式(4.22)で得られた CV を一般化価格を基準として求めた値に変換することが出来る。

付録 4.A

PP-MU は、制約条件(4.2)-(4.4)に対する部分双対化を行う事で等価なラグランジュ関数の最大化問題として再定義できる。このラグランジュ関数は、均衡条件において以下のように表される。

$$L^* = \sum_{i \in I} \alpha_i \cdot \ln(q_i^* + 1) + \sum_{i \in I} \left\{ \lambda_i^* \cdot (\phi_i - t_i^* \cdot q_i^*) + \omega_i^* \cdot (\pi_i - \rho_i^* \cdot q_i^*) + \gamma_i^* \cdot (\theta_i - \sigma_i^* \cdot q_i^*) \right\} \quad (4.25)$$

この式の右辺第二項は以下のように変形する事が出来る。

$$\sum_{i \in I} \left[\left\{ \frac{\lambda_i^* \cdot \phi_i + \omega_i^* \cdot \pi_i + \gamma_i^* \cdot \theta_i}{\phi_i + \pi_i + \theta_i} \cdot (\phi_i + \pi_i + \theta_i) \right\} - \left\{ \frac{\lambda_i^* \cdot t_i^* + \omega_i^* \cdot \rho_i^* + \gamma_i^* \cdot \sigma_i^*}{t_i^* + \rho_i^* + \sigma_i^*} \cdot (t_i^* + \rho_i^* + \sigma_i^*) \cdot q_i^* \right\} \right] \quad (4.26)$$

均衡条件下では、制約条件(4.2)-(4.4)の等式が成立すると仮定されているため、以下の関係が満たされる。

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_i^* \cdot \phi_i + \omega_i^* \cdot \pi_i + \gamma_i^* \cdot \theta_i}{\phi_i + \pi_i + \theta_i} &= \frac{\lambda_i^* \cdot (t_i^* \cdot q_i^*) + \omega_i^* \cdot (\rho_i^* \cdot q_i^*) + \gamma_i^* \cdot (\sigma_i^* \cdot q_i^*)}{(t_i^* \cdot q_i^*) + (\rho_i^* \cdot q_i^*) + (\sigma_i^* \cdot q_i^*)} \\ &= \frac{\lambda_i^* \cdot t_i^* + \omega_i^* \cdot \rho_i^* + \gamma_i^* \cdot \sigma_i^*}{t_i^* + \rho_i^* + \sigma_i^*} \\ &\equiv \xi_i \end{aligned} \quad (4.27)$$

式(4.26)-(4.27)を式(4.25)に代入すると、以下の等式が得られる。

$$\begin{aligned} L^* &= \sum_{i \in I} \alpha_i \cdot \ln(q_i^* + 1) + \sum_{i \in I} \xi_i \cdot \left\{ (\phi_i + \pi_i + \theta_i) - (t_i^* + \rho_i^* + \sigma_i^*) \cdot q_i^* \right\} \\ &= \sum_{i \in I} \alpha_i \cdot \ln(q_i^* + 1) + \sum_{i \in I} \xi_i \cdot (\psi_i - p_i \cdot q_i^*) \end{aligned} \quad (4.28)$$

式(4.7)よりすべての i に対して $\psi_i = \alpha_i \cdot \sum_{k \in I} \psi_k$ と $p_i \cdot q_i^* = \alpha_i \cdot \sum_{k \in I} p_k \cdot q_k^*$ が成立する。したがって、

式(4.28)の右辺第二項は、以下のように変形できる。

$$\begin{aligned}
\sum_{i \in I} \xi_i \cdot (\psi_i - p_i \cdot q_i^*) &= \sum_{i \in I} \xi_i \cdot \left(\alpha_i \cdot \sum_{k \in I} \psi_k - \alpha_i \cdot \sum_{k \in I} p_k \cdot q_k^* \right) \\
&= \sum_{i \in I} \xi_i \cdot \alpha_i \cdot \left(\sum_{k \in I} \psi_k - \sum_{k \in I} p_k \cdot q_k^* \right)
\end{aligned} \tag{4.29}$$

よって、式(4.25)と等価な以下の式が得られる。

$$L^* = \sum_{i \in I} \alpha_i \cdot \ln(q_i^* + 1) + \sum_{i \in I} \xi_i \cdot \alpha_i \cdot \left(\sum_{k \in I} \psi_k - \sum_{k \in I} p_k \cdot q_k^* \right) \tag{4.30}$$

式(4.28)の $\sum_{i \in I} \xi_i \cdot \alpha_i$ を最適なラグランジュ乗数とみなすと、式(4.28)で与えられるラグランジュ

関数は、制約条件(4.8)に対する部分双対化を行った PP-MU-2 の均衡条件下のラグランジュ関数と等価であることが分かる。したがって、均衡条件下では PP-MU と PP-MU-2 が等価になる事が示された。

第4章 参考文献

- 1) Becker, G.S., 1965. A theory of the allocation of time. *The Economic Journal*, Vol.75, No.299, pp.493–517.
- 2) DeSerpa, A.C., 1971. A theory of the economics of time, *The Economic Journal*, Vol.81, No.324, pp.828–846.
- 3) Cobb, C.W., Douglas, P.H., 1928. A Theory of Production. *American Economic Review*, Vol. 18, No.1, pp.139–165.
- 4) Stone, R., 1954. Linear expenditure systems and demand analysis: An application to the pattern of British demand. *The Economic Journal*, Vol.64, No.255, pp.511–527.
- 5) Varian, H.R., 1992. *Microeconomic Analysis (Second Edition)*. W.W. Norton & Co Inc.

第5章

数值計算例

5.1. 概説

本章では、テストネットワークを対象とした数値実験によって第3章、第4章で示されたモデルおよび手法の妥当性や性質について議論する。5.2節では、3.4節で示された時間価値・時間信頼性価値推定モデル、5.3節では、3.5節で示されたリンク交通量を用いた時間価値・時間信頼性価値推定モデル、5.4節では、4章で示された移動時間の不確実性を考慮した便益推計モデル、それぞれテストネットワークに適用し、モデルおよび手法の妥当性や性質について議論する。

5.2. 観測経路交通量を用いた時間価値・時間信頼性価値推定

5.2.1. 数値実験の設定

ここでは小規模なテストネットワークを対象とし、3.4節で示された時間価値・時間信頼性価値推定モデルの妥当性を検証する。検証の方法としては、はじめにODペア間の交通量とODペア毎に異なる時間価値・時間信頼性価値を設定し、それらを所与として3.3節で示されたリスク回避的なドライバーの経路選択問題(式(3.20)-(3.26))、すなわち順問題を解き、得られた交通量を観測交通量と仮定する。次に、観測交通量を所与とした逆問題、すなわち、3.4節で示された時間価値・時間信頼性価値推定モデルを適用し、時間価値・時間信頼性価値の推計問題を解く。ここで得られた時間価値・時間信頼性価値が順問題で所与とした値と一致すれば、モデルの妥当性が検証されたものとする。

図-5.1は数値実験に使用するテストネットワークを示している。このテストネットワークはそれぞれ4本の経路を含んだ2つのODペア(ノード番号1→9, 7→3)を持ち、総リンク数は14本であり、それぞれ図に示されるリンク番号が与えられている。ODペア1内では1→4→5→8, 1→4→6→7, 2→3→5→8, 2→3→6→7を通る4経路、ODペア2内では9→11→5→14, 9→11→12→13, 10→3→5→14, 10→3→12→13を通る4経路が存在し、リンク3, 5を共有する経路が存在している。

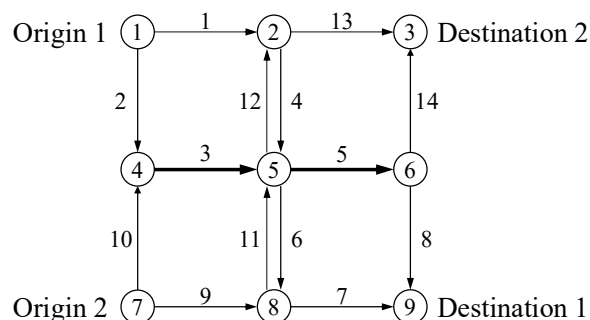


図-5.1 テストネットワーク 1

式(5.1)に示すのように、リンクの平均移動時間は BPR 関数により与え、平均移動費用、移動時間の分散はそれぞれ式(5.2), (5.3)で与えた。

$$\bar{t}_a(v_a) = \frac{l_a}{s_0} \cdot \left(1 + m \cdot \left(\frac{v_a}{c_a} \right)^n \right) \quad \forall a \in A \quad (5.1)$$

$$\bar{p}_a(v_a) = p_g \cdot \left(r_1 \cdot l_a \cdot \left(1 + m \cdot \left(\frac{v_a}{c_a} \right)^n \right) + r_2 \cdot l_a \right) \quad \forall a \in A \quad (5.2)$$

$$\bar{\sigma}_{ab}(v_{ab}) = \varepsilon \cdot (v_{ab})^2 \quad \forall a, b \in A \quad (5.3)$$

ここで、 l_a はリンク a の延長 (全リンク 10 [km]), s_0 は自由走行速度 (全リンク 60[km/hr]), m, n は BPR 関数のパラメータ ($m = 2.26, n = 5$), p_g はガソリンの価格 (140 [JPY/l]), 平均リンク交通容量 c_a は全リンク 100 [pcu/h]とした。 ε はリンク移動時間の共分散に関するパラメータ ($\varepsilon = 0.0025 \quad \forall a \in A$), r_1, r_2 は移動費用関数におけるパラメータを表す ($r_1 = 0.009, r_2 = 0.059$)。 (r_1, r_2 の算出方法に関しては内田 (2010)¹⁾ を参照されたい。) 簡単のため、リンク移動時間の共分散を表す関数として式(5.3)に示された関数を用いている。この関数は 3.3 節で定義された形と異なるものの、同様の形に変形できる。したがって、本節で示される数値実験を通して 3.4 節で示されたモデルの妥当性を議論できる。

5.2.2. 数値実験の結果

はじめに、各 OD ペアに共通する時間価値・時間信頼性価値 (40 [JPY/min], 10 [JPY/min²]) を設定し、移動時間のリンク間相関を 0 と仮定 ($v_{ab} = 0, \forall a \neq b$) して順問題を解き、観測交通量を求めた。平均 OD 交通量は、OD ペア 1 については $\hat{q}_1 = 200, \hat{e}_1 = 100$ とし、OD ペア 2 についても $\hat{q}_2 = 200, \hat{e}_2 = 100$ と設定した。こうして得られた観測交通量を所与として、3.4.1 節に示したシングルユーザークラス問題と 3.4.2 節に示したマルチユーザークラス問題を解いた。シングルユーザークラス問題では、2つの OD ペアを想定しているが、共通の時間価値・時間信頼性価値を有していると仮定している。一方、マルチユーザークラスでは OD ペアごとに時間価値・時間信頼性価値を持っているが、その値が同一になっていると仮定している。シングルユーザークラス問題とマルチユーザークラス問題では制約条件の数が異なるため、数学的には同型でない事に注意が必要である。シングルユーザークラス問題、マルチユーザークラス問題を解いた結果推計された平均リンク交通量は同一で、表-5.1 に示される値となった。また、シングルユーザークラス問題では時間価値・時間信頼性価値がそれぞれ 40.00 [JPY/min], 10.00 [JPY/min²] と推計され、マルチユーザークラス問題では時間価値・時間信頼性価値が OD ペア 1 に関してはそれぞれ 40.00 [JPY/min], 10.00 [JPY/min²], OD ペア 2 に関してはそれぞれ 40.00 [JPY/min], 10.00 [JPY/min²] と推計された。どちらの間

題を解いた場合においても，同一の平均リンク交通量，および時間価値・時間信頼性価値が推計され，3.4.2 節で新たに定式化したマルチユーザークラス問題は 3.4.1 節 (Uchida, 2014²⁾) で定式化されたシングルユーザークラス問題の自然な拡張形となっていることが確認された。

表-5.1 同一の観測交通量からシングル/マルチユーザークラスモデルで

推計されたリンク交通量

リンク	1	2	3	4	5	6	7
v_a [pcu/hour]	122.5	77.5	155.0	122.5	155.0	122.5	122.5
リンク	8	9	10	11	12	13	14
v_a [pcu/hour]	77.5	122.5	77.5	122.5	122.5	122.5	77.5

表-5.2 マルチユーザークラス型モデルによる推定結果

ODペア	1				2			
q_i [pcu/hour]	200				200			
経路	1	2	3	4	5	6	7	8
構成リンク	1-4-5-8	1-4-6-7	2-3-5-8	2-3-6-7	9-11- 5-14	9-11- 12-13	10-3- 5-14	10-3- 12-13
f_{ij} [pcu/hour]	54.0	71.6	20.4	54.0	54.3	72.4	18.9	54.3
$E[\Xi_{ij}]$ [min]	393.6	368.1	419.1	393.6	400.6	382.9	418.2	400.6
$E[\Gamma_{ij}]$ [JPY]	978.6	936.8	1020.4	978.6	990.0	961.1	1018.9	990.0
$\text{var}[\Xi_{ij}]$ [min ²]	312.1	418.4	205.8	312.1	314.4	426.3	202.5	314.4
$c_{ij}(\mathbf{F})$ [no unit]	19843	19843	19843	19843	14579	14579	14579	14579

VOT₁=40.04, VOR₁=10.01, VOT₂=30.02, VOR₂=5.00

次に，リンク移動時間の共分散を考慮し ($v_{ab} \geq 0, a \neq b$)，マルチユーザークラス型モデルの検証を行った．時間価値・時間信頼性価値は OD ペア 1 でそれぞれ 40 [JPY/min]，10 [JPY/min²]，OD ペア 2 でそれぞれ 30 [JPY/min]，5 [JPY/min²] と与えた．この場合における平均経路交通量の推計値は表-5.2 に表される．観測交通量から推計された時間価値・時間信頼性価値は表-5.2 下部に示されており，観測交通量を設定する際に用いた時間価値・時間信頼性価値がほぼ正確に推計されていることが確かめられた。

5.3. 観測リンク交通量を用いた時間価値・時間信頼性価値推定

5.3.1. 数値実験の設定

図-5.2は数値実験に用いるテストネットワーク (Nguyen-Dupuis Network³⁾) を示す。このテストネットワークは4つのODペア (ノード番号1→2, 1→3, 4→2, 4→3) を持ち、総リンク数は19本、それぞれ図に示されるリンク番号が与えられている。各ODペア内の経路および経路を構成するリンクは表-5.3に示される。

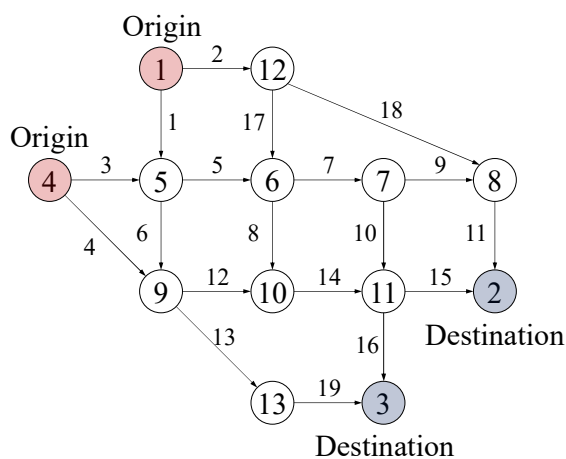


図-5.2. Nguyen-Dupuis network

表-5.3. OD, 経路の情報

OD	OD pair	Route	Link seq.	OD	OD pair	Route	Link seq.
1	1-2	1	2-18-11	3	4-2	15	4-12-14-15
		2	1-5-7-9-11			16	3-5-7-9-11
		3	1-5-7-10-15			17	3-5-7-10-15
		4	1-5-8-14-15			18	3-5-8-14-15
		5	1-6-12-14-15			19	3-6-12-14-15
		6	2-17-7-9-11			20	4-13-19
		7	2-17-7-10-15			21	4-12-14-16
		8	2-17-8-14-15			22	3-6-13-19
2	1-3	9	1-6-13-19	4	4-3	23	3-5-7-10-16
		10	1-5-7-10-16			24	3-5-8-14-16
		11	1-5-8-14-16			25	3-6-12-14-16
		12	1-6-12-14-16				
		13	2-17-7-10-16				
		14	2-17-8-14-16				

リンク移動時間の平均を表す関数は式(5.1)と同様に与え、リンク移動時間の分散・共分散は以下のように与えた。

$$\bar{\sigma}_{ab}(v_a, v_b) = \frac{m^2 \cdot n^2 \cdot l_a \cdot l_b}{(s_0)^2} \cdot \left(\frac{v_a \cdot v_b}{c_a \cdot c_b} \right)^n \cdot (g_{ab}^1 + g_{ab}^2 \cdot r_{ab} \cdot cv_a \cdot cv_b) \quad \forall a, b \in A \quad (5.4)$$

where

$$g_{ab}^1 = \left(1 + (cv_a^c)^2\right)^{n-1} \cdot \left(1 + (cv_b^c)^2\right)^{n-1} \cdot cv_a^c \cdot cv_b^c \cdot r_{ab}^c \quad \forall a, b \in A \quad (5.5)$$

$$g_{ab}^2 = g_{ab}^1 + \left(1 + (cv_a^c)^2\right)^n \cdot \left(1 + (cv_b^c)^2\right)^n \quad \forall a, b \in A \quad (5.6)$$

上式において用いられる記号の定義は前節で示された通りである。ここで、 c_a, s_0 は全リンクでそれぞれ 2000[pcu/hour], 60[km/hr]とし、 m, n はそれぞれ $m=1, n=3$ とした。 l_a は表-5.4 に示した通りである。式(5.5),(5.6)で用いられる cv_a^c, r_{ab}^c はそれぞれ確率的リンク交通容量の変動係数と相関係数を表す(全リンクおよびリンク間で $cv_a^c = 0.1, r_{ab}^c = 0.1$)。 cv_a, r_{ab} はそれぞれ確率的リンク交通量の変動係数と相関係数を表す。これらの値は、確率的経路交通量の平均値と所与とした確率的 OD 交通量の変動係数 cv_i (全 OD ペアで $cv_i = 0.1$) から算出される。式(5.4)に示された関数形は、Uchida (2015)⁴⁾ と同様に、BPR 型の移動時間関数にテイラー展開と Bras & Georgakakos (1989)⁵⁾ の示した方法を適用することで導出される。

表-5.4. リンク長 (単位 : km)

link	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
l_a	10	10	10	25	10	10	10	15	10	10	15	10	25	10	10	10	10	40	10

リンク移動費用は、以下に示されるようなリンク間距離に比例した移動費用 (Chen et al, 2016⁶⁾) を仮定する。

$$\bar{\rho}_a = \kappa_a \cdot l_a \quad \forall a \in A \quad (5.7)$$

ここで、 $\kappa_a \forall a \in A$ はパラメータで、全てのリンクで 10[JPY/km]とした。

交通量の真値は、所与の時間価値・時間信頼性価値と OD 交通量を所与として均衡配分を行った結果を用いた。均衡配分の結果、リンク交通量の平均値ベクトルと分散共分散行列を得ることが出来る。以降では交通量、交通容量のリンク間相関を考慮しない場合と考慮する場合の 2 パターンの数値実験が行われる。真値の計算においても、リンク間相関の有無を考慮するため、それぞれの場合で交通量の真値が異なる点に注意されたい。真値リンク交通量の平均ベクトル、分散共分散行列をそれぞれ $\mathbf{v}_c, \Sigma_c (c \in \{1, 2\})$ とおく。ここで、 $c=1$ はリンク間相関を考慮しない場合を表し、 $c=2$ は考慮する場合を表す。

所与とした時間価値・時間信頼性価値は 4 つの OD ペアで同一の値で、それぞれ 40[JPY/min], 20[JPY/ min²]とし、OD 交通量も同一の値 1,500[pcu]とした。また、先述の通

り OD 交通量の変動係数 cv_i は、全ての OD ペアで 0.1 としている。提案したモデルは OD ペアごとに異なる選好を持つドライバーを表現することができるが、ここでは簡単のために同一の選好を持つドライバーを仮定している。ただし、モデルの枠組みは OD ペアごとに異なる選好を考慮可能であるため、OD ペアごとに異なる時間価値・時間信頼性価値が推定可能である点に注意されたい。リンク交通量の真値は平均を v_c 、分散共分散行列を Σ_c に持つ多変量正規分布 $MVN(v_c, \Sigma_c)$ で与えられる。観測交通量は $MVN(v_c, \Sigma_c)$ からランダムサンプリングすることによって与える。

5.3.2. 交通量・交通容量のリンク間相関がない場合

交通量・交通容量のリンク間相関がない場合では、リンク移動時間の共分散について以下の関係が成り立つ。

$$\tilde{\sigma}_{ab}(v_a, v_b) = 0 \quad \forall a \in A, \forall b \in (A - a) \quad (5.8)$$

また、 Σ_1 は非対角要素が 0 となる。相関を考慮しない場合では、観測回数が 30 回と 100 回の 2 つの場合で推定を行った。

表-5.5. リンク交通量の平均および標準偏差の真値と推定値（単位はすべて pcu/hour）

リンク	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
真値（平均）	1255	1745	1879	1121	1655	1479	1891	648	706	1185
真値（標準偏差）	94	127	135	82	102	92	106	33	52	71
観測回数: 30										
推定値（平均）	1267	1742	1857	1141	1649	1474	1892	644	713	1179
推定値（標準偏差）	99	134	133	86	95	89	101	36	51	64
観測回数: 100										
推定値（平均）	1264	1744	1866	1113	1651	1479	1888	652	707	1182
推定値（標準偏差）	98	133	133	83	94	88	100	37	50	65
リンク	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
真値（平均）	1567	1301	1299	1949	1433	1701	885	860	1299	
真値（標準偏差）	120	85	92	108	111	120	69	86	92	
観測回数: 30										
推定値（平均）	1568	1302	1313	1946	1444	1681	886	856	1313	
推定値（標準偏差）	125	80	98	108	112	121	63	86	98	
観測回数: 100										
推定値（平均）	1561	1293	1299	1946	1428	1699	889	854	1299	
推定値（標準偏差）	124	78	97	106	111	122	64	85	97	

表-5.5 は推定されたリンク交通量の平均と標準偏差とそれらの真値を表している。リンク交通量の確率分布の真値・推定値が共にわかっているため、KL-情報量を指標として、観測回数別で推定精度の比較を行う。観測回数が 30 回と 100 回それぞれの場合で、KL-情報量が 0.155, 0.088 と算出された。観測回数の増加に伴って KL-情報量が減少しているため、観測回数の増加により推定精度が上昇することが示された。

推定された時間価値・時間信頼性価値の中央値, 平均値, 変動係数および相関係数は表-5.6 および表-5.7 で示される。ただし, 表-5.6 はリンク交通量の観測回数が 30 回, 表-5.7 は観測回数が 100 回の場合をそれぞれ示している。3.5 節に示した通り, 推定されるパラメータは多変量対数正規分布 ($\exp(\Lambda_i)$ $\exp(\Omega_i)$ $\exp(\Gamma_i)$) の中央値 $\lambda_i^* = \exp(\hat{\lambda}_i)$, $\omega_i^* = \exp(\hat{\omega}_i)$, $\gamma_i^* = \exp(\hat{\gamma}_i)$ であり, 推定される時間価値・時間信頼性価値もそれぞれ $\exp(\Lambda_i)/\exp(\Omega_i)$, $\exp(\Gamma_i)/\exp(\Omega_i)$ で表される対数正規分布に従う。推定される時間価値・時間信頼性価値の中央値は λ_i^*/ω_i^* , γ_i^*/ω_i^* によって表される。表-5.6 および表-5.7 に示される時間価値・時間信頼性価値の平均値および分散・共分散はそれぞれ以下のように計算される。

$$E[\exp(\Lambda_i)/\exp(\Omega_i)] = \exp\left\{\hat{\lambda}_i - \hat{\omega}_i + \frac{1}{2} \cdot (\text{var}[\Lambda_i] + \text{var}[\Omega_i] + 2 \cdot \text{cov}[\Lambda_i, \Omega_i])\right\} \quad \forall i \in I \quad (5.9)$$

$$E[\exp(\Gamma_i)/\exp(\Omega_i)] = \exp\left\{\hat{\gamma}_i - \hat{\omega}_i + \frac{1}{2} \cdot (\text{var}[\Gamma_i] + \text{var}[\Omega_i] + 2 \cdot \text{cov}[\Gamma_i, \Omega_i])\right\} \quad \forall i \in I \quad (5.10)$$

$$\begin{aligned} & \text{cov}[\exp(\Lambda_i)/\exp(\Omega_i), \exp(\Lambda_k)/\exp(\Omega_k)] \\ &= E[\exp(\Lambda_i)/\exp(\Omega_i)] \cdot E[\exp(\Lambda_k)/\exp(\Omega_k)] \cdot \quad \forall i, k \in I \quad (5.11) \\ & \quad \{\exp\{\text{cov}[\Lambda_i, \Lambda_k] + \text{cov}[\Omega_i, \Omega_k] + \text{cov}[\Lambda_i, \Omega_k] + \text{cov}[\Omega_i, \Lambda_k]\} - 1\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{cov}[\exp(\Gamma_i)/\exp(\Omega_i), \exp(\Gamma_k)/\exp(\Omega_k)] \\ &= E[\exp(\Gamma_i)/\exp(\Omega_i)] \cdot E[\exp(\Gamma_k)/\exp(\Omega_k)] \cdot \quad \forall i \in I \quad (5.12) \\ & \quad \{\exp\{\text{cov}[\Gamma_i, \Gamma_k] + \text{cov}[\Omega_i, \Omega_k] + \text{cov}[\Gamma_i, \Omega_k] + \text{cov}[\Omega_i, \Gamma_k]\} - 1\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{cov}[\exp(\Gamma_i)/\exp(\Omega_i), \exp(\Lambda_k)/\exp(\Omega_k)] \\ &= E[\exp(\Gamma_i)/\exp(\Omega_i)] \cdot E[\exp(\Lambda_k)/\exp(\Omega_k)] \cdot \quad \forall i \in I \quad (5.13) \\ & \quad \{\exp\{\text{cov}[\Gamma_i, \Lambda_k] + \text{cov}[\Gamma_i, \Omega_k] + \text{cov}[\Omega_i, \Omega_k] + \text{cov}[\Omega_i, \Gamma_k]\} - 1\} \end{aligned}$$

3.5 節で示された通り, 推定したパラメータは対数正規分布の中央値に相当している。観測回数が 30 回の場合で, 時間価値と時間信頼性価値の中央値の比は, すべての OD ペアで 1.81 となった。観測回数が 100 回の場合で, この値はすべての OD ペアで 1.99 となった。

これら値の真値は 2.00 と与えていることから, 時間価値と時間信頼性価値の比率は高い精度で推定されている事が分かる。また, 観測回数 100 回の方が, 時間価値と時間信頼性価値の比率だけでなくそれぞれの値自体が真値に近い事が分かる。また, 観測回数 30 回と 100 回のどちらでも同一 OD ペアにおける時間価値・時間信頼性価値の相関が大きい事が分かる。また, 異なる OD ペアにおける時間価値・時間信頼性価値の相関は異なっている部分があるが, これは観測されたデータセットの違いによるものと考えられる。

表-5.6. 推定された時間価値・時間信頼性価値（データ数 30）

	VOT (1-2)	VOR (1-2)	VOT (1-3)	VOR (1-3)	VOT (4-2)	VOR (4-2)	VOT (4-3)	VOR (4-3)
中央値	31.05	17.12	63.04	34.74	62.65	34.60	63.03	34.74
平均値	61.22	35.96	130.09	68.39	151.05	99.20	175.00	81.94
変動係数 ($\times 10^{-2}$)	169.88	184.67	180.52	169.55	219.37	268.70	259.01	213.61
相関係数 ($\times 10^2$)	VOT (1-2)	VOR (1-2)	VOT (1-3)	VOR (1-3)	VOT (4-2)	VOR (4-2)	VOT (4-3)	VOR (4-3)
VOT (OD: 1-2)	100.00	96.35	-1.66	-4.09	2.85	6.12	-2.77	-7.47
VOR (OD: 1-2)		100.00	-0.51	-1.13	3.53	7.83	-1.85	-5.09
VOT (OD: 1-3)			100.00	96.45	-5.00	-1.47	7.10	2.70
VOR (OD: 1-3)				100.00	-6.81	-2.03	5.22	2.19
VOT (OD: 4-2)					100.00	96.84	-7.41	-10.99
VOR (OD: 4-2)						100.00	-4.65	-7.04
VOT (OD: 4-3)							100.00	96.30
VOR (OD: 4-3)								100.00

表-5.7. 推定された時間価値・時間信頼性価値（データ数 100）

	VOT (1-2)	VOR (1-2)	VOT (1-3)	VOR (1-3)	VOT (4-2)	VOR (4-2)	VOT (4-3)	VOR (4-3)
中央値	39.02	19.64	43.14	21.72	43.14	21.72	43.11	21.71
平均値	80.32	39.84	82.23	41.70	92.21	47.36	92.51	44.10
変動係数 ($\times 10^{-2}$)	179.95	176.47	162.25	163.86	188.94	193.82	189.88	176.86
相関係数 ($\times 10^2$)	VOT (1-2)	VOR (1-2)	VOT (1-3)	VOR (1-3)	VOT (4-2)	VOR (4-2)	VOT (4-3)	VOR (4-3)
VOT (OD: 1-2)	100.00	99.67	1.00	1.15	-6.97	-6.39	11.30	9.80
VOR (OD: 1-2)		100.00	0.39	0.73	-7.49	-6.79	10.75	9.43
VOT (OD: 1-3)			100.00	99.65	1.77	2.34	1.37	-0.49
VOR (OD: 1-3)				100.00	1.91	2.64	1.51	-0.14
VOT (OD: 4-2)					100.00	99.68	-7.63	-9.34
VOR (OD: 4-2)						100.00	-7.04	-8.60
VOT (OD: 4-3)							100.00	99.71
VOR (OD: 4-3)								100.00

5.3.3. 交通量・交通容量のリンク間相関がある場合

本節では前節と異なり、交通量・交通容量のリンク間相関を考慮した推定を行う。この場合では、リンク移動時間も相関を持つ。リンク間相関を考慮した場合には、観測回数が30回では有効な解を得ることができなかつたため、観測回数が100回の場合のみの結果を示す。表-5.8は経路交通量の真値と推定値の平均を表している。推定経路交通量の平均値が真値に近いことから、モデルによって経路交通量が精度高く推定されることが示された。また、表-5.9は推定されたリンク交通量の平均と標準偏差とそれらの真値を表している。推定結果から算出されるKL-情報量は0.165となった。前節で行った推定と比較して、KL-情報量が大きい傾向が見られ、推定精度が少し低下した。したがって、リンク間相関を考慮する場合では推定精度が低下する可能性が示された。

表-5.8. 経路交通量の真値と推定値の平均（単位：pcu/hour）

ODペア	1-2								1-3					
経路番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
真値（平均）	866	185	53	63	0	0	318	15	256	226	205	244	406	162
真値 （標準偏差）	862	192	42	71	8	8	323	3	203	265	175	285	400	181
ODペア	4-2						4-3							
経路番号	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25			
真値（平均）	379	517	110	230	264	547	225	516	44	26	141			
真値 （標準偏差）	474	511	111	213	194	540	118	566	18	67	175			

表-5.9. リンク交通量の平均および標準偏差の真値と推定値（単位：pcu/hour）

リンク	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
真値（平均）	1232	1768	1848	1152	1658	1422	1860	701	702	1158
真値（標準偏差）	98	133	134	86	101	87	105	44	55	74
推定値（平均）	1243	1778	1854	1132	1665	1432	1871	710	712	1159
推定値（標準偏差）	98	133	132	81	100	91	107	43	55	77
リンク	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
真値（平均）	1568	1254	1320	1955	1432	1680	902	866	1320	
真値（標準偏差）	117	78	109	114	108	132	66	87	109	
推定値（平均）	1574	1255	1310	1965	1439	1684	916	862	1310	
推定値（標準偏差）	118	78	112	115	109	136	67	86	112	

推定された時間価値・時間信頼性価値の中央値，平均値，変動係数および相関係数は表-5.10に示される．推定された時間価値と時間信頼性価値の中央値の比は，OD ペア 1-2 で 2.50，OD ペア 1-3 で 1.85，OD ペア 4-2 で 3.05 ， OD ペア 4-3 で 2.37 となった．この値は真値ではすべての OD ペアで 2.00 となる．真値と比較すると，推定された時間価値・時間信頼性価値の比は大きく外れてはいないと考えられる．しかし，時間価値・時間信頼性価値自体の推定結果は真値と大きく異なっている．一方で，推定された時間価値・時間信頼性価値の変動係数はリンク間相関を考慮しない場合より小さくなっている．

表-5.10. 推定された時間価値・時間信頼性価値

	VOT (1-2)	VOR (1-2)	VOT (1-3)	VOR (1-3)	VOT (4-2)	VOR (4-2)	VOT (4-3)	VOR (4-3)
中央値	54.76	21.93	21.59	11.70	103.80	34.09	38.42	16.19
平均値	274.15	112.61	64.86	33.60	114.20	37.81	39.30	16.59
変動係数 ($\times 10^{-2}$)	490.56	503.59	283.29	269.31	45.86	48.00	21.54	22.54
相関係数 ($\times 10^2$)	VOT (1-2)	VOR (1-2)	VOT (1-3)	VOR (1-3)	VOT (4-2)	VOR (4-2)	VOT (4-3)	VOR (4-3)
VOT (OD: 1-2)	100.00	99.96	-4.77	-5.07	4.13	4.00	6.75	6.38
VOR (OD: 1-2)		100.00	-4.48	-4.76	5.88	5.71	12.34	11.84
VOT (OD: 1-3)			100.00	99.81	-3.21	-2.55	4.53	4.42
VOR (OD: 1-3)				100.00	-5.04	-4.12	-1.72	-1.05
VOT (OD: 4-2)					100.00	99.57	-10.48	-8.58
VOR (OD: 4-2)						100.00	-2.47	1.03
VOT (OD: 4-3)							100.00	97.09
VOR (OD: 4-3)								100.00

5.4. 便益推計

5.4.1. テストネットワークにおける道路事業の便益推計

ここでは小規模なテストネットワークにおける仮想の道路事業を対象に，4章で示された便益推計手法を適用する．観測交通量は，OD 交通量と OD ペア毎に異なる時間価値・時間信頼性価値を設定し，それらを所与として 3.3 節で示されたリスク回避的なドライバーの経路選択問題（式(3.20)-(3.26)）を解くことで与える．

本節で行う数値実験では，5.2 節と同様に図-5.1 で示されるテストネットワークを用いる．リンクの平均移動時間，平均移動費用，移動時間の分散・共分散も 5.2 節と同様に，式(5.1)-(5.3)に示された関数によって表現できると仮定する．また，式(5.1)-(5.3)で用いられる

リンク長 l_a 等のパラメータも 5.2 節と同一の値を与える。ただし、交通容量は全てのリンクで 150[pcu/hour]，リンク移動時間の共分散に関するパラメータ ε は、 $\varepsilon = 0.0009$ とした。5.2 節で示された結果では、経路移動時間の平均と分散が非常に大きく、例えば経路 1 の移動時間の平均と分散はそれぞれ 6 時間程度と非常に大きくなっていた。また、5.2 節で用いられたパラメータをすべて用いると、本節で想定する道路事業によって、移動時間が極端に大きく変化してしまう。極端なケース以外でも便益推計が行える事を示すため、交通容量とリンク移動時間の共分散に関するパラメータ ε のみ 5.2 節で用いたパラメータから変更している。観測交通量の計算には OD 交通量，時間価値，時間信頼性価値を 2 つの OD ペアに対してそれぞれ 200[pcu/hour]，40 [JPY/min]，10 [JPY/min²] と設定した。2 つの OD ペアに同一の値を設定したのは、後に示される交通施策による OD 交通量，時間価値，時間信頼性価値の変動をそれぞれの OD ペアで比較するためである。このような設定で算出された観測交通量から求められる効用関数のパラメータ α_1 ， α_2 はそれぞれ 0.5 となる。表-5.11 は観測リンク交通量を表す。

表-5.11. 観測リンク交通量 (単位はすべてpcu/hour)

Link	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
v_a	126	74	149	126	149	126	126	74	126	74	126	126	126	74

表-5.12. 交通施策前の OD および経路交通量と経路評価値

OD	1				2			
$E[Q_i]$ [pcu/hour]	200				200			
Route	1	2	3	4	5	6	7	8
Link seq.	1-4-5-8	1-4-6-7	2-3-5-8	2-3-6-7	9-11-5-14	9-11-12-13	10-3-5-14	10-3-12-13
$E[F_{ij}]$ [pcu/hour]	54	72	20	54	54	72	20	54
$E[\Xi_{ij}]$ [min]	87.4	83.4	91.5	87.4	87.4	83.4	91.5	87.4
$E[\Gamma_{ij}]$ [JPY]	477.6	470.9	484.2	477.6	477.6	470.9	484.2	477.6
$\text{var}[\Xi_{ij}]$ [min ²]	50.1	67.0	33.2	50.1	50.1	67.0	33.2	50.1
$c_{ij}(\mathbf{F})$ [no unit]	4,475	4,475	4,475	4,475	4,475	4,475	4,475	4,475

まず、道路事業前の状態で MU-NCP を解く。この時、ネットワーク上の変数は観測交通量を算出したときの値と同一であるため、観測交通量の算出に用いたものと同一の時間価値・時間信頼性価値と観測交通量と同一の経路およびリンク交通量が推定される。表-5.12 は交通施策前の OD および経路交通量と経路評価値を表している。また、交通施策前のリンク交通量は表-5.13 で表される。表-5.13 の対角成分はそのリンクを通る平均交通量 v_a ，それ以外の成分は二つのリンクを通る平均交通量 v_{ab} を表している。表-5.13 の値を式(5.1)-(5.3) に代入することで、道路事業前のリンクの平均移動時間、平均移動費用、移動時間の共分散を算出することが出来る。

次に、リンク 1 の平均交通容量を 150[pcu/hour]から 200[pcu/hour]に増加させる道路事業を想定する。これにより、新たな均衡状態が形成されることになる。道路事業後の交通容量を用いて、MU-NCP を解いた結果得られる交通量と経路評価値は表-5.14 に示される。また、交通施策前のリンク交通量は表-5.15 で表される。

表-5.13. 交通施策前のリンク交通量（単位は全て pcu/hour）

Link	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	126	0	0	126	54	72	72	54	0	0	0	0	0	0
2	:	74	74	0	20	54	54	20	0	0	0	0	0	0
3		:	149	0	40	54	54	20	0	74	0	54	54	20
4			:	126	54	72	72	54	0	0	0	0	0	0
5				:	149	0	0	74	54	20	54	0	0	74
6					:	126	126	0	0	0	0	0	0	0
7						:	126	0	0	0	0	0	0	0
8							:	74	0	0	0	0	0	0
9								:	126	0	126	72	72	54
10									:	74	0	54	54	20
11										:	126	72	72	54
12											:	126	126	0
13												:	126	0
14													:	74

表-5.14. 交通施策後の OD および経路交通量と経路評価値

OD	1				2			
$E[Q_i]$ [pcu/hour]	204.05 (+4.05)				201.01 (+1.01)			
Route	1	2	3	4	5	6	7	8
Link seq.	1-4-5-8	1-4-6-7	2-3-5-8	2-3-6-7	9-11- 5-14	9-11- 12-13	10-3- 5-14	10-3- 12-13
$E[F_{ij}]$ [pcu/hour]	59 (+5.1)	77 (+4.8)	17 (-3.3)	51 (-2.7)	52 (-1.8)	71 (-0.3)	22 (+1.6)	56 (+1.6)
$E[\Xi_{ij}]$ [min]	86.9 (-0.5)	83.3 (-0.1)	90.4 (-1.1)	86.8 (-0.6)	87.0 (-0.4)	82.7 (-0.7)	90.7 (-0.8)	86.4 (-1.0)
$E[\Gamma_{ij}]$ [JPY]	476.7 (-0.9)	470.8 (-0.1)	482.5 (-1.7)	476.6 (-1.0)	477.0 (-0.6)	469.9 (-1.0)	483.0 (-1.2)	476.0 (-1.6)
var $[\Xi_{ij}]$ [min ²]	48.4 (-1.7)	65.1 (-1.9)	32.0 (-1.2)	48.7 (-1.4)	48.8 (-1.3)	66.6 (-0.4)	33.6 (+0.4)	51.4 (+1.3)
$c_{ij}(\mathbf{F})$ [no unit]	4,387 (-88)	4,387 (-88)	4,387 (-88)	4,387 (-88)	4,453 (-22)	4,453 (-22)	4,453 (-22)	4,453 (-22)

表-5.15. 交通施策後のリンク交通量（単位は全て pcu/hour）

Link	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	136	0	0	136	59	76	76	59	0	0	0	0	0	0
2	:	68	68	0	17	51	51	17	0	0	0	0	0	0
3		:	146	0	39	51	51	17	0	77	0	56	56	22
4			:	136	59	76	76	59	0	0	0	0	0	0
5				:	150	0	0	76	52	22	52	0	0	74
6					:	128	128	0	0	0	0	0	0	0
7						:	128	0	0	0	0	0	0	0
8							:	76	0	0	0	0	0	0
9								:	124	0	124	71	71	52
10									:	77	0	56	56	22
11										:	124	71	71	52
12											:	127	127	0
13												:	127	0
14													:	74

4章で議論した通り、道路事業後に平均移動時間、平均移動費用、移動時間の分散に対する限界効用が変化する。この数値実験では、移動時間の分散に対する限界効用のみが変わると仮定する。したがって、道路事業前後で時間信頼性価値のみが変化し、時間価値は変化しない。道路事業後の時間信頼性価値はODペア1で9.00 [JPY/min]、ODペア2で10.13 [JPY/min²]と推定された。表-5.14で括弧内の値は施策前の値との比較を表し、プラスは増加、マイナスは減少したことを示す。拡張したリンクを含む経路1と2では交通量が増加し経路評価値が増加している。一方、経路3と4では交通量と経路評価値がともに減少している。この変化は経路3と4を選択していた利用者が交通施策による経路評価値の変化から経路1と2に移動したためであると考えられる。こうした経路交通量の変化と時間信頼性価値の減少により、経路評価値が減少したため、OD交通量が増加したものと考えられる。ODペア2では、経路5と6の交通量が減少し、経路7と8の交通量が増加している。これらの変化は、双方のODペアに共通しているリンク3の交通量の減少によって生じている。リンク3上の交通量の内、ODペア1に属する交通量は、6.0[pcu/hour]だけ減少している。こうした交通量の変化と時間信頼性価値の上昇によるODペア2のOD交通量が増加に伴ってODペア間の経路一般化費用が減少している。

交通施策前後の交通量から、4章で示した交通の仮想的な価格 p_i の交通施策前後における値が求められる。これを用いることで、4章で示された[PP-MU-2]を定義することが出来る。交通施策前後の p_i^{wo} 、 p_i^w は表-5.16に示される。これらの値を4章で示された需要関数に代入することで算出される交通施策前後のOD交通量は表-5.16に示される。交通施策による p_i の減少によってOD交通量が増加している事が分かる。ここで、表-5.14と表-5.16で示されるOD交通量を比較すると、PP-MUを解くことで得られるOD交通量とPP-MU-2を解くことで得られるOD交通量がほとんど一致することが分かる。また、道路事業による利用者便益がCV、CSによって表-5.16に示されるように表現される。この値は、式(4.24)に示された p_i と一般化費用 g_i の対応関係を用いることで貨幣価値化されている。

表-5.16. 交通施策前後のOD交通量、仮想価格 p_i 、一般化費用と交通施策による補償変分CV、消費者余剰CS

OD	q_i^{wo} [pcu/hour]	q_i^w [pcu/hour]	p_i^{wo}	p_i^w	g_i^{wo} [JPY]	g_i^w [JPY]	CV [JPY]	CS_i [JPY]	CS [JPY]
1	200.0	204.5	18.20	17.80	4475	4387	370.36	298.04	372.65
2	200.0	201.1	18.20	18.10	4475	4453		74.61	

5.4.2. 既存の便益推計手法を用いた結果との比較

本節では、同一の道路事業に対して総交通費用アプローチ、需要変動型確定的利用者均衡配分に基づいて推計された利用者便益と、4節で示された手法によって推計された利用者

便益を比較する。

本節で行う数値実験では、5.3 節と同様に図-5.2 で示されるテストネットワークを用いる。リンクの平均移動時間、平均移動費用、移動時間の分散・共分散を表す関数には、5.4.1 節で用いられた関数を用いる。リンク長と平均リンク交通容量は表-5.17 に示される値を用い、それ以外は 5.4.1.節と同様の値を用いる。

表-5.17. リンク長と平均リンク交通容量

Link	Link length l_a [km]	Link capacity c_a [pcu/hour]	Link	Link length l_a [km]	Link capacity c_a [pcu/min]
1	10	1500	11	10	1500
2	10	1500	12	10	1500
3	10	1500	13	20	1500
4	20	1500	14	10	1500
5	10	1500	15	10	1500
6	10	1500	16	10	1500
7	10	1500	17	10	1500
8	10	1500	18	30	1500
9	10	1500	19	10	1500
10	10	1500			

観測交通量の計算には、時間価値、時間信頼性価値をすべての OD ペアに対してそれぞれ 40 [JPY/min], 10 [JPY/min²]と設定し、OD 交通量は OD ペア 1 と 4 で 1500[pcu/hour], 2 と 3 で 1000 [pcu/hour]と設定した。

本節では以下の 3 つのケースで結果を比較する。

- Case1. 交通施策前後でOD交通量と時間価値・時間信頼性価値が一定である場合。このケースは、総交通費用アプローチを用いた便益推計と等価である。
- Case2. 交通施策前後でOD交通量は変化するが、時間価値・時間信頼性価値が一定である場合。このケースは、PP-MUから推定される需要関数に基づく、需要変動型確定的利用者均衡配分モデルを用いた便益推計と等価である。ただし、このモデルでは、交通施策後の制約条件等は考えていない。
- Case3. 交通施策前後でOD交通量、時間価値・時間信頼性価値が変化する場合。このケースは、4章で示された手法を用いた便益推計と等価である。

上記の 3 つのケースで、リンク 8 の交通容量を 1500 [pcu/hour]から 10 [pcu/hour]ずつ 2000 [pcu/hour]まで増加させる道路事業を対象に便益推計を行う。ただし、Case1 と 2 では、CV

を計算することが出来ないため、CS によって便益を計測する。図-5.3 は各ケースで推計された CS の変動を表している。図-5.3 に示される通り、Case1 が最も大きく、次いで Case2, 3 という順で CS が推定されている。Case1 では道路投資に伴う OD 交通量変動がないため、経路の一般化費用がほかのケースに比べて大きく下がったことで、最も大きな CS が推定されているものと考えられる。Case2, 3 は道路投資に伴う OD 交通量変動があるものの、それに伴って経路の一般化費用の減少が抑えられてしまい、Case1 よりも小さな CS が推定されていると考えられる。Case3 では、道路投資に伴って時間信頼性価値が変化している。リンク 8 の交通容量が 2000 [pcu/hour] になった時には、時間信頼性価値が OD ペア 1 で 8.09 [JPY/min²], OD ペア 2 で 9.43 [JPY/min²], OD ペア 3 で 7.95 [JPY/min²], OD ペア 4 で 9.25 [JPY/min²] に変化している。このように、時間信頼性価値がすべての OD ペアで減少しているため、Case2 より Case3 の方が経路の一般化費用が減少している。ただし、リンク 8 の交通容量が 2000 [pcu/hour] になった時の OD 交通量はそれぞれの OD ペアに対して Case2 では 1545, 1027, 997, 1495 [pcu/min], Case3 では 1557, 1027, 1005, 1495 [pcu/min] となっている。Case2 に比べて Case3 で推計された便益が小さいのは、時間信頼性価値が減少したこと起因すると考えられる。同程度の移動時間の分散の減少に対して得られる利用者の便益が、時間信頼性価値の減少によって小さくなるためである。このように、提案した手法によって推計される便益が、既存の手法によって推計される便益と異なる可能性が存在することが示された。

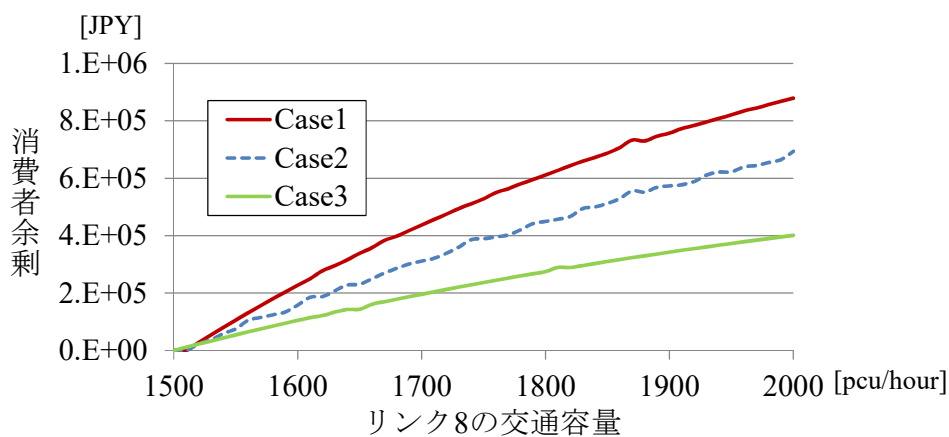


図-5.3. 推計された消費者余剰

第5章 参考文献

- 1) 内田賢悦, 2010. 二酸化炭素排出量最小化原則に基づく均衡配分モデルの提案. 環境システム研究論文集, Vol. 38, pp.101–108.
- 2) Uchida, K., 2014. Estimating the value of travel time and of travel time reliability in road networks. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.66, pp.129–147.
- 3) Nguyen, S., Dupuis, C., 1984. An efficient method for computing traffic equilibria in networks with asymmetric transportation costs. *Transportation Science*, Vol.18, pp.185–202.
- 4) Uchida, K., 2015. Travel time reliability estimation model using observed link flows in a road network. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol.30, No.6, pp.449–463.
- 5) Bras, R.L. Georgakakos, K.P., 1980. Real time nonlinear filtering techniques in streamflow forecasting: a statistical linearization approach. *Proceedings of the 3rd International Symposium on Stochastic Hydraulics*, pp.95–105.
- 6) Chen, X.M., Xiong, C., He, X., Zhu, Z., Zhang, L., 2016. Time-of-day vehicle mileage fees for congestion mitigation and revenue generation: A simulation-based optimization method and its real-world application. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol.63, pp.71–95.

第6章

結論

6.1. 本研究の成果

道路事業の実施に先立って、費用便益分析による事業評価が行われている。そうした道路事業に対する便益推計を適切に行うためには、道路利用者が道路サービスに対して何を求めているのかを正確に把握する必要がある。近年の経済・社会活動の高度化に伴って、単なる道路サービスの向上だけではなくそのサービスを安定的に提供することが求められるようになってきた。しかし、現行の道路事業に関する費用便益分析マニュアルでは、走行時間短縮便益・走行経費減少便益・交通事故減少便益の3つが計上されており、サービスの安定性向上による便益は計上されていない。道路ネットワークは、天候や事故等の様々な不確実性に晒されている。こうした不確実性は道路ネットワーク上の移動時間の決定要因に間接的あるいは直接的に影響を与え、結果的に移動時間の確率的変動をもたらす。道路利用者は、日々変動する移動時間を事前に正確に知ることは出来ないため、遅着・早着といった思わぬ不利益を被る事がある。こういった不利益を被るリスクを避けるため、道路利用者は移動時間の不確実性の高い経路を忌避する傾向にある。このように、移動時間の不確実性は道路利用者の経路選択行動に影響する。実証研究においても、道路利用者の経路選択行動と移動時間の不確実性において強い関連性があることが指摘されている。また、移動時間のバラつきが大きい場合、一般的な道路利用者は平均的な移動時間だけでなく遅着しないための余裕時間も見積もって出発時間を決定する。したがって、移動時間のバラつきが小さくなれば、余裕時間を少なく見積もる事ができ、実質的な移動時間は短縮される。道路事業を行うと移動時間の平均値だけではなくそのバラツキも変化する。上記のように道路利用者が移動時間の不確実性を考慮した交通行動を行うため、移動時間のバラツキの程度が改善（時間信頼性が向上）すると道路利用者の便益が発生する。本研究では、道路事業によって時間信頼性が向上する事で発生する便益を推計するための技術開発を行った。

時間信頼性向上便益を推計する上で、時間信頼性の向上に対する道路利用者の支払い意思額（時間信頼性価値）を設定する必要がある。時間信頼性価値に関する研究は、古典的な時間価値に関する理論研究を背景に発展してきた。時間信頼性価値に関する理論研究では、個人の行動モデルを基本とした経路や出発時間の選択といった意思決定状況を想定している。しかし、ネットワーク上の道路利用者はトリップ単位でそうした意思決定を行うと考えられる。一般的に、ネットワーク上の確率的な移動時間変動と関連付けられた道路利用者の行動データを取得することは難しいため、SPデータなどを用いた時間信頼性価値推定が行われている。一方で、移動時間に関する十分な情報が存在しない場合に、ネットワークレベルの移動時間の不確実性を分析するモデルとして、ネットワーク上の不確実性を導入した確率均衡配分モデルが提案されている。確率均衡配分モデルでは、交通需要や交通容量などを確率変数として表現することによって、あるいは確率的な経路選択行動を想定することによって、移動時間の確率分布が解析的に表現される。従来、時間信頼性価

値に関する研究と、確率均衡配分モデルに関する研究は別々に行われてきたが、近年これら二つの研究を同一の枠組みで扱う確率均衡配分内生型の時間価値・時間信頼性価値同時推定モデルが提案された。このモデルは、ネットワーク上の道路利用者の最適行動を制約条件とする効用最大化問題として定式化されており、確率均衡配分モデルと等価な問題構造を有する。

上記の確率均衡配分内生型の時間価値・時間信頼性価値同時推定モデルでは、道路ネットワーク上の利用者全てが同一の選好を持つと仮定されているが、本研究ではこの仮定を緩和し、道路利用者の選好の異質性を考慮可能なモデルへと拡張した。また、これまでのモデルでは、ネットワーク上のリンク、経路、OD交通量が全て観測可能であると仮定されていた。しかし、経路交通量とOD交通量を観測するためには、アンケート調査等を実施する必要があり、ネットワークレベルでこれらのデータを直接観測することは困難であるだけでなく、多くの時間と費用が費やされることになる。一方で、リンク交通量はトラフィックカウンター等によるデータ取得が可能であるため、観測コストが低い。本研究では、これまでのモデルを拡張することによって、観測可能性の高いリンク交通量から時間価値・時間信頼性価値を推定する手法を提案した。提案手法は、道路ネットワーク上の利用者の効用最大化問題の最適性条件を均衡制約に持つ尤度最大化問題として定式化した。

また、移動時間の不確実性を考慮した便益推計には、移動時間の不確実性を考慮した道路利用者の経路選択行動を表現した上で、ミクロ経済学理論に準拠した方法によって道路事業実施による便益を推計する必要がある。本研究では、確率均衡配分内生型の時間価値・時間信頼性価値同時推定モデルとミクロ経済学理論を統合した、移動時間の不確実性を考慮可能な便益推計手法の提案も行った。ここで、提案した手法は確率均衡配分内生型の時間価値・時間信頼性価値同時推定モデルを内生化しているため、交通需要予測と便益推計を同一の枠組みで捉える事が可能である。したがって、本研究で提案した手法は、既存研究において別々の理論的な枠組みで分析されてきた、交通需要予測と便益推計の二つの研究分野の間隙を埋める便益推計手法と位置づけることができる。さらに、提案した手法は、交通状況の変化による時間価値・時間信頼性価値の変動を考慮して便益推計を行う事が出来る。従来から時間価値の変動特性が指摘されてきたが、それを考慮した便益推計手法は示されていなかった。道路事業評価の便益推計において、これまで消費者余剰を便益として捉えていたが、道路事業の前後で道路利用者の選好が変化する状況は消費者余剰を用いた分析を行う事ができない。このため、提案した手法ではミクロ経済学理論に則り補償変分や等価変分から便益を推計している。さらに提案した手法では、これまでは扱いが困難であった災害時のネットワーク分断等、交通需要が0になる状況も分析可能であり、そうした非日常時を対象とした道路事業評価にも有用である。

以上のように、本研究は移動時間の不確実性を考慮した便益推計に向けた理論モデルの構築を行っただけでなく、観測可能性の高いデータを用いた分析を行う手法を提案した。また、テストネットワークを対象とした数値実験を行い、モデル・手法の妥当性を示した。

6.2. 本研究の課題

本研究における今後の課題として、以下の点が挙げられる。

- (1) 観測リンク交通量を用いた時間価値・時間信頼性価値推定では、ネットワーク上の全てのリンクで交通量が観測可能である事を仮定していた。しかし、現実的にはネットワーク上に観測されていないリンクが混在する。こういった場合、観測リンク交通量から非観測リンクの交通量を推定する手法 (外井ら, 1989¹⁾) や、OD 交通量推定 (例えば Hazelton, 2000²⁾) の応用によって、すべてのリンク交通量を推定することが可能であると思われる。ただし、これを複数回観測するためには、リンク交通量の日変動まで考慮可能な非観測リンクの交通量推定手法が求められる。
- (2) 本研究では、交通ネットワークの静的配分モデルにおいて移動時間の設定に広く用いられる BPR 関数等を応用して、移動時間の分散や共分散を解析的に表現している。したがって、移動時間関数の推定は、移動時間の不確実性を考慮した分析を行う上で重要な意味合いを持つ。近年、情報技術の発達により交通ネットワーク上の多くの情報が得られるようになってきており、こうしたデータを有機的に利用することで高い精度で移動時間関数の推定を行う事が可能になると考えられる。データの持つ特性を考慮した推定・分析手法を新たに提案する事によって、こうしたデータを有効に利用し、本研究で提案したモデルの利用可能性を高めることが出来ると考えられる。

今後も、より複雑化する社会と発展する情報技術を踏まえて求められる技術の開発に寄与できるよう、研究を進めていく所存である。

第6章 参考文献

- 1) 外井哲志, 天本徳浩, 1989. 非観測道路区間交通量推計のための交通量観測点の最適配置計画に関する研究, 土木計画学研究・論文集, Vol. 7, pp. 251-258.
- 2) Hazelton, M.L., 2000. Estimation of origin-destination matrices from link flows on uncongested networks. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 34, No.7, pp.549–566.

謝辞

本研究を進めるにあたり、多くの方々に貴重なご指導、ご助言、ご協力をいただきました。ここに記し、深く感謝致します。

北海道大学大学院内田賢悦准教授には、本研究をまとめるにあたり、論の中心となる交通量配分理論、ミクロ経済理論、統計的手法、その他の技法に対しても貴重なご指導、ご助言をいただきました。特に研究に対する姿勢として、妥協を許さない真摯な態度および教育者としてのあるべき姿を学びました。私の人生において、研究者としての道を歩む機会を与えてくださったことに対しても、深く感謝申し上げます。

北海商科大学田村亨教授には、北海道大学大学院在職時より、本研究の位置づけを明確にするご助言をいただきました。修士課程における研究の他、私が博士後期課程への進学を考えるにあたってご助言をいただきました。北海道大学大学院萩原亨教授、高野伸栄教授には、本論文の位置づけを明確にし、さらに完成度を高めるご指導をいただきました。皆様に深く感謝申し上げます。

2016年の4月から10月の半年間、Hong Kong Polytechnic Universityで研究活動を行いました。同大学のWilliam H.K. Lam教授には、滞在期間中から多くの貴重なご指導、ご助言を頂きました。同大学のAgachai Sumalee教授、Anthony Chen教授には、研究に関する有益なご助言を多く頂きました。深く感謝申し上げます。

岐阜大学倉内文孝教授、熊本大学政策創造研究教育センター円山琢也准教授には、研究に関する有益なご助言を多く頂きました。金沢大学大学院中山晶一郎教授には、勉強会へ誘って頂き、統計的手法、交通量配分理論に関する理解を深める機会を頂きました。他にも学会等を通し、数多くの先生方に研究に対するコメントを頂きました。皆様に深く感謝申し上げます。

北海道大学大学院佐藤美音元事務補助員、笹田万希事務補助員には、研究を進めるにあたり多くのご協力、ご助力をいただきました。また、学生生活をともに過ごした北海道大学大学院社会基盤計画学研究室およびHong Kong Polytechnic Universityの学生のみなさんには、大変お世話になりました。みなさんと過ごした日々は、研究生活で非常に励みになりました。深く感謝申し上げます。

そして、これまで多くのご支援をいただいた父、母、姉には感謝してもしきれないくらいです。本当にありがとうございました。

多くの方々に支えられ、本論文ができあがりました。北海道大学で学んだ者としての誇りを忘れずに、これからも研究に取り組んでいく所存です。

平成30年2月
加藤 哲平