



Title	Implicit Subset Enumeration by Top-Down Construction of Decision Diagrams and Its Applications to Combinatorial Problems [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	鈴木, 浩史
Citation	北海道大学. 博士(情報科学) 甲第13510号
Issue Date	2019-03-25
Doc URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/74084">http://hdl.handle.net/2115/74084</a>
Rights(URL)	<a href="https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/">https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/</a>
Type	theses (doctoral - abstract and summary of review)
Additional Information	There are other files related to this item in HUSCAP. Check the above URL.
File Information	Hirofumi_Suzuki_abstract.pdf (論文内容の要旨)



[Instructions for use](#)

## 学 位 論 文 内 容 の 要 旨

博士の専攻分野の名称 博士（情報科学） 氏名 鈴木 浩史

### 学 位 論 文 題 名

Implicit Subset Enumeration by Top-Down Construction of Decision Diagrams and Its Applications  
to Combinatorial Problems

（決定グラフのトップダウン構築による暗黙的部分集合列挙とその組合せ問題への応用）

組合せは、物を選択する方法のことであり、実社会のあらゆる場面に関与する。身近には、パズルの答えや商品の購買が挙げられる。また、産業的な事例としてネットワークシステムの配線などが挙げられる。組合せの概念を用いて、実社会の様々な課題が組合せ問題に定式化できる。組合せ問題とは、ある集合と興味の対象を記述する制約が与えられたとき、ふさわしい部分集合やそれらの性質に関する量を求める問題である。ここで部分集合とは、与えられた集合の中からある組合せによって選択された物の集合である。例えば、ナップサック問題は、価値と重さを持つアイテムの集合と容量が与えられたとき、容量に収まり総価値が最も高い部分集合を求める問題である。ナップサック問題の応用には、投資先の選択やソフトウェアの資源管理などが挙げられる。

このような背景から、様々な組合せ問題に対する効率良い解法について、幅広い研究が行われてきた。研究対象とされてきた主な問題は、制約を満たす部分集合やそれらの総数、生起確率などを求める問題、指定された基準で最適な部分集合を求める問題などがある。例えば、ナップサック問題は、総価値という基準で最適な部分集合を求める問題になっている。

一方で、制約を満たす部分集合を求める特殊ケースとして、列挙が知られている。列挙では、制約を満たす部分集合を漏れも重複もなくすべて出力する。列挙の結果は、解の数え上げや生起確率の計算、最適解の探索、ランダムサンプリングなどに応用できるため、様々な場面で有用である。しかし、列挙には、組合せ爆発と呼ばれる課題がある。組合せ爆発とは、組合せの著しい増加のことである。例えば、 $n$  個のアイテムから任意の部分集合を選ぶ組合せは  $2^n$  通りあり、これは  $n$  に対して指数的に大きくなる。ゆえに、列挙には、膨大な計算時間がかかりうる。

本研究では、組合せ爆発を避けるために、逐次出力による明示的列挙ではなく、対象の部分集合すべてをコンパクトな形で出力することによる暗黙的列挙に着目する。暗黙的列挙を達成可能なデータ構造として、二分決定グラフ (Binary Decision Diagram, BDD) およびゼロサプレス型二分決定グラフ (Zero-suppressed Binary Decision Diagram, ZDD) などが知られている。BDD と ZDD は、集合族を圧縮表現することで、集合族間の演算や数え上げ、生起確率の計算、線形最適化など様々な応用が可能である。よって、BDD と ZDD では、列挙の結果を柔軟に扱いやすい。そのため、BDD や ZDD は、ナップサック問題や N-クイーン問題、最大クリーク問題などの様々な組合せ問題における暗黙的列挙に応用されている。

BDD や ZDD による暗黙的列挙は、それらの構築により達成され、演算を用いたボトムアップ手法を多く用いていた。これに対して、近年、フロンティア法 (Frontier-Based Search, FBS) と呼ばれる新たな技法が出現した。FBS は、与えられたグラフ上で、指定された制約を満たす辺部分集合すべてを格納した BDD や ZDD をトップダウンに構築する枠組みである。本研究では、グラフ構造に限らない様々な組合せ構造の暗黙的列挙を目的に、FBS を一般化したトップダウン構築の枠組みを提案

する。さらに、本枠組みを様々な組合せ問題に応用し、計算機実験によりその有効性を検証する。

第 3 章では、部分集合列挙問題を定式化し、本研究の提案枠組みを説明する。本枠組みは configuration と節点の生成、 $\perp$ -枝刈り、 $\top$ -枝刈りの 4 要素からなり、これらを列挙対象に応じて設計すれば BDD や ZDD のトップダウン構築が可能である。事例として、ナップサック制約下での列挙、次数制約下での部分グラフ列挙に対する設計を示す。さらに、本枠組みの計算量についても議論する。

第 4 章では、マインスイーパーにおける可能な地雷配置の暗黙的列挙に取り組む。マインスイーパーは、閉じたマスからなる格子盤面の上で地雷マスを避け、安全なマスをすべて開くことを目的とするパズルである。安全なマスには、周囲の地雷マス数を表すヒントがある。マインスイーパーの関連問題として、Minesweeper Consistency Problem や Minesweeper Counting Problem などがある。これらは、それぞれ与えられた固定盤面の可能な地雷配置について、それが存在するか判定する問題およびそれらの個数を求める問題である。ここで、可能な地雷配置とは、ヒントに反しない地雷配置を指す。しかし、具体的に可能な地雷配置を求める問題は、これまでに研究されていない。これは、数独や  $N$ -クイーン問題などの他のパズルにおける研究事例と異なる点である。そこで本研究では、与えられた固定盤面の可能な地雷配置をすべて求める問題として、Minesweeper Generation Problem を定義する。さらに、本問題を解く ZDD を用いた 2 つの手法を提案する。一方では ZDD の演算を素朴に適用し、もう一方では本問題を次数制約部分グラフ列挙問題に変換し提案枠組みを適用する。本手法は、マインスイーパーの関連問題やプレイ戦略に応用できる。計算機実験の結果から、素朴な手法と比べて提案枠組みを用いた手法の有効性を確認した。

第 5 章では、全域強連結部分グラフと呼ばれる部分グラフ構造の暗黙的列挙に取り組む。実社会の様々なネットワークシステムが、有向グラフで記述できる。有向グラフの重要な性質として、強連結性がある。これは、ネットワークシステムの全拠点間の通信可能性などに対応する。そこで、本部分構造が応用されている。例えば、強連結信頼性というネットワーク信頼性の計算や可視化のためのグラフ最小化などがある。本研究では、提案枠組みを用いて与えられた有向グラフ中の全域強連結部分グラフすべてを格納した BDD を構築する手法を提案する。さらに、提案手法を応用することで、強連結信頼性の計算やグラフ最小化が、効率的に可能であることを示す。計算時実験の結果から、数百辺規模の実データに対する BDD の構築とこれまで困難であった強連結信頼性の厳密計算ができることを確認した。

第 6 章では、0-1 多目的ナップサック問題におけるパレート最適解の暗黙的列挙に取り組む。一般的なナップサック問題における最適性の基準は 1 つである。しかし、実社会では、複数の基準を考慮する場面がしばしば生じる。その場合、本問題への定式化が用いられる。本問題の解は、パレート最適性という性質を持つ。パレート最適性は、最適解が複数存在することを許す。そのような最適解は、パレート最適解と呼ばれる。そのため、本問題では、パレート最適解の列挙が要求される。本研究では、提案枠組みに基づき本問題のパレート最適解をすべて格納した ZDD を構築する手法を提案する。その特徴は、本問題に対する既存手法のアイデアにより提案枠組みを拡張することにある。さらに、ZDD の性質を用いた効率的な枝刈り技法および ZDD に適したアイテム順序のヒューリスティクスも提案する。計算機実験の結果から、様々な問題設定に対して、既存手法よりも高速に動作することを確認した。

最後に第 7 章では、本研究をまとめ、本研究の今後の方向を与える。