



Title	不均一電場がもたらすE×Bドリフトに対する量子論的效果 [論文内容及び審査の要旨]
Author(s)	小坂, 亘
Citation	北海道大学. 博士(工学) 甲第13648号
Issue Date	2019-03-25
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/74152
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/
Type	theses (doctoral - abstract and summary of review)
Additional Information	There are other files related to this item in HUSCAP. Check the above URL.
File Information	Wataru_Kosaka_abstract.pdf (論文内容の要旨)



[Instructions for use](#)

学 位 論 文 内 容 の 要 旨

博士の専攻分野の名称 博士(工学) 氏名 小坂 亘

学 位 論 文 題 名

不均一電場がもたらす $E \times B$ ドリフトに対する量子論的效果

(Quantum Mechanical Effects of $E \times B$ Drift Caused by Inhomogeneous Electric Fields)

プラズマの挙動を知るために電磁流体としての取り扱う方法とともに、荷電粒子ひとつひとつに注目する方法が行われている。さまざまな電磁場中での粒子の運動が古くから古典力学により調べられており、荷電粒子の運動が磁場に垂直な平面上において旋回運動(サイクロトロン運動)およびその旋回中心がずれていく運動(ドリフト運動)に分けて理解できることはよく知られている。量子力学的観点からの解析も行われており、Landau が示したサイクロトロン運動のエネルギーや粒子の存在位置の分散(位置の不確定性)が量子化されることは有名である。このことは Schrödinger 方程式を厳密に解くことによって示されたが、それが可能なのは一様磁場条件などを課したシンプルな電磁場を仮定したときのみであり、不均一性を持つ電磁場を取り扱う際には適切な近似を採用することや数値計算を用いることになる。本研究でも理論解析と数値計算を併用している。

近年の量子力学的観点からの解析により、磁場の不均一さによって荷電粒子の存在位置の不確定性が時間とともに増加していくことが示された。この不確定性の時間増加を磁場で閉じ込めを行っている核融合プラズマに適用することを考える。運動量 p を持つ粒子の位置の不確定性はドブロイ波長 $\lambda = h/p$ 程度と考えられている。ここで h はプランク定数である。したがって、粒子の速さが大きいほどドブロイ波長は短くなる。一般に、量子論的效果が無視できなくなるのは、極低温などの状況により粒子の速が遅いときや、電子の運動を考えるとときなどの、ドブロイ波長と考えたい現象のスケールが同程度の場合である。したがって、核融合プラズマのような高温の現象においては量子論的效果があらわれることはないと考えられる。しかしながら、荷電粒子が磁束密度 B の影響を受けているときには位置の不確定性はドブロイ波長ではなく、磁気長 $\sigma_B \equiv \sqrt{\hbar/eB}$ 程度となり、粒子の速度に依存しない。ここで、 e は電荷の大きさ、 \hbar は換算プランク定数である。典型的な核融合プラズマにおいて磁気長の値は平均粒子間距離の 10% 弱になる。磁場の不均一性によりこの位置の不確定性が時間とともに増加していき、イオン同士の衝突時間よりも短い時間で不確定性の大きさがプラズマの平均粒子間距離に到達することが示される。このことは衝突について量子力学による考察が必要であることを意味し、量子論的效果があらわれる可能性が示唆された。磁場の不均一性による影響は荷電粒子のドリフト速度においても数値的・理論的に確認されており、古典力学より導出されるドリフト速度に量子論的な修正が加わることがわかっている。

現状、いくつかの電磁場の場合にのみ、その不均一性による量子論的效果が調べられている。そこで、これまでの結果を包含し、さらに多様な不均一電場についてドリフト速度および荷電粒子の不確定性の時間変化と不均一電場との依存関係を評価することを目的とした。具体的には、まず単純な電場が空間に対して一次の勾配を持つ場合について、単一荷電粒子を磁場に垂直な 2 次元平面上で非定常 Schrödinger 方程式を数値的・理論的に解析した。これより得られた荷電粒子の位置や速度の期待値からドリフト速度および不確定性として位置・運動量の分散の時間変化(以下、膨張率と呼ぶ)と電磁場のパラメータとの依存関係を評価した。同様にして、正弦波状電場を印加した

場合についてもドリフト速度・膨張率を評価し、それらが電場 (あるいはスカラーポテンシャル) についての線形性を示すこと確認した。これにより、フーリエ級数展開の枠組みを利用して任意の電場に対する応答が評価できる。以下に本論文の構成と章ごとの要約を示す。

第 1 章では、本研究の動機的一端を担う、磁場閉じ込め核融合プラズマの磁場閉じ込めのような状況において古典力学の妥当性に疑問が生じる例を示した。また、これまでの研究について概説し、電磁場中の荷電粒子に対する磁場および電場の不均一性による量子論的效果について述べ、これらに対して本研究がどのような立ち位置になるか説明した。

第 2 章では、本研究の数値解析の部分で主要な役割を果たした 2 次元非定常 Schrödinger 方程式の数値解析コードについて解説した。妥当性の根拠となる保存量の監視、離散化における刻み幅の限界やドリフト速度の値などから誤差を減らすための手法もここで述べた。数値解析結果からドリフト速度や膨張率を評価する方法がいくつか存在するが、それぞれの特徴を示しつつ、本解析で採用した方法の利点について説明した。

第 3 章では、不均一性を持つ電磁場として磁場・電場それぞれが位置座標の一次で変化するの電磁場を与えた場合について調べた結果について述べた。上述したように不均一な電磁場の場合、数値解析が有効である。そのため、まず数値解析によってドリフト速度および膨張率と電場の不均一性との関係を調べ、電場の不均一性は磁場の不均一性と比べてドリフト速度・膨張率に与える影響が小さい、あるいは影響を与えないことが示された。一方で、理論解析として Heisenberg の運動方程式を解くことにより、電場の不均一性によるドリフト速度への量子論的效果や力学的運動量、正準運動量の膨張率への影響がないこと、位置の膨張率と電場の不均一性との関係式を示した。

第 4 章では、一様磁場および正弦波状電場を与えた場合のドリフト速度・膨張率について数値解析および理論解析を行った。ただし、解析手法の限界からここでの電場は磁場によるローレンツ力と比較して十分に弱い場合に限定している。解析の結果、ドリフト速度・膨張率と正弦波状電場との間にある依存関係が評価でき、量子論的效果が存在することを示した。古典力学による理論的なドリフト速度の導出も行い、今回数値解析で得た結果がプランク定数をゼロへと近づけた極限において、古典力学による導出結果に帰着することを示した。今回、正弦波状電場を印加したが電場の波数が小さい場合を考えると二次勾配電場を印加した場合へと近似できる。その場合において、ドリフト速度・膨張率のそれぞれは文献のものとは一致することを確認した。さらに、ドリフト速度が電場の重ね合わせに対して線形性を持つ可能性を理論的に示唆し、数値解析により実証した。この線形性は膨張率の場合にも同様に成り立つことを数値的に示した。任意の電場をフーリエ級数展開により正弦波状ポテンシャルの重ね合わせで表現でき、線形性から対応するドリフト速度・膨張率を評価できるようになった。

第 5 章では、本研究で行ったこと、明らかとなったことをまとめた。

以上、本研究において、量子力学的観点に基づいて不均一性を持つ電磁場中の単一荷電粒子の非定常 Schrödinger 方程式を理論的・数値的に解析し、ドリフト速度・粒子の不確定性 (位置・運動量の分散) の時間変化と電場の不均一性との関係を調べた。その結果から磁場によるローレンツ力に比べて十分弱い電場に限るが、任意の電場配位に対するドリフト速度・分散の時間発展について量子論的效果を推定することを可能とした。