経 済 学 研 究　*69−2*
北 海 道 大 学　2020. 1

政府によるインフラのメンテナンスが経済成長に及ぼす影響

天　野　大　輔

1. 序章

わが国では，来年の 2020 年に 2 度目の東京オリンピックが開催される。開催都市の東京都やその周辺の都市部では，各種の競技場や選手村などの関連施設だけでなく，周辺の商業施設や専用道路なども併せて整備されている。オリンピックに関連する建設投資の増加は，東京都心の再開発と併せて乗数過程を通じて国内の総需要を刺激し，消費増税後の景気を下支えすると期待されている。過去に開催された 1964 年の前後においても，東京都心の都市開発をはじめとして，東海道新幹線，首都高速道路，東京モノレールや代々木第一体育館などの大規模なインフラ（社会資本ストック）が整備された。政府主導による大規模なインフラの整備は民間企業の生産活動を刺激し，国内産業全体の生産性を上昇させ，我が国の戦後復興，高度経済成長と持続的な発展に貢献してきた。また，昭和における高度成長期だけでなくバブル崩壊後の平成不況期にも，景気対策や失業対策として交通インフラの整備や都市の再開発のために，政府主導による大規模な公共投資や建設投資は継続されてきた。さらに，安倍政権においても今後の「新経済対策」として，自然災害対策を念頭に置いた国土強靭化や，全国の小中学校における学校教育の IT 化のために，政府は国と地方から約 13 兆円規模の財政措置の策定を計画している。

しかしながら，Agénor（2013, 2015）が指摘するように，先進国のような成熟した経済では，政府の公共投資による新たなインフラ建設が，私企業の生産活動において民間の資本や労働サービスの生産性を上昇させるには限界がある。途上国（あるいは高度成長期以前の日本）では，インフラの整備は私企業の生産性を大幅に上昇しうる。インフラのような社会資本ストック水準が少ない経済では，政府の公共投資が民間企業の生産能力を上昇させる効果は大きい。経済が未成熟であると，場合によっては，私企業は安定的な生産活動を実施するために，大型発電機などの追加的な生産設備を自ら購入・設置したり，脆弱な警察組織や司法制度の下で，盗難や強奪を防ぐために追加的な防衛支出を支払う必要が発生するかもしれない。しかしながら，先進国（あるいは現在の日本）では，過去からの継続的な公共投資の恩恵により，社会資本ストックのさらなる蓄積に関して私企業の生産要素に対する補完性はむしろ限定的になりうる。

他方，根本（2011）が警鐘を鳴らしているように，我々の生命や財産および社会の経済活動を危険にさらさないように，インフラは更新されるだけではなく，適切に維持・管理される必要がある。我々が社会資本のメンテナンスを重要視しないで放置すれば，それらの老朽化は早まる。その結果，維持・管理のための補修で済んでいた支出は，インフラの更新や立替えの時期を早めてしまったために，将来において巨額にのぼる建設投資から成る財政支出に増額するかもしれない。

適切に社会資本を維持・更新するための予算化が実現可能ならば，インフラの老朽化を遅らせ，耐用年数まで安全に利用されることが可能になる。しかしながら，現状では高度成長期に整備され

た数多くのインフラや公共施設は老朽化し，その多くはすでに耐用年数を迎えている。地震や大型台風などの自然災害による倒壊や事故の発生を防ぐためにも，我が国はインフラの維持や補修だけでなく，建替えための莫大な更新投資の予算化に迫られている。

最近でも，台風による強風で多くの電柱が倒壊し，台風が通過した周辺地域では長期間の停電被害が相次いだ。安定的な送電を確保するためにも，建設コストが高い欠点はあるが，防災の観点から災害に強い無電柱化の必要性が議論されつつある。積雪寒冷地である北海道でも，雪害によって凍結防止剤による鉄筋腐食や，凍結と融雪が繰返すことによる凍害によって劣化や老朽化が早まったトンネルや道路などでは，架け替え工事が数多く実施されている。根本(2011)が指摘するように，莫大な更新投資を避けるために，道路や橋梁などに対して耐用年数を伸ばす技術的な工夫を施すことによって，インフラの長寿命化は可能である。鋼材の定期的な塗装の塗り替えやコンクリートの電気防食などにより，現状の技術水準で 70 年以上も耐久可能な長寿命の社会資本は建設可能である。過去に建設された社会資本を安全に長持ちさせるためには，将来的には大規模な修繕や改修が必要不可欠だが，定期的な維持・管理の徹底と施工時の技術的な工夫によりインフラは長寿化しうる。

本研究では，政府が資本所得税および労働所得税を家計に課税することによって獲得した税収を，私企業の生産活動に貢献する生産的なインフラ（社会資本）の新規の建設投資と，社会資本減耗率を低下させてインフラを長寿命化しうるメンテナンス（保守や補修）支出に振り向ける成長経済を想定する。Agénor（2013）の世代重複モデルとは異なり，連続時間で無限期間にわたって生存する代表的個人モデルを構築して，持続的成長が実現する経済において，政府の財政政策の変更が均斉成長経路における長期的成長率に及ぼす影響を理論的に分析する。また，Agénor（2009, 2013）では家計は固定的な労働供給を前提として包括的所得税を課税されているが，本稿では家計の労働供給は内生化され，政府は税率の異なる資本所得税と労働所得税を課税できると想定する。さらに，インフラが長寿命化する（すなわち，耐用年数が延長する）技術に関して，本稿では Agénor（2019, 2013）が採用した線形の技術を非線形の関数に拡張することによって，社会資本の老朽化あるいは長寿命化を非線形の現象として捉えられるように，理論モデルを一般化する。

本稿の分析は以下のように構成される。次節では，連続時間で無限期間にわたって生存する代表的個人モデルを構築して，インフラのメンテナンス（保守や補修）支出が均斉成長経路上における長期的成長率に及ぼす影響を理論的に分析する。インフラ（社会資本ストック）へのメンテナンス支出によってインフラが長寿命化する非線形の技術が存在する経済において，完全予見を前提とした競争均衡を導出し，均斉成長経路の局所的安定性について理論的に分析する。第三節では，政府が財政政策を変更した際の，長期的成長率に対する比較静学を求める。特に，政府が均衡予算を維持した状態で，インフラのメンテナンス支出が増加した際の長期的効果を求める。また，インフラのメンテナンス支出の予算を確保するために，資本所得税率あるいは労働所得税率を増加させた際の長期的効果を求める。最後に，第四節において帰結を述べる。

2. 私的資本とインフラの整備水準から外部性が発生する経済

2. 1　同質的企業と生産技術

この経済の生産部門には，無数の同質的な企業（の連続体）が存在すると仮定し，その総数を 1 に基準化する[1)]。各競争的企業は家計から賃借した資本 K_{it} と雇用した労働サービス L_{it} を投入して（最終）財 Y_{it} を生産する。また，企業の生産活動において，経済全体の私的資本と労働サービスの

水準およびインフラ（社会資本ストック）の水準から，A_t および X_t で表される外部性が発生すると仮定する。このとき，各企業の生産物 y_{it} は，以下のようなコブ・ダグラス型技術に従って生産されると仮定する。

$$Y_{it} = A_t K_{it}^a L_{it}^b X_t \tag{1}$$

本稿では Benhabib and Farmer（1994）を踏襲して，$X_t \equiv K_t^{\alpha-a} L_t^{\beta-b}$ と想定する。また，$a+b=1$，$\alpha+\beta>1$，$0<a<\alpha\leq 1$ および $0<b<\beta\leq 1$ と仮定する。生産関数（1）において，右辺の X_t は学習効果による正の外部性を意味し，経済全体の平均的な私的資本ストックおよび労働サービスの水準を表す K_t および L_t は，どちらも各企業の生産性を上昇させる効果がある。さらに，Agénor（2011, 2013）を踏襲して，$A_t \equiv (G_t / K_t^{\zeta})^{\eta}$ と想定し，$\zeta, \eta > 0$ と仮定する。つまり，生産性係数 A_t は整備された道路網や上下水道のような社会資本ストックによる正の外部性と，民間の私的資本の利用から発生する混雑現象による負の外部性に依存する [2)]。私企業の生産設備の総量が混雑現象（外部不経済）の程度を決めるのに対して，社会資本から発生する資本用役は私企業の生産性を上昇させる。

各企業は公的に供給される社会資本に対して投資できないので，私的見地に立つと，生産技術は各企業が投入する K_{it} と L_{it} に関して収穫一定の性質を満たす。各企業は同質的なので生産構造と費用構造に違いがない。ゆえに，対称均衡に分析の焦点を当てると，$K_{it}=K_t$ および $L_{it}=L_t$ が成立する。したがって，マクロ経済全体の生産技術は集計的な私的資本 K_t と労働サービス L_t に関して社会的に収穫逓増を満たす。このとき，集計的な生産関数は以下のようになる。

$$Y_t = \left(\frac{G_t}{K_t}\right)^{\eta} K_t^{\alpha+\eta(1-\zeta)} L_t^{\beta} \tag{2}$$

本稿では持続的成長を可能にするために，（2）において $\alpha+\eta(1-\zeta)=1$ と設定する [3)]。

生産物市場と生産要素市場はともに完全競争的と仮定する。各企業は各要素市場で競争的に決められた実質資本レンタル率 r_t および実質賃金率 w_t を，雇用した資本と労働サービスの対価として家計に支払う。ゆえに，企業の私的な利潤最大化の一階条件は，$r_t = aY_{it}/K_{it}$ および $w_t = bY_{it}/L_{it}$ と書ける。さらに，企業の同質性の仮定より，対称均衡における利潤最大化のための一階条件は，以下のように書き換えられる。

$$r_t = aY_t / K_t \tag{3}$$
$$w_t = bY_t / L_t \tag{4}$$

ただし，分析を容易にするために，各時点の生産物価格は 1 に基準化されている。

1）生産部門には，指数 $i \in (0,1)$ で表される無数の競争的かつ同質的企業の連続体が存在すると仮定する。

2）社会資本ストックは高速道路の他にも空港・港湾・上下水道・公園のようなインフラの整備網や総量を指す。

3）$\alpha+\eta(1-\zeta)>1$ のとき，社会的に収穫逓増となるので爆発的成長が実現するのに対して，$\alpha+\eta(1-\zeta)<1$ のとき，社会的に収穫逓減は実現するが，これらのケースは本稿の分析の対象としては取り扱わない。

2. 2　政府による 2 種類の公共支出

本節では, インフラ（社会資本ストック）に関する蓄積技術を定式化する。政府の公共投資によって新たに建設されるインフラが将来にわたって蓄積される一方で，政府によるメンテナンス（保守や補修）支出によってインフラの耐用年数の減少スピードが遅くなる，すなわちインフラの長寿命化が可能になると想定する。本稿では，Agénor（2013）を踏襲して，インフラの蓄積方程式を次のように仮定する。

$$\dot{G}_t = \left(\varphi G_t^I\right)^{\mu} G_t^{1-\mu} - \delta_g G_t \tag{5}$$

ここで，$\varphi > 0$ および $0 < \mu < 1$ は政府の公共投資の効率性および弾力性を各々表す。また，G_t^I はインフラの建設投資に向けられるフローの公共支出を表すのに対して，G_t は各時点に蓄積されたインフラのストック水準を表し，例えば整備された道路網や橋梁や上下水道などを意味する。さらに，δ_g は社会資本の資本減耗率を表す。Agénor（2013）は政府によるメンテナンス支出が社会資本減耗率すなわちインフラの耐用年数に及ぼす影響を線形の技術で仮定しているが，本稿では以下のような非線形の関数に拡張する。

$$\delta_g = 1 - \theta_g \left(\frac{G_t^M}{G_t}\right)^{\omega} \tag{6}$$

ここで，$\theta_g > 0$ および $\omega > 0$ は，社会資本ストックの長寿命化に関して，政府のインフラへのメンテナンス支出の効率性および弾力性を各々表す。

政府は，将来にわたる公共投資およびメンテナンス支出の流列 $\left\{G_t^I, G_t^M\right\}_{t=0}^{\infty}$ の財源を確保するために，家計に対して資本所得税および労働所得税 $\left\{\tau^r, \tau^w\right\}$ を課すと仮定する。また，分析の単純化のために，政府は消費税を利用できず，かつ公債も発行できないと仮定する。ゆえに，政府のフローの予算制約式は，以下のように表される。

$$G_t^I + G_t^M = \tau^r r_t k_t + \tau^w w_t l_t \tag{7}$$

ここで，左辺は政府の各期の歳出（政府支出）を，右辺は歳入（税収）を表す。また，財市場の均衡条件式は，C_t を総消費および Y_t を総供給とすると，次のように表される。

$$C_t + \dot{K}_t + \delta_k K_t + G_t^I + G_t^M = Y_t \tag{8}$$

2. 3　代表的家計の効用最大化問題

本稿では Agénor（2013）の世代重複モデルとは異なり，Agénor（2009, 2011）を踏襲して連続時間で無限期間にわたって生存する代表的個人モデルを採用する。この経済には完全予見の下で，多数の同質的な家計が無限期間にわたって生存している。また，総人口を 1 に基準化し，人口成長は想定しない。このとき，代表的家計の私的消費 c_t と労働サービス l_t に関する選好が，以下のような異

時点間の効用関数で与えられると仮定する。

$$\int_0^{\infty} e^{-\rho t}\left(\ln c_t - \frac{l_t^{\chi+1}}{\chi+1}\right)dt \tag{9}$$

ここで，$\rho > 0$ は主観的な時間選好率を表す。本稿では Agénor（2009, 2011）とは異なり，家計の労働供給を次のように内生化する。Benhabib and Farmer（1994, 1996）を踏襲して，家計の労働・余暇の選択に関して，瞬時的な効用関数が私的消費と労働サービスに関して分離可能であると仮定する[4)]。また，(9）において，$\chi > 0$ は労働供給に関する異時点間の代替の弾力性の逆数を表す。

完全競争市場の下で，家計は企業に自ら所有する資本を貸し付け，かつ労働サービスを提供することによって，各々の要素所得を獲得する。ゆえに，代表的家計の瞬時的な予算制約式は次のように表される。

$$c_t + x_t^k = \left(1-\tau^r\right) r_t k_t + \left(1-\tau^w\right) w_t l_t \tag{10}$$

ここで，左辺は消費 c_t と貯蓄（投資）x_t^k からなるフローの支出を表す。また，本稿では政府にとって利用可能な税政策に関して，Agénor (2009, 2011, 2013）が採用した包括的な所得課税とは異なり，税率の異なる資本所得税と労働所得税から成る要素所得課税を採用する[5)]。このとき，τ^r および τ^w を資本所得税率および労働所得税率すると，右辺は課税後資本所得と課税後労働所得（すなわち，可処分所得）を表す。また，私的資本は次の動学方程式に従って蓄積されると想定する。

$$\dot{k}_t + \delta_k k_t = x_t^k \tag{11}$$

ここで，左辺は私的資本に対する純投資および更新投資を表し，右辺の x_t^k は粗投資に振り向けられる家計の貯蓄を表す。また，$\delta_k \in [0,1)$ は定率の私的資本減耗率を表す。簡単化のために，予算制約式（10）において資本減耗分の減価償却費の税額控除は考慮しない。

代表的家計は完全予見を前提として，税率 $\left\{\tau^r, \tau^w\right\}$ および要素価格の経路 $\left\{r_t, w_t\right\}_{t=0}^{\infty}$ を与件として，私的資本の蓄積方程式（11）およびフローの予算制約式（10）を制約条件として，自らの異時点間の効用関数（9）を最大化させるように，消費と労働サービスの最適な組合せ $\left\{c_t, l_t\right\}_{t=0}^{\infty}$ を選択する。このとき，q_t を共役変数とすると，効用最大化のための一階条件式および私的資本の横断性条件は以下のようになる。

4）本稿で仮定した効用関数は，理論分析を容易にするだけでなく，Benhabib and Farmer（1994, 1996）が指摘したように，経済成長モデルを用いて均衡経路の不決定性を発生させるために標準的に使用されている。

5）本稿では Agénor（2013）の結果と比較するために，同様に消費税は仮定しない。

$$c_t^{-1} = q_t \tag{12}$$

$$l_t^{\chi} = q_t(1-\tau^w)w_t \tag{13}$$

$$\dot{q}_t = \left[\rho + \delta_k - (1-\tau^r)r_t\right]q_t \tag{14}$$

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t} q_t k_t = \lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}(k_t/c_t) = 0 \tag{15}$$

ただし，一財モデルの設定により，各時点の生産物価格は 1 に基準化される。

2. 4　動学システム

完全予見の下で対称均衡に分析の焦点を当てると，$K_t = k_t$，$L_t = l_t$，$C_t = c_t$ および $Y_t = y_t$ が成立する。一階条件式（12）の両辺に対数をとって時間で微分した結果に（14）を代入すると，以下のような消費のオイラー方程式が得られる。

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{(1-\tau^r)ay_t}{k_t} - (\rho + \delta_k) \tag{16}$$

また，（13）に（4）および（12）を代入すると，$c_t l_t^{\chi} = (1-\tau^w)w_t = (1-\tau^w)by_t/l_t$ になるので，さらにこれを整理すると，

$$c_t/y_t = (1-\tau^w)bl_t^{-(1+\chi)} \tag{17}$$

と書ける。ここで，消費・私的資本比率と社会資本・私的資本比率を各々 $z_t \equiv c_t/k_t$ および $\kappa_t \equiv G_t/k_t$ と定義した後，（17）に（2）を代入して整理すると，

$$z_t l_t^{\chi+1-\beta} = (1-\tau^w)b\kappa_t^{\eta} \tag{18}$$

が成立する。さらに，この条件式を l_t について解くと，以下のような結果が得られる。

$$l_t = \left[(1-\tau^w)b\frac{\kappa_t^{\eta}}{z_t}\right]^{\frac{1}{\chi+1-\beta}} \equiv L(\kappa_t, z_t) \tag{19}$$

したがって，対称均衡における労働サービスは，労働所得税率 τ^w だけでなく，κ_t および z_t にも依存する[6)]。

また，二種類の政府支出のシェアに関して，$G_t^M/y_t \equiv v_{Mt}$ および $G_t^I/y_t \equiv v_{It}$ と定義して，（7）に

6）Benhabib and Farmer（1994）は均衡経路の不決定性を発生させるために，$\beta > 1$ を仮定する必要があることを主張した。しかしながら，$\beta > 1$ の仮定は近年の多くの実証結果が指摘するように，労働の外部性が非現実的に大きい可能性がある。

(3) および (4) を代入すると，政府のフロー の予算制約式 (7) は以下のように書きかえられる。

$$v_{It} + v_{Mt} = \tau^r a + \tau^w b \tag{20}$$

ここで，歳入を表す右辺は一定値になるので，左辺における各々の歳出の比率の総和は一定になる[7)]。その結果，均斉成長経路上では政府支出のシェア v_{It} と v_{Mt} は各々一定になると想定される。

さらに，インフラの動学方程式 (5) は (6) を代入して整理すると，次のように書き換えられる。

$$\frac{\dot{G}_t}{G_t} = \varphi^\mu \left(v_I \kappa_t^{\eta-1} l_t^\beta\right)^\mu + \theta_g \left(v_M \kappa_t^{\eta-1} l_t^\beta\right)^\varpi - 1 \tag{21}$$

他方，財市場の均衡条件式 (8) は，両辺を $K_t = k_t$ で割った後に (2)，(11) および (20) を代入して整理すると，次のように書き換えられる。

$$\frac{\dot{k}_t}{k_t} = \left[(1-\tau^r)a + (1-\tau^w)b\right]\kappa_t^\eta l_t^\beta - z_t - \delta_k \tag{22}$$

次に，定義式 $\kappa_t \equiv G_t/k_t$ の両辺に対数をとって時間で微分した結果に (21) と (22) を代入すると，κ_t の動学方程式が次のように得られる。

$$\frac{\dot{\kappa}_t}{\kappa_t} = \varphi^\mu \left(v_I \kappa_t^{\eta-1} l_t^\beta\right)^\mu + \theta_g \left(v_M \kappa_t^{\eta-1} l_t^\beta\right)^\varpi - \left[(1-\tau^r)a + (1-\tau^w)b\right]\kappa_t^\eta l_t^\beta + z_t - (1-\delta_k) \tag{23}$$

同様に，$z_t \equiv c_t/k_t$ の両辺に対数をとって時間で微分した結果に (16) と (22) を代入した後，(2) および (20) を用いて整理すると，z_t の動学方程式が次のように得られる。

$$\frac{\dot{z}_t}{z_t} = -(1-\tau^w)b\kappa_t^\eta l_t^\beta + z_t - \rho \tag{24}$$

結果として，均衡での労働供給 $l_t = L(\kappa_t, z_t)$ に関する条件式 (19) と微分方程式 (23) および (24) によって，変換された変数 κ_t と z_t に関する動学システムが構成される。

2. 5　定常状態（均斉成長）均衡

本稿のモデル経済では，κ_t，z_t および l_t が長期において一定になるとき，定常状態（均斉成長）均衡が実現しうる。したがって，$\dot{\kappa}_t = \dot{z}_t = 0$（すなわち，$\kappa_t = \kappa$ および $z_t = z$，ゆえに $l_t = l$）のとき，均斉成長経路上の長期的均衡は，以下のような条件式で構成される。

---

7) Agénor (2013) は政府の税政策として包括的所得税を前提とするので，左辺における各々の歳出の比率の総和は 1 になる。

$$\varphi^{\mu}\left(v_I\kappa^{\eta-1}l^{\beta}\right)^{\mu}+\theta_g\left(v_M\kappa^{\eta-1}l^{\beta}\right)^{\omega}+z=\left[(1-\tau^r)a+(1-\tau^w)b\right]\kappa^{\eta}l^{\beta}+1-\delta_k \tag{25}$$

$$z-\rho=(1-\tau^w)b\kappa^{\eta}l^{\beta} \tag{26}$$

$$\kappa^{\eta}l^{\beta}=\left[(1-\tau^w)b\right]^{\frac{\beta}{\chi+1-\beta}}\kappa^{\frac{\eta(\chi+1)}{\chi+1-\beta}}z^{\frac{-\beta}{\chi+1-\beta}} \tag{27}$$

定常状態における各々の内生変数の値，すなわち κ，z および l は上記の条件式(25)－(27)を満たす。

また，均斉成長経路上における長期的成長率は，$\dot{G}_t/G_t=\dot{c}_t/c_t=\dot{k}_t/k_t=\dot{y}_t/y_t=g$ で与えられるので，以下のような条件式が成立する。

$$\varphi^{\mu}\left(v_I\kappa^{\eta-1}l^{\beta}\right)^{\mu}+\theta_g\left(v_M\kappa^{\eta-1}l^{\beta}\right)^{\omega}=1+g \tag{28}$$

$$(1-\tau^r)a\kappa^{\eta}l^{\beta}=g+\delta_k+\rho \tag{29}$$

$$\left[(1-\tau^r)a+(1-\tau^w)b\right]\kappa^{\eta}l^{\beta}=g+\delta_k+z \tag{30}$$

微分方程式（23）および（24）から成る動学システムにおいて，定常状態の近傍で線形近似した結果に条件式（26），（27），（29）および（30）を代入して整理すると，以下のようになる。

$$\begin{pmatrix}\dot{\kappa}_t\\ \dot{z}_t\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{\eta(\chi+1)}{\chi+1-\beta}[\Omega-(g+\delta_k+z)]-\Omega & \frac{\beta}{\chi+1-\beta}\frac{\kappa}{z}[(g+\delta_k+z)-\Omega]+\kappa\\ -\frac{\eta(\chi+1)}{\chi+1-\beta}\frac{z}{\kappa}(z-\rho) & \frac{\beta}{\chi+1-\beta}(z-\rho)+z\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\kappa_t-\kappa\\ z_t-z\end{pmatrix} \tag{31}$$

このとき，$\Omega\equiv\mu\varphi^{\mu}\left(v_I\kappa^{\eta-1}l^{\beta}\right)^{\mu}+\omega\theta_g\left(v_M\kappa^{\eta-1}l^{\beta}\right)^{\omega}>0$ である。また，線形近似した動学システム（31）のヤコビアン行列に関して，

$$Det=\frac{\beta}{\chi+1-\beta}\rho\Omega+\frac{(\chi+1)z}{\chi+1-\beta}[(\eta-1)\Omega-\eta(\rho+g+\delta_k)] \tag{32}$$

$$Tr=-\frac{(1-\eta)(\chi+1)-\beta}{\chi+1-\beta}\Omega+\frac{\chi+1}{\chi+1-\beta}[z-\eta(g+\delta_k+z)]-\frac{\beta}{\chi+1-\beta}\rho \tag{33}$$

が成立する。したがって，$\chi+1-\beta$ の値にかかわらず，Det および Tr の符号は確定しない。つまり，線形近似システム（31）のヤコビアン行列の固有値が，2 負根（安定根），2 正根（不安定根）および 1 正根・1 負根になる 3 つのケースが発生しうる。そのため本稿では，z_t（あるいは κ_t）はジャンプ（あるいは不）可能な変数なので，このシステムが局所的に鞍点安定的になる固有値が 1 正根・1 負根のケース（すなわち，$Det<0$ のケース）か，または局所的に安定的になる固有値が 2 負根のケース（すなわち，$Det>0$ かつ $Tr<0$ のケース）にのみ分析の焦点を当てる。例えば，$\chi+1-\beta>0$，$\Omega>\rho+g+\delta_k$ のとき，すなわち労働の弾力性が比較的小さく，かつ各々の政府支出の弾力性が比較的大きいとき，集計的な生産関数（2）における社会資本ストックの弾力性を示す $\eta>0$ の

値が大きいほど，このシステムは $Det < 0$ つまり，局所的に鞍点安定的になりやすくなる。他方，$\eta > 0$ の値が小さいほど $Det > 0$ が成立しやすくなるが，システムの局所的安定性は Tr の符号に依存する。

Agénor（2013）の世代重複モデルでは，民間資本および公共資本が各期に完全に減価償却される場合，インフラの蓄積方程式（5）においてインフラのストック水準の弾力性 $1-\mu$ に関して，$\mu = 1$ のときに競争均衡は移行過程を持たずに一瞬で均斉成長経路に到達する一方で，$\mu < 1$ のときには大域的に安定的な移行過程を持つことが示されている。これに対して，本稿のような無限期間生存する代表的個人モデルでは，（6）より $\theta_g \neq 0$ なので，すなわち社会資本が各期に完全に減価償却されないので，μ の値に関わらず競争均衡は移行過程を有する。

命題 1：無限期間生存する代表的個人モデルでは，社会資本が完全に減価償却されない場合，インフラの蓄積方程式においてインフラの蓄積水準の弾力性の値に関わらず，競争均衡は移行過程をもちうる。

本稿では分析を容易にするために，$\chi + 1 - \beta > 0$ すなわち労働の外部性が比較的大きくないと仮定する。Bennett and Farmer（2000）に従うと，Frisch 型労働供給関数では，消費の限界効用を一定とおいて，労働供給を実質賃金の関数とみなす。本稿では（13）の両辺に対数を取ると，$\ln w_t = \chi \ln l_t - \ln q_t - \ln(1-\tau^w)$ となるので，q_t の水準を固定して，均斉成長経路（BGP）で評価した Frisch 型労働供給関数の弾力性を求めると，次のようになる。

$$\left(\left. \frac{d \ln w}{d \ln l} \right|_{BGP} \right)^S = \chi > 0 \tag{34}$$

他方，（2）を代入した（4）の両辺に対数を取ると，$\ln w_t = \ln b + \eta \ln \kappa_t + (\beta - 1) \ln l_t - \ln k_t$ となるので，κ_t および k_t の水準を固定して，均斉成長経路（BGP）で評価した労働需要関数の弾力性を求めると，次のようになる。

$$\left(\left. \frac{d \ln w}{d \ln l} \right|_{BGP} \right)^D = \beta - 1 \tag{35}$$

（34）と（35）の差を求めると，定常状態の労働市場において以下の関係が成立する。

$$\left(\left. \frac{d \ln w}{d \ln l} \right|_{BGP} \right)^S \underset{<}{\geq} \left(\left. \frac{d \ln w}{d \ln l} \right|_{BGP} \right)^D \Leftrightarrow \chi + 1 - \beta \underset{<}{\geq} 0 \tag{36}$$

したがって，$\chi + 1 - \beta > 0$ の想定は標準的な労働市場が実現される状況，すなわち，労働需要曲線の傾きが Frisch 型労働供給曲線の傾きよりも緩やかである状況に対応する。

3. 財政政策の変更による長期的効果

定常状態において（27）を考慮しつつ（25）と（26）を全微分して整理すると，資本所得税率あるいは労働所得税率を変更した際の κ および z に対する長期的効果を求めることができる。また，（20）を全微分すると，$dv_I + dv_M = ad\tau^r + bd\tau^w$ が成立する。したがって，定性的な分析を進めるためには，政府が各要素所得税率を変更した際に，獲得した税収をどちらの公共投資（政府支出）に振り向けるかを確定する必要がある。本稿では Agénor（2013）の分析を踏襲して，社会資本のメンテナンス支出の財源を確保するために，政府が財政政策を変更した際の長期的効果に分析の焦点を当てる。まず，政府が均衡予算を維持することを前提として，インフラの新規建設のための公共投資を削減して，その資源をメンテナンス支出に振り向けるケース（ⅰ）の長期的効果を分析する。さらに拡張的分析として，インフラのメンテナンス支出の財源を確保するために，資本所得税を増税するケース（ⅱ）あるいは労働所得税を増税するケース（ⅲ）の長期的効果を求める。つまり，本稿では以下の3つのケースを想定する。

ケース（ⅰ）：政府が均衡予算を維持しつつ，社会資本の建設投資の削減によってメンテナンス支出の財源を確保する場合，すなわち，$dv_M = -dv_I$ かつ $d\tau^r = d\tau^w = 0$ のケース

ケース（ⅱ）：政府が資本所得税率の増加によって社会資本のメンテナンス支出の財源を確保する場合，すなわち，$dv_M = ad\tau^r$ かつ $dv_I = d\tau^w = 0$ のケース

ケース（ⅲ）：政府が労働所得税率の増加によって社会資本のメンテナンス支出の財源を確保する場合，すなわち $dv_M = bd\tau^w$ かつ $dv_I = d\tau^r = 0$ のケース

各ケースに関して，（25）−（27）を利用して，均斉成長経路上の長期的均衡（28）−（30）における κ および z に対する比較静学の結果を求めると，以下のようになる。このとき，（32）を用いると $|D| \equiv (-1/\kappa z)\times Det$ が成立するので，$\mathrm{sgn}\{|D|\} = -\mathrm{sgn}\{Det\}$ となる。さらに，$\Xi \equiv (\mu/v_I)\varphi^\mu \left(v_I \kappa^{\eta-1} l^\beta\right)^\mu - (\omega/v_M)\theta_g \left(v_M \kappa^{\eta-1} l^\beta\right)^\omega = \mu\varphi^\mu \left(\kappa^{\eta-1} l^\beta\right)^\mu \Big/ v_I^{1-\mu} - \omega\theta_g \left(\kappa^{\eta-1} l^\beta\right)^\omega \Big/ v_M^{1-\omega}$ とする。

ケース（ⅰ）：

$$\frac{d\kappa}{dv_M}|D| = \frac{\Xi}{z}\frac{\beta}{\chi+1-\beta}\left(\rho - \frac{\chi+1}{\beta}\right) \tag{37}$$

$$\frac{dz}{dv_M}|D| = \frac{-\Xi}{\kappa}\frac{\eta(\chi+1)}{\chi+1-\beta}(z-\rho) \tag{38}$$

ケース（ⅱ）：

$$\frac{d\kappa}{d\tau^r}|D| = \frac{-\beta}{\chi+1-\beta}\left(\frac{\rho}{z} - \frac{\chi+1}{\beta}\right)\left[\frac{g+\delta_k+\rho}{1-\tau^r} + \frac{a}{v_M}\omega\theta_g\left(v_M\kappa^{\eta-1}l^\beta\right)^\omega\right] \tag{39}$$

$$\frac{dz}{d\tau^r}|D| = \frac{\eta(\chi+1)}{\chi+1-\beta}\frac{z-\rho}{\kappa}\left[\frac{g+\delta_k+\rho}{1-\tau^r} + \frac{a}{v_M}\omega\theta_g\left(v_M\kappa^{\eta-1}l^\beta\right)^\omega\right] \tag{40}$$

ケース（iii）：

$$\frac{d\kappa}{d\tau^w}|D| = \frac{\beta}{\chi+1-\beta}\left[\frac{\rho}{z}\frac{(g+\delta_k+\rho)-\Omega}{1-\tau^w} - \frac{\chi+1}{\beta}\frac{\rho-z}{1-\tau^w} - \left(\frac{\rho}{z}-\frac{\chi+1}{\beta}\right)\frac{b}{v_M}\omega\theta_g\left(v_M\kappa^{\eta-1}l^\beta\right)^\omega\right] \tag{41}$$

$$\frac{dz}{d\tau^w}|D| = \frac{\chi+1}{\chi+1-\beta}\frac{z-\rho}{\kappa}\left\{\frac{1}{1-\tau^w}[(\eta-1)\Omega-\eta(g+\delta_k+\rho)]+\eta\frac{b}{v_M}\omega\theta_g\left(v_M\kappa^{\eta-1}l^\beta\right)^\omega\right\} \tag{42}$$

次に，均斉成長経路上の長期的成長率を $g=\dot{k}_t/k_t$ とおくと，(22) を各々の政策変数で微分することによって，各ケースにおける財政政策の変更による長期的成長率に対する影響を以下のように求めることができる。

ケース（i）：

$$\frac{dg}{dv_M} = \frac{\eta(\chi+1)}{\chi+1-\beta}\frac{g+\delta_k+z}{\kappa}\frac{d\kappa}{dv_M} - \frac{\beta}{\chi+1-\beta}\frac{g+\delta_k+z}{z}\frac{dz}{dv_M} - \frac{dz}{dv_M} \tag{43}$$

ケース（ii）：

$$\frac{dg}{d\tau^r} = \frac{\eta(\chi+1)}{\chi+1-\beta}\frac{g+\delta_k+z}{\kappa}\frac{d\kappa}{d\tau^r} - \frac{\beta}{\chi+1-\beta}\frac{g+\delta_k+z}{z}\frac{dz}{d\tau^r} - \frac{dz}{d\tau^r} - a\kappa^\eta l^\beta \tag{44}$$

ケース（iii）：

$$\frac{dg}{d\tau^w} = \frac{\eta(\chi+1)}{\chi+1-\beta}\frac{g+\delta_k+z}{\kappa}\frac{d\kappa}{d\tau^w} - \frac{\beta}{\chi+1-\beta}\frac{g+\delta_k+z}{z}\frac{dz}{d\tau^w} - \frac{dz}{d\tau^w} - \frac{\beta}{\chi+1-\beta}\frac{g+\delta_k+z}{1-\tau^w} - b\kappa^\eta l^\beta \tag{45}$$

さらに，(43)−(45) に対して各ケースに対応する (37)−(42) を代入して整理すると，各ケースの財政政策の変更に対応する長期的成長率に対する比較静学を以下のように求めることができる。このとき，ケース（i）は均衡予算の下でのメンテナンス支出の増加，（ii）は資本所得税率の増加によるメンテナンス支出の増加，（iii）は労働所得税率の増加によるメンテナンス支出の増加，による成長効果をそれぞれ意味する。

ケース（i）：

$$\frac{dg}{dv_M}|D| = -\Xi\frac{\eta(\chi+1)}{\chi+1-\beta}\frac{g+\delta_k+\rho}{\kappa} \tag{46}$$

ケース（ⅱ）：

$$
\begin{aligned}
\frac{dg}{d\tau^r}\left|D\right| = \frac{g+\delta_k+\rho}{(\chi+1-\beta)\kappa}\Bigg\{&\eta(\chi+1)\left[\frac{a}{v_M^{1-\omega}}\omega\theta_g\left(\kappa^{\eta-1}l^{\beta}\right)^{\omega}-\frac{z-\rho}{1-\tau^r}\right] \\
&+\frac{\Omega}{1-\tau^r}\left[\frac{\rho\beta}{z}-(1-\eta)(\chi+1)\right]\Bigg\}
\end{aligned} \tag{47}
$$

ケース（ⅲ）：

$$
\begin{aligned}
\frac{dg}{d\tau^w}\left|D\right| = \frac{\eta(\chi+1)}{\chi+1-\beta}\frac{1}{1-\tau^w}\Bigg\{&\frac{g+\delta_k+\rho}{\kappa}\left[\frac{(1-\tau^w)b}{v_M^{1-\omega}}\omega\theta_g\left(\kappa^{\eta-1}l^{\beta}\right)^{\omega}-\frac{\beta}{\chi+1}\frac{\rho}{z}\frac{\Omega}{\eta}\right] \\
&+\frac{g+\delta_k+z}{\kappa}\frac{\chi+1}{\chi+1-\beta}(z-\rho)\Bigg\}
\end{aligned} \tag{48}
$$

このとき，$\Omega \equiv \mu\varphi^{\mu}\left(v_I\kappa^{\eta-1}l^{\beta}\right)^{\mu}+\omega\theta_g\left(v_M\kappa^{\eta-1}l^{\beta}\right)^{\omega}>0$ で，（26）より $z>\rho$ である。これらの比較静学の結果に関する含意は，以下のようにまとめられる。

ケース（ⅰ）：

このケースにおける成長効果の符号は，$\left|D\right|$ および Ξ の符号に依存する。高度成長期の日本のように，インフラの新規建設のための公共投資の予算がメンテナンス支出の予算よりも大幅に大きい場合は，現状の政府支出の比率に関して $v_M \ll v_I$ が成立すると考えられるので，$\Xi<0$ が成立しやすくなる。このとき，定常状態が鞍点安定的（すなわち，$Det<0$ つまり $\left|D\right|>0$）である場合には，新たなインフラの建設予算を削減してメンテナンス支出の予算化を進めることによって経済成長が促進する。他方，均衡経路が不決定的（すなわち，$Det>0$ つまり $\left|D\right|<0$，かつ $Tr<0$）である場合には，メンテナンス支出の予算化を進めると，インフラの蓄積が阻害されるので，企業の生産活動において民間資本の平均生産性が減退するため，長期において経済成長が阻害される。

命題 2：政府によるインフラ（社会資本ストック）へのメンテナンス支出によってインフラを長寿命化できる非線形の技術が存在すると，定常状態が鞍点安定的（あるいは完全安定的）である場合には，インフラ建設のための公共投資の当初予算が大規模な経済において，政府が均衡予算の維持を前提としてインフラの新規建設予算を削減してメンテナンス支出の予算化を進めると，経済成長が長期的に促進（あるいは減退）される。

Agénor（2013）の世代重複モデルでは，インフラへのメンテナンス支出によってインフラが長寿命化する技術が存在しないと，長期的成長率と包括的所得税率との間に逆U字型の関係が存在し，結果として成長率を最大にする所得税率が存在する[8)]。このとき，包括的所得税率の増加によって

8）長期的成長率を最大化させる所得税率は，Barro（1990）が示した最適税率，すなわち社会資本の生産性（弾力性）に等しくなる。

政府による公共投資が拡大すると，社会資本の蓄積が加速して民間資本の平均生産性が上昇するので，長期的に経済成長が刺激される。しかしながら，インフラが過剰に蓄積されている経済では，高水準の所得税率のさらなる上昇は，民間資本へのクラウディング・アウト効果を通じて，社会資本の限界生産力を低下させて経済成長を阻害する。他方，インフラへのメンテナンス支出によってインフラが長寿命化する線形の技術が存在すると，経済成長を最大化する財政政策は端点解として実現される。すなわち，メンテナンス支出の生産性（あるいは，社会資本ストックの生産性）が相対的に大きいと，すなわち $\varphi < \theta_G$（あるいは，$\varphi > \theta_G$）である場合には，$v_I = 0$（あるいは，$v_I = 1$）のとき，長期的成長率が最大化になることが示されている。

本稿のケース（ｉ）において，政府が均衡予算を維持した状態で，既存のインフラのメンテナンス支出の削減によって新たなインフラの建設投資の財源を確保する場合，すなわち，$dv_I = -dv_M$ かつ $d\tau^r = d\tau^w = 0$ の場合を考察する際には，(37)，(38) および (46) において Ξ を $-\Xi$ に置き換えることによって，比較静学の結果を再検討することができる。

ケース（ⅱ）および（ⅲ）：

これらのケースにおける成長効果の符号は，動学システムの安定性を示す $|D|$ の符号とは必ずしも対応しない。経済的解釈を容易にするために，定常状態が鞍点安定的（すなわち，$Det < 0$ つまり $|D| > 0$）である場合を想定する。このとき，メンテナンス支出 v_M の水準が低く，かつインフラストックの生産性 η が（1 より）十分に大きいと，成長効果の符号は正になりやすくなる。つまり，当初のインフラのメンテナンス支出水準が低く，企業の生産活動においてインフラの蓄積水準による正の外部性が十分に大きい場合は，政府は要素所得税率の増税によって獲得した税収をメンテナンス支出の予算化に向けることによって，長期において経済成長を促進させることが可能になる。

命題 3：インフラのメンテナンス支出によってインフラが長寿命化する非線形の技術が存在すると，定常状態が鞍点安定的（あるいは，完全安定的）である場合には，当初のインフラのメンテナンス支出が小規模で，かつ企業の生産技術に関してインフラの蓄積水準による正の外部性が十分に大きい経済において，政府が資本所得税あるいは労働所得税を増税すると経済成長が長期的に促進（あるいは減退）されうる。

また，ケース（ⅱ）および（ⅲ）において，政府が資本所得税あるいは労働所得税の増税によって新たなインフラ建設のための公共投資支出の財源を確保する場合，すなわち $dv_I = ad\tau^r$ かつ $dv_M = d\tau^w = 0$, あるいは $dv_I = bd\tau^w$ かつ $dv_M = d\tau^r = 0$ の場合の比較静学の結果は, (47) あるいは (48) において $\omega\theta_g\left(\kappa^{\eta-1}l^{\beta}\right)^{\omega} v_M^{\omega-1}$ の項を $\mu\varphi^{\mu}\left(\kappa^{\eta-1}l^{\beta}\right)^{\mu} v_I^{\mu-1}$ に置き換えることによって表現される。

4. 帰結

本稿では，連続時間で無限期間にわたって生存する代表的個人モデルを構築して，政府による社会資本のメンテナンス支出が長期的な経済成長率に与える影響を考察した。具体的には，政府による公共投資によってインフラのような社会資本の蓄積が促進される成長経済において，私企業の生産技術に社会資本と民間資本の平均的な蓄積水準による正の外部効果が発生する場合に，政府の財

政政策の変更が均斉成長経路上の長期的成長率および動学システムの局所的安定性にどのような影響を及ぼすかについて理論的に分析した。さらに，Agénor（2013）の世代重複モデルで前提とされた社会資本の資本減耗に関する線形の技術を非線形の関数に拡張することによって，政府が社会資本のメンテナンス支出の財源を確保するために，様々な財政政策を実施した場合の長期的な影響を理論的に分析した。

本稿での理論的分析によって，インフラ（社会資本ストック）へのメンテナンス支出によって社会資本の資本減耗のスピードを減速可能にする非線形の技術が存在すると，定常状態が鞍点安定的（あるいは完全安定的）である場合には，新たなインフラ建設のための公共投資の予算規模が過剰な経済では，政府が均衡予算を維持しつつインフラの建設予算を削減してメンテナンス支出の予算化を進めるほど，経済成長が促進（あるいは減退）されることが示された。また，政府が均衡予算を維持しないで，資本所得税あるいは労働所得税の増税によってインフラの建設予算を固定してメンテナンス支出の予算化を進める場合において長期的成長が促進されるためには，私企業の生産性に関してインフラの蓄積水準による正の外部性が十分に大きく，かつ政府の当初のメンテナンス支出が十分に小規模でなければならないことが示された。

しかしながら，本稿のモデルには拡張的分析の可能な余地が，依然として多く残されている。Agénor *ibid.* が指摘しているように，政府によるインフラのメンテナンス支出は，私企業が投入する民間資本ストックの資本減耗率のスピードを減速させ，社会資本だけでなく民間資本の耐用年数を延長させる効果も考慮することができる。さらに，Agénor *ibid.* が示唆したそのような技術は線形だが，拡張的分析としては以下のような非線形の関数を想定することが現実的と言える。

$$\delta_k = 1 - \theta_k \left(\frac{G_t^M}{K_t} \right)^{\xi} \tag{49}$$

ここで，$\theta_k > 0$ および $\xi > 0$ は，民間資本ストックの長寿命化に関して，政府によるインフラへのメンテナンス支出の効率性および弾力性に対応する。また，本稿の議論は特定の関数型を持つ家計の選好と企業の生産技術に依存している。経済的に意味のある財政政策の変更による長期的効果を考察するためには，本稿よりも一般的なモデル化を検討すべきであろう。例えば，我が国では 2019 年 10 月から消費税率が 10％に増税された。急速に高齢化・長寿化が進む社会において，膨らみ続ける社会保障費の財源確保を主な政策目的としているが，消費税の増税によってメンテナンス支出の予算化を進めるケースを考察することも可能である。しかしながら，本稿で採用した限られた政策手段に関する理論的分析でさえ，結果として得られた財政政策の定性的な結果は少々複雑になっている。本稿の理論的なモデル分析の頑健性を確かめるためには，現実的に妥当なデータを用いた数量的分析が実行されるべきである。したがって，カリブレーション分析のような数量的分析の導入は十分に検討に値し，将来における緊急の課題である。

＊　本研究は JSPS 科研費 JP17K03755 の助成を受けたものです。

参考文献

Agénor, P-R., 2009, Infrastructure investment and maintenance expenditure: optimal allocation rules in a growing economy, *Journal of Public Economic Theory*, 11, pp. 233-250.

――――, 2011, Infrastructure, public education and growth with congestion costs, *Bulletin of Economic Research*, 64, pp. 449-469.

――――, 2013, *Public Capital, Growth and Welfare*, Princeton University Press.

―――― and Montiel, P.J., 2015, *Development Macroeconomics*, 4th ed., Princeton University Press.

Barro, R.J., 1990, Government spending in a simple model of endogenous growth, *Journal of Political Economy*, 98, pp. s103-125.

Benhabib, J., and Farmer, R., 1994, Indeterminacy and increasing returns, *Journal of Economic Theory*, 63, pp. 19-41.

――――, Farmer, R.E.A., 1996, Indeterminacy and sector-specific externalities, *Journal of Monetary Economics*, 37, pp. 421-443.

Bennett, R. and Farmer, R., 2000, Indeterminacy with non-separable utility, *Journal of Economic Theory*, 93, pp. 118-143.

根本祐二　2011『朽ちるインフラ』日本経済新聞出版社。