



Title	Semigroups and Geometry, and Link invariants constructed by semigroups [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review]
Author(s)	宮谷, 俊典
Citation	北海道大学. 博士(理学) 甲第14155号
Issue Date	2020-06-30
Doc URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/78937">http://hdl.handle.net/2115/78937</a>
Rights(URL)	<a href="https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/">https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/</a>
Type	theses (doctoral - abstract and summary of review)
Additional Information	There are other files related to this item in HUSCAP. Check the above URL.
File Information	Toshinori_Miyatani_review.pdf (審査の要旨)



[Instructions for use](#)

## 学位論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称 博士 (理学) 氏名 宮谷 俊典

主査 教授 齋藤 睦  
審査担当者 副査 教授 秋田 利之  
副査 教授 吉永 正彦

### 学位論文題名

Semigroups and Geometry, and Link invariants constructed by semigroups  
(半群と幾何学及び半群から構成される絡み目の不変量に関して)

### 博士学位論文審査等の結果について (報告)

本学位論文は、組紐や結び目などの幾何学的対象に関連した半群について研究したものであり、2つの部分からなっている。

前半は、対称群の類似である **PM-半群**と **braid 群**の類似である **braid PM-半群**という2つの半群を定義し、考察している。対称群はコクセター群として、生成元と基本関係式による表示が良く知られていて、その関係式を一部緩和したものとして、**braid 群**が書けることも良く知られている。対称群は基本的群で極めて重要であり、例えば一般線型群のワイル群としても重要な性質を持つ。一般線型群の一般化として簡約線型半群という概念があり、そのワイル群に対応するものとして **Renner 半群**というものがある。**Rook 半群**は一般線型群を単数群とする簡約線型半群の **Renner 半群**となっており、やはり生成元と関係式による記述も知られている。Easdown 氏、Lavers 氏は、**Rook 半群**と **partial braid** から成る **inverse braid 半群**に対して、対称群と **braid 群**との関係の類似を示した。一方、射影一般線型群のコンパクト化の一つとして、**PM** と呼ばれる半群があるが、これのワイル群に対応するものとして、著者は **PM-半群**を定義し、それが順序付け分割の集合と対称群との **matched pair**であることを証明し、生成元と関係式による表示を与え、その表示から **braid PM-半群**を定義し、それが **PM-braid** 全体の成す半群と同型になるように **PM-braid** を定義した。つまり、著者は **PM-半群**と **braid PM-半群**に対して、対称群と **braid 群**との関係の類似を示した。また、**braid 群**や **inverse braid 半群**に対する「語の問題」の類似として、**braid PM-半群**の「語の問題」の解も与えた。

後半では、結び目に関連した半群について研究している。2016年に結び目図式から Vernitski が結び目半群を定義し、2橋結び目の結び目半群は交代和半群と呼ばれる半群と同型であろうと予想した。著者は、或る条件を満たす **double twist knot** (2橋結び目の一種) に対し、その結び目半群を計算し、この場合 Vernitski の予想が肯定的であることを示した。また、結び目半群の半群代数を考え、その Gelfand-Kirillov 次元が、結び目の不変量であることを示した。また、幾つかの結び目に対し、実際に結び目半群の半群代数の Gelfand-Kirillov 次元の計算を行った。

著者の上記の半群に関する研究は、今後の研究発展が期待される大変重要なものである。

よって著者は北海道大学博士 (理学) の学位を授与される資格あるものと認める。