



Title	サヴェジ基礎論とフォーマリズム
Author(s)	園, 信太郎
Citation	経済學研究, 70(1), 1-3
Issue Date	2020-06-24
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/79304
Type	bulletin (article)
File Information	10_ES_70(1)_001.pdf



[Instructions for use](#)

サヴェジ基礎論とフォーマリズム

園 信太郎

1. Bruno de Finetti と Formalism

de Finetti は一貫してフォーマリズムを拒否している。彼は天才であり、生来の確率を持って生まれてきている。形式が存在を規定するという形式の優先を、当然彼は拒否した。Kolmogorov system における完全加法性の拒否も、当然この彼の素生と関りがある。

通常は（有能な数学者を含めて）後事的に「確率」を学ぶ。そこで「確率」は、多少愉快なのだが、数学者に対する罍となり得る。Three prisoners puzzle (Monty Hall Problem に似ているが、事象の一回性が組込まれている) に対して幾人かの数学者が、「二分の一だ」と言い張ったことを回想してもらいたい。つまり、人は「確率しない」のである。統計学でも、本来は自身の事後確率を導かなければならないのに、頑なにそれを拒否する人人がいる。しかし、de Finetti は、生まれながらにして自身の確率を持っていた。彼からすれば、例えば頻度論などは、異様な詭弁であった。しかし彼の様な天才でないのならば、フォーマリズムは救世主ではないのか。確率論の基礎づけは「まだ生きている」のである。

2. ある授業

筆者は統計学の入門講義を行う際に、統計学自身は数学ではないが、いかなる数学であっても、つまり多少いかがわしくても、役に立つ限りにおいて、統計学は数学を利用すると、断ることになっている。また、Kolmogorov system の

完全加法性については、確率の解析学を構築するために設定された、一つの仮説であり、A. N. Kolmogorov 自身は、確率の「定義」の問題には立ち入らずに、言わば迂回しているとも断っている。

なお、統計学の授業では確率の定義の問題を、簡潔でも良いから取り上げるべきであろう。そのためには、サヴェジ基礎論の第4章が参考になるであろう。

なお講義中に、「数学」は「うそ」をつかないであろうかという問を發して、Russell の逆理を紹介し、「応用」といえども「基礎」とは無縁でないことに、注意をうながしている。

3. サヴェジ氏とフォーマリズム

サヴェジ氏はフォーマリズムの精神を生真面目に学んだのである。そしてそれを利用した。彼が導入する「個人、Person」は、いかなる「計算」であっても、それが計算である限り、即座に「それ」を遂行できるという「存在」である。従って「個人」は、十進法によって表現された円周率の、小数点以下の任意の桁の数字を、その桁が特定されているのならば、即座に告げることができる。つまり「個人」には、「計算できる」範囲において、「未知」は存在しない。もちろん de Finetti からすれば、このような「個人」は排すべき空想である。だが、サヴェジ氏自身がそうしたように、確率の基礎づけをフォーマルに遂行しようとすれば、しかも規範的に遂行しようとすれば、「個人」の導入は多分不可避である。このような「個人」は、

なるほど理念物だが、それは生産的である。

4. フォーマリズムの罫

だが用心が必要である。フォーマルに接近しようとするれば、「個人」の選好のある種のパターンを「確率」とよぶことにより、「確率」を定義することとなる。この「定義」は、本来の定義として受け入れられるものではない。確率とは「個」に宿る信念の程度であり、他ではない、という主観主義は守られねばならない。この主観主義こそサヴェジ氏が de Finetti から受け継いだものである。

フォーマリズムでは、形式にそって、即物的に存在を規定する。このようなやり方では、「概念の本質」を取り逃がす恐れがある。つまり本質論の空洞化である。R. Dedekind は、Dedekind 切断を導入した際に、切断即実数という流儀を意識して採らなかった。彼は、多分、「実在する」数直線の方を重視したのである。

なお、真剣な関数方程式の専門家であれば、「法則」を「グラフ」として規定する集合論的流儀が、集合論的述語 \in に基づく証明の遂行という、いわば「作業」のために設定された便宜的流儀であり、自身が問題としている「法則」は、「この世界」にかかわる「真剣な」ものであると自覚しているはずである。

5. 補遺—R. Dedekind の流儀—

Dedekind が、「1」から始まる自然数系列の基礎づけを遂行したことは、広く知られている。また彼の議論によって、「有限」集合の基数の概念がはじめて基礎づけられたのである。彼の「思想」は、次の三つの特徴を持つ。

(1) それがいかに基本的とされる主張であっても、人は、たとえわずかでも疑念を抱いた場合には、その主張の「証明」を要請し得る。

(2) その「証明」の諸前提を、「証明」の遂行者に対して、できれば明瞭に提示することを、人は要請し得る。

(3) それらの諸前提の各に対して、自身がいかんにかに反応するかを、人はぜひとも省察すべきである。

これら (1) (2) (3) は、確率算の基礎づけにおいても適応できるし、率直に述べれば、適応しなければ「ならない」。ここで (3) は、自身を欺かないためにぜひとも必要である。それがいかなる権威をもって主張されているものではあっても、自身が納得していない場合には、率直にその現実を確認すべきである。

2019年6月26日(水)

参考文献

Dedekind, Julius Wilhelm Richard, 岩波数学辞典では一貫してデデキントだが、岩波文庫ではデーデキント。河野伊三郎 訳『数(すう)について—連続性と数の本質—』, 岩波文庫, 岩波書店, 東京, 1961年。河野伊三郎博士は超越数を実数に限定しているが、複素数とすべきである。Dedekind 切断の原理が発見されたのは、1858年の11月24日である。「限りなく」続く有理数の系列などを持ち出さずとも、実数の連続性を論理の統制下におけるのである。Dedekind と古代ギリシャとの違いは「量」に対する態度にある。コンパスによって一方から他方へと移せる不変な「なにか」があるという想定を、Dedekind は用いていない。彼は、実数の概念が論理的に明瞭に規定されて後に、「長さ」、「面積」、「体積」などの「量」が、はじめて明瞭に規定できると判断している。「測り得る量の存在」は自明ではない。「確率」の「存在」はどうであろうか。

de Finetti, Bruno, *Probability : Beware of Falsification !*, 1977. これは H. E. Kyburg, Jr. and H. E. Smokler が編集した、但し、Krieger 版(1980, New York) の, *Studies in Subjective Probability*, にある。Wiley 版(1964, New York) にはない。なお BdF のこの論文は元はイタリア語であり, *Scientia*, 111, 283-303, (1976)

にあるのだが、I. McGilvrayによって (Romaにて) 英訳された。また Kyburg and Smokler (Wiley版, Krieger版)にある、BdFの講義録(1937)は、元はフランス語であり、Kyburgが英訳したのである。この講義は、1935年の5月2日から10日の9日間にわたって Poincaré 研究所で行われたものである。BdFは1906年6月13日に生まれて1985年の7月20日に没している。また BdFの講義録の英訳、*Philosophical Lectures on Probability*, collected, edited, and annotated by Alberto Mura, Springer, 2008,がある。この講義録には Maria Carla Galavottiの短い論文が入っている。なお *Philosophical*とあるが、de Finettiの主観的願望がいかなるものであれ、彼は客観的に紛れもなく(反主流の)数学者である。

Savage, Leonard Jimmie, *The Foundations of Statistics, Second Revised Edition*, Dover, New York, 1972. サヴェジ氏の「基礎論」である。第1版は、1954年に Wiley, New York, より出ている。

Savage, Leonard Jimmie, *The Writings of Leonard Jimmie Savage - A Memorial Selection -*, The American Statistical Association, Washington, D.C., 1981. サヴェジ氏の論文集である。

園 信太郎, 『確率概念の近傍—バイズ統計学の基礎をなす確率概念—』, 内田老鶴圃, 東京, 2014年。この冊子の付録C(文献表)は、ぜひとも一瞥して頂きたい。

園 信太郎, 『サヴェジ・システム試論—統計的決定理論の公理化と期待効用の最大化—』, 内田老鶴圃, 東京, 2017年。サヴェジ氏の七つの公準の内、六番目までは強い説得力を持つが、第七番目のP7は「自明」ではない。今から視れば、P7は St. Petersburg paradox を消去するためのものだが、この paradox については、ぜひともこの冊子を一瞥して頂きたい。なお、日本統計学会編訳の『統計科学百科事典全5巻』, 丸善, 東京, 2018年, の第1巻の「確率の哲学」の項を参照して頂ければ幸いである。