10.14943/rjgshhs.19.l 87

『論理哲学論考』における論理の概念について

昆　野　清　美

要　旨

本論考では,『論考』の体系が持つ命題の構成能力とその構文論の解釈について交わされたフォーゲリンとギーチの間の論争を主に取り扱う。この論争の具体相を敷衍するにあたり，本論考では先ず彼らの論争の争点である『論考』の命題の構成可能性に関して，その構成手続きを表現する『論考』6節に示される「命題の一般形式」の特徴を説明する。これを通じて，要素命題と操作という2つの概念が『論考』の構文論の基礎に位置づくことが確認される。次に，こうした理解を基にして，フォーゲリンが『論考』に与えた真理の「決定手続き」の存在の指摘と，異なる量化を含む多重一般命題と全称命題の構成不可能性の指摘の内容を確認し，それによって彼の『論考』解釈の特徴を敷衍していく。続いて，真理操作の演算子Nに対するギーチの解釈とそれに基づくフォーゲリンへの批判の内容，及び演算子Nについてのギーチの解釈に対して為されたフォーゲリンのギーチへの応答とそれに対するギーチの再批判の動向が確認される。この論争において，彼らのそれぞれの解釈の相違は折衷困難なものであるが，しかし『論考』の記号体系に対する基本的理解と命題を構成する操作を議論の中心に据えている点で彼らは共通している。この論争を整理，検討し，両者の立場と『論考』解釈の特徴を浮かび上がらせることで,『論考』の記号体系における要素命題とそれに対して与えられる真理操作の演算子Nの持つ役割の重要性が改めて強調されると共に,『論考』の論理，引いては論理の概念を理解する上で留意されるべき点が明確になる。

1．本論の取り扱う問題とその見取り図

本論考の主題は，ウィトゲンシュタインの著した『論理哲学論考』[1] において，その論理がど

[1] 以下，本文中ではこれを『論考』と略記し，引用や該当箇所を引く際には，例えば,『論考』2.2節

のような形で構築されているのか，という問題である。当然，本小論によって『論考』に関するこのような包括的なテーマを取り扱うことはできない。そこで，本論考では，『論考』において，ウィトゲンシュタインが如何なる構文論を提示しているのか，という問題を扱っていく。『論考』の構文論については既に膨大な研究が存在するが，彼が『論考』で展開した構文論については，現代でもその全てが明瞭にされたとは言い難い。特に，『論考』の構文論が我々の命題をどの程度豊かに構成できるよう構築されたのか，という問題は Fogelin（1976）がその構成能力に疑義を呈して以降，『論考』解釈と『論考』の論理の射程を捉える上で興味深いテーマとして現代に至るまで扱われている。

本論考は，この問題がどのような議論を経て現代において取り扱われているのか見るべく，『論考』の命題の構成可能性について行われたフォーゲリンとギーチの間の論争を検討することを軸に進められる。本論考は先ず，『論考』の構文論が持つ命題の構成可能性に関する議論を参照する上で欠かせない「命題の一般形式」という概念について，大まかに確認することから始める（第2章）。ここでは，『論考』の構文論が，「最も単純な命題」（TLP 4.21）である要素命題と，それに対して与えられる真理操作の演算子 N によって多様な命題を構成していくことが確認される。次に，こうした知識を前提として，『論考』の構文論が備える命題の構成可能性に関して，この「命題の一般形式」に疑義を呈したフォーゲリンと，それに対立する形で，『論考』の構文論に若干の修正を施しつつも「命題の一般形式」の表現力を高く評価するギーチの間で行われた論争の内容を検討していく（第3・4章）。フォーゲリンとギーチの間の論争の焦点は，上に掲げた問題，つまり『論考』の命題に関する「表現的な完全性」を巡るものである。これらの章では，フォーゲリンとギーチのそれぞれの主張を展開し直しつつ，そこから浮かび上がるこの論争の特徴を整理し，その問題点を指摘する。そして，本論考は，この論争を検討することを通じて得られた諸問題のそれぞれについて幾つかの指摘を行っていく（第5章）。ここでの議論はそれ程詳細なものではないが，それによって要素命題という概念と操作という概念についての重要性が改めて強調されることとなる。

2．命題の一般形式と『論考』の構文論の関係

『論考』の構文論を検討するにあたり，これまで多くの論者が注目してきた概念が，「命題の本質」とされる「一般的な命題形式 allgemaine Satzform」である（TLP 5.471）。この「命題の一般形式」について，『論考』は次のように述べる。

を TLP 2.2 という形で略記する。また，『論考』の邦訳は野矢（2003）を参照したが，引用箇所に示す訳の問題点は論者が負うものである。

> 全命題の形式について，そもそも予め von vornherein 語られ得るのであれば，その全ては一度に auf einmal 語られるのでなくてはならないことは明らかである。/……/構成されたものがある所には，入力項と関数 Argument und Funktion があり，これらのある所では，既に全ての論理定項がある。/このようにも言える，ただ 1 つの論理定項とは，あらゆる命題がその本性に従ってそれぞれ共有するものである。/しかし，それこそが一般的な命題形式なのである。（TLP 5.47）[2]

『論考』はこう述べた直後で「一般的な命題形式が命題の本質である」（TLP 5.471）と主張する。つまり，「命題の本質を記述することは，あらゆる記述の本質を提示することであり，それ故，世界の本質を記述することである」（TLP 5.4711）。言い換えれば，「あらゆる命題がその本性に従って共有する」「一般的な命題形式」を記述できれば，それによって我々が記述し得る命題の全てが備える本質が捉えられることになる。つまり，我々が命題の形で表現可能な全ての事柄と，その表現が備える本質がこの『論考』が言う「一般的な命題形式」を通じて提示されることになる。そして，この「一般的な命題形式」として機能する記号を構文論に導入することが可能であれば，それによって，記号の特性にのみ従って構成される諸命題の構成可能性を把握することが可能となる。

では，『論考』はこの「一般的な命題形式」をどのような形で提示するのか。『論考』において，「一般的な命題形式」は単に理論的に要請されるだけの概念ではない。この「一般的な命題形式」は具体的な記号によって形式化された概念として与えられる。それは，「命題の一般形式」と呼ばれる次の形式において表現される（TLP 6）。

$$[\overline{\mathrm{p}}, \overline{\xi}, \mathrm{N}(\overline{\xi})]$$

ここで，「$\overline{\mathrm{p}}$」とは，任意の「最も単純な命題である」（TLP 4.21）要素命題を表現している。この時，命題記号 p の上に付された「—」記号は操作を与えられる要素命題が単一である必要はないことを示している。「$\overline{\xi}$」は，要素命題を含む任意の命題を値とする変項を表している。記号 ξ は操作「$\mathrm{N}(\overline{\xi})$」を与えられる括弧つき表現「$(\overline{\xi})$」が含む諸命題を項とする変項である（TLP 5.501）。それ故，ξ の上に付された横棒は，それらの値全体をこの記号が代表していることを表す。例えば，「ξ が 3 つの値 P, Q, R を持つ場合，$(\overline{\xi}) = (\mathrm{P}, \mathrm{Q}, \mathrm{R})$」である（TLP 5.501）。「$\mathrm{N}(\overline{\xi})$」が持つ N は否定の演算子であり，$\overline{\xi}$ が含む各命題の全てを否定するものである（TLP 5.501）。例えば，「ξ が 1 つの値だけを持つ場合，$\mathrm{N}(\overline{\xi}) = \sim \mathrm{p}$（p ではない）となり，2 つの値を持つ場合，$\mathrm{N}(\overline{\xi}) = \sim \mathrm{p}.\sim \mathrm{q}$（p でも q でもない）」（TLP 5.51）というようになる（記号「.」

---

[2] 邦訳は野矢（2003），pp.94-95 を参照した。この時，原文中の“ihrer Natur nach”を野矢（2003）では「本性上」と訳しているが，本文中ではオグデン・ラムジーの英訳も考慮して，より直訳的に「本性に従い」と訳し変えた。

は連言を表現している)。この時，$\overline{\xi}$が３つ以上の命題を含む場合，N（$\overline{\xi}$）は，それら全ての命題が真でない時に真である命題を構成する。つまり，操作N（$\overline{\xi}$）は，$\overline{\xi}$が含む命題の連言否定を構築する操作である[3]。従って，『論考』における「命題の一般形式」は，「いずれの命題も要素命題に操作N（$\overline{\xi}$）を繰り返し適用した結果である」ということを示している（TLP 6.001)。

それ故，『論考』の構文論において先ず基本とされるのは要素命題である。仮に，我々の構文論において要素命題がpと表示される１つしか存在しないとしても，要素命題に操作N($\overline{\xi}$)を施せば，その否定命題N(p)が得られ，この否定命題と当の要素命題の２つの命題を値に持つ$\overline{\xi}$に同じく操作N($\overline{\xi}$)を施せば，新たな命題N(p，N(p))を得られる[4]。この操作は一見すると２つの命題に操作を施しているようにも見えるが，しかし，実際に$\overline{\xi}$が持つ命題記号はここでは明らかにpのみであるから，結局このような命題の構成を何度繰り返しても，それは単一の要素命題に対して同一の操作N($\overline{\xi}$)を施しているに過ぎないことになる。同じことは，$\overline{p}$が含む要素命題が任意の個数であっても言えるから，結局，要素命題の全体が我々に与えられているのであれば，我々はこの「命題の一般形式」に従って，あらゆる命題の構成が可能となる。従って，『論考』の構文論においては，「最も単純な命題」である要素命題と，それに対して演算子Nを与える操作という２つの側面を表現する「命題の一般形式」は当に「あらゆる命題がその本性に従って共有するもの」を表現していることになる。

それ故，『論考』においては一般的に，要素命題に対する演算子Nの適用の結果として諸命題が構成されることから，その構文論は究極的には演算子Nと要素命題のみで命題を記述することになる。つまり，『論考』が提示する構文論においては，あらゆる有意味な命題は，（それらが共有する一般形式によって端的に表現されるにせよ）具体的な操作の結果として明示的に要素命題と演算子Nという道具立てによって構成され，表現されることが要請される。それ故，『論考』の構文論が「命題の一般形式」を備えるものであるとすれば，『論考』の体系は構成的な側面を持つことになる。これは，「命題をそこに含まれる諸表現の関数として把握する」（TLP 3.318）ウィトゲンシュタインの立場が命題の一般性という観点で露わになったものと見ることもできよう。

3　演算子Nの説明を行う時にはしばしば「オペレーターNは，任意の数の命題引数のjoint denialを産出する」（cf. Geach (1981), pp.168）というように“joint denial”という表現が用いられる。日本の『論考』解釈の伝統では，演算子Nの理解に際して，この文脈における“joint denial”と全く同じ意味で「否定連言」という表現をしてきた。本論では，“joint denial”という表現に合うように「連言否定」という表現を用いることにする。以上の指摘と連言否定という表現は，北海道大学大学院文学研究の佐野勝彦准教授により与えられた。

4　念のため説明しておくと，N(p, N(p))は「pでもN(p)でもない」ということを表現しているから，これは結局「pでない，かつpである」を表現する矛盾命題である。

以上のことから次のような２つの問題は，『論考』の構文論を考える上で重要なものである。第１に，『論考』の構文論において要素命題はどのような表現として記述されるべきか，という問題があり，第２に，『論考』の構文論は，演算子Nと要素命題のみで通常の論理学で用いられる記号体系に比してどれ程の表現力を持つのか，という問題がある。例えば，『論考』において「名の連関，名の連鎖」（TLP 4.22）とされる要素命題が，その一方で「名の関数として，「fx」「φ(x,y)」等の形式」で書かれるものとしても理解されている（TLP 4.24）ことを，我々はどのように見るべきであろうか。つまり，例えば，『論考』で「単純なシンボル」とされる「名 Name」が要素命題において変数xの形式で表現されるのだとして，命題を構成する操作が与えられる要素命題は，関数記号と変数のみを含む形式（例えばfx）で記述されるべきなのか，それとも名を表す記号を用いた形式（例えばfa）で記述されるべきなのか。以降の章で見るのは，主に『論考』の命題の構成可能性という後者の問題を取り扱う議論であるが，しかし，本論の最後で見るように，この命題の構成可能性の問題には，この要素命題の表現の問題が関与している。しかし，この点についてここで深追いすることはせず，先ずは「命題の一般形式」をその基礎に据える『論考』の構文論が，どれ程の命題の構成能力を持っているのか，という問題に関する議論を見ていくことにしよう。

3．『論考』の命題の構成可能性に関するフォーゲリンの批判

本章では，Fogelin (1976) において展開された『論考』の体系に対する批判を取り扱う。フォーゲリンはそこで，『論考』の「命題の一般形式」は，異なる二種の量化を含む多重量化命題，更にはより基本的な全称命題を構成できない，と指摘した。以下では，その議論の前提となる事柄を確認した後，その批判がどのようなものであるのか，また，どのような特徴を持つのかを見ていく。

3.1.「命題の一般形式」に対するフォーゲリンの診断

命題を構成する規則とその全体の在り方を表現する「命題の一般形式」は，要素命題を「ある事態の成立を主張する」（TLP 4.21）ものと見る『論考』の見解を踏まえることで，「真理関数の一般形式」（TLP 6）としても理解できることが分かる。要素命題が「ある事態の成立を主張する」ということは，「要素命題の真理可能性 Wharheitsmöglichkeiten der Elementarsätze は，事態の成立と不成立を表している」（TLP 4.3）ということである。それ故，要素命題に対して演算子Nを与える事によってあらゆる命題が構成される，ということを示す「命題の一般形式」があらゆる命題に共有されているということは，要素命題に操作を与えた結果生じる命題は，各要素命題の真理可能性の組み合せに応じて，真偽がいかなる場合でも真（トートロジー）であるか，ある場合には真で別の場合には偽であるか，あるいは，全ての場合で偽（矛盾）であ

るか，のいずれかの真理可能性を持つことになる，ということである[5]。それ故，形式「$[\bar{p}, \bar{\xi}, N(\bar{\xi})]$」は，命題の真理可能性が要素命題に対する操作の反復適用によって得られた結果によって表現される，ということを表現する「真理関数の一般形式」でもあることになる。

それ故，『論考』はこの意味論的観点と構文論的観点を合わせて「命題の一般形式」と「真理関数の一般形式」が同一であることを主張する（TLP 6）。このことは，「全ての真理関数は，要素命題に対して真理操作を有限回繰り返して適用することで得られる」（TLP 5.31）ということを意味する。それ故，『論考』の体系においては，あらゆる命題の表現とその真理可能性は，要素命題に対する真理操作の有限回の適用の結果として，すべからく決定されることとなる。このことを受けて，フォーゲリンは，「その命題がトートロジーであるか，蓋然的なものであるか，矛盾であるかを有限のステップで決定することを可能にする」命題の「決定手続き decision procedure」の存在を『論考』に認めることとなる。しかし，この診断は，彼が『論考』に「根本的な誤り fundamental error」があることを確信させることとなる[6]。その理由を説明する為に，我々はここで「決定手続き」とは何であるかを見ておく必要がある。

フォーゲリンがここで見出した「決定手続き」とは何であろうか。それは，端的に述べれば，ある記号列の妥当性を判定する為の「実効的方法 effective method」のことである。「実効的方法」とは，有限個の記号によって表記され，かつ有限回のステップと値の入力によって望む結果を得られるような計算方法のことである。この時，その実行者は，鉛筆や紙を除くどんな道具も用いる必要はないし，また，その手続きに何の洞察や工夫をも必要しない[7]。フォーゲリンは，『論考』5.31節における「全ての真理関数は，要素命題に対して真理操作を有限回繰り返して適用することで得られる」という見解と「命題の一般形式」と「真理関数の一般形式」が一致することを述べる『論考』6節において，命題の真理性に関する「実効的な」手続きの存在が『論考』の体系には含まれている，と見なした。しかし，このことは，Turing（1936）と Church（1936）が証明した一階述語論理における決定不可能性に『論考』が抵触していることを意味していた。チューリングとチャーチが証明した決定不可能性とは，大まかには，一階述語論理の中にはその妥当性が実効的な手続きによって決定できないような命題が存在する，ということである。つまり，『論考』の体系がラッセルやフレーゲの構築したような一階述語論理の体系と同等の表現力を持ち，『論考』の真理操作の結果としてあらゆる命題が「トートロジーであるか，蓋然的なものであるか，矛盾であるかを有限のステップで決定する」ことが実効的に可能であれば，それはチューリングとチャーチの結果に反することになる（ここで明らかにフォーゲリンは「妥

5　本論考では，「命題の一般形式」と「真理関数の一般形式」が同じである，ということがどのような意味を持つのか，という問題は取り扱わない。

6　この表現については Fogelin（1976），p.70 を参照のこと。

7　この説明は，伊藤（2014）における「実効的方法」の説明を基に論者が作成したものである。

当性」と「トートロジー」という２つの概念を同一視している)。こうした観点からフォーゲリンが『論考』にある種の決定手続きへの接近を見て取った時，彼は『論考』の命題の構成手続き，具体的には，要素命題に真理操作の演算子Ｎを与える操作では構成できないような命題があるのではないか，と推定したに違いない。実際，彼が『論考』に「決定手続き」の存在を診断した後，彼は直ぐさま『論考』における命題を構成する手続きでは「多重一般命題の全範囲を構築する方法が提供されない」と主張した[8]。この主張を行うにあたって，彼はどのような洞察を行ったのであろうか。以下では，それを見ていきたい。

3.2. 『論考』における異なる量化を含む命題の表現不可能性

フォーゲリンは「命題の一般形式」「$[\overline{p}, \overline{\xi}, N(\overline{\xi})]$」を「$\overline{p}$ は全ての原子命題」を，「$\overline{\xi}$ は要素命題と既に構築された命題を含むであろう命題を集めたもの selection」を，「$N(\overline{\xi})$ は命題の列を構築する為に繰り返し用いられる操作」を表現する，と解釈した。彼はこのように解釈した「命題の一般形式」が命題の真理の決定手続きと結びついていることを指摘した後で，「ウィトゲンシュタインの問題点は，彼の手続きが多重一般命題 multiply general proposition の全範囲を構成するための方法を提供しないことにある」と主張した[9]。これは，彼が『論考』に認めた問題の具体相が「命題の一般形式」に関わることを看取したということを意味している。これを検討するべく，「そうした多重一般命題[10] を構成する為に，x と y の全ての値についての関数 Fxy の値，つまり，Faa，Fab，Fba，Fac，等をその値として持つ $\overline{\xi}$ を取ってみよう」。この上で，フォーゲリンは次のように続ける。

> N(Fxy)は命題関数 Fxy の値となるこうした諸命題の連言否定を与えるから，我々は「¬(∃x)(∃y)Fxy」と等しいある命題を作ったことになることは明らかである。否定記号を内側に送ることで，我々は標準的命題 canonical proposition 5[11]「(x)(y)¬Fxy」を手にする。我々は次に，この得られた命題を演算子Ｎに与えることで，つまり，それを否定することで，命題２「(∃x)(∃y)Fxy」に等しい結果を得られる。この方法は今や不毛となってしまう。というのも，ここからどれだけ更に演算子Ｎを適用しても，この命題２と５とに等しい命題の間を何度も行き来するという結果になるからである。我々が命題関数¬Fxy を用いると，これと同じような結果が生じる。ここでは我々は命題１［＝(x)(y)Fxy］と６

[8] Fogelin (1976), P.71.

[9] Fogelin (1976), p.71.

[10] この引用箇所である Fogelin (1976), p.71 では，「そうした such」は具体的には式¬(x)¬(x)¬Fxy であるが，本論では文脈上「構成し得ない多重一般命題」と読んでも構わない。

[11] ここで引用している Fogelin(1976), p.71 では，単純な８つの多重量化命題のリストが与えられており，ここで出てくる番号はそれに対応するよう原文に付されているものである。

［＝(∃ x)(∃ y)¬ Fxy］を作ることができるが，この演算子 N の適用はここから先は不毛となる。[12]

ここで否定の操作が与えられる二引数関数 Fxy と¬ Fxy は２つの変数のみを持つ単純な命題関数だから，これらに演算子 N を与えて得られる多重量化命題は上で指摘された４つのみとなる。すると，関数 Fxy に対して２つの異なる量化子を持つような多重量化命題，例えば(x)(∃ y)Fxy のような形の命題は演算子 N を用いた操作によっては得られないことになる。

では，要素命題と演算子 N によって命題を構成する『論考』の構文論において，多重量化命題を構成する方法は本当に存在しないのだろうか。彼は，多重一般命題の構成という問題において，彼が論理学者スタルネイカーから提案された[13]という次のような解決策について考えている。それは，二引数関数 Fxy の一方の値を最初から定項で固定し，その集まりを考える，というものである。

> 我々は，Fay，Fby，Fcy 等の関数の集まりで以て始めていく。今や，一度に我々はこれらの命題の値となる命題の集合に対して操作 N を適用する。関数 Fay の値である命題の集合に［演算子 N が］適用されると，我々は¬(∃ y)Fay という結果を得る。関数 Fby の値である命題の集合に［演算子 N が］適用されると，我々は¬(∃ y)Fby という結果を得る。等々。この仕方で全ての関数を遂行してしまえば，我々は得られた諸命題を集め，それらを操作 N の更なる適用の基底として用いるのである。[14]

この操作の結果は，「N(¬(∃ y)Fay，¬(∃ y)Fby，¬(∃ y)Fcy…)」だから，以上の手続きによって「(x)(∃ y)Fxy」に相当する命題が得られることになる。しかし，この手続きにおいては，そこに「支払われる代価」として「定項によって満たされた引数の場所へと一般性を導入する唯一の方法は，この世界にあるそれぞれのものについての個体定項を用いる場合の完全な枚挙 complete enumeration を通じて為される」ものであると認められねばならない[15]。では，このような「代価」を支払うことは『論考』の枠組みにおいて認められるのであろうか。

フォーゲリンは，この「代価」の支払いには次のような２つの事柄の一方の成立が必要である，と診断する。つまり，「世界は有限の対象のみを含んでいる」ということか，「少なくとも論理的観点から，無限に多くの離散的なステップと関連した課題を達成するに際して，煩わし

[12] Fogelin (1976), p.71.
[13] これについては Fogelin (1976), p.74 を参照のこと。
[14] Fogelin (1976), p.72.
[15] Fogelin (1976), p.72.

い objectionable ことは存在しない」ということのどちらか一方が成り立つ必要がある。前者が成り立つ場合，この完全な枚挙の困難は「論理的なもの logical ではなく，実践的なもの practical」となるが，フォーゲリンは「ウィトゲンシュタインがこの立場を取っていたとすれば，そう述べなかったことは大変奇妙である」と指摘する。加えて，彼は「事態の独立性というウィトゲンシュタインの見解が可能であるのは，無限の論理空間のみであり[16]，そしてこれは，無限に多くの対象によって生成される論理空間のことを意味している」と述べ,「ウィトゲンシュタインが論理において特別な数は存在しないという[17]以上の強い主張をしない」以上,『論考』において「対象の何らかの有限な数 n」という「論理において特別となる」「対象のある決定された有限の数を世界が持つ」と考えることはできないと主張した。以上のことから，フォーゲリンはこの世界が有限の対象のみを持つ，という前提を『論考』から放棄する[18]。

では，後者の前提についてはどうであろうか。フォーゲリンは，全ての真理関数を「要素命題への真理操作の有限回の連続適用した結果」と見なす『論考』5.32 節を直接引用し，この前提を棄却する。そして，この前提が『論考』5.32 節と 6.001 節に対して「不適切 out of place」であることを示す為に，多重量化命題(x)(∃ y)Fxy を構築する為の操作 N の最後の適用について彼は考えている。この時,「この適用に先立つのはどのようなステップであろうか」という問いが問われ得る。しかし,「この問いは不適切である。というのも，先立つ無限の課題に対する最後のステップなど定義されないからである[19]。」こうして，フォーゲリンはスタルネイカーの提案を『論考』に受け入れる為に取り得る 2 つの前提を共に否定する。それ故，フォーゲリンの観点では,『論考』に多重量化命題を構成する能力は結局認められないことになる。

3.3. 『論考』における全称命題の構成不可能性

以上のようにして，フォーゲリンは多重量化命題を『論考』の構文論が構成できないと結論したが，この議論の後で，彼は「我々がより厳格になっていくと」『論考』にはもう 1 つ欠陥が認められる，と更に指摘を行う。その欠陥とは,『論考』は一般命題において基本的なものである全称命題すら形成できない，というものである。フォーゲリンはこのことを説明する為に，命題関数 Fx を否定する関数¬ Fx に対して演算子 N を与える操作を考える。ここで注目するべきは，ここで彼が命題関数¬ Fx に注目していることは，上で見たスタルネイカー流のやり方において命題関数¬ Fx の全ての値を $\overline{\xi}$ で表現し，そこに演算子 N を与えると二重の全称命

16 ここでフォーゲリンは,『論考』4.463 節に出てくる「論理空間の全体 ── 無限な全体 ──」という部分を，論理空間の無限性への言及として引用している。

17 TLP 4.128 節を参照のこと。

18 この段落における引用は全て Fogelin (1976), p.72 を参照。

19 Fogelin (1976), p.73.

題(x)(y)Fxyが得られる，と見ていたことに直接関連する，ということであろう。つまり，ここで彼が行おうとしている批判は，実は既に多重量化命題の構成不可能性の問題において予示されていた，ということである。

では，彼はこの命題関数¬Fxに演算子Nを与える操作にどのような問題を見て取ったのか。この操作が意図する所は明らかに，「Fでないものはない」，つまり，「全てのものはFである」と述べる命題を構成する為に，「Fでない」に相当する命題を構成することにある。しかし，フォーゲリンはここに問題を見て取る。即ち，彼は『論考』の「一般形式」が表現するような命題の構成手続きに従うと，このような命題を構成する為の操作は達成されない，と診断したのである。彼は関数¬Fxの値が，否定のシンボル¬を持つそれ自体要素命題ではないものである以上，これに相当する命題を要素命題から構成せざるを得ない，と指摘した上で，そのような構成が「潜在的にpotentially無限の課題」を伴う，と考えたのである[20]。

ここでフォーゲリンが述べているのは次のようなことである。フォーゲリンの観点では，命題¬Fxを構成する為には命題関数Fxに対してただ1度の操作を行うだけでは十分ではない。というのも，関数の形で表示された命題Fxに対して演算子Nを与えるということは結局，その値となり得る命題を全て否定するということであるから，『論考』5.52節が指摘するように，N(Fx)は否定命題¬(∃x)Fxとなるからである[21]。これに否定の操作を与えても得られるのは明らかに(∃x)Fxに相当する命題である。それ故，要素命題に否定の操作を与えて全称命題(x)Fxに相当する命題を構成するには，命題関数Fxの値であるFa，Fb，Fc，…に否定の操作を与え，その後でそれらを含む命題の集合$\overline{\xi}$に否定の操作を与えるより他ない。しかし，こうした命題の各々へと逐一演算子Nを与えていく操作の実行の全てが達成できる保証は存在しない。それ故，フォーゲリンの観点では，あらゆる命題を要素命題とそれに対する操作から構成する場合，全称命題を構成する手続きは完遂されないことになるのである。

全称命題が構成し得ない，という以上の議論において，フォーゲリンの要素命題の取り扱いが曖昧であることは注目すべき点である。彼は全称命題が構成されている場合に命題がどのような形式を取るかに着目し，その結果，¬Fxに相当する命題を得る手続きに操作の潜在的な無限性という問題を見て取った。操作の対象を要素命題にまで還元するというこの工程において，彼は飽和した命題Fa，Fb，Fc…のそれぞれに演算子Nを与えた。それ故，フォーゲリンはここで，こうした飽和した命題Fa，Fb，Fc，…を要素命題として扱っている。これは，彼が「命題の一般形式」で要素命題の表現「$\overline{p}$」を「全ての原子命題」と述べていることからして当然と言える。しかし，¬Fxの構成に際して，彼は明らかに命題Fa，Fb，Fc…を得る際に命題関数

20　Fogelin (1976), p.74.

21「xの全ての値に対するある関数fxの値全体であるξの値が存在するならば，N($\overline{\xi}$) = ～(∃x).fxである」(TLP 5.52)

Fx をその原型と見て，そこから無数の命題を取り出している。このことは結局，彼が命題関数 Fx に対して，この記号が命題を構成する操作の基礎に位置づく命題として，即ち要素命題として扱っている，ということを意味する。このことは，フォーゲリンの議論では，演算子 N が変数を含む形式 Fx に与えられるのか，変数を含まない形式 Fa，Fb，Fc，…に与えられるのか，が明瞭ではない，という曖昧さがあることを示している。しかし，こうした彼の要素命題の取り扱いを考慮しても，いずれにせよ彼の見地では全称命題を構成することは不可能である。というのも，命題関数¬ Fx に相当する命題を構成するために要素命題を飽和なものと見れば，操作の潜在的な無限性がその障害となり，不飽和なものと見れば，それに対する操作の結果は，結局，存在の否定命題¬(∃ x)Fx に相当する命題になるからである。仮にこのことが正しければ，それは結局「命題の一般形式」をその基礎に据える『論考』が「根本的な誤り」を含んでいる，ということであろう。

では，フォーゲリン自身はこの全称命題を構成できない，という困難に対して，何事かの解決策を与えてはいないのか。先ず，彼は素朴に「要素命題の否定それ自体を要素命題として考える」[22] という案を出している。しかし，この案は彼自身によって直ちに棄却される。というのも，『論考』では，「あらゆる命題は要素命題に真理操作を施した結果である」（TLP 5.3）と述べられているからである。それ故，彼が指摘したように，この方策は取り得ない。しかし，彼はもう１つの案を出している。それは，「『論考』の体系に論理積［連言］の操作を直接加えることである[23]」。彼はこの案を「明らかに最良の解決策」と見る。実際，諸命題に与えられる演算子をある体系に加えるという方法は，その体系の表現力を向上させる上で最も明瞭な方法である。しかし，勿論，この道は『論考』の体系を擁護するのであれば採用し得ない。というのも，この方策は，全称命題の表現不可能性の根底にある「命題の一般形式」を表現する形式「$[\bar{p}, \bar{\xi}, N(\bar{\xi})]$」を捨てて，『論考』5.3 節にある「全ての命題は要素命題に真理操作を施した結果である」という主張を「格別の地位 a position of prominence」に「押し上げる move up」[24]，という強い解釈を要するからである。それ故，明らかにこの案は『論考』における哲学的洞察が導いた構文論を改訂するという代償を支払わねば取り得ない道なのである。

フォーゲリンが診断したこの全称命題の構成不可能性の問題には，既に指摘したように，異なる量化を含む多重一般命題の構成不可能性でも想定されていた否定の命題関数¬ Fx の構成可能性が深く関与している。この命題関数は，単純な命題関数 Fx と否定演算子¬のみで構成されるという基本的なものである。この基本的な命題の構成において，フォーゲリンは，そこに「潜在的に無限の課題」を見て取った。フォーゲリンによるスタルネイカー流の方法の検討

---

22 Fogelin（1976），p.74.

23 Fogelin（1976），p.74.

24 Fogelin（1976），P.74.

におけるフォーゲリンの診断は，『論考』の体系は命題関数 Fx から命題 Fa，Fb，Fc，…の枚挙が無限となる事態に対応し得ない，というものであり，それらの命題に演算子 N を与えるという「潜在的に無限の」操作は実行し得ない，という事態は，このことと明らかに平行的である。基本的な命題関数¬ Fx に相当する命題からこのような命題の構成に対する困難が生じる，という診断は，フォーゲリンの観点では，『論考』の体系に認めた「決定手続き」の存在が示唆する構成不可能な命題の可能性の裏づけとなる。このようにして，彼は「『論考』の論理には「根本的な誤り」がある，という裁定を下すに至ったのである。言い換えれば，この「潜在的な無限」性という問題が『論考』における命題の構成手続きから除き得るか否かは，フォーゲリンの議論の妥当性を量る試金石となり得る，ということである。この点を念頭に置きつつ，次に，演算子 N の適用について『論考』では「潜在的な無限の課題」など生じない，と主張するギーチの議論を見ていきたい。

4．ギーチによる演算子 N の解釈と，フォーゲリンとギーチの間の論争

先ず, 本章の大まかな見取り図を与えておく。以上に見てきたフォーゲリンの指摘に対して，Geach（1981）は，その解釈は演算子 N の理解を誤ったものである，と指摘しつつ，『論考』の表記法への若干の修正を提案しながら『論考』は「命題の一般形式」に基づいてあらゆる一般命題を構成可能である，と主張した。それに対して Fogelin (1982) は，ギーチの表記法には『論考』と相反する部分があると批判しつつ，1976 年に与えた自身の結論を保持したが，Geach (1982) はこの応答は 1981 年の自説に対する適切な応答になっていない，と主張する。本章は，こうしたフォーゲリンとギーチの間の論争を順に見ていくことによって，『論考』の構文論に対する検討において問題にするべき点を浮かび上がらせることを目指すものである。

4.1. ギーチによる『論考』の記号体系の拡張とフォーゲリンへの批判

フォーゲリンが指摘した『論考』の「表現的な不完全性」が解消されるには，彼の指摘するような命題に対する「潜在的に無限な」操作の適用の完遂という困難を『論考』がそもそも問題としない，ということが必要であることは，前章の最後で確認した。この課題について，『論考』においてはこうした困難が演算子 N による命題の構築において問題にならない，と主張し，フォーゲリンの診断した「「根本的な誤り」はフォーゲリンが犯したものである」[25] と指摘したのがギーチである。

ギーチは『論考』における命題を構成する操作を「操作の基底として命題のあるクラスを取

[25] Geach（1981），p.170.

るにも関わらず，命題のあるクラスではなく，ある単一のクラスを出力する[26]」ものと解釈した。それ故，例えば，２つの要素命題に操作を施した命題 N（N(p,q)）は，「命題のある単位クラス unit class の「連言」否定であり，しかしある連言否定は，ある命題に違いなく」「命題の組ではあり得ない」と述べた[27]。つまり，彼は演算子 N がかかる対象は個々の命題ではなく，命題のクラスであり，その操作の結果として連言否定が構成される，と解釈した。ギーチのこの『論考』理解の正否はここでは措いておくが，この解釈は，彼自身に『論考』の否定の操作に関する記号体系の修正を行うことを認めさせることになる。彼は，「ウィトゲンシュタインの演算子 N が機能するその仕方を十分に理解する為には，１つの構成要素が変化する諸命題のクラスに対する明確化された表記法（ウィトゲンシュタインが与えていないもの）を必要とする」とし，次のような表記法を提案した。

> 私は，fx（によって与えられる）命題関数の中において，実際的な名をある変数に代入することによって得られる命題のクラスの連言否定を意味する為に「N(ẍ:fx)」と書くことにする。つまり，「(∃ x)fx」と「(x)fx」はウィトゲンシュタイン流の表記法では，それぞれ「N(N(ẍ:fx))」，「N((ẍ:N(fx)))」と表すことになる。最初のものは，かくかくのものは f である，と述べる全命題の全クラスの連言否定の否定であり，…第二のものは，かくかくのことは f でない，と述べる全命題のクラスの連言否定である[28]。

つまり，演算子 N が作用する対象は fx という形の命題ではなく，それによって表現される命題のクラスである，という解釈に従い，ギーチは「ẍ：」という標示記号を用いて，演算子 N が適用される作用域を変数ごとに明示する記法を導入したのである。この解釈にはフォーゲリンが遭遇した困難を回避できるという大きな利点がある。否定の演算子 N が作用する対象が命題ではなく，命題のクラスであれば，全称命題(x)Fx を構成する為に命題関数¬ Fx を得るという手続きでは，命題関数 Fx の値となる Fa，Fb，Fc，…を枚挙した後にそのそれぞれに対して否定の操作を地道に与えていく，という工程は生じない。ギーチの解釈では，否定の操作が命題 fx の表現する集合に与えられれば，fx へと演算子 N を与えることでその集合の要素である命題全体が否定される。それ故，ここでは命題の枚挙や操作の無限の適用も生じない。つまり，ギーチの解釈においては，「諸命題の１つ１つを否定する為に命題の無限の系列を経由する必要や，その後で連言否定という更なる課題を行う必要は誰にもない」のであり，それ故，「無限

26 Geach（1981），p.169.
27 Geach（1981），p.169.
28 Geach（1981），p.169.

に離散的なステップ」の構築を『論考』に読むフォーゲリンの解釈は誤りということになる[29]。

4.2. フォーゲリンのギーチへの応答とギーチによる再批判

このギーチの批判に対して，Fogelin（1982）は応答を行っている。そこで，彼は「ギーチが行ったこれらの種類の命題［全称命題と異なる2つの量化を含む多重一般命題］の構築が『論考』の体系の枠組みの中で適当なものであるなら，端的に私の立場は誤りである」という留保をした上で，ギーチの全称命題の表記法 $N(\ddot{x}: N(fx))$ は誤りである，と論じた。彼は，ギーチのこの表記法に，それと対応する（とフォーゲリンが見なした）表記法 $N(N(\overline{fx}))$ を対比させ，その結果は異なるものであると論じた。この相違は，彼が直接図式的に示したように[30]，次のように表せる。

ウィトゲンシュタイン：$N(N(\overline{fx})) = N(N(fa, fb, fc, \cdots)) = (\exists x)(fx)$

ギーチ：$N(\ddot{x}: N(fx)) = N(N(fa), N(fb), N(fc), \cdots) = (x)fx$[31]

フォーゲリンはここで，「命題の一般形式」が要素命題の表現として採用した「$\overline{p}$」を「$\overline{fx}$」という表現に置き換え，それを fa, fb, fc, …に展開し直すという仕方で，ギーチの提案を（フォーゲリンの解釈した）『論考』の表記法において再現している。フォーゲリンは，この結果の相違について「『論考』のテキストに見出される記号体系 symbolism の我々の解釈は同一である」と述べつつも，「ウィトゲンシュタインの表記法が承認するであろう構築とギーチのウィトゲンシュタイン流の表記法によって認められる記法の間には重要な相違がある」と診断する。つまり，彼は「ギーチの表記法は，無限に多くの（還元不可能で無秩序な）操作Nの適用の表現を許して」おり，「操作の有限性と継続性 successiveness を要請」する『論考』5.32節に相反している，と主張したのである[32]。ここで注意するべきは，フォーゲリンはここで「このようなギーチの見解が操作Nの適用の可能に無限に多くの枚挙に関わると非難しているのではない」し，「当にギーチが仮定したような方法において集合（と，その集合から出力される命題）を形成することについて何の個人的な留保もしてはいない」と注意を促していることである[33]。そうではなく，彼は，ギーチの表記法を展開した「$N(N(fa), N(fb), N(fc), \cdots)$」という表記法が可能である，ということは，結局，その表記法は無限回の操作の適用可能性を『論考』の体系に認めている，と指摘したのである。それ故，フォーゲリンのギーチの主張に対する批判は，「『論考』それ自体に対する批判に転化され得る」。つまり，「もし『論考』の論理的体系がギーチの

29 Geach（1981），p.170.

30 原文でも，2つの等式の帰結で fx の部分に括弧をつける表記とつけない表記が並ぶが，理解に差し障りはないと思われるため，原文ままとした。

31 Fogelin（1982），p.126.

32 Fogelin（1982），p.126.

33 Fogelin（1982），p.126.

提案するような種類の手続きを加えることによってのみ機能するよう作られ得るのであれば，その体系はそのような手続きを明示的に前提しているのだから，『論考』の体系は根本的に欠陥を持つ」ことになる[34]。それ故，フォーゲリンはここで，ギーチの主張が成り立つにせよ，そうでないにせよ，依然として『論考』には「根本的な誤り」がある，と主張したことになる。

こうしたフォーゲリンの応答に対して，Geach（1982）は「フォーゲリンは，彼の著書でもそうであったように，演算の対象の（可能的に）無限なクラス上に１つの操作を施すことと，無限回の操作を施すこととを混同しているようである」という再批判で応えた。加えて，彼は自分の主張は「自身の『論考』的な表記法の表現的な完全性 expressive completeness」についてのみ関わり，「決定可能性，あるいはチャーチの定理については何事も述べていないし，フォーゲリンはこうした問題によって混同を生み出している」，と主張した[35]。そして，その応答の最後でギーチは，操作 N の結果が常にある単一の命題であるとしても，「『論考』における非常に初等的な集合論において，我々がそれぞれの命題を，１つの要素だけを持つ命題のクラスとして扱い，その結果，操作 N が常に命題のあるクラスに操作を行うというのであれば，矛盾は確実に恐れられるべきものではない」[36] と確認している。このことは，ギーチが依然として演算子 N の対象は命題ではなく，命題のクラスである，という立場を堅持していること，そして，彼が変わらず自身の表記法によって記述できる『論考』の構文論は「表現的な完全性」において，「よく知られた量化子の表記法」と同じだけの表現力を持っている[37]，と主張していることを示している。従って，ここに至ってもフォーゲリンとギーチの間の対立は依然として続いており，両者の議論は平行線を辿っている，と結論せざるを得ないであろう。

5．論争の争点に対する検討とそこから得られる今後の課題

フォーゲリンとギーチの対立軸には常に，演算子 N の内実はどのようなものであるか，という問題がある。より具体的に敷衍すれば，この問題は，演算子 N が作用する対象は何であるか，という問題と，命題を構成する手続きにおいて，要素命題に与えられる操作は明示的に（実際的にであれ，潜在的にであれ）全て形式化され得るか，という問題から成る。前者の問題についてフォーゲリンは命題である，と解釈し，ギーチは命題のクラスである，と解釈する。後者の問題についてフォーゲリンはそれが不可能な命題，つまり，全称命題と異なる量化を含む多重一般命題が存在することを主張し，『論考』の命題構成の理論に異議を唱えた。ギーチは演算

34 Fogelin（1982），p.126.
35 Geach（1982），p.128.
36 Geach（1982），p.128.
37 Geach（1982），p.127.

子の作用域を特定する標識を『論考』の構文論に導入しつつ，『論考』における命題の表現的な完全性を主張する。双方の立場が相容れないものであることは，これまでの議論から明らかとなっており，それ故，対立する両者が折り合いをつけることは実際困難であろう。

しかし，その一方で，彼らは明らかに２つの点で共通した前提を共有している。１つに，フォーゲリンがギーチへの応答において述べたように，『論考』に読み込む記号体系について両者は一致している。つまり，『論考』の構文論は，要素命題とそれに対して与えられる演算子Ｎのみによって多様な命題を構成していく，という解釈を両者は共有している。そしてもう１つの共有された前提は，彼らの中心的な論点は結局，（ギーチの指摘とは異なって）この記号体系によって『論考』はどの程度の命題的な表現力を備え得るのか，という問題であったということである。フォーゲリンとギーチによって共有されたこの２つの前提は，２つの方向で相互に関係し合っている。つまり，与えられた記号体系に従う命題の構成という観点では，その記号体系によって『論考』はどの程度の命題的な表現力を備え得るのか，という問題は，要素命題と演算子Ｎのみから多様な命題を構成していく，という『論考』の構文論に依存しているが，一方で，我々が構成している命題の表現に従ったある記号体系の構築という観点では，こうした『論考』の構文論の再構成は，そこにどの程度の命題的な表現可能性を認めるか，という問題に依存している。フォーゲリンの議論は主にこの第２の観点に沿った形で展開され，ギーチの議論は主に第１の観点に沿って展開されていた。第２章で見たように，『論考』の記号体系の持つ命題の構成手続きが要素命題と演算子Ｎによってのみから与えられる以上，『論考』の体系が構築し得る命題は結局，要素命題と演算子Ｎに対する規定に依存する。言い換えれば，要素命題と演算子Ｎの規定に何ら依存しないような命題は，端的に『論考』の構文論においては認められない。この点を踏まえれば，第２章の最後に予示していたように，『論考』の概念記法が含む記号の特性を捉える課題と，我々がそこからどのような命題を構成可能か，という問題は表裏一体であり，従って，フォーゲリンとギーチの論争は，相互に命題の本性に関わる２つの方向から『論考』の記号体系の本質に光を投じ合う解釈的な議論であった，と見ることができる。

しかし当然のことながら，彼らの論争から浮上してきた解釈上の問題が存在することも我々は留意しておかなければならない。１つに，真理操作の演算子Ｎを与える対象「$\overline{\xi}$」をどのように捉えるべきか，という問題がある。『論考』においては，操作Ｎ（$\overline{\xi}$）における「括弧表記内の項がどのような仕方で記述されるかは本質的ではない」とされている（TLP 5.501）。それ故，操作を与えられる対象については，それを命題定項の形で「直接的に枚挙」しても良いし，「関数 fx の提示」によって与えても構わない（TLP 5.501）。しかし，フォーゲリンの議論が示唆するように，記号「$\overline{\xi}$」が操作の与えられる項の全体を表現している，という時には，演算子Ｎの与えられる命題が無秩序に記述されるような対象であってはならない。それ故，『論考』の記号体系において記号「$\overline{\xi}$」はいかに規定されているのか，という問題は『論考』の構文論

を解釈する上で重要である。この問題について取り得る１つの方向は，ギーチが明確に主張したように，操作の対象を命題のクラスとして解釈する道である。この方向は，McGray（2006）や Rogers & Wehmeier（2012）も賛同する解釈であるが，こうした解釈を取る為には，『論考』の概念記法がクラスという概念が本質的にその記号体系に関わるか否か，また，この解釈を取り得るとして，そのクラスはどのように規定されるのか，について検討する必要がある[38]。

一方で，このクラスという概念を『論考』の記号体系と直接結びつけることなく，記号「$\overline{\xi}$」を単に命題関数 fx の変数 x の値の全てを表現する記号としてのみ理解する立場がある。つまり，操作の与えられる対象は，単に「ソクラテスは人間である」のような文から得られた「x は人間である」という命題関数の全ての値となる命題を形式的に表現しているに過ぎない，と見る解釈である。この解釈は，表面的には素朴なものであり，『論考』の操作の記述に対して忠実なものであるが，実際には，技術的に複雑な面を持っている。つまり，この解釈を採る場合には，操作の与えられる対象が変数を含まない飽和した形式である場合と，変数を含む不飽和な形式である場合を区別し，この２つの場合に与えられる操作の手続きと，そこから得られる操作の結果が『論考』の構文論で認められることを示す必要がある。というのも，演算子 N が与えられる対象が変数を含む場合には，変数を含まない場合とは異なり，その変数を操作の適用に際してどのように取り扱うかを予め決定しておかなくてはならないからである。フォーゲリンはこの点について曖昧なところがあった。つまり，彼は命題関数 Fx から自然に命題 Fa，Fb，Fc，…を構成してそれらに対して演算子 N を与えた結果「潜在的に無限の課題」を見出したのだが，この手続きにおいて，彼は変数 x を含む命題 Fx に対する操作の適用について，何の規定も与えずに，「潜在的に無限な」展開 Fa，Fb，Fc，…を行って見せているのである[39]。操作の適用に関する規定を考える為には, それが操作に関与する記号の特性から生じるものであるのか, あるいは，操作の適用それ自体の特性から来るのかを明らかにせねばならない。従って，この解釈は単純である一方，非常に慎重な『論考』の構文論への検討を要する。ギーチの行ったように『論考』の構文論を膨らませるか否かについては，要素命題と演算子 N による構文論が，命題の表現に際してその補助装置を要するか否かに応じて，自ずと決まる問題であり，それ故，『論考』の記号体系をどのように取り扱うか，という問題は，以上のような構文論的問題に依存するものであろう。

以上のような構文論への解釈の問題が存在する一方で，フォーゲリンとギーチの論争が構文論の問題を中心に展開されていたにも関わらず，第３章の最初に見たように，その発端には『論考』の意味論をどのように捉えるか，という問題が明確に顔を出している。この論争の発端に

38　この解釈に反対する議論については，例えば，Frascolla（1994）や Conelly（2017）を参照のこと。

39　こうした命題関数を命題の謂わば「原型」として扱うことの不明瞭さについてのより具体的な指摘は，Potter（2009），pp.272-273 で論じられている。

は，『論考』に命題関数の真理の「決定手続き」を見出すフォーゲリンの洞察が位置していることを思い出そう。この洞察によって彼は『論考』の構文論の命題の表現的な不完全性を具体的に特定する，という課題に着手することになったのである。しかし，この「決定手続き」に対して『論考』の体系がどれ程接近しているか，という問題は検討の余地がある。というのも，フォーゲリンが指摘するような「決定手続き」に関与する，ある命題の妥当性（つまり，その命題自体において可能などんな記述についても，その命題が真である）という概念が，ある命題を構成する「要素命題の真理可能性の全てについて，その命題が真になる」という意味で用いられた「トートロジー」という用語（TLP 4.46）とどの程度一致するのか，という問題への結論は，『論考』における要素命題や真理関数という概念を検討することを通じて得られるものだからである。そして，『論考』が元々ある命題に関する「実効的な」真理可能性の「決定手続き」をその体系に含むのか，という問題は，明らかに上で見てきたような操作という概念の明断化を待たねば解決されない。それ故，フォーゲリンにより指摘された『論考』における多重一般命題と全称命題の構成不可能性とは別に，この「決定手続き」が『論考』の体系に含まれるものであるのか，という問題は彼らの論争の結論においては依然として残されたままなのである。しかし，このような形で『論考』の構文論と意味論の双方について光を投じ合った両者の論争を通じて，『論考』の論理，そして論理という概念にどのようにして迫っていくべきか，という方途の一端が示されている，と見ることはできるであろう。

（こんの　きよみ・思想文化学専攻）

参考・引用文献一覧

Church, A. (1936): “A Note on the Entscheidungsproblem,” *The Journal of Symbolic Logic*, Vol. 1(1), pp. 40-41.

Fogelin, R. J. (1976): *Wittgenstein*, 1st, Routledge & Kegan Paul.

——— (1982) “Wittgenstein’s Operator N,” *Analysis*, Vol. 42(3), pp. 124-127.

Frascolla, P. (1994): *Wittgenstein’s Philosophy of Mathematics*, London and New York: Routledge.

Geach, P. T. (1981): “Wittgenstein’s Operator N,” *Analysis*, Vol. 41(4), pp. 168-171.

——— (1982): “More Wittgenstein’s Operator N,” *Analysis*, Vol. 42(3), pp. 127-128.

McGray, J. W. (2006): “The power and the limits of Wittgenstein’s N operator,” History and Philosophy of Logic, Vol. 27(2), pp. 143-169.

Potter, M. (2009): “The Logic of the Tractatus,” Dov M. Gabbay and John Woods (eds.), *Handbook of the History of Logic, Vol. 5, Logic from Russell to Church*, pp. 255-304.

Ricketts, T. (2013): “Logical Segmentation and Generality in Wittgenstein’s Tractatus,” Sullivan, P. and Potter, M. (eds.), *Wittgenstein’s Tractatus: History and Interpretation*, Oxford University Press, pp. 125-142.

Turing, A. M. (1936): “On Computable Numbers, with an Application to the Entsheidungsprobleme,” *Proceedings of the London Mathematical Society*, Vol.2, 42(1), pp. 230-265.

Wittgenstein, L.（1922）*Tractatus Logico-Philosophicus*, Routledge and Kegen Paul.
（邦訳の参照は，野矢茂樹（2003）：『論理哲学論考』岩波書店.）
伊藤和行（2014）：『チューリング：コンピューター理論の起源［第 1 巻］』，伊藤和行（編），佐野勝彦・杉本舞（訳），近代科学社.