

| Title | 線形工学素子を用いた量子計算アルゴリズムの実現 |
|------------------|---|
| Author(s) | 竹内, 繁樹 |
| Citation | 電子情報通信学会論文誌A, J81-A(12), 1644-1651 |
| Issue Date | 1998 |
| Doc URL | http://hdl.handle.net/2115/8390 |
| Rights | Copyright (C) 1998 IEICE(許諾番号:06RB0088) |
| Туре | article |
| File Information | j81-a_12_1644.pdf |



線形光学素子を用いた量子計算アルゴリズムの実現

竹内 繁樹[†]

A Simple Quantum Computer: Experimental Realization of Quantum Computation Algorithms with Linear Optics

Shigeki TAKEUCHI[†]

あらまし 量子計算の実現に向けて、キュビット(qubit)間のコントロールドノット(controled-NOT)ゲートを実現するさまざまな提案がなされているが、コントロールドノットに必要な非線形相互作用の実現の困難さから、現状では2キュビット程度の操作にとどまっており、近い将来に多キュビットによるアルゴリズムの実行可能な装置の実現は困難視されている。我々は、量子計算アルゴリズムを物理系を用いて実験的に調べる方法として、単一光子と線形光学素子を用いる方法を提案する。この方法は巨大な非線形性を必要としないため、近い将来実現が可能であり、量子計算の各種アルゴリズムを実験的に調べることに適している。4-ビット入力のドイチュ・ジョサ(Deutsch Jozsa)アルゴリズムに対応する光学系を示し、その動作を説明する。また、その実現に向け、パラメトリック蛍光を用いた単一光子源、並びに高精度干渉計の開発を行った。それら最近の実験現状、並びに今後の展開についても述べる。

キーワード 量子計算,量子光学,量子論理,光子,干渉計

1. 量子計算実現に向けた状況

古典力学に基づいた現在の計算機に対して,量子計 算は量子力学の原理に基づいた計算機の概念である. この概念は,ドイチュ (Deutsch) [1],ファインマン (Feynman) [2] らによって 1985 年に提案された.こ の当時,超伝導トンネル接合素子など,量子力学に特 有な現象をより効果的に用いて,新しい素子を開発し ようという試みが活発になされていた.量子計算の提 案がなされた背景には,近い将来量子状態そのものを 自由に制御できるかもしれない,という期待感があっ たことがあげられよう.その後の現在に至る十数年の 量子工学,量子光学の分野の進展により,今では原子 や光子の量子状態そのものを制御する技術が得られつ つある[3].このような技術的環境が,量子計算が現 在注目されている理由の一つだろう.

量子計算が一般に注目されるようになったのは, 1994 年にショア (Shor) によって因数分解アルゴリズム [4] が発見されたからであるが,それ以降,まず行われた

のが量子演算回路の記述方法の研究であった。古典的 な計算機では、'0'又は'1'の値をとるビットに対して、 アンド (AND) やオア (OR) 等の論理ゲートを作用 させることによって、論理回路が構築される。1995年 にシューマッハ (Schumacher) らによってキュビット (qubit) という概念が導入された[5]. これは、古典計 算機のビットに似ているが, '0' と'1' の重ね合せ状態 を取ることができる点が大きく異なっている。次に行 われたのが、ユニバーサルゲートの探索である。古典 的な計算機では、ナンド(NAND)ゲートがこれに相 当する。1995年にドイチュらは、コントロールドノッ トゲートと位相シフトゲートの組合せによって、キュ ビットに対するすべての論理演算が実行可能であるこ とを示した[6]. コントロールドノットとは、コント ロールキュビットが '1' であるとき, ターゲットのキュ ビットを反転する操作である。この発見以降、量子計 算の実現は、キュビットとそれに対するコントロール ドノットの実現として考えられるようになった。

コントロールドノットを物理系で実現するにあたっ て重要な概念が三つある。まず第一が、キュビットの 位相緩和時間(デコヒーレンス時間)である。計算が 行われている間は、キュビットの重ね合せ状態、並び にキュビット間のもつれ合った状態(entangled state)

[†] 科学技術振興事業団さきがけ研究 21, 三菱電機先端技術総合研究 所, 尼崎市

Japan Science and Technology Corporation, PRESTO ATRC Mitsubishi Electric Corp., Amagasaki-shi, 661-8661 Japan

の、各状態間の位相は、十分に保存されている必要が ある。しかし、一般の物理系では、粒子と粒子の非弾 性衝突、熱フォノンの放出等の過程により、位相は乱 雑な値へと緩和し(デコヒーレンス)、量子干渉効果は 現れなくなる。デコヒーレンスを避けるためには、外 部から非常によく隔離された物理系が必要になる。次 は、ゲート時間である。これは、一度のコントロール ドノット操作に必要な時間で、実行可能な量子計算の ステップ数は、位相緩和時間をゲート時間で割ったも のになる。最後に、系の拡張のしやすさである。実際 に多キュビットへと拡張した場合に、位相緩和時間な どのパラメータや、実際の装置の複雑さがどのように 増大するかが重要になる。

1995年に入ると、さまざまな量子計算実現のアイデ アが提案された[7]. 中でもシラク(Cirac)とゾラー (Zoller)の提案した、冷却イオントラップ中のイオン を外部からのレーザによって操作することで量子計算 を行うアイデア[8]は、重ね合せの維持される時間が 長く,キュビットに施す演算回数も計算上は最も大き く取れる。このため、現在暗号に用いられている因数 を分解可能な量子計算機が実現されるとすれば、この タイプになると考えている人も多い。しかし、現時点 ではイオントラップを用いたコントロールドノット操 作は、二つのイオン、すなわち2キュビットによる操 作を何とか実現しようとしているのが現状である[9]。 他の有力な候補として、重ね合せ状態を長時間保存可 能である光子を用いるものがある.実際,光子は透明 媒質中ではほとんど重ね合せ状態は変化しない. 光子 に対するコントロールドノットゲートの提案として, 一つの光子で他の光子の位相を制御するデモンスト レーションもキンブル (Kimble) らによって行われて いる[10]. しかし、彼らの実験では、非常に少ない確 率でしか正確な位相操作を行うことができず、このま までは量子回路を構築できない。このように、コント ロールドノットの実現を目指した研究は活発に行われ ているが、量子状態制御の困難さから、最先端の卓越 した実験技術をもってしても現在は 2-キュビット間の 操作に限られている。数年以内に例えば5キュビット による量子計算を実現することは困難と思われる.

しかし,量子アルゴリズムを実際に物理系で実行した場合に、どのようなデコヒーレンスが障害になるのか、また、系を拡張した場合にそれらのパラメータが どのように増大するのかを調べるには、実際に実験を しながらの研究が有効である.コントロールドノット 実現の困難さを回避しながら、実験的に量子計算のア ルゴリズムを研究する方法として、我々は、線形光学 素子を用いた光学系と、単一光子を用いる方法を提案 した[12]. 一つのキュビットとしては光子の偏光を用 い、他の量子レジスタは、光子を複数のモード(光路) にビームスプリッタを用いて分配し、それらのモード の重ね合せ状態として実現する。アルゴリズム中のユ ニタリ変換は、ビームスプリッタや波長板等の線形光 学素子によって表すことができる「13]。この方法では、 モード間にもつれ合いをもたせることができないため, ある量子レジスタに必要なキュビットの数を N とし たとき、それをモードを用いて表現するには 2^N の モードを用意しなければならない。しかし、十数個程 度までの少数のキュビットで記述されたアルゴリズム について,実際の物理系で量子計算を実行するときに どのような問題が発生するかを,実験的に調べること は本方法で可能である.

以下,まず最初に実現のターゲットとするドイチュ・ ジョサ (Deutsch Jozsa) アルゴリズムについて説明 し,次にそれを実現する光学系について述べる.後, 実現に向けた実験の現状についても紹介する.

2. ドイチュ・ジョサアルゴリズム

ここでは、ドイチュとジョサが、論文「Rapid solution of problems by quantum computation」[11]の 中で提案した量子計算アルゴリズムについて説明する。 この量子計算アルゴリズムが解決する課題は、次のよ うなものである。

問題

 $f(i) = 0 \text{ or } 1 \text{ for } i = 0, \dots, 2N - 1$ (1)

なる関数 f(i) が与えられたとき、「(1) $\{f(i)\}$ が N個の 0 及び N 個の 1 を含みはしない.」「(2) $\{f(i)\}$ が 2N 個の 0 または 2N 個の 1 を含みはしない.」の どちらかであることを判定せよ.

ここで, $\{f(i)\}$ は, 左端から $f(0), f(1), \dots$ と続く 2N 個の 0, 1の列である.また, f(i)は, その数列 の i 番目の値 (0 または 1)を表すものとする.これ ら二つの条件は, 任意の $\{f(i)\}$ に対して, 少なくと もどちらか一方の条件は成り立つことに注意する.ま た, 両方とも成り立つ場合には, どちらか一方が成立 することがわかればそれでよいものとする.

この問題を、古典的な計算機で解くことを考えよう。

そのときには、上の1又は2の条件が成り立っている ことがわかるまで、f(i)の*i*をランダムに変化させな がら何度もf(i)の値を調べることになる。言い換え ると、0から2N-1までの数列を適当に置換した数 列を $\{\Pi(i)\}$ とすると、 $f(\Pi(0)), f(\Pi(1)), f(\Pi(2)), \dots$ について試行を行うことになる。いま、f(i)が1か0 であるかはランダムに与えられていると考えよう。非 常に多数のf(i)が与えられたとき、一つのf(i)につ いて条件1又は条件2であることを示すのに必要なテ スト回数の期待値は、次の式で与えられる[11]。

$$\sum_{n=2}^{N} n\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \frac{N+1}{2^{N-1}} = 3 - \frac{1}{2^{N-1}}$$
(2)

つまり、N が非常に大きな数であるとき、約3回のテ ストで判定が可能である。

いま,我々が例外的に不運な場合を考える. このと きには,条件1が満たされないことを知るためには, 最大 N+1回の試行が必要になる. また,条件2が 満たされないことを知るためには,最大 2N回の試行 が必要である. どちらかであることがわかればよいか ら,結局もっとも不運なときには N+1回の試行が 必要であることがわかる.

この問題を,量子計算を用いると,次のようなアル ゴリズムにより解くことができる.量子計算に用いる レジスタとしては次のようなものを用いる.

 $|i, j > \text{ for } i = 0, \dots, 2N - 1 \text{ and } j = 0, 1$ (3)

最初に次式のような状態を準備する。

$$|\phi> = \frac{1}{\sqrt{2N}} \sum_{i=0}^{2N-1} |i,0>$$
(4)

この状態は、初期状態 $|0,0 > から, O(\ln(N))$ ステッ プで準備することができる。いま、ある未知関数 f(i)を表現するユニタリ変換 U_f ,及びレジスタ jの内容 によって位相を変化させるユニタリ変換 S が次のよ うに与えられたとする。

 $U_f|i,j\rangle = |i,j\oplus f(i)\rangle \tag{5}$

$$S|i,j\rangle = (-1)^{j}|i,j\rangle$$
 (6)

ここで、 \oplus は排他的論理和を表す。このとき、三つの 操作 U_f , S, U_f を、連続的に、 $|\phi\rangle$ に対して行う。

$$|\phi > \xrightarrow{U_f} \frac{1}{2N} \sum_{i=0}^{2N-1} |i, f(i) >$$

$$\xrightarrow{S} \frac{1}{2N} \sum_{i=0}^{2N-1} (-1)^{f(i)} |i, f(i) >$$

$$\xrightarrow{U_f} \frac{1}{2N} \sum_{i=0}^{2N-1} (-1)^{f(i)} |i, 0 > \equiv |\psi > \qquad (7)$$

このとき、状態 $|\phi > \rangle |\psi > 0$ 内積

- NT - 1

$$|\langle \phi|\psi\rangle| = \frac{1}{2N} \left|\sum_{i=0}^{2N-1} (-1)^{f(i)}\right|$$
 (8)

は、条件1が成り立たなければ0になり、また条件 2が成り立たなければ1になる。測定 $|\phi> < \phi|$ は、 |0,0>から $|\phi>$ を準備した変換を Mとすると、

$$|\phi> <\phi| = M|0,0> <0,0|M^{\dagger}$$
 (9)

と書けることを用いて,結局式(8)の2乗は次のよう に記述できる.

$$| < \phi |\psi > |^{2} = <\psi |\phi > <\phi |\psi >$$

$$= <\psi |M|0,0 > <0,0|M^{\dagger}|\psi >$$

$$= \frac{1}{(2N)^{2}} \left| \sum_{i=0}^{2N-1} (-1)^{f(i)} \right|^{2}$$
(10)

これは、|0,0 >から $|\phi >$ を準備した変換をMの逆 変換を行った後、オブザーバブル|0,0 > < 0,0|によ る測定(|0,0 >の状態が存在するかどうかの確率)を 示している。この逆変換過程は $O(\ln(N))$ ステップで 可能である、測定の結果、次のことがわかる。

(1) もし |0,0> に存在しなければ、内積は1で は無いことがわかり、条件2が正しいことがわかる.

(2) もし |0,0 > に存在すれば、内積は0では無いことがわかり、条件1が正しいことがわかる。

このアルゴリズムにおいて、 U_f は厳密に 2 回適用 されているだけであり、これは古典的な平均の試行回 数 $3-2^{-N+1}$ にくらべて改善されている。また、不 運な場合の古典的計算で必要な試行回数 N+1 にく らべると、非常に大きな改善となっている。

線形光学素子と単一光子状態を用いた ドイチュ・ジョサアルゴリズムの実現

図 1 は、2N = 4の場合のドイチュ・ジョサアル ゴリズムを、線形光学素子と単一光子状態によって実現したものである。図 1 中、BS1~BS6 はビームス プリッタ、A0~A3 は入力モード(光路)を、B0~B3





Fig. 1 Optical Realization of the Deutsch-Jozsa quantum computation algorithm with 4-bit input.

は出力モードを示す。 60~63 までは位相制御素子で, f(i) = 0 or 1 for i = 0, 1, 2, 3 の外部から与えられる 任意の数列に対して、f(i) = 0のときは光子の位相を 操作せず, f(i) = 1 のときは位相を π シフトするよう に動作する。これは、実際の光学部品としては、カー 効果を用いた偏光操作素子と波長板によって構成され る。この光学系を用いてドイチュ・ジョサアルゴリズ ムを実行するには、適当な f(i) を与えた後、この光学 系のモード A0 に単一光子を入射し、モード B0 で光 子が存在するかどうかの測定を行えばよい、測定の結 果,モード B0 に光子を観測した場合,「f(i) は 0 と 1を二つずつ含むような関数ではない」ことが直ちに わかり、また光子を観測しなかった場合には、「f(i)は, すべて 0, 又はすべて 1, ではない」ことがわか る。以下、この光学系によってどのようにドイチュ・ ジョサアルゴリズムが実行されるのかを説明するが、 その前に、必要となる概念をマッハツェンダー干渉計 を用いて簡単に説明する.

3.1 マッハツェンダー干渉計の解析

図2に示すようなマッハツェンダー干渉計を考える. ビームスプリッタにおいて光子波動関数がどのように変 化するかを取り扱うには、二つのモード a、bを考えれ



図 2 マッハツェンダー干渉計 Fig. 2 Analysis of a Mach-Zehnder interferometer.

ばよい[14]. ここでは、波動関数を $\psi_{\alpha}(k)$ ($\alpha = a, b$) と表すことにする. 添え字 α はモードを区別するもの である.

ビームスプリッタや、干渉計内の光路差によっても たらされる変化は、2×2 のユニタリ行列 $U_{\alpha\beta}$ を用 いて

$$\phi_{\alpha}' = \sum_{\beta} U_{\alpha\beta} \phi_{\beta} \tag{11}$$

のように表される.具体的に表すと、1:1のビームス プリッタは

$$\begin{bmatrix} \psi_a' \\ \psi_b' \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \end{bmatrix}$$
(12)

光路差は

$$\begin{bmatrix} \psi_a' \\ \psi_b' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{ikx_a} & 0 \\ 0 & e^{ikx_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \end{bmatrix}$$
(13)

のように表すことができる.

モード a から $\psi(k)$ が入射した場合を考えると

$$\begin{bmatrix} 1\\0 \end{bmatrix} \xrightarrow{BS_1} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1\\1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\delta} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} e^{ikx_a}\\e^{ikx_b} \end{bmatrix}$$
$$\xrightarrow{BS_2} \frac{e^{ikx_2}}{2} \begin{bmatrix} 1-e^{ik\delta}\\1+e^{ik\delta} \end{bmatrix}$$
(14)

のように波動関数が変化する.共通因子 $\psi(k)$ は省略 した.ここで $\delta = x_b - x_a$ は光路差である.

これより、出力 a、b で光子を検出する確率 P_a 、 P_b は

$$P_a = 1 - P_b = \frac{1}{2} \int_k |\psi(k)|^2 (1 - \cos k\delta) dk \quad (15)$$

となる. この積分は光路差 δ が干渉長 Δk^{-1} より十分 小さい場合は, $|\psi(k)|^2$ がデルタ関数 $\delta(k - \bar{k})$ とみな せて, $P_a = \frac{1}{2}(1 - \cos \bar{k}\delta)$ となり, δ の変化に応じて 干渉がみえる. つまり, $\delta = 0$ のときには光子はモー ド b でのみ観測され, また $\delta = \pi$ のときにはモード a でのみ観測される.

3.2 動作理論

以下では、単一光子が通過する各光路間の差は、単 一光子の干渉長、すなわち単一光子の空間的な波束の 広がりの程度に比べて十分小さく、またミラーでの位 相変化を打ち消すように光路は調整されていると考え る.このため、以下の取り扱いでは、光路差並びにミ ラー部分での位相差を無視して取り扱う.

いま,垂直方向の直線偏光をもった単一光子がモード A0 から入射する場合を考える。このとき,モード A1 から A3 までは,光子の入射がないとすると,状態 I_0 は次のように表すことができる。

$$I_{0} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} [0]$$
(16)

ここで、左側のベクトルがモードに対する状態(上か ら A0, A1, A2, A3)を、右側が偏光の状態(0 が縦 偏光, 1 が横偏光)を表しており、それぞれドイチュ・ ジョサアルゴリズムの量子レジスタ *i*, *j* に対応する. 図 1 において、ビームスプリッタ BS1, BS2 及び BS3 による $I_0 = (A0, A1, A2, A3)$ から位相制御素子の直 前の状態 $I_1 = (A0'', A1'', A2'', A3'')$ への変換 M_1 , 及び I_1 は、式(12)から次のように表すことができる.

$$M_{1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{2} & 0 & -1 \\ 1 & \sqrt{2} & 0 & -1 \\ -1 & 0 & \sqrt{2} & -1 \\ 1 & 0 & \sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}$$
(17)
$$I_{1} = M_{1}I_{0} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} [0]$$
(18)

このように、位相制御素子の直前の状態は、おのおの の経路に等しい確率で光子が存在するような、経路に ついての重ね合せ状態になっている。

 $\phi_0 \sim \phi_3$ の位相制御素子の部分では、次の一連の操作が行われる。まず、f(i)の値が1のときは偏光を回

転し、f(i)の値が0のときは偏光を回転しない。これ は、各モードの変更に対するユニタリ変換Uとして 記述される。その結果

$$UI_{1} = \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} 1\\0\\0\\0\\0 \end{bmatrix} [f(0)] + \begin{bmatrix} 0\\1\\0\\0\\0 \end{bmatrix} [f(1)] - \begin{bmatrix} 0\\0\\1\\0\\0\\1 \end{bmatrix} [f(2)] + \begin{bmatrix} 0\\0\\0\\1\\1 \end{bmatrix} [f(3)] \right)$$
(19)

ここで、各モードに関する状態と、偏光に対する状態はそれぞれ対応したもつれあった状態(entangled state)にある。この後、縦偏光に対する光路長が、横偏光のそれと比べて半波長長くなるような波長板を透過させる。これは、式(18)の状態が、それぞれの位置の成分について $e^{i\pi f(i)} = (-1)^{f(i)}$ の位相変化を受けることに相当する。この変換*S*によって、状態は次のように変化する。

$$SUI_{1} = \frac{1}{2} \times \left((-1)^{f(0)} \begin{bmatrix} 1\\0\\0\\0\\0 \end{bmatrix} [f(0)] + (-1)^{f(1)} \begin{bmatrix} 0\\1\\0\\0\\0\\1\\0 \end{bmatrix} [f(1)] - (-1)^{f(2)} \begin{bmatrix} 0\\0\\1\\0\\1\\0 \end{bmatrix} [f(2)] + (-1)^{f(3)} \begin{bmatrix} 0\\0\\0\\1\\1 \end{bmatrix} [f(3)] \right)$$
(20)

その後再び, f(i) の値が 1 のときは偏光を回転し, f(i) の値が 0 のときは偏光を回転しない, という 操作を行う.ただし, 偏光の回転は先ほどとは逆に 回転する.このユニタリ変換 U^{\dagger} を受けた後の状態 $I_2 = (B0'', B1'', B2'', B3'')$ は

$$I_{2} = U^{\dagger}SUI_{1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (-1)^{f(0)} \\ (-1)^{f(1)} \\ -(-1)^{f(2)} \\ (-1)^{f(3)} \end{bmatrix} [0]$$
(21)

となる.

次に, 状態 I_2 から BS4, BS5, 及び BS6 を通過し た後の状態 $I_e = (B0, B1, B2, B3)$ への変換 M_2 , 及 び状態 I_e は,次のようなユニタリ変換によって表す ことができる.

$$M_{2} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -\sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$
(22)

$$I_{e} = M_{2}I_{2} = \frac{1}{4}$$

$$\times \begin{bmatrix} (-1)^{f(3)} + (-1)^{f(2)} + (-1)^{f(1)} + (-1)^{f(0)} \\ \sqrt{2}((-1)^{f(1)} - (-1)^{f(0)}) \\ \sqrt{2}((-1)^{f(3)} - (-1)^{f(2)}) \\ (-1)^{f(3)} + (-1)^{f(2)} - (-1)^{f(1)} - (-1)^{f(0)} \end{bmatrix} [0]$$
(23)

これから,モード B0 で光子を検出する確率 P は,

$$P = \frac{1}{16} \left| \sum_{i=0}^{3} (-1)^{f(i)} \right|^2$$
(24)

となる. これは,ドイチュ・ジョサアルゴリズムにお ける式 (10) と同一のものである. つまり,モード A0 への光子の入射したときに,モード B0 において光子 を観測した場合には,f(i) は0と1を二つずつ含むよ うな関数ではないことを,また光子を観測しなかった 場合にはf(i) はすべて 0,又はすべて 1 ではないこ とを直ちに知ることができる.また,導出に用いたユ ニタリ変換 M_1 , U, S, U^{\dagger} , M_2 は, それぞれドイ チュ・ジョサアルゴリズムでの変換 M, U_f , S, U_f , M^{\dagger} に対応しており,アルゴリズムを忠実に再現して いることがわかる.

$3.3 2N = 2^k$ の場合への拡張

3.2 では 2N = 4 の場合について説明したが, ビーム スプリッタによる分配回数を増やせば, 任意の $2N = 2^k$ (k は自然数) について, ドイチュ・ジョサのアルゴリ ズムを実行可能な光学系を実現できる.

 $2N = 2^{k-1}$ の場合のドイチュ・ジョサアルゴリズム に対応する光学系 U_{k-1} として,次のようなものを考 える.



図 3 $2N = 2^k$ のドイチュ・ジョサアルゴリズムに対する 光学系

Fig. 3 Optical Realization of the Deutsch-Jozsa quantum computation algorithm with 2^k -bit input.

(1) 入力モードと出力モードを 2^{k-1} 個ずつもつ。
 (2) 2^{k-1} 個の 0, 1からなる未知関数 f(i) が,外部から与えられる。

(3) 特定の入力モード P_{in} に一つだけフォトンが 入射し,かつ残りの入力モード P_{out} でのフォトン の確率振幅が, $\frac{1}{2^{k-1}}\sum_{i=0}^{2^{k-1}-1}(-1)^{f(i)}$ になっている。 図 3 は,このような光学系 U_{k-1} を用いて,光学系 U_k を構成したものである。この図において $U_{k-1,a}$ 並 びに $U_{k-1,b}$ は、 $2N = 2^{k-1}$ の場合のドイチュ・ジョサ アルゴリズムに対応する光学系 U_{k-1} であり、それぞれ の内部で光子の状態は外部入力 $f(0), \ldots, f(2^{k-1} - 1)$ 及び $f(2^{k-1}), \ldots, f(2^k - 1)$ によって制御される。こ れが、 U_k に対応する光学系となっていることは、次 のようにわかる。

今,単一光子が,ビームスプリッタ BS7 のモード A1 に入射したとする. BS7 の後の状態は,

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1\\1 \end{bmatrix}$$
(25)

である.この成分のそれぞれは、 $U_{k-1,a}$ 並びに $U_{k-1,b}$ の入力モード P_{in} へ入射し、変換を受ける.変換を受けた後、それらの出力モード P_{out} での成分は、

$$B0' = \frac{1}{\sqrt{22^{k-1}}} \sum_{i=0}^{2^{k-1}-1} (-1)^{f(i)}$$

$$B1' = \frac{1}{\sqrt{2}2^{k-1}} \sum_{i=2^{k-1}}^{2^{k}-1} (-1)^{f(i)}$$
(26)

となる. これらの状態は, ビームスプリッタ BS8 に よって, 次のような成分へと変換される.

$$B0 = \frac{1}{2^{k}} \sum_{i=0}^{2^{k}-1} (-1)^{f(i)}$$
$$B1 = \frac{1}{2^{k}} \sum_{i=0}^{2^{k}-1} (-1)^{f(i)} - \sum_{i=2^{k}-1}^{2^{k}-1} (-1)^{f(i)} \quad (27)$$

モード B0 の成分は, $2N = 2^k$ の場合の Deutsch-Josa モデルの P_{out} の確率振幅になっている.以上のよ うに, ビームスプリッタによる分配回数を増やせば, 任 意の $2N = 2^k$ (k は自然数) について, Deutsch-Jozsa のアルゴリズムを実現できることがわかる.

実現に向けて

我々は,この光学系の構築に向けて,干渉性の高い 単一光子源の開発と、高い精度の干渉計の構築を行っ た。ここで、単一光子を用いて実験を行う理由につい てすこし補足する。3. で紹介したドイチュ・ジョサア ルゴリズムに対応する実験では、単一光子を用いずに、 レーザ等によるコヒーレント光を入力モード A0 へと 入射し、出力モード B0 でその干渉結果の光強度を測 定しても,問題の答えを得ることができる.これは, ドイチュ・ジョサのアルゴリズムが、波束の収縮の効 果を用いていないからである.しかし、ショアのアル ゴリズムのように、その高速化に波束収縮を用いてい るアルゴリズムについての実験を行おうとすれば、単 一光子を用いて実験をする必要がある。また、量子計 算における量子レジスタ(キュビット)として必要な のは、本質的にその自由度であって、粒子そのもので はないことも、単一光子を用いて実験することによっ て直接明らかにすることができる。

以下,単一光子源の干渉性を評価した実験について 述べる.図4に実験装置を示す.アルゴンレーザから 射出された351.1 nmの紫外光は、レーザキャビティ中 の他の波長の光を除去するためのプリズムを経て,1 軸性の非線形光学結晶である β -B_aB₂O₄(BBO) へ ポンプ光として入射される.BBO内では、パラメト リックダウンコンバージョンにより、ポンプ光子一つ が、シグナルとアイドラの2光子へと変換される.こ の変換効率は小さいため、得られる光子対は一般に光



図4 単一光子源の干渉性評価実験





Fig. 5 $\,$ Coincidence counts rate measured with changing mirror position.

子計数の可能な程度に弱い.これらの2光子は同時に 発生するため,例えばシグナル光子を演算用の光学系 に入射し,一方でアイドラ光子を検出すれば,結果と して得られる信号が,計算結果によるものなのか、そ れとも検出器のダークカウントによるものなのかを区 別できる.ポンプ光の入射角度は,シグナルとアイド ラのそれぞれがビーム状に収束して放出される条件に 設定してある[15].シグナル光子は,ビームを平行化 するコリメータレンズを経た後,マイケルソン干渉計 へと入射され,それ自身と干渉した後,検出される. その検出パルスを,アイドラ光子の検出パルスと同時 計数した.

実験結果を図5に示す. 横軸は、ミラーの位置、縦 軸は同時計数の結果である。ミラー位置が 1/4 波長移 動するごとに明暗が入れ替わり、図に見られる激しい 振動となっている。振動のエンベロープは、検出器の前 に設置された狭帯域フィルタ(中心波長 702.2 nm, 半 値幅 0.26 nm) によって決まる。この実験では、97%の ビジビリティ (最高カウント値と最低カウント値の比) が得られた、ビジビリティは、3. で述べた光学系で量 子計算を実行した場合,計算結果の正解率に相当する. ビジビリティは、干渉計の性能並びに光源の性質によっ て決定されるが、今回の実験に用いたマイケルソン干 渉計では、振動除去や熱膨張の抑制に工夫をし、ビジ ビリティ99.7%,干渉が1/4波長ずれを起こすドリフ ト時間が8時間以上を達成している。ビジビリティが この値に比較して低下した原因は、パラメトリック蛍 光が点光源からではなく,一定体積を有する結晶から 発生していることに起因していると考えられる。

例えば、図4に示した干渉計の両腕に、1/4波長板 と偏光制御素子を挿入すれば、2ビットのドイチュ・ ジョサアルゴリズムを単一光子レベルで実現したこと になる。今後は、実際に4ビットのドイチュ・ジョサ アルゴリズムに対応するプロトタイプを構築しながら、 他のエラー要因や、入力が増加した場合のエラー率の スケーリングについて研究を進める。

5. む す び

本論分では,線形光学素子を用いた量子計算アルゴ リズムを実験的に調べる方法について,その理論と 現状について述べた.1998年になって,クウィアト (Kwiat) らも我々と同様の考え方で,他の量子回路の 構築方法を発表した[16].線形光学素子のみを用いる 方法では,量子レジスタの増大に比例して必要な素子 の量は増えてしまうため,何十けたもの素因数分解を 行うような大規模な量子計算を構成することは困難で ある.しかし,コントロールドノットによる回路を実 現する実験が,せいぜい2,3キュビットである現状 をかんがみると,量子計算を実験的に調べる手段とし て,線形光学素子を用いた量子計算アルゴリズムの実 現は魅力的だと考える.

最後に、ドイチュ・ジョサアルゴリズムの線形光学 素子を用いた実現に関する議論、並びに本論文執筆中 のスタンフォード大学での滞在中の御厚意に対しまし て、山本喜久教授に感謝致します.

文 献

- D. Deutsch, "Quantum theory, the church turing principle and the universal quantum computer," Proc. R. Soc. London Ser. A 400, p.97, 1985.
- [2] R.P. Feynman, "Quantum Mechanical Computers," Opt. News, vol.11, p.11, 1985.
- [3] 花村栄一,"非線形量子光学,"培風館, 1995.
- [4] P.W. Shor, Proceedings 35th Annual Symposium on Foundation of Computer Science, IEEE Press, 1994.
- [5] B. Schumacher, "Quantum coding," Phys. Rev. A, vol.51, p.2738, 1995.
- [6] D. Deutsch, A. Bareco, and A. Ekert, Proc. R. Soc. London A, vol.449, p.669, 1995.
- [7] 竹内繁樹, "量子計算機の実験," 数理科学, 10月号, 1998 掲載予定.
- [8] J.I. Cirac and P. Zoller, "Quantum computations with cold trapped ions," Phys. Rev. Lett., vol.74, no.20, p.4091, 1995.
- [9] C. Monroe, D.M. Meekhof, B.E. King, W.M. Itano, and D.J. Wineland, "Demonstration of a fundamental quantum logic gate," Phys. Rev. Lett., vol.75, no.25, p.4714, 1995.
- [10] Q.A. Turchette, C.J. Hood, W. Lange, H. Mabuchi, and H.J. Kimble, "Measurement of conditional phase shifts for quantum logic," Phys. Rev. Lett., vol.75, no.25, p.4710, 1995.
- [11] D. Deutsh and R. Jozsa, "Rapid solution of problems by quantum computation," Proc. R. Soc. London Ser. A, vol.439, p.553, 1992.
- [12] S. Takeuchi, "A simple quantum computer: Experimental realization of the Deutsch Jozsa algorithm with linear optics," Proceedings of FOURTH WORKSHOP ON PHYSICS AND COMPUTATION: PhysComp96, 1996 (to be appeared in Physica D).
- [13] 例えば、偏光によって表現されるキュビットと、モードで 表されるキュビット間のコントロールドノットは、偏光 ビームスプリッタによって表現可能である。
- [14] 北野正雄, "光学の基礎に関する最近の研究—2 光子状態 を中心として,"応用物理, vol.61, no.6, p.576, 1992.
- [15] 竹内繁樹, "パラメトリック蛍光光子対ビームの発生,"日本物理学会講演概要集, vol.53, no.1, p.292, 1998.
- [16] N.J. Cerf, C. Adami, and P.G. Kwiat, "Optical simulation of quantum logic," Phys. Rev. A, vol.57, no.3, R1477, 1998.

(平成 10 年 4 月 22 日受付)



竹内 繁樹

1993 京都大学大学院理学研究課修士課程 了.1993 より現在まで三菱電機先端技術総 合研究所.1995 より,科学技術振興事業団 さきがけ研究 21「場と反応」研究領域に兼 任で所属し,量子光学を用いた量子計算の 実現に関する研究を行っている.