——招待論文——

線形光学素子を用いた量子計算アルゴリズムの実現

竹内　繁樹†

A Simple Quantum Computer: Experimental Realization of Quantum Computation Algorithms with Linear Optics

Shigeki TAKEUCHI†

あらまし　量子計算の実現に向けて，キュビット（qubit）間のコントロールドノット（controled-NOT）ゲートを実現するさまざまな提案がなされているが，コントロールドノットに必要な非線形相互作用の実現の困難さから，現状では2キュビット程度の操作にとどまっており，近い将来に多キュビットによるアルゴリズムの実行可能な装置の実現は困難視されている．我々は，量子計算アルゴリズムを物理系を用いて実験的に調べる方法として，単一光子と線形光学素子を用いる方法を提案する．この方法は巨大な非線形性を必要としないため，近い将来実現が可能であり，量子計算の各種アルゴリズムを実験的に調べることに適している．4-ビット入力のドイチュ・ジョサ（Deutsch Jozsa）アルゴリズムに対応する光学系を示し，その動作を説明する．また，その実現に向け，パラメトリック蛍光を用いた単一光子源，並びに高精度干渉計の開発を行った．それら最近の実験現状，並びに今後の展開についても述べる．

キーワード　量子計算，量子光学，量子論理，光子，干渉計

1. 量子計算実現に向けた状況

古典力学に基づいた現在の計算機に対して，量子計算は量子力学の原理に基づいた計算機の概念である．この概念は，ドイチュ（Deutsch）[1]，ファインマン（Feynman）[2] らによって1985年に提案された．この当時，超伝導トンネル接合素子など，量子力学に特有な現象をより効果的に用いて，新しい素子を開発しようという試みが活発になされていた．量子計算の提案がなされた背景には，近い将来量子状態そのものを自由に制御できるかもしれない，という期待感があったことがあげられよう．その後の現在に至る十数年の量子工学，量子光学の分野の進展により，今では原子や光子の量子状態そのものを制御する技術が得られつつある [3]．このような技術的環境が，量子計算が現在注目されている理由の一つだろう．

量子計算が一般に注目されるようになったのは，1994年にショア（Shor）によって因数分解アルゴリズム [4] が発見されたからであるが，それ以降，まず行われたのが量子演算回路の記述方法の研究であった．古典的な計算機では，'0' 又は '1' の値をとるビットに対して，アンド（AND）やオア（OR）等の論理ゲートを作用させることによって，論理回路が構築される．1995年にシューマッハ（Schumacher）らによってキュビット（qubit）という概念が導入された [5]．これは，古典計算機のビットに似ているが，'0' と '1' の重ね合せ状態を取ることができる点が大きく異なっている．次に行われたのが，ユニバーサルゲートの探索である．古典的な計算機では，ナンド（NAND）ゲートがこれに相当する．1995年にドイチュらは，コントロールドノットゲートと位相シフトゲートの組合せによって，キュビットに対するすべての論理演算が実行可能であることを示した [6]．コントロールドノットとは，コントロールキュビットが '1' であるとき，ターゲットのキュビットを反転する操作である．この発見以降，量子計算の実現は，キュビットとそれに対するコントロールドノットの実現として考えられるようになった．

コントロールドノットを物理系で実現するにあたって重要な概念が三つある．まず第一が，キュビットの位相緩和時間（デコヒーレンス時間）である．計算が行われている間は，キュビットの重ね合せ状態，並びにキュビット間のもつれ合った状態（entangled state）

† 科学技術振興事業団さきがけ研究21，三菱電機先端技術総合研究所，尼崎市
Japan Science and Technology Corporation, PRESTO ATRC Mitsubishi Electric Corp., Amagasaki-shi, 661-8661 Japan

の，各状態間の位相は，十分に保存されている必要がある．しかし，一般の物理系では，粒子と粒子の非弾性衝突，熱フォノンの放出等の過程により，位相は乱雑な値へと緩和し（デコヒーレンス），量子干渉効果は現れなくなる．デコヒーレンスを避けるためには，外部から非常によく隔離された物理系が必要になる．次は，ゲート時間である．これは，一度のコントロールドノット操作に必要な時間で，実行可能な量子計算のステップ数は，位相緩和時間をゲート時間で割ったものになる．最後に，系の拡張のしやすさである．実際に多キュビットへと拡張した場合に，位相緩和時間などのパラメータや，実際の装置の複雑さがどのように増大するかが重要になる．

1995年に入ると，さまざまな量子計算実現のアイデアが提案された[7]．中でもシラク（Cirac）とゾラー（Zoller）の提案した，冷却イオントラップ中のイオンを外部からのレーザによって操作することで量子計算を行うアイデア[8]は，重ね合せの維持される時間が長く，キュビットに施す演算回数も計算上は最も大きく取れる．このため，現在暗号に用いられている因数を分解可能な量子計算機が実現されるとすれば，このタイプになると考えている人も多い．しかし，現時点ではイオントラップを用いたコントロールドノット操作は，二つのイオン，すなわち2キュビットによる操作を何とか実現しようとしているのが現状である[9]．他の有力な候補として，重ね合せ状態を長時間保存可能である光子を用いるものがある．実際，光子は透明媒質中ではほとんど重ね合せ状態は変化しない．光子に対するコントロールドノットゲートの提案として，一つの光子で他の光子の位相を制御するデモンストレーションもキンブル（Kimble）らによって行われている[10]．しかし，彼らの実験では，非常に少ない確率でしか正確な位相操作を行うことができず，このままでは量子回路を構築できない．このように，コントロールドノットの実現を目指した研究は活発に行われているが，量子状態制御の困難さから，最先端の卓越した実験技術をもってしても現在は2-キュビット間の操作に限られている．数年以内に例えば5キュビットによる量子計算を実現することは困難と思われる．

しかし，量子アルゴリズムを実際に物理系で実行した場合に，どのようなデコヒーレンスが障害になるのか，また，系を拡張した場合にそれらのパラメータがどのように増大するのかを調べるには，実際に実験をしながらの研究が有効である．コントロールドノット実現の困難さを回避しながら，実験的に量子計算のアルゴリズムを研究する方法として，我々は，線形光学素子を用いた光学系と，単一光子を用いる方法を提案した[12]．一つのキュビットとしては光子の偏光を用い，他の量子レジスタは，光子を複数のモード（光路）にビームスプリッタを用いて分配し，それらのモードの重ね合せ状態として実現する．アルゴリズム中のユニタリ変換は，ビームスプリッタや波長板等の線形光学素子によって表すことができる[13]．この方法では，モード間にもつれ合いをもたせることができないため，ある量子レジスタに必要なキュビットの数を N としたとき，それをモードを用いて表現するには 2^N のモードを用意しなければならない．しかし，十数個程度までの少数のキュビットで記述されたアルゴリズムについて，実際の物理系で量子計算を実行するときにどのような問題が発生するかを，実験的に調べることは本方法で可能である．

以下，まず最初に実現のターゲットとするドイチュ・ジョサ（Deutsch Jozsa）アルゴリズムについて説明し，次にそれを実現する光学系について述べる．後，実現に向けた実験の現状についても紹介する．

2. ドイチュ・ジョサアルゴリズム

ここでは，ドイチュとジョサが，論文「Rapid solution of problems by quantum computation」[11]の中で提案した量子計算アルゴリズムについて説明する．この量子計算アルゴリズムが解決する課題は，次のようなものである．

問題

$$f(i) = 0 \text{ or } 1 \quad \text{for} \quad i = 0, \ldots, 2N-1 \qquad (1)$$

なる関数 $f(i)$ が与えられたとき，「（1）$\{f(i)\}$ が N 個の0及び N 個の1を含みはしない．」「（2）$\{f(i)\}$ が $2N$ 個の0または $2N$ 個の1を含みはしない．」のどちらかであることを判定せよ．

ここで，$\{f(i)\}$ は，左端から $f(0), f(1), \ldots$ と続く $2N$ 個の0，1の列である．また，$f(i)$ は，その数列の i 番目の値（0または1）を表すものとする．これら二つの条件は，任意の $\{f(i)\}$ に対して，少なくともどちらか一方の条件は成り立つことに注意する．また，両方とも成り立つ場合には，どちらか一方が成立することがわかればそれでよいものとする．

この問題を，古典的な計算機で解くことを考えよう．

そのときには，上の 1 又は 2 の条件が成り立っていることがわかるまで，$f(i)$ の i をランダムに変化させながら何度も $f(i)$ の値を調べることになる．言い換えると，0 から $2N-1$ までの数列を適当に置換した数列を $\{\Pi(i)\}$ とすると，$f(\Pi(0)), f(\Pi(1)), f(\Pi(2)), \ldots$ について試行を行うことになる．いま，$f(i)$ が 1 か 0 であるかはランダムに与えられていると考えよう．非常に多数の $f(i)$ が与えられたとき，一つの $f(i)$ について条件 1 又は条件 2 であることを示すのに必要なテスト回数の期待値は，次の式で与えられる [11]．

$$\sum_{n=2}^{N} n\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \frac{N+1}{2^{N-1}} = 3 - \frac{1}{2^{N-1}} \tag{2}$$

つまり，N が非常に大きな数であるとき，約 3 回のテストで判定が可能である．

いま，我々が例外的に不運な場合を考える．このときには，条件 1 が満たされないことを知るためには，最大 $N+1$ 回の試行が必要になる．また，条件 2 が満たされないことを知るためには，最大 $2N$ 回の試行が必要である．どちらかであることがわかればよいから，結局もっとも不運なときには $N+1$ 回の試行が必要であることがわかる．

この問題を，量子計算を用いると，次のようなアルゴリズムにより解くことができる．量子計算に用いるレジスタとしては次のようなものを用いる．

$$|i, j> \quad \text{for } i = 0, \ldots, 2N-1 \text{ and } j = 0, 1 \tag{3}$$

最初に次式のような状態を準備する．

$$|\phi>= \frac{1}{\sqrt{2N}} \sum_{i=0}^{2N-1} |i, 0> \tag{4}$$

この状態は，初期状態 $|0,0>$ から，$O(\ln(N))$ ステップで準備することができる．いま，ある未知関数 $f(i)$ を表現するユニタリ変換 U_f，及びレジスタ j の内容によって位相を変化させるユニタリ変換 S が次のように与えられたとする．

$$U_f|i, j>= |i, j \oplus f(i)> \tag{5}$$

$$S|i, j>= (-1)^j |i, j> \tag{6}$$

ここで，$\oplus$ は排他的論理和を表す．このとき，三つの操作 U_f，S，U_f を，連続的に，$|\phi>$ に対して行う．

$$\begin{aligned} |\phi> &\xrightarrow{U_f} \frac{1}{2N} \sum_{i=0}^{2N-1} |i, f(i)> \\ &\xrightarrow{S} \frac{1}{2N} \sum_{i=0}^{2N-1} (-1)^{f(i)} |i, f(i)> \\ &\xrightarrow{U_f} \frac{1}{2N} \sum_{i=0}^{2N-1} (-1)^{f(i)} |i, 0> \equiv |\psi> \end{aligned} \tag{7}$$

このとき，状態 $|\phi>$ と $|\psi>$ の内積

$$|<\phi|\psi>| = \frac{1}{2N} \left| \sum_{i=0}^{2N-1} (-1)^{f(i)} \right| \tag{8}$$

は，条件 1 が成り立たなければ 0 になり，また条件 2 が成り立たなければ 1 になる．測定 $|\phi><\phi|$ は，$|0,0>$ から $|\phi>$ を準備した変換を M とすると，

$$|\phi><\phi| = M|0,0><0,0|M^\dagger \tag{9}$$

と書けることを用いて，結局式 (8) の 2 乗は次のように記述できる．

$$\begin{aligned} |<\phi|\psi>|^2 &= <\psi|\phi><\phi|\psi> \\ &= <\psi|M|0,0><0,0|M^\dagger|\psi> \\ &= \frac{1}{(2N)^2} \left| \sum_{i=0}^{2N-1} (-1)^{f(i)} \right|^2 \end{aligned} \tag{10}$$

これは，$|0,0>$ から $|\phi>$ を準備した変換を M の逆変換を行った後，オブザーバブル $|0,0><0,0|$ による測定（$|0,0>$ の状態が存在するかどうかの確率）を示している．この逆変換過程は $O(\ln(N))$ ステップで可能である．測定の結果，次のことがわかる．

（1） もし $|0,0>$ に存在しなければ，内積は 1 では無いことがわかり，条件 2 が正しいことがわかる．

（2） もし $|0,0>$ に存在すれば，内積は 0 では無いことがわかり，条件 1 が正しいことがわかる．

このアルゴリズムにおいて，U_f は厳密に 2 回適用されているだけであり，これは古典的な平均の試行回数 $3-2^{-N+1}$ にくらべて改善されている．また，不運な場合の古典的計算で必要な試行回数 $N+1$ にくらべると，非常に大きな改善となっている．

3. 線形光学素子と単一光子状態を用いたドイチュ・ジョサアルゴリズムの実現

図 1 は，$2N=4$ の場合のドイチュ・ジョサアルゴリズムを，線形光学素子と単一光子状態によって実現したものである．図 1 中，BS1〜BS6 はビームスプリッタ，A0〜A3 は入力モード（光路）を，B0〜B3

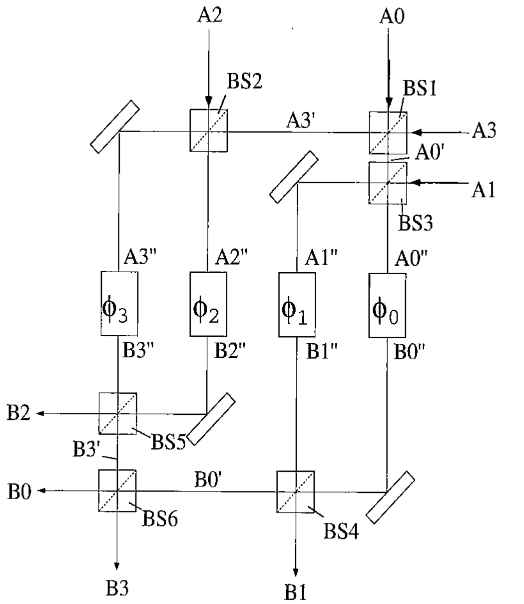


図1　線形光学素子による，4-bit ドイチュ・ジョサアルゴリズムプロトタイプ
Fig. 1　Optical Realization of the Deutsch-Jozsa quantum computation algorithm with 4-bit input.

は出力モードを示す．ϕ_0〜ϕ_3 までは位相制御素子で，$f(i) = 0$ or 1 for $i = 0, 1, 2, 3$ の外部から与えられる任意の数列に対して，$f(i) = 0$ のときは光子の位相を操作せず，$f(i) = 1$ のときは位相を π シフトするように動作する．これは，実際の光学部品としては，カー効果を用いた偏光操作素子と波長板によって構成される．この光学系を用いてドイチュ・ジョサアルゴリズムを実行するには，適当な $f(i)$ を与えた後，この光学系のモード A0 に単一光子を入射し，モード B0 で光子が存在するかどうかの測定を行えばよい．測定の結果，モード B0 に光子を観測した場合，「$f(i)$ は 0 と 1 を二つずつ含むような関数ではない」ことが直ちにわかり，また光子を観測しなかった場合には，「$f(i)$ は，すべて 0，又はすべて 1，ではない」ことがわかる．以下，この光学系によってどのようにドイチュ・ジョサアルゴリズムが実行されるのかを説明するが，その前に，必要となる概念をマッハツェンダー干渉計を用いて簡単に説明する．

3.1　マッハツェンダー干渉計の解析

図2に示すようなマッハツェンダー干渉計を考える．ビームスプリッタにおいて光子波動関数がどのように変化するかを取り扱うには，二つのモード a，b を考えればよい [14]．ここでは，波動関数を $\psi_\alpha(k)$ $(\alpha = a, b)$ と表すことにする．添え字 α はモードを区別するものである．

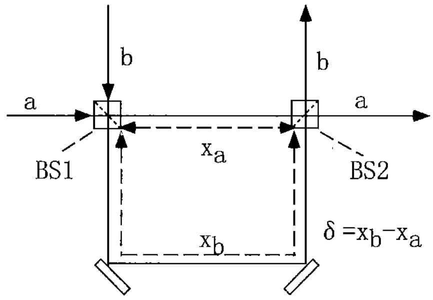


図2　マッハツェンダー干渉計
Fig. 2　Analysis of a Mach-Zehnder interferometer.

ビームスプリッタや，干渉計内の光路差によってもたらされる変化は，2×2 のユニタリ行列 $U_{\alpha\beta}$ を用いて

$$\phi'_\alpha = \sum_\beta U_{\alpha\beta}\phi_\beta \tag{11}$$

のように表される．具体的に表すと，1:1 のビームスプリッタは

$$\begin{bmatrix}\psi'_a\\ \psi'_b\end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\psi_a\\ \psi_b\end{bmatrix} \tag{12}$$

光路差は

$$\begin{bmatrix}\psi'_a\\ \psi'_b\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}e^{ikx_a} & 0\\ 0 & e^{ikx_b}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\psi_a\\ \psi_b\end{bmatrix} \tag{13}$$

のように表すことができる．

モード a から $\psi(k)$ が入射した場合を考えると

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} &\xrightarrow{BS1} \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix} \xrightarrow{\delta} \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}e^{ikx_a}\\ e^{ikx_b}\end{bmatrix}\\ &\xrightarrow{BS2} \frac{e^{ikx_2}}{2}\begin{bmatrix}1 - e^{ik\delta}\\ 1 + e^{ik\delta}\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{14}$$

のように波動関数が変化する．共通因子 $\psi(k)$ は省略した．ここで $\delta = x_b - x_a$ は光路差である．

これより，出力 a，b で光子を検出する確率 P_a，P_b は

$$P_a = 1 - P_b = \frac{1}{2}\int_k |\psi(k)|^2(1 - \cos k\delta)dk \tag{15}$$

となる．この積分は光路差 δ が干渉長 Δk^{-1} より十分小さい場合は，$|\psi(k)|^2$ がデルタ関数 $\delta(k-\bar{k})$ とみなせて，$P_a = \frac{1}{2}(1-\cos\bar{k}\delta)$ となり，δ の変化に応じて干渉がみえる．つまり，$\delta = 0$ のときには光子はモード b でのみ観測され，また $\delta = \pi$ のときにはモード a でのみ観測される．

3.2 動作理論

以下では，単一光子が通過する各光路間の差は，単一光子の干渉長，すなわち単一光子の空間的な波束の広がりの程度に比べて十分小さく，またミラーでの位相変化を打ち消すように光路は調整されていると考える．このため，以下の取り扱いでは，光路差並びにミラー部分での位相差を無視して取り扱う．

いま，垂直方向の直線偏光をもった単一光子がモード A0 から入射する場合を考える．このとき，モード A1 から A3 までは，光子の入射がないとすると，状態 I_0 は次のように表すことができる．

$$I_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [0] \tag{16}$$

ここで，左側のベクトルがモードに対する状態（上から A0，A1，A2，A3）を，右側が偏光の状態（0 が縦偏光，1 が横偏光）を表しており，それぞれドイチュ・ジョサアルゴリズムの量子レジスタ i，j に対応する．図 1 において，ビームスプリッタ BS1，BS2 及び BS3 による $I_0 = (A0, A1, A2, A3)$ から位相制御素子の直前の状態 $I_1 = (A0'', A1'', A2'', A3'')$ への変換 M_1，及び I_1 は，式 (12) から次のように表すことができる．

$$M_1 = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{2} & 0 & -1 \\ 1 & \sqrt{2} & 0 & -1 \\ -1 & 0 & \sqrt{2} & -1 \\ 1 & 0 & \sqrt{2} & 1 \end{bmatrix} \tag{17}$$

$$I_1 = M_1 I_0 = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} [0] \tag{18}$$

このように，位相制御素子の直前の状態は，おのおのの経路に等しい確率で光子が存在するような，経路についての重ね合せ状態になっている．

$\phi_0 \sim \phi_3$ の位相制御素子の部分では，次の一連の操作が行われる．まず，$f(i)$ の値が 1 のときは偏光を回転し，$f(i)$ の値が 0 のときは偏光を回転しない．これは，各モードの変更に対するユニタリ変換 U として記述される．その結果

$$UI_1 = \frac{1}{2}\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}[f(0)] + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}[f(1)] - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}[f(2)] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}[f(3)]\right) \tag{19}$$

ここで，各モードに関する状態と，偏光に対する状態はそれぞれ対応したもつれあった状態（entangled state）にある．この後，縦偏光に対する光路長が，横偏光のそれと比べて半波長長くなるような波長板を透過させる．これは，式 (18) の状態が，それぞれの位置の成分について $e^{i\pi f(i)} = (-1)^{f(i)}$ の位相変化を受けることに相当する．この変換 S によって，状態は次のように変化する．

$$\begin{aligned} SUI_1 = \frac{1}{2} \times \Bigg(& (-1)^{f(0)}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}[f(0)] \\ & + (-1)^{f(1)}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}[f(1)] \\ & - (-1)^{f(2)}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}[f(2)] \\ & + (-1)^{f(3)}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}[f(3)]\Bigg) \end{aligned} \tag{20}$$

その後再び，$f(i)$ の値が 1 のときは偏光を回転し，$f(i)$ の値が 0 のときは偏光を回転しない，という操作を行う．ただし，偏光の回転は先ほどとは逆に回転する．このユニタリ変換 $U^\dagger$ を受けた後の状態 $I_2 = (B0'', B1'', B2'', B3'')$ は

$$I_2 = U^\dagger SUI_1 = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} (-1)^{f(0)} \\ (-1)^{f(1)} \\ -(-1)^{f(2)} \\ (-1)^{f(3)} \end{bmatrix}[0] \qquad (21)$$

となる．

次に，状態 I_2 から BS4，BS5，及び BS6 を通過した後の状態 $I_e = (B0, B1, B2, B3)$ への変換 M_2，及び状態 I_e は，次のようなユニタリ変換によって表すことができる．

$$M_2 = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -\sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \qquad (22)$$

$$I_e = M_2 I_2 = \frac{1}{4} \times \begin{bmatrix} (-1)^{f(3)} + (-1)^{f(2)} + (-1)^{f(1)} + (-1)^{f(0)} \\ \sqrt{2}((-1)^{f(1)} - (-1)^{f(0)}) \\ \sqrt{2}((-1)^{f(3)} - (-1)^{f(2)}) \\ (-1)^{f(3)} + (-1)^{f(2)} - (-1)^{f(1)} - (-1)^{f(0)} \end{bmatrix}[0] \qquad (23)$$

これから，モード B0 で光子を検出する確率 P は，

$$P = \frac{1}{16}\left|\sum_{i=0}^{3}(-1)^{f(i)}\right|^2 \qquad (24)$$

となる．これは，ドイチュ・ジョサアルゴリズムにおける式 (10) と同一のものである．つまり，モード A0 への光子の入射したときに，モード B0 において光子を観測した場合には，$f(i)$ は 0 と 1 を二つずつ含むような関数ではないことを，また光子を観測しなかった場合には $f(i)$ はすべて 0，又はすべて 1 ではないことを直ちに知ることができる．また，導出に用いたユニタリ変換 M_1，U，S，$U^\dagger$，M_2 は，それぞれドイチュ・ジョサアルゴリズムでの変換 M，U_f，S，U_f，$M^\dagger$ に対応しており，アルゴリズムを忠実に再現していることがわかる．

3.3 $2N = 2^k$ の場合への拡張

3.2 では $2N = 4$ の場合について説明したが，ビームスプリッタによる分配回数を増やせば，任意の $2N = 2^k$ （k は自然数）について，ドイチュ・ジョサのアルゴリズムを実行可能な光学系を実現できる．

$2N = 2^{k-1}$ の場合のドイチュ・ジョサアルゴリズムに対応する光学系 U_{k-1} として，次のようなものを考える．

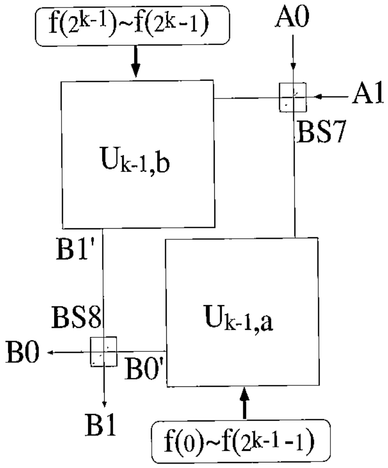


図 3　$2N = 2^k$ のドイチュ・ジョサアルゴリズムに対する光学系

Fig. 3　Optical Realization of the Deutsch-Jozsa quantum computation algorithm with 2^k-bit input.

（1）　入力モードと出力モードを 2^{k-1} 個ずつもつ．

（2）　2^{k-1} 個の 0，1 からなる未知関数 $f(i)$ が，外部から与えられる．

（3）　特定の入力モード P_{in} に一つだけフォトンが入射し，かつ残りの入力モードに入射しない場合，結果として，ある特定の出力モード P_{out} でのフォトンの確率振幅が，$\frac{1}{2^{k-1}}\sum_{i=0}^{2^{k-1}-1}(-1)^{f(i)}$ になっている．

図 3 は，このような光学系 U_{k-1} を用いて，光学系 U_k を構成したものである．この図において $U_{k-1,a}$ 並びに $U_{k-1,b}$ は，$2N = 2^{k-1}$ の場合のドイチュ・ジョサアルゴリズムに対応する光学系 U_{k-1} であり，それぞれの内部で光子の状態は外部入力 $f(0), \ldots, f(2^{k-1}-1)$ 及び $f(2^{k-1}), \ldots, f(2^k-1)$ によって制御される．これが，U_k に対応する光学系となっていることは，次のようにわかる．

今，単一光子が，ビームスプリッタ BS7 のモード A1 に入射したとする．BS7 の後の状態は，

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (25)$$

である．この成分のそれぞれは，$U_{k-1,a}$ 並びに $U_{k-1,b}$ の入力モード P_{in} へ入射し，変換を受ける．変換を受けた後，それらの出力モード P_{out} での成分は，

$$B0' = \frac{1}{\sqrt{2}2^{k-1}}\sum_{i=0}^{2^{k-1}-1}(-1)^{f(i)}$$

$$B1' = \frac{1}{\sqrt{2}2^{k-1}} \sum_{i=2^{k-1}}^{2^k-1} (-1)^{f(i)} \quad (26)$$

となる．これらの状態は，ビームスプリッタ BS8 によって，次のような成分へと変換される．

$$B0 = \frac{1}{2^k} \sum_{i=0}^{2^k-1} (-1)^{f(i)}$$

$$B1 = \frac{1}{2^k} \sum_{i=0}^{2^{k-1}-1} (-1)^{f(i)} - \sum_{i=2^{k-1}}^{2^k-1} (-1)^{f(i)} \quad (27)$$

モード B0 の成分は，$2N = 2^k$ の場合の Deutsch-Josa モデルの P_{out} の確率振幅になっている．以上のように，ビームスプリッタによる分配回数を増やせば，任意の $2N = 2^k$（k は自然数）について，Deutsch-Jozsa のアルゴリズムを実現できることがわかる．

4. 実現に向けて

我々は，この光学系の構築に向けて，干渉性の高い単一光子源の開発と，高い精度の干渉計の構築を行った．ここで，単一光子を用いて実験を行う理由についてすこし補足する．3. で紹介したドイチュ・ジョサアルゴリズムに対応する実験では，単一光子を用いずに，レーザ等によるコヒーレント光を入力モード $A0$ へと入射し，出力モード $B0$ でその干渉結果の光強度を測定しても，問題の答えを得ることができる．これは，ドイチュ・ジョサのアルゴリズムが，波束の収縮の効果を用いていないからである．しかし，ショアのアルゴリズムのように，その高速化に波束収縮を用いているアルゴリズムについての実験を行おうとすれば，単一光子を用いて実験をする必要がある．また，量子計算における量子レジスタ（キュビット）として必要なのは，本質的にその自由度であって，粒子そのものではないことも，単一光子を用いて実験することによって直接明らかにすることができる．

以下，単一光子源の干渉性を評価した実験について述べる．図 4 に実験装置を示す．アルゴンレーザから射出された 351.1 nm の紫外光は，レーザキャビティ中の他の波長の光を除去するためのプリズムを経て，1 軸性の非線形光学結晶である β-$B_aB_2O_4$（BBO）へポンプ光として入射される．BBO 内では，パラメトリックダウンコンバージョンにより，ポンプ光子一つが，シグナルとアイドラの 2 光子へと変換される．この変換効率は小さいため，得られる光子対は一般に光子計数の可能な程度に弱い．これらの 2 光子は同時に発生するため，例えばシグナル光子を演算用の光学系に入射し，一方でアイドラ光子を検出すれば，結果として得られる信号が，計算結果によるものなのか，それとも検出器のダークカウントによるものなのかを区別できる．ポンプ光の入射角度は，シグナルとアイドラのそれぞれがビーム状に収束して放出される条件に設定してある [15]．シグナル光子は，ビームを平行化するコリメータレンズを経た後，マイケルソン干渉計へと入射され，それ自身と干渉した後，検出される．その検出パルスを，アイドラ光子の検出パルスと同時

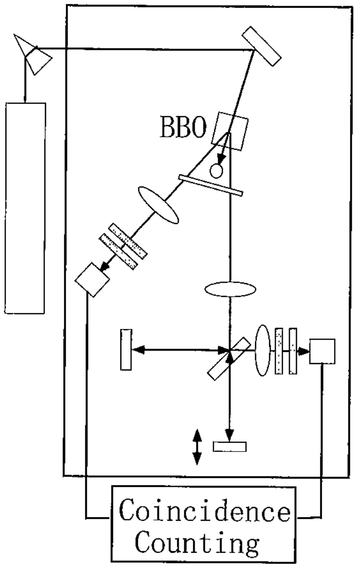


図 4　単一光子源の干渉性評価実験
Fig. 4　Experimental setup for the visibility measurement with single-photon-state generated by parametric downconversion.

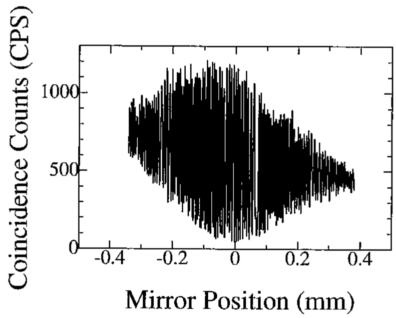


図 5　干渉計出力の同時計数実験結果
Fig. 5　Coincidence counts rate measured with changing mirror position.

計数した．

実験結果を図5に示す．横軸は，ミラーの位置，縦軸は同時計数の結果である．ミラー位置が1/4波長移動するごとに明暗が入れ替わり，図に見られる激しい振動となっている．振動のエンベロープは，検出器の前に設置された狭帯域フィルタ（中心波長702.2 nm，半値幅0.26 nm）によって決まる．この実験では，97%のビジビリティ（最高カウント値と最低カウント値の比）が得られた．ビジビリティは，**3.** で述べた光学系で量子計算を実行した場合，計算結果の正解率に相当する．ビジビリティは，干渉計の性能並びに光源の性質によって決定されるが，今回の実験に用いたマイケルソン干渉計では，振動除去や熱膨張の抑制に工夫をし，ビジビリティ99.7%，干渉が1/4波長ずれを起こすドリフト時間が8時間以上を達成している．ビジビリティがこの値に比較して低下した原因は，パラメトリック蛍光が点光源からではなく，一定体積を有する結晶から発生していることに起因していると考えられる．

例えば，図4に示した干渉計の両腕に，1/4波長板と偏光制御素子を挿入すれば，2ビットのドイチュ・ジョサアルゴリズムを単一光子レベルで実現したことになる．今後は，実際に4ビットのドイチュ・ジョサアルゴリズムに対応するプロトタイプを構築しながら，他のエラー要因や，入力が増加した場合のエラー率のスケーリングについて研究を進める．

5. むすび

本論分では，線形光学素子を用いた量子計算アルゴリズムを実験的に調べる方法について，その理論と現状について述べた．1998年になって，クウィアト（Kwiat）らも我々と同様の考え方で，他の量子回路の構築方法を発表した[16]．線形光学素子のみを用いる方法では，量子レジスタの増大に比例して必要な素子の量は増えてしまうため，何十けたもの素因数分解を行うような大規模な量子計算を構成することは困難である．しかし，コントロールドノットによる回路を実現する実験が，せいぜい2，3キュビットである現状をかんがみると，量子計算を実験的に調べる手段として，線形光学素子を用いた量子計算アルゴリズムの実現は魅力的だと考える．

最後に，ドイチュ・ジョサアルゴリズムの線形光学素子を用いた実現に関する議論，並びに本論文執筆中のスタンフォード大学での滞在中の御厚意に対しまして，山本喜久教授に感謝致します．

文　献

[1] D. Deutsch, "Quantum theory, the church turing principle and the universal quantum computer," Proc. R. Soc. London Ser. A 400, p.97, 1985.

[2] R.P. Feynman, "Quantum Mechanical Computers," Opt. News, vol.11, p.11, 1985.

[3] 花村栄一，"非線形量子光学，" 培風館，1995.

[4] P.W. Shor, Proceedings 35th Annual Symposium on Foundation of Computer Science, IEEE Press, 1994.

[5] B. Schumacher, "Quantum coding," Phys. Rev. A, vol.51, p.2738, 1995.

[6] D. Deutsch, A. Bareco, and A. Ekert, Proc. R. Soc. London A, vol.449, p.669, 1995.

[7] 竹内繁樹，"量子計算機の実験，" 数理科学，10月号，1998 掲載予定．

[8] J.I. Cirac and P. Zoller, "Quantum computations with cold trapped ions," Phys. Rev. Lett., vol.74, no.20, p.4091, 1995.

[9] C. Monroe, D.M. Meekhof, B.E. King, W.M. Itano, and D.J. Wineland, "Demonstration of a fundamental quantum logic gate," Phys. Rev. Lett., vol.75, no.25, p.4714, 1995.

[10] Q.A. Turchette, C.J. Hood, W. Lange, H. Mabuchi, and H.J. Kimble, "Measurement of conditional phase shifts for quantum logic," Phys. Rev. Lett., vol.75, no.25, p.4710, 1995.

[11] D. Deutsh and R. Jozsa, "Rapid solution of problems by quantum computation," Proc. R. Soc. London Ser. A, vol.439, p.553, 1992.

[12] S. Takeuchi, "A simple quantum computer: Experimental realization of the Deutsch Jozsa algorithm with linear optics," Proceedings of FOURTH WORKSHOP ON PHYSICS AND COMPUTATION: PhysComp96, 1996 (to be appeared in Physica D).

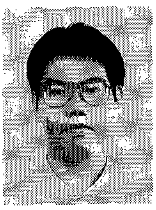
[13] 例えば，偏光によって表現されるキュビットと，モードで表されるキュビット間のコントロールドノットは，偏光ビームスプリッタによって表現可能である．

[14] 北野正雄，"光学の基礎に関する最近の研究—2光子状態を中心として，" 応用物理，vol.61, no.6, p.576, 1992.

[15] 竹内繁樹，"パラメトリック蛍光光子対ビームの発生，" 日本物理学会講演概要集，vol.53, no.1, p.292, 1998.

[16] N.J. Cerf, C. Adami, and P.G. Kwiat, "Optical simulation of quantum logic," Phys. Rev. A, vol.57, no.3, R1477, 1998.

（平成10年4月22日受付）



竹内　繁樹

1993 京都大学大学院理学研究課修士課程了．1993 より現在まで三菱電機先端技術総合研究所．1995 より，科学技術振興事業団さきがけ研究21「場と反応」研究領域に兼任で所属し，量子光学を用いた量子計算の実現に関する研究を行っている．