学位論文内容の要旨

博士の専攻分野の名称：博士（文学）　　　氏名：　蘇　有　安

学位論文題名
Proof-Theoretic Study of Epistemic Logic from an Intuitionistic Viewpoint
（直観主義的観点からの認識論理の証明論的研究）

・本論文の観点と方法

　本論文では、可能性概念と知識概念に関する可知性パラドックスを導きの糸として、直観主義論理上の認識論理を、論理学者ゲンツェンが考案した推件計算による証明論的観点から研究している。可知性パラドックスとは、可知性原理「命題が真ならばその命題を知ることが可能である」（A ならば KA が可能、K は知識演算子）から全知原理「命題が真ならばその命題はすでに知られている」（A ならば KA）が導かれてしまうというパラドックスである。可知性原理から全知原理を導く導出は排中律（命題かその否定が常に成立する）を妥当とする古典論理上でなされているため、前提となる古典論理を排中律を不成立にする直観主義論理へ変更する解決策が提案されてきた。しかし、可知性原理を定式化するための、可能性演算子と知識演算子をもつ古典論理と、それらをもつ直観主義論理の間の関係については十分な研究がなされてこなかった。一方、直観主義論理に対しては、真理概念ではなく証明概念によって論理結合子の意味を与える Brouwer-Heyting-Kolmogorov 解釈（以下 BHK 解釈）が知られているが、Artemov and Protopopescu (2016)は知識演算子に BHK 解釈を与え、その解釈によれば「A ならば KA」が問題なく成立する、と主張し、可知性パラドックスはパラドックスではない、と分析している。Artemov らは「すべて」や「ある」を含む自然言語の例を彼らの論理の動機付けとして述べているが、その論理自体は「すべて」や「ある」を形式化した限量記号を含まない命題論理レベルで展開されており、限量記号を含む拡張が可能かどうかは未解決問題であった。本論文は、論理的帰結関係を計算単位とする推件計算を研究方法として上述の二つの問題に取り組んでいる。

・本論文の内容

　本論文は、序論と四つの章、および結論からなる。序論では、認識論理、直観主義論理、可知性パラドックス、Artemov and Protopopescu (2016) による直観主義認識論理についてのサーヴェイがなされた上で、本論文で取り組まれる三つの問いが定式化される。第一の問いは、可知性パラドックスの分析ツールである、古典論理上の認識論理と直観主義論理上の認識論理の関係はどのようなものか、である。残る二つの問いは、Artemov and Protopopescu による直観主義認識論理（Intuitionistic Epistemic Logic, 以下では IEL と記す）に関わるものである。第二の問いは、彼らの直観主義認識論理に対して、「すべて」や「ある」といった限量記号を含む拡張を考えることができるか、である。第三の問いは、直観主義認識論理 IEL を、集団知識概念の一つである、分散知識概念を扱うように拡張できるか、である。

　第二章は技術的準備の章であり、古典一階述語論理、直観主義一階述語論理、命題認識論理で用いられる基本的定義や既知の定理が概観される。特に、「A が世界 w で知られているのは世界 w から認識的に到達可能なすべての世界で A が成立する場合であり、その場合に限る」というクリプキとヒンティッカに由来する知識演算子の真理条件、及び、「『A ならば B』が世界 w で成立するのは世界 w よりも後の（知識の拡大した）世界で A が成立するときには B が必ず成立する場合であり、その場合に限る」という直観主義論理での含意に対する充足条件が説明される。その後、ヒルベル

ト式体系とよばれる公理と推論規則をもつ証明体系、そして、論理的帰結関係を計算単位とする証明体系（推件計算）、の二つが導入される。とりわけ、グリベンコによる二重否定翻訳を一般化した黒田翻訳により、古典一階述語論理が直観主義一階述語論理へと埋め込める、という結果の概略が説明される。

第三章では、まず可知性原理から全知原理が古典論理上でどのように導かれるかが、知識演算子と可能性演算子をもつ論理の推件計算を使って分析される。この論理の特徴は、可能性演算子が「A かつ B、が可能ならば、A が可能」や「矛盾は可能でない」といった弱い原理のみを認めている点である。その上で、前提となっている論理を直観主義論理に変更した場合の推件計算も提案され、その場合には「A ならば¬¬KA」(¬は否定記号）という全知原理を弱めた論理式が依然として導かれることが確認される。学位申請者は、可知性パラドックスの分析のための直観主義認識論理に対して、提案した推件計算と同等の証明能力をもつヒルベルト式体系を提案する。さらに、直観主義論理の意味論に、知識演算子を扱うための到達可能性関係、さらに、可能性演算子を捉えるための近傍構造を組み込むことで意味論を与え、そのもとでの妥当性概念とヒルベルト式体系での定理概念とが一致することを示している。その上で、黒田翻訳の発想をこの文脈へ適用することで、可知性パラドックスの分析のための古典認識論理から直観主義認識論理へのと埋め込みが存在することを明らかにすることで第一の問いに一つの解答を与えている。

第四章では、Artemov and Protopopescu による直観主義認識論理 IEL を「すべて」や「ある」といった限量記号を含むように拡張できること、すなわち、第二の問いに肯定的に答えられることが論じられる。Artemov らの知識演算子の BHK 解釈「KA（A が知られている）の証明とは、A の証明の存在を検証する決定的証拠である」を概観したのち、学位申請者は命題論理レベルで Krupski and Yatmanov (2016) の既存の IEL に対する推件計算を改良する。その上で、この改良に基づき、一階述語論理に拡張した IEL の推件計算を与え、まず自然に定義されるヒルベルト式体系と証明能力が同じであることを示す。その上で、推件計算に対して、証明能力を変えずに帰結関係レベルでの三段論法（カット規則と呼ばれる）を除去できる、というカット除去定理、及び、その系として、クレイグ補間定理を示している。さらには Hermant (2005)の手法を使うことでカット規則を持たない推件計算が意味論に対して完全、すなわち、推件計算での定理概念が意味論での妥当性概念を含意することを示している。

第五章では、Artemov and Protopopescu による IEL の知識演算子をより明示的に解釈する試みとして、IEL にエージェント集団に相対化した分散知識演算子を導入した拡張が提案され、第三の問いに肯定的に答えられることが論じられる。第四章で改良した推件計算の発想を援用して、分散知識演算子を加えた場合の推件計算を定式化し、カット除去定理、及び、クレイグ補間定理が証明される。その上で、古典論理上の分散知識演算子の完全性を示す際の技法として知られている木展開（Tree Unraveling）と上述の Hermant (2005) の手法を組み合わせることで意図する意味論に対する完全性が示される。

第六章は、序論での三つの問いに対する解答が要約され、今後の研究課題について触れられる。