



| | |
|------------------------|---|
| Title | Discrete Morse theory on magnitude homotopy types of finite graphs [an abstract of dissertation and a summary of dissertation review] |
| Author(s) | 田嶋, 優 |
| Citation | 北海道大学. 博士(理学) 甲第15733号 |
| Issue Date | 2024-03-25 |
| Doc URL | http://hdl.handle.net/2115/92258 |
| Rights(URL) | https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/ |
| Type | theses (doctoral - abstract and summary of review) |
| Additional Information | There are other files related to this item in HUSCAP. Check the above URL. |
| File Information | Yu_Tajima_review.pdf (審査の要旨) |



[Instructions for use](#)

学位論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称 博士 (理学) 氏名 田嶋 優

主査 教授 秋田 利之
審査担当者 副査 教授 齋藤 睦
副査 教授 吉永 正彦 (大阪大学・大学院理学研究科)

学位論文題名

Discrete Morse theory on magnitude homotopy types of finite graphs
(有限グラフのマグニチュードホモトピー型上の離散モース理論)

博士學位論文審査等の結果について (報告)

2010年ごろに T. Leinster氏により距離空間のマグニチュードという概念が導入された。マグニチュードは、小圏のオイラー標数の一般化として導入され、距離空間の大まかな大きさを測る不変量と位置付けることができる。その後、Hepworth氏と Willerton氏らにより、マグニチュードの圏化として「マグニチュードホモロジー」が導入され、現在まで活発に研究されている。

マグニチュードホモロジーはチェインの長さのパラメータ ℓ とホモロジーの次数 n を持つ、双次数付きホモロジー理論であるが、有限グラフから定まる距離空間 G と正の整数 ℓ を固定した場合に、マグニチュードホモロジーを空間対のホモロジーとして実現することに浅尾氏と泉原氏は成功した (Asao-Izumihara 複体)。

田嶋氏は、Asao-Izumihara 複体の定義に変更を加え、一般の距離空間に対して適用可能な「マグニチュードホモトピー型」を導入し、これらの空間の上で離散モース理論を展開するという方針で、いくつかの研究成果をあげた。最初の成果はグラフの「対角性」に関するものである。Hepworth-Willerton によるマグニチュードホモロジーの導入以来、多くの有限グラフで、 $\ell=n$ 以外のホモロジーが消える (対角性) という性質が観察されていた。この現象は、Asao-Izumihara 複体の「最高次のホモロジー以外が消える」ことに対応しており、位相幾何的な観点からは「球面の一点和」が現れることが期待された。田嶋氏は、「Pawful グラフ」という対角性が知られている広いクラスに対して、離散モース理論を使って Asao-Izumihara 複体が球面の一点和とホモトピー同値であることを証明した。

他にも田嶋氏は Mayer-Vietoris 型定理、Künneth 型定理、ある種のグラフのツイストに関するマグニチュードの不変性などの様々な先行研究に対して、マグニチュードホモトピー型の上での離散モース理論的な証明を達成している。これまでホモロジー群レベルの結果だったものを、ホモトピー型まで精密化した成果といえる。

田嶋氏の研究は、これまで個別に証明されてきたマグニチュードホモロジーに関する諸結果に、離散モース理論を基盤とした統一的な証明の枠組みを与える重要なものである。よって、この論文の著者は、北海道大学博士 (理学) の学位を授与される資格あるものと認める。