旭川市に於ける所得分布

早川三代治

(一)

予は他の機會(註)に於て北海道百八市町村に關する所得統計資料に基き所得の社會的ピラミイドに就いて若干の考察を試みたが、其際には時間と紙幅との都合に由り實證的事例の殆んど全部を割愛せざるを得なかつた。それ故にその補足の意味を以つて此處に特に旭川市を採つてその所得分布の狀態を考察しようと思ふ。蓋し、旭川市は北海道に於ける最も發展せる米作地上川地方の經濟的中心であり、且つ昭和七年末現在に於て人口數八万五千五百七十一人を有する商工都市である故に、これによつて農業地方に於ける中心的商工都市の個人所得分布狀態の一端を窺知するに足ると思はれる。

予が此考察に使用したる資料は旭川市に於ける昭和八年度戶數割賦課の標準とされた昭和七年中に於ける個人所得である。此の統計に依れば、昭和八年四月一日現在にて戶數割を賦課されたる世帶總數は一五、三五二世帶であつて、昭和七年末現在總世帶數一六、一九二世帶に對するその間の差は八四〇世帶に過ぎない。それ故に此の程度の相違は看過され得るであらうから、殆んど全部の世帶を包括すると見ることが出來よう。是れに對して第三種所得稅統計に依れば、昭和七年度第三種所得稅納稅戶數一、一三〇戶に過ぎず、又同年末現在人口數八五、

（註）「所得の社會的ピラミイドに就いて」
昭和九年四月十二日日本統計學會報告
同學會年報第四輯所載

五七一人なるに昭和七年度第三種所得税納税人員は一、四五三人に過ぎない。右の比較は嚴密には正當と稱し難い點のあること勿論ではあるが、第三種所得税統計に基いては免税點以下の所得をも包括せる所得分布狀態は是れを求め得ず、唯だ免税點以上の所得の分布狀態を知り得るに止まるに反し戸數割標準所得に於ては原則として免税點なく、甚しき貧困者に對してのみその賦課を免ずる故に、所得の分布範圍を遙かに廣く知ることが出來る即ち予の使用した資料に於ては所得の分布範圍は最低階級十圓以上二十圓未滿より最高階級三万圓以上三万五千圓未滿の間に亙つて夫々の所得階級に對する所得世帶數が知られる便宜がある。

(二) 社會的ピラミイドの形狀

所謂、所得の社會的ピラミイドの形成は旭川市に於ても既に充分に都會型を表はしてゐる。即ちピラミイド下層部に於ける各所得階級の分化と共に中層部の階級が形成され、更に上層部殊に先端部が著しく高く伸長して所得分布の不均等性が現はれてゐる。第一圖に見るが如くである。

次にピラミイドの底邊部について見るに、第二圖に於けるが如く底邊部は著しく壓縮されてゐることパレートの

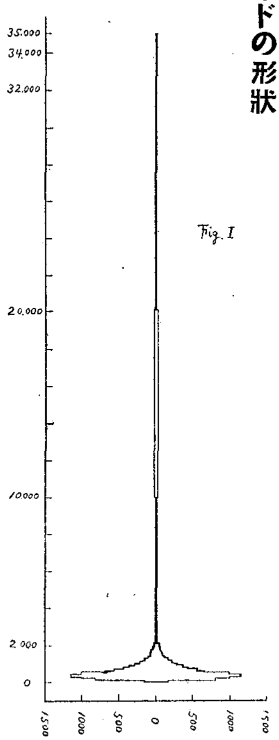


Fig. I

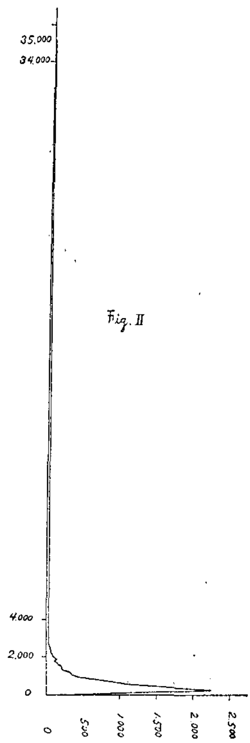


Fig. II

論じた如くである。

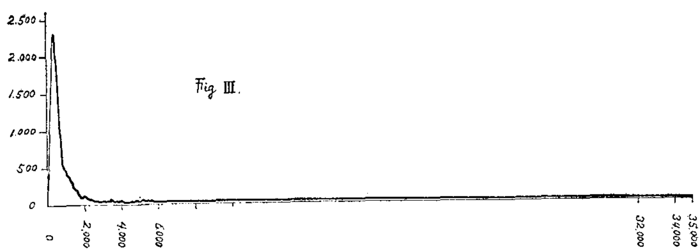
(三) 分布曲線

所得世帶總數一五、三五二世帶の所得は十圓以上二十圓未滿を最低階級とし最高階級三万圓以上三万五千圓未滿の範圍間に分布されてゐる。而して分布の最厚部即ちモードの存在する所得階級は三百圓以上四百圓未滿の階級であつてその世帶數は二、三〇〇世帶である。今、分布の最高部附近に於ける數表を示せば次の如くである。

所得階級	世帶數	總世帶數15,352に對する割合
1円以上100円未滿	315	2.1%
100—200	1,615	10.5
200—300	2,000	13.0
300—400	2,300	14.9
400—500	1,928	12.6
500—600	1,289	8.4
600—700	1,173	7.6
700—800	869	5.7
800—900	719	4.7
900—1,000	555	3.6
1,000—1,100	440	2.9
1,100—1,200	305	2.0
1,200—1,300	311	2.0
1,300—1,400	193	1.3
1,400—1,500	199	1.3
1,500—1,600	156	1.0
1,600—1,700	126	0.8
1,700—1,800	63	0.4
(以下略)		

今、直角座標軸の横軸上に所得額をとり、縦軸上に世帶數をとつて分布曲線を描く時は第三圖の如く甚しき正の非對稱性を有する分布曲線が得られる。

以下、此の分布曲線の性質を記述するに必要なる各種の數値を求める。



(1)　先づ度數分布の數量的位置、換言すれば度數集中點の位置を知るために各種の中數を求むれば次の如し。

算術平均　$M=\dfrac{\Sigma f\cdot x}{n}=699.75$円

幾何平均　$G=\dfrac{\Sigma(f\cdot \log X)}{n}=481.30$円

中位數　$M_e=X+I\times\dfrac{\frac{n}{2}-F}{f}=475.00$円

並數　$M_o=X+I\times\dfrac{f_0-f_{-1}}{(f_0-f_{-1})+(f_0-f_{+1})}=344.64$円

若し、度數分布が完全に對稱的ならば、M、M_e及びM_oの値は一致し、又適度に非對稱的ならば近似的に $M_o=3M_e-2M$ なる式にて表はされる關係が成立することは統計的中數論の教ふる處であるが、前述の數値の間には此の等式は全く成り立たぬ。從つて分布は甚しく非對稱性を有することが推論される。而して圖に於て見るが如くモードを中心として變量數の大なる方向に廣く分散する故に正の非對稱分布である。

(2)　次に、度數分布の程度を知るために分散度を求むれば次の如し。

四分位數
$$\begin{cases} Q_1=X_1+I\times\dfrac{\frac{n}{4}-F_1}{f_1}=295.41\text{円} \\ Q_2=M_e=475.00\text{円} \\ Q_3=X_3+I\times\dfrac{\frac{3n}{4}-F_3}{f_3}=804.58\text{円} \end{cases}$$

四分位偏差　$Q=\dfrac{1}{2}(Q_3-Q_1)=254.09$円

四分位偏差係數　$\dfrac{Q}{M_e}=0.53492$

平均偏差　$M.D.=\frac{1}{n}\Sigma f|x'|=254\overset{\text{円}}{.}09$

平均偏差係數　$\frac{M.D.}{M}=0.65693$

或は　$\frac{M.D.}{M_e}=0.96568$

標準偏差　$\sigma=\sqrt{\frac{I^2\Sigma f\left(\frac{x'}{I}\right)^2-d^2}{n}}=1{,}019\overset{\text{円}}{.}41$

標準偏差係數　$\frac{\sigma}{M}=1.45682$

變化係數　$V=\frac{\sigma}{M}\times 100=145.68\%$

(3)　次に度數分布の非對稱性の方向及程度を知る爲めに非對稱度を求むれば次の如し。既に一言せる如く、並數を中心として變量數の大なる方向へ分散の範圍が甚だ大なる故に、正にして且つ甚だ大なる非對稱度を有する。

非對稱度　$S_a=\frac{M-M_o}{\sigma}=0.34848$

或は　$S_a=3\frac{M-M_e}{\sigma}=0.22047$

$S_b=\frac{Q_1+Q_3-2M_e}{Q_3-Q_1}=0.29319$

$S_c=\frac{1}{\sigma}\sqrt[3]{\frac{\Sigma x^3}{n}}=1.74858$（相對的歪度、歪度係數）

$\sqrt[3]{\frac{\Sigma x^3}{n}}=1782\overset{\text{円}}{.}51$（絶度的歪度）

以上に依つて旭川市に於ける所得分布曲線（第三圖）の性質を記述したが、その中で代表的なる數値は次の三つである。即ち、

算術平均　$M = 699.75$円

標準偏差　$\sigma = 1019.41$円

絶對的歪度　$= 1782.51$円

（四）分布の公平度の測定

所得分布の公平度の測定には種々なる方法が考案されてゐるが、此處では與へられたる資料に就て利用し得べき各種の方法によりて分布の公平度を求めてみれば次の如し。

(1)　四分位數の應用に依る Bowley の方法に從へば、

$$分散度 = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = 0.23311$$

である。此の分散度は零と一との範圍に於て變動し、その値が一に近きほど不平等の程度が大となる。

四分位數を利用する他の方法によれば、

(2)　四分位數偏差　$\frac{Q_3 - Q_1}{2} = 254.085$円

(3)　四分位數偏差係數　$\omega = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = 0.46239$

(4)　變異係數（Variabilitätskoeffizent）に依る方法に從へば、

$$V(\sigma) = \frac{\sigma}{M} \times 100 = 145.68\%$$

(5) Pareto 定數の方法によれば、

$$\alpha = 1.78693$$

(6) 相對的平均差 (Relative durchschnittliche Spannung) による方法に從へば、

相對的平均差 $\eta = \frac{u}{m}$

但しuは絶對的平均差を表はし、各所得間の差の總額をその各所得の組合せの數にて除したる商である。然るに此處では直接にuが與へられぬ故に、今、ηを間接に求むれば、

$$\eta = \frac{2}{2\alpha - 1} = 0.77704$$

然るに、 $\eta = \frac{u}{m}$ より、

$$u = m \times \eta$$

今、 m = 700圓, $\eta = 0.77704$ とすれば、

$$u = 543.928\text{円}$$

(7) 間接に Lorenz 曲線のλを求むれば次の如し。

Gini によつてηとλとの關係は $\eta = 4\lambda$ である。故に

$$\lambda = \frac{\eta}{4}$$

$$\lambda = 0.19426$$

(8) 相對的平均偏差 (Relative durchschnittliche Abweichung) に依る方法に從へば、

$$\frac{(x - m)}{n} = d \text{ (平均偏差 M.D.)}$$

$$\vartheta=\frac{d}{m}=\frac{459.71}{699.75}=0.65695$$

ϑの大なるほど、分布の不平等の程度が大となる。

(9)　Gini の定數δに依る方法に從へば、

$$\delta=\frac{1-y}{1-z}$$

但し、1－y は x 以上の金額の所得を有する人が全體の所得所有者に對する割合であり、1－z は x 以上の金額の所得を有する人の所得の合計が全所得に對する割合である。然るに後者 1－z は予の資料より得られず、從つてこの式より直接にδを求めることが出來ない。今、間接に、$\delta=\frac{\alpha}{\alpha-1}$より是を求むれば $\delta=2.27076$ となる。

(10)　終りに、パレート定數α、相對的平均差η、及び相對的平均偏差ϑの關係より、η及びϑを求むれば次の如し。

$$\eta=\frac{2}{2\alpha-1}=0.77704$$

$$\vartheta=2\frac{(\alpha-1)^{\alpha-1}}{\alpha^{\alpha}}=0.5883$$

斯くして得たるα、η、ϑの値の關係は次の如く妥當する。

α	η	ϑ
1.7	0.833	0.632
1.78693	0.77704	0.5883
1.8	0.769	0.581

(五) 累積度數分布 (ogive)

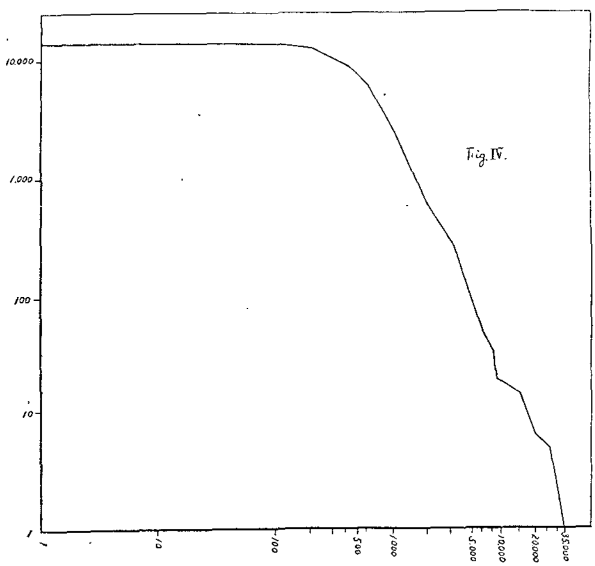
全對數目盛の横軸上に所得金額をとり、縦軸上に世帯の累積度數をとつて所得の累積度數分布圖を作る時は第四圖の曲線が得られる。

而してそれはパレートの嘗つて述べたる如くには直線とならない。或る一定の分布範圍即ち略ぼ六百圓乃至八千圓迄の所得については累積度數分布は略ぼ一直線を爲すと云ふことが出來るに過ぎない。然るに今、パレート法則として表はされる補間直線の方程式を求むれば

$$\log N = 8.50352 - 1.78693 \log x$$

である。

次に此のパレート直線の適合度を吟味すれば次表の如くである。



所得階級	log N (觀察値)	log N (計算値)	△	誤差の割合%	所得階級	log N (觀察値)	log N (計算値)	△	誤差の割合%
1	4.18617	8.50352	+4.31735	(+) 103.1	3,500	2.30750	2.17051	−0.13699	(−) 5.9
100	4.17716	4.92966	+0.75250	(+) 18.0	3,600	2.29447	2.14866	−0.14581	(−) 6.4
200	4.12782	4.39174	+0.26392	(+) 6.4	3.700	2.27875	2.12740	−0.15135	(−) 6.6
300	4.05774	4.07708	+0.01934	(+) 0.5	3,800	2.23805	2.10670	−0.13135	(−) 5.9
400	3.96007	3.85382	−0.10625	(−) 2.7	3,900	2.20683	2.08655	−0.12028	(−) 5.5
500	3.85697	3.68065	−0.17632	(−) 4.6	4,000	2.17319	2.06689	−0.10630	(−) 4.9
600	3.77122	3.53892	−0.23260	(−) 6.2	4,100	2.14301	2.04774	−0.09527	(−) 4.4
700	3.67504	3.41953	−0.25551	(−) 7.0	4,200	2.13033	2.02903	−0.10130	(−) 4.8
800	3.58692	3.31590	−0.27102	(−) 7.6	4,300	2.11394	2.01076	−0.10318	(−) 4.9
900	3.49748	3.22450	−0.27298	(−) 7.8	4,400	2.09691	1.99293	−0.10398	(−) 5.0
1,000	3.41313	3.14273	−0.27040	(−) 7.9	4,500	2.08636	1.97549	−0.11087	(−) 5.3
1,100	3.33224	3.06877	−0.26347	(−) 7.9	4,600	2.05690	1.95842	−0.09848	(−) 4.8
1,200	3.26576	3.00124	−0.26452	(−) 8.1	4,700	2.04139	1.94173	−0.09966	(−) 4.9
1,300	3.18554	2.93913	−0.24641	(−) 7.7	4,800	2.02119	1.92540	−0.09579	(−) 4.7
1,400	3.12710	2.88161	−0.24549	(−) 7.9	4,900	2.00860	1.90939	−0.09921	(−) 4.9
1,500	3.05729	2.82807	−0.22922	(−) 7.5	5,000	2.00000	1.89372	−0.10628	(−) 5.3
1,600	2.99344	2.77798	−0.21546	(−) 7.2	5,100	1.96379	1.87835	−0.08544	(−) 4.4
1,700	2.93399	2.73093	−0.20306	(−) 6.9	5,200	1.95424	1.86329	−0.09095	(−) 4.7
1,800	2.90091	2.68658	−0.21433	(−) 7.4	5,300	1.95424	1.84849	−0.10575	(−) 5.4
1,900	2.82930	2.64462	−0.18468	(−) 6.5	5,400	1.92428	1.83400	−0.09028	(−) 4.7
2,000	2.79029	2.60481	−0.18548	(−) 6.6	5,500	1.90309	1.81976	−0.08333	(−) 4.4
2,100	2.74429	2.56695	−0.17734	(−) 6.5	5,600	1.89209	1.80577	−0.08632	(−) 4.6
2,200	2.71012	2.53085	−0.17927	(−) 6.6	5,700	1.86332	1.79204	−0.07128	(−) 3.8
2,300	2.66745	2.49634	−0.17111	(−) 6.4	5,800	1.86332	1.77853	−0.08479	(−) 4.6
2,400	2.63548	2.46332	−0.17216	(−) 6.5	5,900	1.86332	1.76528	−0.09804	(−) 5.3
2,500	2.60206	2.43164	−0.17042	(−) 6.5	6,000	1.85733	1.75223	−0.10510	(−) 5.7
2,600	2.56585	2.40121	−0.16464	(−) 6.4	6,100	1.82607	1.73940	−0.08667	(−) 4.7
2,700	2.54158	2.37192	−0.16962	(−) 6.7	6,200	1.81954	1.72678	−0.09276	(−) 5.1
2,800	2.50786	2.34369	−0.16417	(−) 6.5	9,300	1.79239	1.71437	−0.07802	(−) 4.4
2,900	2.46687	2.31645	−0.15042	(−) 6.4	6,400	1.78533	1.70214	−0.08319	(−) 4.7
3,000	2.44716	2.29015	−0.15701	(−) 6.4	6,500	1.77085	1.69012	−0.08073	(−) 4.6
3,100	2.41330	2.26470	−0.14860	(−) 6.2	6,600	1.75587	1.67827	−0.07760	(−) 4.4
3,200	2.38917	2.24006	−0.14911	(−) 6.2	6,700	1.75587	1.66660	−0.08927	(−) 5.1
3,300	2.37107	2.21619	−0.15490	(−) 6.5	6,800	1.73239	1.65509	−0.07730	(−) 4.5
3,400	2.33846	2.19301	−0.14545	(−) 6.2	6,900	1.71600	1.64376	−0.07224	(−) 4.2

所得階級	log N (觀察値)	log N (計算値)	△	誤差の割合%
7,000	1.69020	1.63260	−0.05760	(−) 3.4
7,100	1.68124	1.62163	−0.05961	(−) 3.5
7,200	1.68124	1.61074	−0.07050	(−) 4.2
7,300	1.66276	1.60004	−0.06272	(−) 3.8
7,400	1.66276	1.58948	−0.07328	(−) 4.4
7,500	1.65321	1.57906	−0.07415	(−) 4.5
7,600	1.62325	1.56878	−0.05447	(−) 3.4
7,700	1.60206	1.55863	−0.04343	(−) 2.7
7,800	1.59106	1.54863	−0.04243	(−) 2.7
7,900	1.57978	1.53873	−0.04105	(−) 2.6
8,000	1.56820	1.52897	−0.03923	(−) 2.5
8,100	1.54407	1.51932	−0.02475	(−) 1.6
8,200	1.50515	1.50982	+0.00467	(+) 0.3
8,300	1.47712	1.50040	+0.02328	(+) 1.6
8,400	1.44716	1.49111	+0.04395	(+) 3.0
8,500	1.44716	1.48192	+0.03476	(+) 2.4
8,600	1.43136	1.47284	+0.04148	(+) 2.9
8,700	1.43136	1.46387	+0.03251	(+) 2.3
8,800	1.39794	1.45501	+0.05707	(+) 4.1
8,900	1.36173	1.44624	+0.08451	(+) 6.2
9,000	1.36173	1.43757	+0.07584	(+) 5.6
9,100	1.34242	1.42899	+0.08757	(+) 6.5
9,200	1.34242	1.42050	+0.07808	(+) 5.8
9,300	1.34242	1.41212	+0.06970	(+) 5.2
9,400	1.34242	1.40381	+0.06139	(+) 4.6
9,500	1.32222	1.39561	+0.07339	(+) 5.6
9,600	1.32222	1.38748	+0.06526	(+) 4.9
9,700	1.32222	1.37944	+0.05722	(+) 4.3
9,800	1.32222	1.37147	+0.04925	(+) 3.7
9,900	1.32222	1.36359	+0.04137	(+) 3.1
10,000	1.32222	1.35580	+0.03358	(+) 2.5
15,000	1.14613	1.04114	−0.10497	(−) 9.2
20,000	0.77815	0.81788	+0.03973	(+) 5.1
25,000	0.69897	0.64471	−0.05426	(−) 7.8
30,000	0.30103	0.52322	+0.20219	(+) 67.2

是れに依つて見るに既にパレート自ら述べた如くパレート法則が非常に小なる所得並に非常に大なる所得に就ては妥當しないことが推知される。