不連続線型活動分析に関する研究

久　保　嘉　治

序

企業における効率的資源配分の問題は，通常企業内に取入れられる各種生産技術の決定と，各種生産の稼働水準の量的決定という二種類の決定問題，いわば企業内部の生産編成の問題として具体化される。この決定問題へ接近する伝統的武器として，生産函数にもとずく限界分析があり，さらに実用性を兼ね備えた武器として，Activity にもとずく線型活動分析がある。[1] 前者は主として技術的決定の方を，後者は生産規模の量的決定を各々出発点とするとはいえ，両者は競争均衡の効率点を類推する手段として，理論的には共通するものであり，特に線型活動分析は限界分析の欠点を補つて企業行動に対し積極的に働きかけ，実践性をもつた定量分析の基礎となつていることはすでに周知のところである。

しかし，反面において線型活動分析の適応性については，種々の批判がなされているが，それらは忠実な現状把握にもとずいて，巧みに線型活動分析モデルを構成することによつて，標準的線型活動分析の範囲で克服することができ，かつかなり精緻な取扱いが可能である場合も多い。

しかし，われわれが線型活動分析によつて企業の効率的資源配分の問題に接近しようとする場合，企業者が支配することのできる数値を変数とし，企業者の経済的決定の目

標がその変数の測定可能な函数値を指標とするように数学的に定式化できるもので，かつその定式化が線型活動分析の公準をみたすものでなければいけない。したがつて，線型活動分析における各活動の公準である，一次性（可分性，加法性）独立性といつたもの[2]に，いかなる近似接近を施しても抵触する事実が存在するならば，最早やそのようなものを直接線型活動分析モデルの中で同一に処理することは許されない。

その点に関して線型活動分析の適用性の批判としてあげられており，われわれも線型活動分析を実際面に適用する場合，常に意識し慎重に取扱い改善の努力をしている問題点をあげると次のごとくである。[3]

(1) 産出物が技術的物量単位をもつ財である場合。

(2) 投入財が技術的物量単位をもつ場合。

(3) 操業水準に拘りない用役（一定費用，初期費用）の必要性の存在。

(4) 操業水準の相違にもとずく内部経済の発生，すなわち収益逓増領域の存在。

線型活動分析の適応性を限界づける上の四つの問題点は，結局その解が果して経済的な実行可能解であるか否かの問題と，評価の精度の問題につきる。これらの点を無視して近似接近すると，しばしば不都合が生ずるゆえ，企業における資源の効率的配分や生産編成の量的決定を為す場合には十分考慮しなければならない。したがつて，最近かかる点の解決のため種々の研究が進められている。中でも第一の問題に関してはダンツイヒが輸送問題，人員配置問題，旅商人の経路問題で発端を切り，ゴモリーが線型活動分析の解より近似接近する解法を全整数整数計画問題として体系だて，ビールが整・非整数の混合問題の解法を発見し，マルコビッツとマンは完全な不連続解法を試みた。最近ランドとドイグは整数解または不連続解問題の機械解法を提示した。したがつてほとんどこの点については解決されているといつてよかろう。[4]

その他の点についてはあまり研究が進んでいないが，第四の問題に関連してダンツイヒの二分法およびチヤーンズとクーパーの隣接端点法の非線型への拡張の試みと，マルコービッツなどが糸口として示した不連続計画問題がある。[5]いずれも難点があつて，円滑に到達できる解法が示されているわけではない。

それゆえ，本稿では主として(2)(3)(4)の点を組み入れた活動分析モデルを構成し，その一つの計算要領を示し吟味しようとするものである。そのためにまず上にあげた四つの問題が相互にどのような関連をもち，かつ線型活動分析の適応限界をどのように枠づけするものであるかを予め吟味し，線型活動分析による近似接近の妥当性を多少追究し，従来の不連続接近の位置づけをなすとともに，修正不連続モデルによる解法を試みよう。

註 (1) 線型活動分析とは，一次不等式の制約の下で一次形式の汎函数の極値を求めるものを指す。この定義はKoopmans . T C. ; Three Essays On the State of Economic Science p71 にしたがつた。

(2) Koopmans : 前掲書 PP 71—79 は加法性，比例性をあげ， Dorfman R. 小宮隆太郎訳 ; リニヤプログラシング PP146～152 は一次性，加法性，可分性，有限性をあげている。数学的に一次構造とは加法と乗法が定義されていることである。

(3) 矢島武 ; 経営転換のための経営計画

Aune H.J. and L. M. Day ; Determining the Effect of Size of Her-d and Equipment on Dairy Chore Labor, J. F. E. Vol. XLI No. 3 前者は経営転換の立場から，後者は労働利用の経済の立場より線型活動分析の考慮すべき点を指摘した。さらに積極的な接近を示したものとして次の論文がある。

Swanson E. R. ; Programming Optimal Farm Plans (講義ノート)

Heady E. O. and W. Candler: Linear Programming Method PP220-225. 古谷弘 ; 現代経済学

(4) Dantzig, Fulkerson and Johnson; Solution of A Large Scale Traveling-Salesman Problem. O. R. S. A. Vol No. 4

Dantzig G. B. ; Discrete Variable Extremum Problems. O. R. S. A. Vol 5 No. 2

Gomory. R, An Algorithm for Integer Solutions to Linear Programming. I.B.M. Technical Report No. 1

Gomory R. ; All Integer Intger Programming Algorithm I. B. M. Research Report R. C. 189

Beale E. M. L. ; A Method of Solving Linear Programming Problems when some but not all of the variables must take integral values, (S.T.R.G.) T. R. 19 Princeton. Markowitz and Manne ; On the Solution of Discrete Programming Probems, Econometrica Vol 25. No. 2

Land A. H. and A. G. Doig ; An Automatic method of Solving Discrete Programming problems. Econometrica 28—3

(5) Dantzig G. B.; On the Significance of Solving Linear Programming Problems with some Integer Variables. Rand-Corporation, paper 1486

Charnes A and W. W. Cooper; Non Iinear Power of Adjacent Extreme Point Method in Linear Programming. Econometrica Vol. 25 No. 2

Markowitz and manne 前掲論文

David Gale;The Theory of Linear Economic Model. chapter 5 pp 132—179

線型活動分析と企業の決定問題

線型活動分析の標準モデルは，CおよびXを

$$Z=C'X \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$AX \leqq B \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

$$X \geqq O \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

n次ヴェクター，Aをm×n行列，Bをm次ヴェクターとする時，(2)および(3)式の制約の下で，一次式(1)を最大にする問題形式である。ここで行列Aの各列とそれに対応するCの要素の一組の配例（c_j, a_{1j}, $a_{2j}\cdots\cdots a_{mj}$）は活動 Activity と称せられるもので，Bの各要素は制約量を示す。一活動の C_j 要素はその活動の評価を示し，その他の要素は制約量ヴエクターの各要素に対応している係数である。Xの要素は各々の活動の稼働水準を示す。

この標準モデルでは，活動の独立性，一次性（分割可能性と加法性）が仮定されている。独立性とは稼働水準の変化によつて活動を規定する各係数が変化することがなく，また他の活動の係数も変化させず，活動が相互独立であるということである。一次性とは，各活動の非負倍が定義され，各活動間には非負倍の和が定義されていることである。例えば，一活動（c_k, a_{1k}, $a_{2k}\cdots\cdots a_{mk}$）をとつて来ると，各係数を α（$\geqq 0$）倍したもの（αc_k, αa_{1k}, $\alpha a_{2k}\cdots\cdots\alpha a_{mk}$）がまず定義されている。さらに他の活動($c_{k+1}$, a_{1k+1}, $a_{2k+1}\cdots\cdots a_{mk+1}$）にも β（$\geqq 0$）倍が定義され，かつ，それらの和（$\alpha c_k+\beta c_{k+1}$, $\alpha a_{1k}+\beta a_{1k+1}\cdots\cdots\alpha a_{mk}+\beta a_{mk+1}$）が定義されていることで，数学的には一次構造という。一次性が定義されているゆえ，線型活動分析の標準モデルをみたすXをn次元空間の点と考える時，その点の集合は凸なものとなる。[1]

企業の効率的資源配分の問題を，この標準モデルによつて接近しようとするならば，企業者の経済的決定の目標が自己の支配できる数値を変数として，測定可能な一次形式(1)の函数値を指標とするものであることが前提となる。しかして標準モデルに企業を移すと，制約量ヴエクターの各要素は当該生産期間に企業が利用できる資源量に相当し，各活動は採用の対象になる生産部門で，行列Aの各要素は産出投入の技術係数であり，Cはそれぞれの活動の評価収益を示し，Xは各活動の稼働水準を示すものとなる。こうすれば，企業が普段に行う広義の静態的生産編成の決定が可能となる。

さて，企業の決定問題を標準線型モデルで取扱う場合，モデルの構造的特色に支配されることになるが，先にあげた適応上の問題点を整理するため，モデルのもつ数学的構造の経済学的意味づけをしよう。

線型活動分析が一次構造をもつているゆえ，数学的に解の存在を明らかにされているものであるが，その点がまた適用上の問題を生む発端でもある。一次構造を経済学的に解釈すると，まず活動は生産スケール（稼働水準）について収穫不変であること，さらに各活動を同時に稼働する効果と，個々別々に稼働した後の全体の効果とは相等しいことを意味している。したがつて，これをマーシヤル流に表わすなら，内部経済も外部経済も存在しないことを意味する。しかし，一次構造は各活動に産出投入の一次関係を規定するが，資源の制約から全体系としては，収穫逓減の現象が含まれているし，生産要素間の代替可能性を否定しているわけではない。[2]

したがつて，企業が行う短期の生産決定は，生産要素構成の調整と生産スケールの調整であると考えるならば，生産スケールの拡大に伴う収穫が逓減する所定の技術の下では，生産要素構成の調整は，線型活動分析の一次構造によつて，各活動の稼働水準の変化すなわち活動間の代替によつて示される。他方生産スケールの調整は，同じく収穫非逓増の枠内で，活動の稼働水準によつて表現される。よつて，線型活動分析の企業への適用が可能となる。

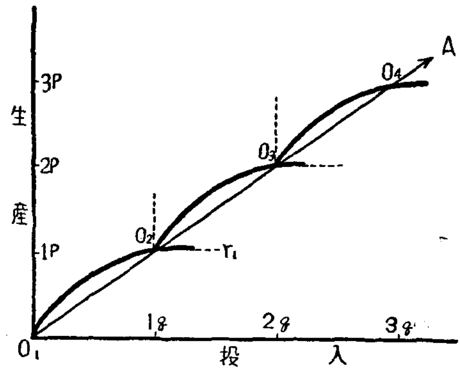
しかし，企業が生産する財や利用する生産要素は物量的単位をもつた財であることが多いため，通常生産調整は連続な形で行なわれるわけでなく，生産要素の不分割性とか一定費用の存在に対応する収穫逓増関係が認められると，企業は複雑な調整を計らなければならないことになる。[3]これらのことは直接には線型活動分析の一次構造に抵触するものであるが，全く企業分析への適用をはばむものではなく，序であげた四つの問題とともにこれらは次のごとく解釈されるべきてあろう。

一次構造をもつ活動の概念はもとより生産函数そのものではないが，経験的生産函数

は活動の設定を枠づけするものである。したがつて非線型生産函数が経験的に知られているならば，線型活動分析の一次構造を侵さない限り，必要に応じて部分線型の活動によつて近似接近をすることが許される。

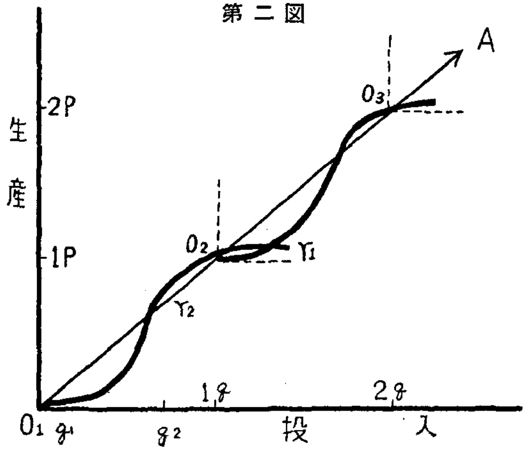
通常，活動を一資源，一生産物の場合について表示すると，第1図の直線$\overline{OA}$で表わされる。単位活動を（p. q）すなわち直線$\overline{O_1 O_2}$にとると，生産函数O_1 r_1との関係はO_2点で一致する。

第 一 図



さらに生産函数が弾力的Flexibleであると否とにかかわらず，生産要素の追加投入が可能であると，同じ形態の生産函数が，原点をO_1よりO_2，O_3と移動して累積することができる。したがつて，活動の一次性は投入産出関係の可能点を枠づける生産函数と抵触しない。ここで解がα（p, q）で与えられると，αの整数部分は生産函数に一致し，分数部分は投入に対する産出が生産函数より過少評価となるが，技術的には生産可能な解である。しかるに，活動は一次同次であるから，生産函数が同次函数でなければならぬという理由は全々なく，第二図のごとく初期投資または一定費用をもつた生産函数であつても，活動をO，Aのごとく近似接近することもできる。しかし第二図の場合のように，生産函数が部分的に凸な函数である時には，単位活動を（p, q）にとつてその稼働水準がα（p, q）となつたとすると，αの整数部分はともかく常に技術的に可能でかつ正しい評価を与えるが，分数部分がq_2/q以上であれば，技術的可能点であるが産出量は過少評価され，分数部分がそれ以下であれば最早や技術的可能点ではない。このように技術的不可能な点が

第 二 図



生じてくるのは，結局前掲の問題点(3)および(4)に由来している。

他方，生産物や資源に不可分性がある場合，結局，生産工程の不可分性とか，資源の不可分性が条件づけられていると，資源と生産物のいずれかを基準とし，その活動の稼働水準 α の整数部分が意味をもち，分数部分が技術的に不可能なものとなる。

単位アクテビテイを生産函数の一点と対応するような仕方で設定しなければならない理由が全くないゆえ，[5] 以上の議論を一般の問題に拡張して考えるため，われわれは期待値または期待値域の概念を導入する。**期待値域**とは，要求されるだけの近似の精度をみたし，かつ技術的にも可能であるところの当該活動の稼働水準の巾を意味し，**期待値**とは同じ条件の稼働水準に相当し一種の期待値域である。[6] 例えば，第１図のような場合に単位活動を（p/s，q/s）にとると，この活動に生産函数と一致するような精度を要求する期待値は，α（p/s，q/s）＝（p，q）となる α°（＝s）およびその整数倍すなわち s の非負整数倍が期待値（域）となる。他方，技術的に可能であるという緩い条件での期待値は，定義された全域すなわち非負域である。通常の線型活動分析は一般に制約をみたす範囲で全域を期待値域とする場合であり，特定の活動に上界または下界を制約づけたときは，結局，期待値域を明示したものと考えられる。このような期待値域の概念を導入すると適用性の問題は，より明確に整理されるのである。

結局，生産函数との関連において，活動の一次同次性の問題を考えると，生産函数が凹で同次函数の場合は，結局投入量に対する産出量の評価の精度の問題につきる。他方生産函数が凸となつたり，生産函数の凸性凹性にかかわらず同次性を欠く場合には，技術的に不可能な領域があらわれることとなり，線型活動分析モデルの一次構造に抵触する。

したがつて序であげた四つの問題は，解の正確度合と解の技術的可能域いわば期待値域との問題に整理される。

実際問題の解決に当つては，一次構造を積極的に利用して，巧みに近似接近をするのであるが，凹にして同次な生産函数については，部分線型の活動を設ければ，必要に応じて精度が高められる。しかし，生産函数が明らかに凸で非同次である場合には，形式的には部分的線型の活動を構成できても，その資源が有効な制約となる場合には正しい解を保証しない。したがつて生産函数の凸性や非同次性と資源の不可分性の存在については，単位活動の定め方に応じて，それぞれの活動の期待値域を予め考慮して，パラメトリツクな線型活動分析による接近が考えられる。

パラメリツク線型活動分析では，凸な生産函数や非同次性の場合には，期待値域を考

慮した活動をもつて線型活動分析を行なう。それに形式的に一次構造をもつように接近する方法で，稼働水準がその活動の期待値域と一致するまで，活動を組み直すか，制約をつけ直して行くが，不可分要素を取扱う場合も不可分要素は凸または非同次生産函数を作る原因でもあるが，すでに手持の不可分な財の分析と新たに購入する場合の分析など，制約量と活動をパラメトリックに変化させた線型活動分析を行なつて接近することもできる。[7]

線型活動分析の標準モデルは期待値域という概念を積極的に入れて，パラメトリックに企業問題を取扱う方法は，結局一番忠実な分析といえよう。しかし，パラメトリックな接近は決して単純な操作で行えるわけではないから，明示的（Explicit）にも暗示的(Implicit)にも期待値域を設けた線型活動分析の標準モデルで，企業の決定問題に接近することには限界があるといわなければならない。

註 (1) Charnes A. Cooper W.W. and A. Henderson ; An Introduction to linear Porgraming.
高山崇；農業の生産経済学
Dorfman. 前掲書，Heady and Candler 前掲書等参照

(2) Dorfman. 前掲論文 P. 147. 古谷弘；前掲書 PP 11～13
高山崇，前掲論文，その他参照

(3) Heady. E. O. ; Economics of Agricultural Production and Resource Use Ch. 12. pp 349～381
Cassel. J. M. ; On the Law of variable proportion, In Reading in the theory of income Distribution 等参照

(4) Heady E. O. and W. Candler ; 前掲書 pp 220～225

(5) 活動 Activity の概念は，生産物とその生産のために費される財の一つの対となつた対応にすぎず，なにを基準とすべきかということは自由である。

(6) 工藤元，；農業経営設計と分析 P113；に「一頭当り畜舎費は著しく逓減する。これが対策としては，最初に例えば乳牛が五頭位入るだろうと見当をつけて，その場合の費用を出し，解が4～6頭位ならばそれで可とし，もし，解が著しく最初の予想と異つた時は係数を変えて再計算する。」と述べてあるのは期待値域の問題である。

(7) Swanson. E. A. 前掲論文等参照

不連続接近の意義と若干の不連続モデル

通常，投入産出の生産函数が不連続になると考えられているのは，生産における不可分性いわば生産工程の不可分性と生産要素の不可分性の存在や，あるいは企業者革新に起因する断続的な推移を考慮することなどによつている。また生産要素間の代替が制限的である場合も生産函数は不連続になるが，多くの場合不連続性は長期動態の議論とされている。しかし，われわれが短期の企業決定の問題を主として対象する場合でも，多くの場合は将来に向つての決定を行なうゆえ，たとえ所与の技術を前提としても，当然不連続な推移を考慮しなければならないことが起る(1)。例えば，農業経営における生産調整を考えると，搾乳牛を５頭以上もてばミルカーを使用する酪農経営を営み，それ以下であれば手搾りを行なうというような代替方法が，経営の採算に合せて計画時に問題とされる。また一作物についてもその耕作面積の多寡によつて，手労働で管理するものと，耕馬で行なうものと，あるいは機械を使用する方法が考えられ，それぞれ全く別な生産函数が予定され，耕馬とか機械をどのように配分するかを含めて，当該作物の耕作規模と耕作方法を決定しなければならない。したがつて，われわれは企業の短期静態的決定の領域でも，不連続な生産函数を予定しなければならない場合が当然起る。さらに企業の生産調整は，ある時は生産要素の構成を変えたり，ある時は生産スケールを変えて行なわれるが，その様式が必ずしも連続的に行なわれるわけではない。不連続な生産要素を考慮しなくとも，通常の決定は不連続に行なわれるのが普通である。

さらに考慮の対象となつている枠内で，生産のスケールの大きさに対して費用節約的である生産要素があり，かつその生産要素が企業における決定の上で有効な制約資源となる場合がある。例えば，酪農経営での雑労働が飼養規模が大きくなるほど節約されるし(2)，冬期間などは飼養規模が大きくなるとあまり完備しない牛舎でも，室温の低下が極端にならず間接的に収益が逓増する場合もある。特に零細飼養の段階にある場合には統計的にも収益逓増的になることが実証されている(3)。大規模飼養についても，労働力などの節約現象を指適し，経営計画上必ず考慮すべきであることも指摘されている。生産スケールの増大に伴つて節約的となる生産財が経営計画上，有効な制約となる場合には，他の生産と相対的な重要性を考慮せずして，その生産のみを最大に稼働することがよいという結果は出ない(4)。したがつて，このような関係を計画中で考慮するには，前節で説明したような理由から，連続的な対応を予定し，一次構造を条件とする活動分析では直接には解けない。したがつて，不連続な接近を必要とする。

生産スケールに対する収益逓増の関係は，不可分な生産要素の存在，作業の単純化，分業，要素節約施設の導入およびその利用割合の変化などに起因する(5)ものと通常考えられていて，それらはほとんど連続的な考慮とは御容れないことが多い。また逆になにか一つの基準となる財の大きさにしたがつて，生産物と種々の生産財の必要量が対応している形で，資料が経済的に整理され，不連続的な考え方に習慣づけられているものもある。例えば，輪作を考える時には，必らず1区画とか10アールとかを単位に考えて，この区画に対して作業方法その他一切の技術的関係を考えているし，乳牛飼養についてもその収支関係を成牛1頭の時，3頭の場合，5頭の場合といつた要領で考えるよう習慣づけられていて，中間的なものはあまり正確にとらえられていない。特に零細飼養が一般的である場合は中間的な考慮がないことが多い。このことは農業経営計画法としてのバヂエテング法が奨励される由以でもあろうが，ともかく不連続な接近を可とする理由でもある。

不連続な接近が以上のようなことから必要になるが，不連続な接近は単に不可分性の問題を解決するばかりでなく，線型活動分析の解をより正確な評価を与えるものにし，さらにその標準モデルでは取扱得ない投入産出の関係をも考慮できるところに意義がある。

不連続な接近はこうしたことより研究されるにいたつたが，輸送問題や人員配置問題が発端となり，ダンツイヒなどによる旅商人の経路問題で初めて用いられた技巧的切断超平面を計算過程中につけ加えてゆく方法が，ゴモリーの線型活動分析の整数解法へ発展し，マルコビッツなどの不連続モデルの構成とその一つの解法を生んだのである。これらはどのようなものを，どんな要領で取扱つたかを理解するため，ゴモリーの全整数整数解モデル，マルコビッツなどの不連続モデルを取り上げて簡単に説明する。

ゴモリーの全整数整数解モデル(6)は，C^*をn次

$$Y = C^*X \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

$$A^*X \leq B^* \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

$$X = \text{非負整数} \cdots\cdots (6)$$

ヴエクター，B^*をm次ヴエクター，A^*を$m \times n$次行列とし，C^* B^* A^* はすべて整数値を要素とするヴエクターまたは行例である時，(5)の条件をみたす整数解X(6)で一次形式(4)を最大にするものを求める問題形式である。

このモデルは，稼働水準に技術的な単位が存在する場合に適応可能で，生産物の不可

一〇

分性や生産要素が不可分な要素である時の単純な接近として意義がある。このモデルで非負整数条件(6)を緩和し，非負条件（X≧０）としたものは，線型活動分析の標準モデルとなり一次構造が入り，整数解モデルの可能解を完全に包含しているし，ある場合は端点を共有する。したがつて，標準モデルの解空間における可能点集合の内，格子点のみよりなる点の集合が整数解モデルの可能点集合である。このような性質を利用して整数解モデルに解の存在が保証されるが，整数解モデルでは活動の非負整数倍と非負整数和が定義されているだけで一次構造が入つているわけでないので，整数解法は特別に組みたてられねばならない。ゴモリは上記の性質を利用して一端標準モデルの解を得た後，問題の技術行列，解ヴエクターおよび制約量ウエクターがすべて整数値であることを利用し，技巧的切断平面を付け加えつつ，整数解に到達する解法を体系だてた。

その解法の要点は，(5)の条件の下で(4)を最大にする値（X≧０）を求めると，その解は双対可能である。このことを利用し，非負整数の条件(6)をみたす解に到達するため，(5)と非負条件をみたす最終単体表の適当な行k（k≦m）より，次の要領で新しい方程式(7)

$$S = -f_o - \sum_{j=1}^{n} f_j\ (-x_j)\ \cdots\cdots\cdots(7)$$

を導出する。すなわち当該単位表のk行の各jに対応する要素の分数正部分をf_jとし，x_jは当該単体表の非基底変数を示す。正確には任意の一次形式(7)が当該単体表の任意の行より作られ，しかも任意個の一次形式(7)の整数結合の分数部分も一次形式(7)をとり，そのグループは加群を作ることが知られていて，その加群は一つの一次形式の非負整数倍の分数部分ですべてがつくされる性質をもつている。この一次形式(7)は一種の切断面であつて，常数項が必ず負になるように作つてあるので，Sを技術的に処分変数として，改めて制約行として一次形式(7)を単体表につけ加えると，この解は双対可能であつても非負条件をみたないので可能解ではなくなる。それゆえ双対法を利用して新しい条件を加えた解を計算する。この場合に選ばれた一次形式はf_o/f_jができるだけ大きくなるものを選ぶとよいわけだが，とにかく整数解に到達するまで同様の要領で切断平面を追加し，双対法にもとずいて単体表の演算を繰返してゆけば，有限回の逐次で整数解に到達する。

活動の設定を工夫して，この整数モデルで接近すると，生産物および生産要素の不可分性の問題を単純に解決することができる。しかし，他の制約資源の関係から不可分な特定資源を完全に利用するより，かえつて無駄にする方が効率的である場合も実際上生ずるゆえ，生産要素の不可分性の問題と効率的資源配分の問題を完全に解決するもので

はない。

マルコビッツなどの不連続モデルは,[7] 標準モデルと整数解モデルの統合した形式であり，同一の表現形式をとると次のようで，活動Yの設定の仕方に整数解モデルのような制限はない。すなわち，CおよびXは n_1 次ヴェクター，$\bar{C}$ とYは

$$\pi\ (X,Y) = C'X + \bar{C}'Y \qquad (8)$$

$$AX + \bar{A}Y \leqq B \qquad (9)$$

$$X = \text{非負整数} \qquad (10)$$

$$Y \geqq 0 \qquad (11)$$

n_2次ヴェクター，Aは$m \times n_1$行列，$\bar{A}$は$m \times n_2$行列で，Bはm次ヴェクターを示す。問題は(9)，(10)，(11)の制約の下で一次形式 π（X， Y）(8)を最大化する形式である。ここで行列Aの各要素（entry）が整数値である必要はなく，全く任意のものでよい。マルコビッツなどが不連続モデルを構成したねらいは，非線型の問題特に投入産出の生産函数が凸になる形式のものの取扱い方法であつたが，それに関しては数学的に不連続にもつてゆく表現方法を示すだけにとどめ，直接には非線型凸問題を取扱わず，より一般的興味をひく完全な不連続問題を具体的に取扱つた。その不連続モデルとはダンツイヒが標準不連続形式と[8]して表したものと同じで，それは(13)の条件の下で一次形式(12)を

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \qquad (12)$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leqq b_i \qquad (13)$$

$$(i = 1, 2 \cdots\cdots m)$$

$$x_j = 0 \text{ or } 1 \qquad (14)$$

最大にする不連続（0 or 1）解を求める問題形式である。

この二つの不連続モデルはいずれも，各活動は独立であつて，不連続条件を緩めた連続条件を入れると，前者は標準モデルと同じく一次構造が導入され，後者は各変数の上界が1である非負条件（$1 \geqq X \geqq 0$）をつけて一次構造を導入できる。したがつて，いずれも標準モデルの制約集合の部分集合として不連続モデルの制約集合がある。したがつて線型活動分析の標準モデルの解より，不連続モデルの解に逐次接近する方法がとられる。よつて，その解法は原理的には技巧的に切断平面を追加して，連続解より不連続条件をみたす解に接近してゆく方法である。しかも単純に考えると，明らかなようにみえるが，その解が整数解モデルのごとく簡単に大域的な最大値であると証明できる性質のものでない。そこに不連続モデルの困難さがあるので，不連続問題については最善解

の推定と最善解である事の確認方法に，専らわれわれの興味が注がれるのである。マルコビッツなどの方法は，ダンツイヒなどが旅商人の経路問題で使つた切断平面を追加してゆく方法によつていて，予め推定された最善解があると，それが最適解であるか否かの確認のため，最初の不連続な可能点集合を意識的に切断しつつ，それぞれの切断に応じた解を求め，最適解であるか否かを確認するのである。しかし，その解法は問題の性格と利用者の判断によつて行なわれる方法で，計算の煩雑さは夥しい。しかし不連続問題を1 or 0変数で扱つた最初の貢献である。

この問題の機械的解法が最近ランドなどにより発表され解の確認が多少体系化された。

われわれは以上のごとくして，線型活動分析の標準モデルの特性である一次構造を専ら利用することから，不連続な接近に到達した。そしてこれらは曲りなりにも，不可分性の問題を解き非線型問題の近似解法の道を拓いた。

註 (1) Heady E. O. 前掲書 Ch 12. Return to Scale and Farm Size Brad-Ford L. A. and G. L. Johnson ; Farm Management Analysis. Ch 17 Input-output Relationships in Dairy Production. pp 243～270等参照。

(2) 矢島武，前掲論文，Aune and Day 前掲論文等参照

(3) 零細規模と収益逓増を例証するものとして，Heady, E. O. 前掲書 p. 360 および 黒柳俊雄 ；酪農の生産函数計測と生産函数の取扱いについて，（草稿）がある。

(4) 二種以上の資源について，その資源利用が異つた程度で節約的になる場合，相対的評価が必要となる。結局活動分析において境界づけられた集合が局所的に凹なものとなり，一概に有利性が決まらない。

(5) Bachman K. L. ; Change in Scale in Commercial Farming and Their Implication, J. F. E. Vol. 134 No. 2

(6) Gomory ; R. E. 前揚論文. I. B. M. T. R. No. 1

(7) Markowitz and manne 前揚論文

(8) Dantzig G. B. 前掲論文. Discrete Variable Extremum Problems.

一〇七

系列制約つき不連続形式の構成と解法

モデルの設定，序であげた四つの問題を解決するため，前節まで予備的に考察したところのものを積極的に利用し，ここで改めて不連続線型活動分析モデルを構成する。具

体的には，期待値域を明示し，生産系列なる特殊制約を設けた不連続活動による分析モデルを構成することである。しかして，われわれの修正不連続形式の数学的定式化は，⒃ ⒄ ⒅の制約の下で一次形式⒂の最大値を求め

$$Z = \sum_{j=1}^{n_1} C_j^d \ X_j^d \cdots\cdots\cdots\cdots (15)$$

$$D_j^d \ X_j^d \leq T_j \quad (j=1.2.\cdots n_1 \cdots (16)$$

$$\sum_{j=1}^{n_1} A_j^d \ X_j^d \leq B \cdots\cdots\cdots\cdots (17)$$

$$X_j^d = O \text{ or } 1 \cdots\cdots\cdots\cdots (18)$$

ることである。ここで C_j^d および X_j^d は生産部門（ j ） 毎に考慮した不連続活動の数（$\varepsilon_{(j)}$で示す）だけの次元のヴェクターであり，Bはm次ヴェクター，A_j^dはm行 $\varepsilon_{(j)}$ 列の行列，D_j^dは$\varepsilon_{(j)}$ 次の正方行列でその対角要素が 1，各列の対角要素に次ぐ要素が－1 それ以外の要素はゼロである行列を各々示す。T_j は最初の要素が 1 でその他の要素がゼロである$\varepsilon_{(j)}$ 次ヴェクターである。添数の d は生産部門各に考察された活動の順位を示すものとする。

修正不連続形式は，生産部門（ j ＝1. 2……n_1）毎に分析対象とする生産スケールすなわち期待値域を明示的に考慮し，要求される精度に応じて産出と投入の関係を不連続な活動の累積として取扱う。したがつて，一つの生産部門は予め技術的に可能な生産段階を定め，考慮する最大規模までを期待値域として，最小規模を第一の不連続活動とし，追加投入と投加産出の関係で順次不連続活動を設ける。それゆえ，一種類の投入産出の関係は系列づけられた不連続活動の関係で示される。制約式⒃は生産部門毎に作られ，不連続活動の累積として生産方法と生産規模を表すことを保証し，⒅の制約を併せると予め考慮した生産規模がすべてこれらによつて定められる。

不連続活動の設定の仕方を，一生産物（P）三生産要素（Q_1 Q_2 Q_3）について例示する。予め生産規模の三段階が技術的に可能な生産としてあげられ，この生産計画上の期待値域は第三の生産規模までとする。 この時，（p_1 q_{11} q_{21} q_{31}）（p_2 q_{12} q_{22} q_{32}）（p_3 q_{13} q_{23} q_{24}） の三種の投入産出のデーターが 生産規模に対応して 考えられる。この関係で把えられているものを，われわれのモデルで取扱う時には，各活動を 一〇六

（p_1　　1， －1， 0，　q_{11}，　q_{21}，　q_{31}）

（p_2-p_1，　0， 1， －1，　$q_{12}-q_{11}$，　$q_{22}-q_{21}$，　$q_{32}-q_{31}$）

$$(p_3-p_2,\quad 0,\ 0,\ 1,\quad q_{13}-q_{12},\quad q_{23}-q_{22},\quad q_{33}-q_{32})$$

とし，第二順位以降の不連続活動を限界部分として表す。結局，p_2 の生産規模は $p_1+(p_2-p_1)$ で，p_3 は $p_1+(p_2-p_1)+(p_3-p_2)$ とそれぞれ不連続な活動の累積として表される。ここで不連続活動を規定する第三要素から第四要素までは，技術的制約T＝（1，0，0）と結びついて，生産系列を定める。

系列づけられた不連続活動を上の要領で設定するが，この修正不連続形式の意義を追究するため，一生産部門の不連続活動を一般の形で次のごとく改めて表現する。

ここで上ツキ

$$(p^1,\ 1,\ -1\quad 0\cdots\cdots 0\qquad q_1^1\ \ q_2^1\cdots\cdots q_m^1)$$

$$(p^2,\ 0\quad 1\ -1\ 0\cdots\cdots 0\qquad q_1^2\ \ q_2^2\cdots\cdots q_m^2)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$(p^h,\ 0\cdots\cdots\cdots 0\quad 0\ 1\qquad q_1^h\ \ q_2^h\cdots\cdots q_m^h)$$

添数は不連続活動の生産系列毎につけられた順位を示す。

各活動の第二要素から第h＋1要素で，それに対応した技術的制約と結びついて系列化されているゆえ，不連続条件⒅があるので，第k活動（$k \leq h$）が稼働される時にはkより前段階の活動がすで稼働されていなければいけない。したがつて，当初考慮した生産規模のすべてを不連続活動によつて表現可能となる。ここで，$q_i{}^k/p^k$ と $q_i{}^{k+1}/p^{k+1}$ を各資源（i）について比較すると，次の三つの関係が成立つ。

$$q_i{}^k/p^k \lesseqqgtr q_i{}^{k+1}/p^{k+1}$$

ここで，第一の関係（＜）はその生産要素に関して，限界費用逓増を示し，第二の関係（＝）は一定，第三の関係（＞）は逓増を表わす。常に第三以外の関係が保たれるものは生産函数が非凸な形をなすものに相当し，⒂〜⒅の修正不連続形式は⑿〜⒁の標準不連続形式に一致し，技巧的制約が不用となる。しかし，第三の関係がいずれかの資源について存在し，かつその資源が活動分析上有効な制約資源（efficient restriction）になる時，不連続制約⒅を緩めて上界1なる非負条件（$1 \geqq x \geqq 0$）として，近似接近をする試みは許されない。なぜならば，$q_i{}^k/p^k \leqq q_i{}^{k+1}/p^{k+1}$ なる時，（$1 \geqq x \geqq 0$）に緩めて接近した基底解がk個の活動を稼働するような解を与えても，必ずk－1番目までの活動は1水準で稼働されるので生産可能な点となり，k番目だけが不連続制約をみたすか否かを検討するだけでたりる。他方，$q_i{}^k/p^k > q_i{}^{k+1}/p^{k+1}$ なる資源がありかつ有効な制約となる時は，条件を緩めた基底解がk個の活動を稼働するとしても，k番

目までのすべての活動が不連続条件をみたさぬ場合が生じ，その解がまつたく生産不可能な点となる恐れがある。これより修正不連続形式のめざすものは，費用節約（収穫逓増）的関係が上記の不等式のようにして存在する時，その制約資源を効率的に配分する各種生産の規模を決定することにある。

修正不連続形式は，その設定の仕方をまつたく不連続な産出投入の関係より出発したが，連続な関係をも要求されるていどに応じて適宜不連続な取扱いを行うことができる。従つて，われわれのモデルは，序であげた4つの問題を必要なだけの精度で組み入れてゆけるものである。更に，修正不連続形式と標準形式を組み合せて，より一般的な企業分析のモデルを構成する。すなわち，その数学的定式化を次のごとく与えておくことである。

$$Z = \sum_{j=1}^{n_1} C'^{d}_{j} X^{d}_{j} + \bar{C}' Y \cdots\cdots (19)$$

$$D^{d}_{j} X^{d}_{j} \leq T_j \quad (j=1.2.\cdots\cdots n_1) \cdots (20)$$

$$\sum_{j=1}^{n_1} A^{d}_{j} X^{d}_{j} + \bar{A} Y \leq B \cdots\cdots (21)$$

$$X^{d}_{j} = 0 \text{ or } 1 \cdots\cdots (22)$$

$$Y \geqq 0 \cdots\cdots (23)$$

これは(20)〜(23)の制約の下で，一次形式(19)の最大値を求める問題である。但しC^d，D^d，A^d，X^d は前と同じで，$\bar{C}$，$\bar{A}$，Yは前節の定義と同じである。特にこのモデルでは不連続な活動の部分は，いずれかの資源に関して費用節約の関係をもつ場合である。

修正不連続形式の解法

単体表による線型活動分析の解法は，制約条件をみたす可能解が凸な集合を形成しかつその境界は有限個の超平面によつて作られている事を利用して，一つの端点に可能点を求め，逐次隣接する端点に移りつつ，目的式を最大とする端点を求める方法をとる。この方法を一応隣接端点法とよんでおく。隣接端点法は，もし最適点が存在すれば端点にある事，またすべての最適点は端点最適点より生成されるという二つの性質に依存している。そこで，修正不連続形式を解く場合も隣接端点法が使われるが，多少の修正を必要とする。問題は不連続条件にあり，不連続条件をみたす点が端点そのものでない場合があり，結局隣接端点法から局部的最適解を類推することを行う必要がでてくる。ここで次の定義を与えておく事が便利である。

局所最適解とは，汎函数（一次形式(19)）の値がいかなる隣接端点での汎函数の値よりも小さくはない可能解である。

最適解とは，汎函数の値がいかなる局所最適解よりも小とはならない局所最適解である。

以上の定義により「隣接端点法が常に最適解に到達する必要かつ十分条件は，すべての局所最適解が大域における最適解となつている事である」という定理が成立つことは明らかである。

しかし，このモデルでは定理の条件をみたす解の存在が必ずしも保証されていないため，隣接端点法で直ちに最適点が求まらない場合がある。従つて，局所最適解を求める方法として隣接端点法を用い，更に一つの局所最適解から別のより高い値の局所最適解を探すために，特別な判定基準を設けることにする。

修正不連続形式(19)～(23)を計算過程にもち込むため，処分の不連続活動と処分の連続活動を導入して，制約式(20)及び(21)を等式とする。これは(19)～(23)の性質を失うことなく，次のごとく表される。

$$Z=C'X+O'_T\bar{X}+\bar{C}'Y+O'_B\bar{Y} \quad \cdots\cdots(24)$$

$$\begin{pmatrix} D & E_T & O & O \\ A & O & \bar{A} & E_B \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X \\ \bar{X} \\ Y \\ \bar{Y} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} T \\ B \end{pmatrix} \quad \cdots\cdots(25)$$

$$X,\ \bar{X}=0 \text{ or } 1 \quad \cdots\cdots(26)$$

$$Y,\ \bar{Y} \geqq 0 \quad \cdots\cdots(27)$$

但しC, X, O_T, $\bar{X}$, T は $\sum_{j=1}^{n_1}\varepsilon_{(j)}$ 次ヴェクターで，$\bar{C}$，Yは n_2 次ヴェクター，O_B $\bar{Y}$Bはm次ヴェクター，Dは主要対角小行列が前に定義した $D_1^d D_2^d \cdots\cdots$, D_{n1}^d でその他の要素がゼロである行列，E_Tは$\sum_{j=1}^{n_1}\varepsilon_{(j)}$ 次単位行列，Aはm行 $\sum_{i=1}^{n_1}\varepsilon_{(j)}$ 列の行列，$\bar{A}$はm行n_2列の行列，E_Bはm次の単位行列を各々示している。但し，O_T，O_Bはゼロヴェクター，他のOはゼロ行列である。ここで問題は(25)～(27)の条件の下で一次形式(24)を最大にすることであるが，(24)～(25)の性質を失うことなく縮少した標準的形式 Canonical Form にすることができる。従つて，$\bar{X}$，$\bar{Y}$ は(25)～(27)をみたす可能解である故，これを縮少形式で示すと，(28)～(30)が得られる。以後(28)式の形の行列を係数行列と呼ぶ。

$$\begin{pmatrix} O & -C' & -\bar{C}' \\ T & D & O \\ B & A & \bar{A} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} I \\ -X \\ -Y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} Z \\ \bar{X} \\ \bar{Y} \end{pmatrix} \quad \cdots\cdots(28)$$

$$X,\ \bar{X} = 0 \text{ or } 1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \tag{29}$$

$$Y,\ \bar{Y} \geqq 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \tag{30}$$

この一般化された形式では，Zに対応する第一行の要素はシンプレックスの判別条件に相当し，問題は(29)(30)をみたす係数行列の第一列を辞書式意味で最大とするものを求める形式となる。(1) 但し，この表現形式は単体表のそれとなんら変らないものである。

しかし，不連続条件の近似接近として上界1の非負条件（$1 \geqq x \geqq 0$）をあてることが許されないので，係数行列のみによつて解いてゆく時，可能解条件と変換条件が次のようなものである事を念頭に置かねばならない。

可能解条件，係数行列の各行は辞書式意味で非負であり，かつ不連続変数に対応する行は辞書式に0または1である。

変換条件，可能解条件をみたす変換は，不連続変数（X，$\bar{X}$）相互の間と，連続変数（Y，$\bar{Y}$）相互の間に限る。

隣接端点法は一つ宛基底を入れかえるものである故，基底変換の結果係数行列は一次変換を受ける。係数行列の一次変換は結局単体表演算にすぎないが，(28)式の形態では次のごとくすればよい。すなわち，表現を簡単にするためもとの係数行列を〔K_{ij}〕で表わし，第io行と第jo行の行列変換の結果行列を〔$\bar{K}_{ij}$〕とすると，各要素は(31)式のごとく演算すればよい。

$$\left.\begin{aligned}
\bar{K}_{ij} &= K_{ij} - K_{i_0 j} \times K_{ij_0}/K_{i_0 j_0} && i \fallingdotseq i_0\, j \fallingdotseq j_0 \\
\bar{K}_{ij_0} &= K_{i_0 j}/K_{i_0 j_0} && j \fallingdotseq j_0 \\
\bar{K}_{ij_0} &= -K_{ij_0}/K_{i_0} && j \fallingdotseq j_0 \\
\bar{K}_{i_0 j_0} &= -1/K_{i_0 j_0} &&
\end{aligned}\right\} \tag{31}$$

修正不連続形式をとく事は，結局，上記の変換条件をみたしながら，係数行列を(31)によつて変換して行くことである。そしてその変換は次の手続き（Ⅰ，Ⅱ）に従うとよかろう。

手続きⅠ「係数行列の変換で，変換行と変換列に共通する項（$K_{i_0 j_0}$）を軸要素(Pivot element)というが，軸要素の選択は，まず列ヴエクターが辞書式に負でその絶対値が最大なるものを変換列（jo列）とし，その列の正の要素で対応する第一列の要素をそれぞれ割り最小なるものを変換行（io行）とするのが原則である。ただし，変換条件が設けられている故，軸要素は係数行列のDに相当する項（entry）であるか，あるいは$\bar{A}$に相当する項に限られる。

この軸要素に従つて変換をなすが，以上の規準では最早や改良の余地がなくなつた

時，その解が一つの局所可能解とみなされる。」

局所可能解における係数行列で，辞書式に負となる列が存在しない時は，その解は上の定理をみたし，大域的最適解となる。逆に，辞書式に負となる列が存在し，その列は変換条件をみたさぬものである時，当該局所最適解より高い汎函数の値を与える別の局所最適解の存否を確認しなければならない。

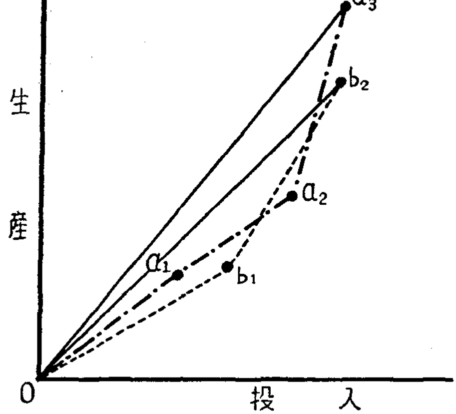
一つの局所最適解より有利な局所最適解の存否の確認は，同時に他の局所最適解の算出過程でもある。このためには当該係数行列の列の辞書式比較は，連続な活動相互の間と，連続と不連続な活動間の相対的評価を与えるものであるが，不連続活動相互の評価は与えないことに注意を要する。ともかく，有利な解をもたらす可能性をもつものは，辞書式に負となる列であるので，その列に関する変換を考慮することが確認のための第一歩である。しかし，局所可能解の定義より最早や隣接端点はこれ以上の解をもたらさないし，考慮中の活動の導入条件もない。従つて，特別な判別条件を設けて，補助的変換を繰返し，考慮中の活動の変換条件の存否を確認する必要が起る。

その特別な判別基準とは，基底導入を試みようとする生産系列の特定の不連続活動（j*列，それは1以上の活動が累積さがれたものでもある）について，1水準で導入されることを拒む制約行（i*行）について，この生産系列に関係しない列でi*行に負の係数をもつものについて，次のような係数を計算する。すなわち，当該段階の係数行列を〔Kij〕で示すと，各列の第一要素（Koj）が判別基準を与えるものであつたことから，特殊な判別基準 Z_j^* を

$$Z_j^* = K_{oj} - K_{oj^*} \times K_{i^*j} / K_{i^*j^*} \quad \text{for } j : K_{i^*j_o} < 0 \cdots\cdots\cdots\cdots(32)$$

式のごとく計算する。但し，ゼロ水準で基底に準入されている活動に対応するスラック活動の列については計算する必要はない。判別基準 Z_j^* は，結局 i* 行に関する資源を考慮中の活動によつて評価する時，他の活動は相対的にどう評価されるかを判別するものとなる。従つて，Z_j^* が負となる活動が基底に導入される事で，当該考慮中の活動を基底に入れる条件をますます有利に作つ

第三図



てゆく事ができる。

しかし，他の生産系列の活動が，当該考慮中の活動の変換条件を作るために，基底から排除すべき判別基準を与える時，考慮中の生産系列が全々1水準で基底に導入されていない場合と，1水準ですでに基底に導入されている場合を分けて，考慮する必要がある。例えば第三図のごとくa系列とb系列を比較する時，今$\overline{a_2a_3}$の活動が考慮の対象なら，(32)式の判別は$\overline{ob_2}$と$\overline{a_2a_3}$の勾配の比較を示すだけである。しかし，生産系列間の比較は$\overline{oa_3}$と$\overline{ob_2}$の間で行われるべきである。それゆえ，考慮中の生産系列がすでに1水準で基底にある時は，次の判別基準を更に比較する生産系列について計算する。

考慮中の生産系列の第一活動のスラックに相当する列を h^* とすると，前と同様な係数行列表示によつて，

$$Z^{**}_j = K_{oj} - (K_{oj^*} - K_{oh^*}) \times K_{i^*j} / (K_{j^*j^*} - K_{i^*h^*}) \quad \cdots\cdots\cdots (33)$$

と計算する。但し，Z^{**}は他の生産系列の第一活動スラックに相当する列でそのi^*行要素が負であるものに限る。

手続きⅡ　「別の局所最適解を求めるために，上の二つの判別基準を設けたが，実際には考慮する活動の変換条件が得られるか否かを確認する補助過程に利用される。」

Ⅱ—a　「その補助過程はまず，Z^*_j の負値最大絶対値のものを選び，それが連続活動の場合は，直ちに変換する。」

Ⅱ—b　「他の不連続生産系列のものであれば，Z^{**}_jが負である時に，変換条件を考慮して変換を行う。」

Ⅱ—c　「変換を終えた後，考慮中の活動の変換条件ができたら直ちに局所最適を求める変換（手続きⅠ）に移る」

Ⅱ—d　「Ⅱ—cに至るまで各々は係数行列について，Ⅱ—a，またはⅡ—cを繰返す。この補助過程がⅡ—cに至らずして行き詰ると，別の活動を対象として，同様の手続きを行う。」

優位な局所最適解の存否確認の過程は，各段階で有効な制限となる稀少資源を，より有効に利用する可能解を探す要領によつているゆえ，変換条件が得られる限り，より高い局所最適解に到ることができる。各制約量毎に選択できる活動の組が有限個存在し，有限個の制約行をもつから，その共通部分として得られる可能な活動の組も有限である。従つて，以上のような手続きで得た局所最適解が，大域的に最大汎函数値を与えるものとして選び得る。

補助的過程を経て局所最適解を確認する手続きは，暗示的に切断平面を追加してゆくことになつている。しかし，生産系列の制約があるゆえ，その選択には限りがあるのでマルコビッツの展開したほど確認の過程を要求しないであろう。われわれが机上計算によつた適用例では，これで十分答えがでたが，更に局所最適解を確認するため，双対法を逆用する方法も便利である。

注 (1) 辞書式（Lexicographical）な意味とは，数学的に次の事を指す。すなわち，列ヴエクターXが辞書式に正であるとは，ヴエクターの要素を上から番号をつけて，第一要素が正である時である。

計　算　例

札幌市近郊農家の経営計画をこの修正不連続モデルで取扱つてみた。不連続に取扱う理由は，乳牛飼養における労働利用が前述した意味で生産スケールに対して節約的になつている事，産出投入を乳牛頭数に対応させて考えている事による。養鶏についても一定労働量の必要性と，逓減する追加労働の関係からである。乳牛は現在4頭で6頭まで飼養を可能とし，鶏は現在100羽だが300羽まで計画に入つているものとする。鶏の飼養時間は農家の単純な見積りによる。問題は係数行列で第一表のごとく表され，その計算結果は直ちに局所最適解を得て，第二表のごとし，ここでは活動1が負となつているが，手続きⅡの補助過程が行き詰り，その他の局所解は存在しない。この例では，養鶏が圧倒的に有利なので余り興味ある計算過程をへずして終了した。しかし，ここで乳牛1頭当りの収入がどれだけ下つた時に，飼養規模を縮少すべきかの問題は，不連続モデルの解が局所最適解であることよりパラメトリックに取扱い難たいので，このモデルから単純な分析をすることが許されない。

計算の結果は，当初の農家が腹案としてもつていた所の代替案の内，乳牛は5頭を飼養し，養鶏は300羽とする事が有利である事を教えるものとなつた。

結　　　び

九九 われわれは，線型活動分析がはらむ四つの問題点を意識することから出発して，標準モデル，整数解モデル，標準不連続モデルの検討を経て，改めて系列制約つき不連続モデルを組みたて，その解法を試みた。この修正不連続モデルは，一つの生産についてまつたく有限個の産出投入の代替方法があることを前提とし，それを段階風 Stepwise に考えて，系列づけられた不連続活動によつてその生産方法を表現するようにしている所

に，経験的実際と合致するという特徴がある。しかし，産出投入の代替方法が連続な生産函数の形態であつても，それを適当な有限個の部分線型 Iinear Segment によつて接近するようにすれば，修正不連続モデルに導入することができる。従つて，修正不連続モデルは，生産物及び生産財の不可分性は勿論，凸な産出投入の関係を示す生産函数についても，近似接近を許すものとなる，更に，一定費用または初期投費を要するものも，適当な不連続活動に組み入れるだけですむので，形式的には頭初の問題をすべて解決するものとなる。

修正不連続形式はパラメトリックな計画法とは相違し，一つの生産について不連続ないくつかの生産方法を同時に考慮し，しかも同一の生産系列に属する不連続活動は独立性をもつていない。従つて，各活動の稼働水準が決ると，それの累積により生産方法と生産スケールが同時に決まる構造をもつている。

不連続形式では必らず当該生産系列については，その期待値域を考慮すべきである事を特徴とするが，期待値域とは計画決定時に考慮の対象とする代替方法の数にすぎないもので，いやしくも計画決定を企てるものは必らず予定しなければならない性質のものである。生産部門毎に期待値域を設けた修正不連続形式は，線型活動分析が構造バヂエテングの体系的な手続きである事を考慮すると，結局，生産部門毎の部分バヂエテングを企業の全構造の中で相対的に決定しつつ，構造バヂエテングを行う体系的な手続きであるといつてよかろう。

このように，特定問題に対する適用性が大きいが，その反面モデルの構造的性質により解法の上で多くの難点が予想される。不連続形式は生産系列が多くなると，活動数を多くし，かつ制約条件を多くするゆえ，それだけ係数行数の次数を拡大する。

従つて机上計算上では自ずと限界がある。ただいまあげた計算の手続きも，利用者の判断にもとずいて意識的な逐次を行うものであつて機械的な解法が可能な訳ではない。

従つてよりよい解法が考案することが将来に残された問題であろう。

附記　本研究に当つて，渡辺侃名誉教授，矢島武教授を始め北大農経教室の諸先生，経営シンポジウムに集う方々に深甚な御指導をいただいた，また札医大山元周行先生とその輪読グループの方々と学んだことが大変参考となつた。ここに記して感謝の意を表したい。

第一表　　計　算　表　（1 Step）

			X_1^1 牛(4頭)	X_1^2 牛	X_1^3 牛	X_2^1 鶏	X_2^2 鶏	X_2^3 鶏	Y_1 燕麦	Y_2 小豆	Y_3 青豌	Y_4 菜種(燕)
Z			−240.	−60.	−60.	−76.	−76.	−79.	−8.	−10.8	−4.7	−20.0
$\overline{X}_1^1$		1	1									
$\overline{X}_1^2$		0	−1	1								
$\overline{X}_1^3$		0		−1	1							
$\overline{X}_2^1$		1				1						
$\overline{X}_2^2$		0				−1	1					
$\overline{X}_2^3$		0					−1	1				
Y_5	土地	70.	28.0	7.0	7.0	1.0	0.5	0.5	1.0	1.0	1.0	2.0
Y_6	5月	540.	228.8	45.9	38.7	45.0	20.0	30.0		7.3	3.2	2.0
Y_7	7月	810.	408.6	90.9	83.6	45.0	20.0	30.0		36.5	4.0	20.0
Y_8	8月	620.	184.0	34.7	27.5	45.0	20.0	30.0	18.2	2.0	47.5	41.2
Y_9	10月	540.	324.0	69.7	62.5	45.0	20.0	30.0		14.0		

第二表　　　計　算　最　終　表　（7 Step）

			$\overline{X_1^1}$	$\overline{X_1^2}$	$\overline{X_1^3}$	$\overline{X_2^1}$	$\overline{X_2^2}$	$\overline{X_2^3}$	Y_5 10 月	Y_8 7 月	Y_3 青 豌	Y_8 8 月
Z		706.646	−24.792	4.033	−11.210	133.498	102.257	46.160	.461	.096	16.549	.433
X_1^1	牛（4頭）	1	1									
X_1^2	牛	1	1	1								
$\overline{X_1^3}$		1	1	1	1							
X_2^1	鶏	1				1						
X_2^2	鶏	1				1	1					
X_3^2	鶏	1				1	1	1				
Y_5	土地残	13.993	8.951	.528	.477	11.262	5.980	3.687	−.098	.013	.087	−.054
Y_6	労働残	135.375	−122.095	−18.637	13.344	−60.729	−31.964	−19.176	−.261	−.100	2.800	.002
Y_2	小　豆	3.664	−28.122	−4.979	4.464	−6.786	−3.571	−2.143	.070			
Y_4	菜種（燕）	4.090	26.318	4.536	−3.963	7.625	4.012	2.407	−.130	.050	.200	
Y_1	燕　麦	7.162	−68.464	−11.621	9.985	−21.726	−11.435	−6.859	.287	−.112	2.157	.056