需要の弾力性間の関聯について

京　野　禎　一

目　次

1　序—本分析の諸契機及意義

ここで本課題の如き問題を取上げるに至った契機について述べ序にかえたいと思ふ。それは本課題の如き問題を考察することが，農産物需要の実証的研究全体の中で，どの様な意味をもつかを或程度示すことが出来ると考えたからである。

近時農産物需要に関する理論的或は実証的研究がかなり活発に行われてきている。実証的分析の場合には需要関数の測定乃至は需要の諸弾力性の計測が，その中心になって居り，特に需要の価格弾力性並びに所得弾力性の計測が，それら諸研究の核心になっているように思われる。ところでそれら需要の弾力性に関して実証分析の結果得られる測定値が，かなり不安定な数値であることは我々の暫々経験するところである。そしてこの計測結果の不安定性は，(1)その実証分析に採用されている需要関数の型* (2)用ひられる資料の種類即ち時系列資料か横断面資料** か，(3)同じ時系列資料であっても，需要関数計測期間の長

* 通常需要函数としては，①直線型 $Q=K_o+\Sigma K_iP_i+KI$ か，②冪関数型 $Q=K_o\Pi P_i^{e_i}I^E$ 或は対数直線型 $Q=logK_o+\Sigma e_ilogP_i+ElogI$ が主として用ひられている。後者の場合には弾力性は全変動領域に於て一定であるが，前者の場合には，弾力性自体が再び関数 $f(P_i,\ I)$ となる。そして通常は，その所得及価格の変動領域での平均弾力性を計算して用ひている。何れにしても両者で計算した場合，同じ資料に基づいた測定でも結果は異ってくる。

** 横新面資料を用ひる場合には価格一定と考えざるを得ないから需要関数は所得のみの関数となり，従って所得弾力性のみが測定される。そして一般的に言って，横断面分析で得られる所得弾性は，時系列資料分析から得られる所得弾性値に比して小なる傾向があるといわれている。

短，(4)又横断面資料でも，いかなる要因に基づいての横断面資料か等に根ざしているものと考えられる。

そこで若しも需要の価格弾力性と所得弾力性の間の量的な関係が一般的に解明されるならば，或は又各個別の財毎に検討されるならば，両弾力性の本来的にもつ量的性質と相まって，需要の弾力性の計測或は，その他需要関数分析に，かなりの貢献* を与えうるものと期待されよう。私がこゝで標題の如き問題を考究するに至った動機の一つはこの点にある。

次に最近農業政策に関する議論の上で，或は又農産物に関する諸種の経済分析の過程で，所謂成長農産物といふことがよく言われている。然しその場合，成長農産物或はより一般的には成長財と呼ばれるものが，いかなる性質の農産物であり財であるのか，成長農産物乃至は成長財の経済的定義如何が問われねばなるまい。かゝる最も基本的な問題を考察している過程で発生した一つの問題点が，本稿の課題とする需要の価格弾力性と所得弾力性との関聯である。即ち私は一般的に成長財とは，次に述べる如き条件を具備した財であらねばならぬと考える。先づ第一にその財の所得弾力性が大** きくなければならぬことである。即ち実質国民所得の成長と共に，その財の需要が大きく伸びてゆくことの期待される財であらねばならぬ。このことが何よりも先づ第一の条件であらねばならぬと考える。然しそれだけでは十分でない。即ち今後実質国民所得の成長と共に，その需要の伸びが相当に期待される如き財であっても，その需要の伸びに見合ふ供給の伸び，従って生産の伸びが期待される如き財でなければならない。それでは今後生産の伸びの期待しうる財は，如何なる条件を備えていなければならないだらうか。私はその条件を価格弾力性に求めることが出来ると考える。即ち需要が伸びてゆくのに対応して生産が伸びてゆく過程で，生産者に相対的有利性を確保してくれる如き条件が必要なのであって，その条件は，その財の価格弾力性が 1 より大なることである。今単純化のために価格弾力性が，その財価格の或有限な変域内で常に一定である場合についてのみ考える。***

---

* 例えば計測結果の数値的妥当性の検討に際して，一方の弾性値が他方の弾性値をチェックすることが出来る。

** こゝで所得弾力性が大きいとは，相対的に大きいと言ふ意味で，数値的にいくら以上でなければならぬといふ如き規定の仕方は不必要に思ふ。即ち農産物なら農産物の中で，相対的に所得弾力性の大きな農産物を成長農産物と規定するのである。

*** 前に述べた如く，需要関数を冪関数型或は対数線型に仮定すれば，価格弾力性一定の条件が満たされているのであり，多くの財については，それを仮定してよい様に思われる。そうでない場合に，生産者にとっての有利性を考慮する時，価格弾力性の外に，更にその需要曲線の彎曲度をも考慮しなければならない。然し乍ら得られる結論は同じである。

周知の如く価格弾力性一定の場合には，或財についての価格の弾力性と，その財の販売によりもたらされる総収益との間に，次の如き一般的関係が存在している。(1)価格弾力性が1である場合には，販売高の如何にかゝはらず総収益は常に一定である。即ち生産を拡大してゆく過程で，生産者の得る総収益は変らず，生産者にとって生産を拡大するための誘因は必ずしも強くない。(2)価格弾力性が1以下の或一定値をとる場合には，種々の販売高により得られる総収益曲線は直角双曲線となり，生産を拡大する過程で総収益は減少してゆくことになる。従ってこの場合には，生産を拡大する如き誘因は存在しない。(3)価格弾力性が1以上の或一定値をとる場合には，種々の販売高に対応する総収益曲線は原点を通る放物線状になり，生産拡大の過程で総収益は伸びてゆく。かくして，この場合には生産者が生産を拡大しようとする誘因が存在することになる。結局需要増大に見合ふための生産拡大の過程で生産者の総収益が増大するためには，その財の価格弾力性が1より大なることが要求されることゝなる。かくして，或財が成長財であるための必要十分条件は，先づその財の所得弾力性が相対的に大なる財であり，且その価格弾力性が1より大なる財でなければならぬ。即ち所得弾力性と価格弾力性の両面から規定されることになるが，若し或特定の財に関して，両弾力性間の一般的量的関係が存在していて且明確化されているならば，成長財の定義も又より明確な一義的規定* に導くことができるであらう。これが，本稿の如き課題の考察を試みた第二の動機である。

ところで，この両弾力性間の量的関聯に関しては，之迄もかなり言及されてきている。例えば G. S. Shepherd はその著 Agricultural Price Analysisの中で “いかなる場合でも食糧に対する価格弾力性は所得弾力性より，いく分大きい筈である”** とのべ，その理由として所得が変化するときは，所得が一定で且すべての価格水準が変化した場合と，ほゞ同じ程度の影響を，所得のうち食糧に支出する割合に対して与える。若し農産物の価格のみが変化したとすれば，その与える影響はもっと大きいであらうと附け加えている。然しこの様な理由であれば，それはあえて食糧にたいしてのみ妥当するのでなく，他のすべての財に対しても成立する理由でなからうか。そうするとすべての財について価格弾力性は所得弾力性よりいく分大きいとの結論が成立しそうである。

---

* 例えば所得・価格両弾力性の間に常に

所得弾力性＞価格弾力性

の如き一般的関係の存在を証明しうるならば，成長財の定義も，その価格弾力性が1より大なるもの，とより明確に一元的に規定しうるであらう。

** Geoffrey S. Shepherd ; Agricultural Price Analysis, 1950, P. 17

又 Herman Wold はその著 Demand Analysis の中で“二商品選好の場を考えて，一方の商品の価格弾力性が1より大（小）であると仮定しよう。その時は，他方の商品の所得弾力性はその商品の価格弾力性より小（大）である”とのべ，価格弾力性が1より大なる財を奢侈品，1より小なる財を必需品と考えうるとして，“一般的に言って，必需品の所得弾力性はその価格弾力性より小さく，奢侈品の所得弾力性はその価格弾力性より大きい”* と結論している。然し先に述べた Shepherd の立言の根拠が食糧のみならず一般の財にもあてはまるだらうとの私の解釈に誤がなければ，Shepherd の立言と Wold の立言との間には部分的な矛盾が存在している。又 Wold ののべた定理に関しては厳密に成立するとしても，それに引つづいて述べている必需品と奢侈品との間での両弾性間の関聯に関する立言には，多少問題が残っている様に思われる。即ち奢侈品必需品といふ形での二財選好の場が現実に可能であるかどうかの問題である。処分可能な所得が，選好の場に上っている財に配分されつくすとの前提の下では，二財選好の場とは，例えば食糧とその他財といふ合成財との間の選好とならざるを得ない。その際，食糧品は必需品であるとしても，他方の合成財の方は奢侈品と言ひきってよいであらうか。即ち食糧以外の必需品とその他奢侈品との合成財であって，それを奢侈品と性格づけうるかどうかに関しては，尚詳細な検討を必要とするであらう。何れにしても需要の価格，所得弾力性間の量的関聯に関しては以上の如き立言がなされて居り且前述の如き問題点を残している。そこで出来ればこれらの諸点をはっきりさせてみたいといふのが，本課題を取上げた第三の動機である。

私がこの問題を取上げるに至った動機は大体以上の如き三点に要約出来，且それが又本課題を追求することの意義を示すものと考えるが，本稿に於ける分析の範囲内では所期の目的を充分に果し得なかった。いくつかの諸問題を尚将来に残していることを予め述べておきたい。

2 本論 —理論的検討

需要の価格弾力性所得弾力性の間の量的関聯を，(1)これ迄になされた需要の実証研究で測定されている諸計測値に基いて，(2)又一般理論的考察に基いて検討を試みた。こゝでは紙数の都合で後者についてのみ述べるが，前者に関して一言結論的に附加すれば，検討の結果，殆んどの農産物乃至食糧に関しては傾向的に価格弾力性の方が所得弾力性よりも若干大きな値を示している様である。以下理論的検討の展開を試みる。

---

* Herman Wold; Demand Analysis, 1953, PP. 114〜115

先づ最初に需要関数の導出を試みる。それは消費者はすべての財の消費により達成される総効用を最大にする如く行動するとの前提の下で導出する。今 n 財に関する効用関数* を

$$U=f\ (q_i)\ (i=1,\ 2,\cdots\cdots n)\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (1)$$

とし，之等 n 財え支出可能な所得を I として，

所得制限条件を　$I=\Sigma P_i q_i\ \ (i=1,2,\cdots\cdots n)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (2)$

とする。今個人は n 財への支出を管理して，それら各支出によりもたらされる効用を最大にする様行動するものとして，そのための必要条件は，条件付極大化の問題として次の如く定式化されている。即 λ をラグランジュ乗数として

$$V=f\ (q_i)\ +\lambda\ (I-\Sigma P_i q_i)$$

なる補助関数を最大ならしむる必要条件として次の如く求まる。即ち

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial V}{\partial q_i}=f_i-\lambda P_i=0\ \ (i=1,2,\cdots\cdots n) \\ &\frac{\partial V}{\partial \lambda}=I-\Sigma P_i q_i=0 \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (3)$$

(3)を $q_i\ \ (i=1,2,\cdots\cdots n)$ 及 λ の $(n+1)$ 個の変数について解くことにより次の解を得る。

$$\left.\begin{aligned} &q_i=h^i\ \ (P_1P_2\cdots\cdots P_n,\ \ I)\ \ (i=1,2,\cdots\cdots n) \\ &\lambda=h\ \ (P_1P_2\cdots\cdots P_n,\ \ I) \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\ (4)$$

かくて　i 財需要量は n 個の財価格 $P_1P_2\cdots\cdots P_n$ と所得 I の関数として得られた。ところでこの需要関数　$q_i=h^i\ \ (P_1P_2\cdots\cdots P_n,\ I)$ は n 財の価格と所得とに関する零次の同次函数であることが知られている。従ってすべての財価格及所得が同じ比率で変化しても需要量は変らない。即ち

$$q_i=h^i\ \ (P_1P_2\cdots\cdots P_n, I)\ =h^i\ \ (mP_1,\ \ mP_2,\cdots\cdots mP_n, mI)$$

である。従って同次函数に関するオイラー展開を試みて

$$\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial q_i}{\partial P_j}\cdot P_j+\frac{\partial q_i}{\partial I}I=0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (5)$$

更にこの (5) 式の各項を q_i で除して

$$\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial q_i}{\partial P_j}\cdot\frac{P_j}{q_i}+\frac{\partial q_i}{\partial I}\cdot\frac{I}{q_i}=0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (6)$$

従って今 i 財の j 財価格に関する需要の価格弾力性を　$\eta_{ij}=\dfrac{\partial q_i}{\partial p_j}\cdot\dfrac{p_j}{q_i}$ とし，i 財の所得弾力性を　$\eta_{iI}=\dfrac{\partial q_i}{\partial I}\cdot\dfrac{I}{q_i}$ とすると　(6) 式は次の如くかける。

---

*　効用の不可測性に関聯してむしろ効用指標関数を考えるべきであらうが，効用指標関数を用ひても得られる需要関数は同じなので，こゝでは効用関数を用ひることゝした。

$$\sum_{j=1}^{n} \eta_{ij}+\eta_{iI}=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (7)$$

従って

$$-\eta_{ii}-\eta_{iI}=\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j}}^{n}\eta_{ij}$$

一般に　$\eta_{ii}<0$，従って，$-\eta_{ii}>0$

又　　$|\eta_{ii}|=-\eta_{ii}$

故に前記の式は次の如く表現しうる。

$$|\eta_{ii}|-\eta_{iI}=\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n}\eta_{ij} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

従って一般に i 財の価格弾力性（勿論絶対値だけを考えている）と所得弾力性との差は，i 財以外の財価格に関する i 財需要の価格弾力性（交叉弾力性）の総和により支配されると言ひうる。

従って次には，交叉弾力性 η_{ij} ないしは交叉弾力性の総和 $\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n}\eta_{ij}$ について検討を加えてみたい。この交叉弾力性 η_{ij} の大きさに関する検討は，分母が $q_i/p_j>0$ であるから，分子即ち $\partial q_i/\partial q_j$ を検討してみれば，およその性質を知ることが出来よう。そのためには，前の (3) 式の全微分を作ってみると次の如くである。

$$\left.\begin{aligned}&\Sigma f_{ij}\ dq_j-P_i d\lambda=\lambda dP_i\\ &\Sigma -p_j\ dq_j=-dI+\sum_{k=1}^{n}q_k dp_k \quad (j=1,2,\cdots\cdots n)\end{aligned}\right\}\cdots(9)$$

(9) 式は dq_j $(j=1,2,\cdots\cdots n)$ 及 $d\lambda$ に関する $(n+1)$ 元の連立方程式である故，その解として次を得るであらう。

$$\left.\begin{aligned}dq_j&=\frac{\sum_{i=1}^{n}\lambda dP_i\cdot D_{ij}+(-dI+\sum_{k=1}^{n}q_k dP_k)\cdot D_{n+1,\,j}}{D}\\ d\lambda&=\frac{\sum_{i=1}^{n}\lambda dP_i\cdot D_{i,\,n+1}+(-dI+\sum_{k=1}^{n}q_k dP_k)\cdot D_{n+1,\,n+1}}{D}\end{aligned}\right\}\cdots(10)$$

但し，

$$D=\begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots\cdots f_{1n} & -P_1 \\ f_{21} & f_{22} & \cdots\cdots f_{2n} & -P_2 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ f_{n1} & f_{n2} & \cdots\cdots f_{nn} & -P_n \\ -P_1 & -P_2 & -P_n & O \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} f_{11} & f_{12}\cdots f_{1n} & P_1 \\ f_{21} & f_{22}\cdots f_{2n} & P_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{n1} & f_{n2}\cdots f_{nn} & P_n \\ P_1 & P_2\cdots P_n & O \end{vmatrix}$$

なる縁付行列式であり，且つ D_{ij} は D の i 行 j 列の余因数である。さて(10)式の dq_j $(j=1,2,\cdots\cdots n)$ を dP_i 及 dI で除して，次の様にかくことが出来よう。

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial q_j}{\partial P_i}&=\frac{\lambda D_{ij}+q_i\cdot D_{n+1,\,j}}{D} \\ \frac{\partial q_j}{\partial P_i}&=\frac{-D_{n+1,\,j}}{D} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

(11)式に於て，後者の式は他の事情に変化がない時の，即ち n 個の財の価格に変化がない時の，所得の変化に関する j 財需要量の変化率を示している。従って次の様にかくことが出来よう。

$$\left(\frac{\partial q_j}{\partial I}\right)_{Prices=const.}=-\frac{D_{n+1,\,j}}{D}$$

次に i 財の価格に変化があったと考える。一般的に言ってその場合には均衡点は変位し，新な均衡点は前と異った無差別曲線の上にあることになる。即ち消費者が得る総効用に変化があったことになる。然し今 i 財価格の変化と共に所得の変化も同時に起り，価格の変化が所得の変化によってちょうど相殺される様な場合には，均衡点は同じ無差別線上にあり，消費者の得られる効用には変化がないことになる。その様な場合には勿論

$$dU=0$$

であって，このことは効用関数の全微分が零であることを示している。即ち

$$dU=\sum_{i=1}^{n}f_i dq_i=0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

ところで(3)式より　　$f_i=\lambda P_i$

故に(12)式は次の如くになる。

$$dU=\sum_{i=1}^{n}fidq_i=\sum_{i=1}^{n}\lambda P_i dq_i=\lambda\sum_{i=1}^{n}P_i dq_i=0$$

$$\therefore \sum_{i=1}^{n}P_i dq_i=0 \quad (\because \quad \lambda\neq 0)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

(13)式を(9)の最後の式に代入して

$$-\sum_{i=1}^{n} P_i dq_i = -dI + \sum_{k=1}^{n} q_k dP_k = 0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(14)}$$

(14) 式を (10) 式に代入して

$$dq_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} \lambda dP_i \cdot D_{ij}}{D}$$

従って之を dP_i で除して次の様に表わすことが出来よう。

$$\frac{\partial q_j}{\partial P_i} = \frac{\lambda D_{ij}}{D}$$

これは消費者のうち効用に変化がない場合の i 財価格の変化が，j 財需要量に及ぼす変化率である。従って次の様にかくことが出来よう。

$$\left(\frac{\partial q_j}{\partial P_i}\right)_{U=const.} = \frac{\lambda D_{ij}}{D}$$

かくて i 財価格の変化が j 財需要量に及ぼす効果 (11) 式を次の様にかくことが出来る。即ち

$$\frac{\partial q_j}{\partial Pi} = \left(\frac{\partial q_j}{\partial P_i}\right)_{V=const.} \quad - q_j \left(\frac{\partial q_j}{\partial I}\right)^{*}_{Prices=const.}$$

この式で第一項は，i 財の価格が変化し消費者が或一つの無差別線上を動くときの（$U=const.$）i 財が他の諸財 j 財（$j-1, 2, \cdots\cdots(i-1)$，$(i+1)\cdots\cdots n$）により代替される率を示し代替効果と呼ばれている。右辺の第二項は，諸財の価格が変らず所得が変化した場合の，j 財購入量に及ぼす消費者の反応を示していて，所得効果と呼ばれている。そして両者の和は i 財価格 P_i の変化した時の j 財購入量に及ぼす総効果を示すことになる。

そこで次の問題は，或財価格の価格変化が他財の購入量に及ぼす代替効果及所得効果の夫々について吟味してみることが必要とならう。これらの問題に関して

$$\frac{D_{ii}}{D} < 0 \quad ^{**}$$

従って

$$\lambda \frac{D_{ii}}{D} = \left(\frac{\partial q_i}{\partial P_i}\right)_{V=const.} < 0$$

即ち或財価格変化のその財自身の購入量に及ぼす代替効果が負になることだけは一般的に言ひうるとしても，D_{ij}/D 或は $D_{n+1},{}_j/D$ の符号に関しては一

---

* この方程式は Slutsky equation と呼ばれてゐる。

** 何故なら縁付ヘッセ行列式に於ける首座小行列式の正負交替性の故である。

般的立言が出来ないので，夫々を構成要素とする或財価格の変化の他財の購入量に及ぼす代替効果 $\left(\frac{\partial q_j}{\partial P_i}\right)_{V=const.}$ $(j=1, 2, \cdots\cdots(i-1),\ (i+1),\ \cdots\cdots n)$ 及びすべての財に及ぼす所得効果

$$-q_j\left(\frac{\partial q_j}{\partial I}\right)_{Prices=const.}$$

に関しては，一般的に何も言ひ得ない。たゞそれらをいくつかの場合に分けて次の如く考察することは可能とならう。

先づ代替効果についてゞあるが，当該財が価格変動財と代替関係にある場合には当該財は正の代替効果，即ち例えば価格下落の時価格変動財はその購入量をまし，それと代替関係にたつ当該財は購入量を減ずるであらうし，補完関係にある場合には，当該財は負の代替効果をもち，例えば価格下落の時は，価格変動財はその購入量を増し，従ってそれと補完関係にたつ当該財は購入量をますであらう。

即ち前の場合には $\left(\frac{\partial q_i}{\partial P_i}\right)_{V=const.}>0$，後の場合は $\left(\frac{\partial q_j}{\partial P_i}\right)_{V=const.}<0$ である。そしてその程度は，価格変動財と当該財との間の代替補完の強さに依存するであらう。次に所得効果についてであるが，当該財が下級財でない限り価格変動財の価格下落は実質所得の増加を意味し従って当該財の購入量の増加をもたらすであらうし，反対に価格変動財の価格の騰貴は実質所得の減少を意味し従って当該財購入量の減少をもたらすであらう。即ち当該財は下級財でない限り，その所得効果 $-q_i\left(\frac{\partial q_j}{\partial P_i}\right)_{Prices=const.}$ $(j=1, 2, \cdots\cdots n)$
は大体負値* をとるものと考えてよいであらう。そしてその場合の当該財需要量の増加減少の程度は，その財への支出が総支出の中に占めているウエートにより異なり，ウエートの大（小）なる程大（小）である。所で個別財への支出のウエートはかなり小さいであらうから，一般的に言って所得効果は相対的に左程大きくないと考えられるので，それを前提として価格変動財の価格変動が当該財需要量に及ぼす総合効果は，当該財が下級財でない限り，次の四つの類型で把えることが出来よう。(1)当該財が価格変動財と代替関係にある場合は両

---

* 勿論下級財でないとしても，所得効果が正値をとることもありうる。この点は下級財の定義とも関聯してくるわけで，こゝでは所得弾力性が負になる財を下級財と定義したい。それは勿論 $\partial q/\partial I$ が負になることゝ同義であり，消費者の所得が増加する時，消費量を減少する如き財である。又現在の問題に関聯していえば，所得効果が正であることが必要になる。たゞし単に正であるといふだけでは不十分で，負の代替効果があった場合，それを相殺して，両効果の和を正にする程度に大きいことが必要である。従って下級財でなくともその所得効果が微弱な正値をとることもありうるのである。

効果は反対方向で相互に相殺し合ひ，増減何れでも軽微な効果を，当該財の需要の上に残すに過ぎぬ。(2)たゞ両者の関係が高度に代替的である場合には，代替効果の方が優勢となって，例えば価格変動財の価格が下落する時には，当該財の需要量は減少するであらう。(3)当該財が価格変動財と補完関係にある場合には両効果は同方向に働き，従って例えば価格変動財の価格下落の時には当該財の需要量は確実に増加するであらう。(4)特に強度に補完的である場合には，その増加減少の程度はかなり大きなものとならう。然し乍ら最もありうる場合としては，価格変動財の価格変動が当該財の需要量に及ぼす交叉効果が殆んど零と考えられる場合であって，その様なことが考えられる場合として，(1)代替効果及所得効果共に殆んど無視してよい場合である。即ち多くの個別財への支出割合が相対的に非常に小さく，その所得効果は殆んど零と考えてよく，又多くの財は相互に代替補完の関係にあるよりもむしろ相互に独立財であって，その代替効果も又殆んど零と考えてよいからである。(2)両効果は別々には夫々無視出来ないけれども，互に逆方向に働くのでその和は無視してよい場合である。換言すれば，所得効果に相殺されて表面に現われない程度の代替効果をもつ財が非常に多いと考えられるからである。更に附言するならば，或程度強い代替財がある場合であっても，その様な場合には，当該財とその代替財を含めた合成財* を考えて，諸種の需要分析をした方が合理的なので，かなり強い代替財の存在をあまり考慮せずともよいといふ事情もある。従って或財の交叉効果の総和を考える場合には，前述の如く個別財に関する交叉効果が多くの場合殆んど零に近い事と，又たとひ個別財に関する交叉効果が正負或程度の数値をとったとしても，すべての財についての総和 $\Sigma\frac{\partial q_j}{\partial P_i}$ $(j=1, 2, \cdots\cdots(i-1), (i+1)\cdots\cdots n)$ について考える時には正負相殺して近似的に零になるだらう事を考え併せ，交叉効果の総和は一般的に殆んど零であると考えてよいだらう。零以外の正負の数値をとるとしても，その絶対値はそう大きいものでないと推測される。従って殆んどの財について，需要の価格弾力性と所得弾力性の大きさは近似的に等しいものと考えてよく，等しくない場合でも即ち何れが大何れが小なるにせよ，数値的にはそれ程大きな開きはないものと考えてよいであらう。

或財の需要量に与える他財の価格変動の交叉効果，そしてそれは代替効果と所得効果とに分けて考えることができたのであるが，その総和がどの様なものであるかの一般的検討，従ってその財の需要の価格弾力性と所得弾力性との量的関係に関する一般的検討は，こゝで之以上進めることは出来ない。そして得

* 例えばバターとマーガリンである。

られた結論を再度述べれば「多くの財については，需要の価格弾力性と所得弾力性とは，相接近した数値を示さねばならぬ。そして或財では価格弾力性の方が，又他の財では所得弾性の方が，やゝ大きくなる。」といふことである。

最後に，どの様な財は価格弾力性が大きく，又どの様な財は所得弾力性が大きいだらうか，財の性質と両弾力性間量的関係との関聯を若干考えてみると，次の様な点を指摘することが出来る様に思ふ。一般的に必需品と呼ばれているものは，下級品的性格が強く，その所得効果はそれ程大きくないとしても正値をとる可能性がかなり強い様に思われる。又必需品が充足するであろう所の欲望は，容易に他の財によっても満たしうる性質の欲望であり，従って相対的に代替財を多くもつ種類の財である様に考えられる。かくてその財の交叉効果の総和は正値をとる傾向が強く，価格弾力性の方が所得弾力性よりも大きくなる傾向をもつのでなからうか。他方奢侈品と呼ばれるものは，上級財が多く且つその財への支出割合も相対的に大きいであらうから，交叉効果中の所得効果は負値をとり，比較的大きな絶対値を示すのではなからうか。又その財が充足する欲望はその財によってのみ充足され得る如き特定の種類の欲望であって，容易に他財の消費により充足されうるものでなく，この意味で代替財の相対的に少い財であると考えられ，他方奢侈品が充足する欲望は他財の共用により，より快適な状態になる様な性質の欲望であると考えられるので，この意味で相対的に補完財の多い性質の財である様に思われる。かくて奢侈品の交叉効果の総和は負値をとる可能性が強く，その財の所得弾力性は価格弾力性より大になる傾向をもつのではなからうか。この意味では前述の H. Wold の立言が正当である様にも思われる。然しこれはあく迄も推論の域を出ないのであって，結局は個別の財について，具体的に財の性質であるとか，或は交叉効果の具体的内容を点検してゆく必要があろう。

3 結びに代えて —仮設例による展開

前節で検討した価格所得両弾性間の関係を，単純化のため2財とし，その効用関数を直角双曲線と仮定して，例示的に検討を加え，以てこの稿の結びに代えたい。即ち

$$U=q_1q_2 \cdots\cdots (1)'$$

勿論 $I=P_1q_1+P_2q_2 \cdots\cdots (2)'$

然るとき $V=q_1q_2+\lambda\ (I-P_1q_1-P_2q_2)$

なる補助関数を最大ならしむる必要条件は，

$$\left.\begin{aligned} q_2-\lambda P_1&=0\\ q_1-\lambda P_2&=0\\ I-P_1q_1-P_2q_2&=0 \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)'$$

従って1財2財夫々の需要関数は，次の如くになる。

$$\left.\begin{aligned} q_1&=\frac{I}{2P_1}\\ q_2&=\frac{I}{2P_2} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)'$$

即ち，夫々の財価格と所得との関数となった。次にこの二財に関する交叉効果を計算するために，(3)′ 式の全微分をつくると次の如くである。

$$\left.\begin{array}{lll} dq_2-P_1d\lambda & & =\lambda dP_1\\ dq_1 & -P_2d\lambda & =\lambda dP_2\\ -P_1dq_1-P_2dq_2 & & =-dI+q_1dP_1+q_2dq_2 \end{array}\right\}\cdots (9)'$$

従って交叉効果を算出するための縁付行列式及びその余因数は夫々次の如くになる。

$$D=\begin{vmatrix} 0 & 1 & -P_1\\ 1 & 0 & -P_2\\ -P_1 & -P_2 & 0 \end{vmatrix}=2P_1P_2$$

$$D_{11}=\begin{vmatrix} 0 & -P_2\\ -P_2 & 0 \end{vmatrix}=-P_2^2 \qquad D_{12}=-\begin{vmatrix} 1 & -P_2\\ -P_1 & 0 \end{vmatrix}=P_1P_2$$

$$D_{13}=\begin{vmatrix} 1 & 0\\ -P_1 & -P_2 \end{vmatrix}=-P_2 \qquad D_{22}=\begin{vmatrix} 0 & -P_1\\ -P_1 & 0 \end{vmatrix}=-P_1^2$$

$$D_{23}=-\begin{vmatrix} 0 & 1\\ -P_1 & -P_2 \end{vmatrix}=-P_1$$

D は対称行列故

$D_{21}=D_{12},\quad D_{31}=D_{13},\quad D_{32}=D_{23}$ である。

こゝで，2財のみを考えている場合は，代替財の関係のみが可能であることを予め指摘しておこう。何故ならば，すべての財は補完財であることが出来ないから。

次に2財の交叉効果を計算しよう。

$$\frac{\partial q_1}{\partial P_2}=\left(\frac{\partial q_1}{\partial P_2}\right)_{V=const.}\quad -q_2\left(\frac{\partial q_1}{\partial P_2}\right)_{Prices=const.}$$

$$=\left(\frac{\lambda D_{21}}{D}+\left\{-q_2\left(-\frac{D_{31}}{D}\right)\right\}\right.$$

$$=\left(\frac{\lambda D_{21}}{D}\right)+\left(q_2\frac{D_{31}}{D}\right)$$

$$=\frac{q_2}{2P_1}+\left(\frac{-q_2}{2P_1}\right)=0 \qquad \left(\because \lambda=\frac{q_2}{P_1}\right)$$

即ち第2財の価格変動の第1財需要量に及ぼす代替効果は正 $\left(\frac{q_2}{2P_1}\right)$ であり，又その所得効果は負 $\left(\frac{-q_2}{2P_1}\right)$ で，それらの絶対値は相等しい。従って交叉効果は零であることが分る。同様にして

$$\frac{\partial q_2}{2\partial P_1}=\left(\frac{\lambda D_{12}}{D}\right)+\left(q_1\frac{D_{32}}{D}\right)=\frac{q_1}{2P_2}+\left(-\frac{q_1}{2P_2}\right)=0$$

即ち第1財の価格変動の第2財需要量に及ぼす交叉効果も，前と同様にして零である。従って，以上の如き効用関数型仮定の下で，2財間の選好を考えた場合，何れの財の交叉効果の総和も零であり，従って夫々の財の価格弾力性と所得弾力性は相等しいと結論しうる。

次の計算を附加しておけば事態は一層明瞭であらう。

$$\frac{\partial q_1}{\partial P_1}=\left(\frac{\lambda D_{11}}{D}\right)+\left(q_1\frac{D_{31}}{D}\right)=\left(\frac{-q_1}{2P_1}\right)+\left(\frac{-q_1}{2P_1}\right)=-\frac{q_1}{P_1}$$

即ち1財価格変動の1財需要量に及ぼす効果は，価格効果，所得効果共に絶対値相等しく共に負値をとっている。従ってその総合効果は負である。同様にして

$$\frac{\partial q_2}{\partial P_2}=\frac{\lambda D_{22}}{D}+\left(q_2\frac{D_{32}}{D}\right)=\left(-\frac{q_2}{2P_2}\right)+\left(-\frac{q_2}{2P_2}\right)=-\frac{q_2}{P_2}$$

即ち2財価格変動の2財需要量に及ぼす総合効果も，同様の経過で負になる。かくて第1財の需要弾力性は

$$\eta_{11}=\frac{\partial q_1}{\partial P_1}\cdot\frac{P_1}{q_1}=-\frac{q_1}{P_1}\cdot\frac{P_1}{q_1}=-1$$

$$\eta_{12}=\frac{\partial q_1}{\partial P_1}\cdot\frac{P_2}{q_1}=0\frac{P_2}{q_1}=0$$

$$\eta_{1I}=\frac{\partial q_1}{\partial I}\cdot\frac{I}{q_1}=\frac{1}{2P_1}\cdot\frac{2P_1q_1}{q_1}=+1$$

$$\because \frac{\partial q_1}{\partial I}=\frac{-D_{31}}{D}=\frac{+P_2}{2P_1P_2}=\frac{1}{2P_1}$$

従って　$\eta_{11}+\eta_{12}+\eta_{1I}=(-1)+(0)+(+1)=0$

次に第2財の需要の弾力性も全く同様の経過を経て

$$\eta_{21}+\eta_{22}+\eta_{2I}=(0)+(-1)+(+1)=0$$

である。

主 要 参 考 文 献

P.A. Samuelson : Foundation of Economic Analysis, Cambridge, 1948
T.W. Schultz : Agriculture in An Unstable Economy, New York, 1945
J.R. Hicks : Value and Capital, Oxford, 1946
G.S. Shepherd : Agricultural Price Analysis, Iowa, 1950
H.Wold : Demand Analysis, New York, 1953
H.Schultz : The Theory and Measurement of Demand, Chicago, 1938
C.A.Fox : The Analysis of Demand for Farm Products, Washington D.C., 1953