「人間行動からみた数学教育」論の検討

氏　家　英　夫
（北大教育学部大学院博士後期課程）

はじめに

最近，銀林浩氏は，「数学のわかり方のかくされた構造」[1]を解明するという問題意識から，「人間行動からみた数学教育」論を展開している。これはまた，ここ10年間ほど実践されてきた数教協の「楽しい授業」についての「理論化・一般化への努力」[2]として行なわれている。

「解法のパターンへのなっとくないし確信がどこから生じてくるのか」を明らかにするためには，「子ども自身がわかったというケースを調べてみることが必要」とされ，「そこで登場してくるのがいわゆる楽しい授業」であって，「ここには数学の『わかり方』についてわれわれがこれまで見落してきた大事な原理が露呈している」[3]とされる。それは「人間行動という側面から数学の原理を見直すということ」[4]であり，「数・演算・関数・座標といった数学の基本的な概念が物を扱う人間の行動・動作・活動に起源をもつ」[5]とされている。

60年代の「数学教育現代化」のスローガンのもとでの数教協の実践が，「小学者の生産」[6]として反省され，子どもの活動性への着目から「楽しい授業」の実践が広まっていったことは，60年代の「現代化」あるいは「一貫カリキュラム」における授業論の欠落を埋めるものとして，一応の必然性があったのかもしれない。しかし本来，子どもの自発性や活動性の重視と，科学や数学の論理やその系統性に基づくこととは必ずしも対立するものではない。むしろ問題は，この両者を授業論としてどう統一し，厳密に科学や数学の論理に基づきながら，子どもの自由な発想や活動を不可欠のものとしてふくむような授業をどのような形で展開しうるかというところにあると思われる。そしてこのような授業論の基礎となるのは，対象との関係において認識主体の主体性が位置づけられた認識論と，それをふくんだ科学論・数学論であろう。

そこで，「楽しい授業」の「理論化•一般化の努力」としての，銀林氏のこの数学教育論について，それがこうした意味で，子どもの活動性と数学の論理とを統一しうるものになっているかを検討していきたい。

1．「人間行動からみた数学教育」論における量と操作

(1)　このとき最も重要な問題は量の問題である。なぜなら，数学は実在の量的側面の法則性を対象とするものであり，量概念を媒介にしてはじめて，数学的認識の形成とそこにおける認識主体の活動性の位置・役割の全体構造を問題としうるからである。そして，数学的認識の形成が，量の概念の強固な形成なしにありえないことを，実践的にあきらかにしたことこそ，数教協の実践のもっとも重要な成果であった。

銀林氏によって量は次のように位置づけられている。

> 「数の計算や代数が人間の動作に起源をもつとすれば，量はむしろ感覚から出発する。なぜなら量はわれわれ生物をとりまく環境の重要な構成要素であり，すべての生物は，生存

にとって最重要な量に対しては，直接それを受容する感覚器官を備えているからである」[7]

「量というのは，人間の環境世界の重要な構成要素であり，それをたとえ計器がなくても直接感覚で測って，その結果にもとづいて行動を調整しているのである」[8]

それゆえ，「量はこれらの感覚から導き出されるべき」で，「量の学習は感覚の数値化から出発しなければならない」[9] とされる。さらに,「量は適切な行動を選択するための判断基準として使われる」ので,「量判断→行動という図式が，量の学習でも十分考慮されなければならない」[10] とされている。要するに，銀林氏にとって量は感覚から出発するものであり，量の学習は量判断が行動と結びついた形でなされなければならないことが主張される。

しかし，量は「感覚から導き出」すことなどできない。すでに1959年に，遠山啓氏は，量の指導が量感覚から出発することを批判して次のように述べている。

「従来，量の問題といえば，すぐさま頭に浮かんできたのは量感の問題であった。……しかし，それは，無用であるとはいえないにしても，第一義的に重要な問題であるとは思えない。……量感というものは熟練によっていくらでも鋭敏になりうるものであるし，また，熟練しなければ，発達することがむずかしい。そのようなことを算数教育の本道からはなれたところで一生懸命に熱をいれてみても，たいした効果は期待できない。……量感のような，いわば感性的な段階にたちどまっているよりも，もっとたいせつなことがある。それは量概念の形成である」[11]

そして，この量概念の形成における比較の役割の重要性をあきらかにしたことこそ，量指導における重要な成果であった。比較という，対象に対する積極的主体的働きかけこそ，量指導の出発点であり，そこではなんらかの形で量の保存性が問題となる。そして，この量の保存性は，ピアジェが明らかにしたように，すぐれて知的な構築に基づくものであった。この意味で，量の概念は，その出発点から，環境に対する感覚や反応とはレベルを異にした，対象に対する主体的な構築に基礎をおいている。

また銀林氏は量判断と行動とを結びつけることを主張して，『数学と人間行動』と題したシンポジウムで次のように述べる。

「倉田・しかし数教協はこれまで，量・計算を一体のものとして矛盾なく体系化しているかのごとく……。

銀林・あれは唯量論とでもいうもので，やや左翼的偏向の匂いがします。……量だけでたとえばこれとこれはどっちが多いですか，とやるけれど，それはちっとも面白くない。どっちが多いかを判断して何するのかというのがないわけです。それがいまの量の教育には欠けている。行動と結びつくという点が欠けている」[12]

それでは量判断と結びつくべき行動とは具体的にどのようなものであろうか。唯一例としてあげられているのは，「二人立ってサイコロを落して，多く出た方は少ないのをつかまえる」[13] という行動でしかない。

一般的に言えば，量の指導においても，子どもの活動をとりこむことはむろん重要なことであろう。しかし，問題は，量概念指導のどのような論理的文脈の中に，子どもの主体的働きかけや活動をどう組織するかであって，サイコロの目の大小をひと目で見分ける力をつけることは，量概念の形成とは何の関わりもないであろう。

さらに銀林氏は，数や計算が直接に操作あるいは「人間の行動・動作・活動に起源をもつ」[14] とした上で，量を人間の感覚・判断に起源をもつものとして，両者を対立させる。

「量と操作について，鋭い対立がみられる。……量というのは，どちらかというと判断や認識に属することであるが，数や計算というものは操作に結びついているものである」(15)

このように量と数とが対立させられることになれば，銀林氏においては数学は直接には「動作・行為・行動の純化・様式化」(16) であるから，量は単に行動の判断基準として，数学自身にとっては外在的な位置におかることとなる。

しかし，量と操作とは銀林氏のいうような意味で対立するものであろうか。一般に，量を問題とする場合にも量を対象とするなんらかの操作を問題とせざるをえないし，また数学的操作の対象は多くの場合なんらかの量であろう。銀林氏において数学的操作が量と対立するのは，氏の操作概念に問題があるためである。

(2) そこで，次に銀林氏によって数や計算に直接結びつくとされている氏の操作の概念を検討する。まず氏によって操作は次のように定義されている。

「いかなるレベルであれ，一般に『操作』というものは，あるものAを別のものBに変えることである。f：A→B………操作といった場合の最大の特色は，変形 f の途中の過程にもなんらかの関心をもっている点にある」(17)

この操作の対象は，具体物からシェーマ・数学記号までさまざまである。たとえば氏は計算指導におけるタイルの役割にふれて次のように述べる。

「それは一面具体物として手で操作 (manipulate) できると同時に，視覚的シェーマとして，抽象的な記号操作への橋わたしをもしてくれる」(18)

ところで氏によれば「数学的記号は，それ自体，物と同じように操作されるというところに，その顕著な性格がある」(19) とされる。そしてこうした性格を氏は「操作的性格」と呼ぶ。

「計算とは何か，というところから始まって，数学記号の物(もの)的性格あるいはより正確にいえば《操作的性格》にたどりついた」(20)

このように氏にとって操作とは主として物を対象とした動作である。そして，それゆえ操作は，それ自身としては，一般化されたり，整合的な体系を構築したりすることはできない。こうした氏にとって，「操作の発達」は「動作の標準化」によってなされるほかない。銀林氏は「操作の発達」について次のように述べている。

「操作を発達させるにはどうすればよいか？……同じ結果をもつ動作 f：A→Bのうち，標準的なものを選び出すことを考えればよい。つまり動作の標準化による操作の発達である」(21)「標準化した様式化した動作こそが，数学的操作に結びつく」(22)

こうして氏の操作はあくまで物を対象とした行動・動作であって，諸操作の整合性やその体系性は問題とならない。それゆえ，「数学における思考は……行動の調整の内化である」(23) と述べても，この「行動の調整」は，内化された諸操作の配序・調整としてではなく，試行錯誤やアルゴリズムといった直接的な動作のレベルとしてしか問題にならない。

「数学が人間行動の合理的組織化であるという視点に立つならば，人間行動の１つの要素である試行錯誤もまた数学のカリキュラムの中で重要な地位を占めてしかるべきであろう」(24)「子どもが自分で思考できるようにし，それを発展させるようにするためには，アルゴリズムや試行錯誤を含む行動の調整として，数学的活動を組織しなければならない」(23)

しかも，銀林氏においては，動作の標準化や行動の調整のみが問題とされており，「操作や動作を通じて内化が図られる」(25) と述べていても，そうした動作や操作がどのようにして子どもの思考のうちに獲得されるかという，操作の内化のメカニズムについては，まったくふれられ

ていないのである。

(3) ところで,「思考は行動の内化である」とはピアジェのシェマであった。銀林氏自身いくつかの箇所でピアジェを引用し,それに依拠している部分もある。しかし,ピアジェ自身の操作の概念は,銀林氏のそれとはまったく異なったものなのである。

ピアジェは自分の操作の概念を次の4つの特徴をもつものとして定義している。まず第1に,「操作は内面化することのできる行為」であり,それは「物を介して遂行できると同時に,思考の上でも行なえるもの」である。第2に,「可逆性をもった行為」である。第3に,それは,「常にある種の保存,つまり,ある不変性を前提としている」。第4に,「どの操作も諸操作の1つの体系,すなわち,わたくしが全体構造と呼ぶところのものに関連して」[(26)] いる。

とくに数学的操作についてピアジェは次のように述べている。

> 「その源泉について言えば,論理ー数学的な諸操作は,我々が対象あるいは対象のあつまりに及ぼすことのできる最も一般的な諸行動に由来している」[(27)]

これらの諸行動は,「対象それ自身に応じて多かれ少なかれ特定化された物理的な側面」[(28)]と,「諸行動それ自身の持つ配序的な活動性」[(29)] という側面とに分けられる。そして諸行動のこの一般的な配序的活動性こそが,数学的な操作の源泉だとされる。

> 「これらの(物理的な)諸行動は一般的な諸配序を同じく介入させ,そしてこれら一般的諸配序によって今問題にした諸活動が相互に結びつけられるのである。諸対象を併合したり分離したり,あるいは諸対象を順序づけたり移動したり,等々のためには,それらの諸対象に適用される諸行動それ自身が相互に併合されたり分離されたり,あるいは順序づけられたり対応させられたり,等々のことが必要である。物理的な諸行動それ自身のもつ配序的な活動性というこの側面の中にこそ,論理ー数学的な諸操作の根を求めねばならない」[(30)]

このように,ピアジェにおける数学的操作は,対象に対する物理的な諸行動に対して,それらを配序する一般的な活動性として働く,それ自身としては,対象に応じて特定化された側面を欠いた操作なのである。

これに対し,銀林氏によって,量に対立させられ,数や計算の基礎とされている操作は,物に固着し,物を手扱いする動作でしかなく,その「発達」も諸操作の整合的配序によってではなく,動作の標準化・様式化によってなされるものであった。ここには,数やその計算規則自身が,量を対象とした操作に基礎づけられていること,そしてその概念形成の過程における,対象に働きかけその構造との関わりで数やその計算規則を構築していく,認識主体のダイナミックな活動性が欠落している。

銀林氏は子どもの活動を重視しながら,それを物を手扱う動作のレベルでしかとらえないため,むしろ認識活動における主体の活動性の重要な役割を見落としているのである。

(4) 一方,ピアジェの認識論も,子どもの活動性と数学の論理とを統一しうるものとは必ずしもなっていない。ピアジェにあっては,主体と対象との境界が不分明なものとなっているため,諸操作の体系的構築の過程における,対象のもつ論理構造の位置が不明確なのである。

ピアジェは,「科学的な思考が,主体と対象との基礎的な円環に起因する……二つの方向に絶えず引きこまれている」[(31)] ことを想定する。すなわち,一方では「数学と心理学とによって,科学は実在を人間精神の諸々の枠組に同化する」[(32)]。他方,「物理学と生物学とにより,科学は,今度は,精神を実在に従属させる」[(33)]。さらにピアジェにとって,「操作そのものが主体の創造

である」[34]。なぜなら，「生まれつつある操作を自らが構成している行動は，新しい諸要素を実在に付け加える」[35] からであるとされる。対象は諸操作の体系へ同化され，客観的対象を欠いた数学的諸操作の体系が，「物理的な諸操作から区別される演繹的な体系へと構成」[36] されるのである。

こうして一般的操作の体系の前進的な構築として数学的認識の発達が理解される。そして，数学的認識においては対象が諸操作の体系に同化してしまうからこそ，連続量を対象とした操作もまた数の発生や空間の構築も，すべて群括から群への操作的体系の構築として理解されうるのである。

こうしたピアジェの認識論は，それに基づく教育論としては，子どもの自生的な発達とそこにおける子どもの活動性の重視の一方で，その活動の向う対象の論理構造と，子どもの活動の教授による組織の軽視という構造の数学教育論となる危険性をもっているだろう。

2．銀林氏の数学教育内容論

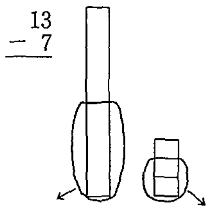
（1） 次に，銀林氏の「人間行動からみた数学教育」論が，具体的に授業内容についてどのような提案をしているかを検討してみよう。全体として，銀林氏が子どもの活動性を認識活動ときりはなした動作のレベルでしか問題にしていないため，その教育内容論および授業論は，教育内容の概念構造との関連において子どもの活動が位置付くものとはなっていない。

まず四則演算について銀林氏は次のように述べる。

「四則の演算は，つないだり，はずしたり，配ったりする動作に起源をもつものであるから，そこから計算を導くようにすればよい。つまり……タイルをくっつけたり取ったりする動作から筆算形式を導くようにすればよいのである」[37]

しかし，こうした視点からの四則演算の分析から出てくる提案は，結局のところ，動作のレベルでのあれこれのやり方ということにとどまっている。

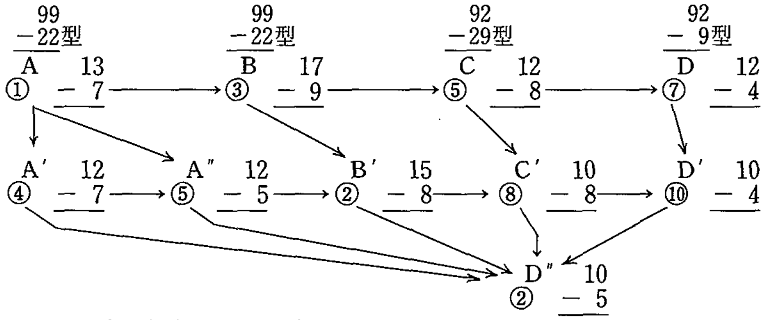
たとえば，くりさがりのあるひき算のタイル動作の分析から，「《片手取り》か《両手取り》かという問題」について，「やはり《両手取り》のほうが好ましい」[38] ということが主張される。また，ひき算について，「除くという動作は直接的にはひく数のほうにしか関係しない」ことに「足し算にはないむずかしさがある」とされ，「タイル動作が変容するシェーマとして定着するためには，明確な行動として一度意識化されなければならない……抵抗なくスラスラとできすぎたのでは，意識化はかえってむずかしい」[39] と分析される。そこから「できれば磁石の強力な，動かすのにもかなりの力のいるタイルのほうがよい」[40] ということが提案される。概念構造の分析ときりはなされた動作の分析は，当然にも，授業の中での子どもの動作についての姑息な提案しか生み出しえないのである。



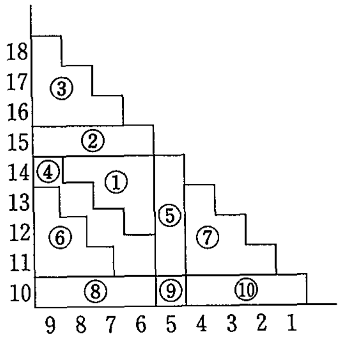
1図

また銀林氏は5−2進法によるくりさがりのひき算の指導系統について，1図のような「左手で『半本』を，右手で『バラ』を取る，しかもできるだけ同時に取る」[41] 動作を「標準化」し，それによって指導系統を考える。しかし，動作に系統性などないから，動作の分析だけからはタイル操作の体系を考えることはできない。そこで銀林氏は，「まず，いちばんはじめにくるのは，十進法でいえば，くり下がりのない位のそろった 99−22 にあたる次のA型であろう」[42] 等として，実際には，II位数−II位数の指導系統のアナロジーに

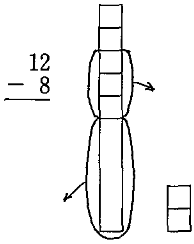
よって，次のような指導系統を主張している。[43]



2 図（○内の数字は 3 図の型分け）



3 図



4 図

つまり銀林氏は，半本のタイルとバラのタイルとの関係を，10 進法における一本(10)のタイルと一個のタイルとの関係におきかえ，「半本は半本から，バラはバラから」の原理にもとづき，半本をくずしてそこからバラをとることをくりさがりとみなして，指導系統をつくっているのである。

たしかに整数のひき算をつらぬいている原則は「位ごとにひく」ということにあり，II位数－II位数の指導系統を考えれば，$\begin{array}{r}99\\ -22\end{array}$型が最初にくるだろう。しかし，それを 5−2 進法にあてはめた「半本(5)は半本から，バラ（5 からのでっぱり）は（I 位数の）バラから」ということは，同じレベルで原則とはならない。10 進法におけるタイルの十のまとまり 1 本は，整数の 10 進構造そのものを反映しているのに対し，5 のまとまり半本は，6 以上の数の直観的把握の困難さを克服するために導入されたものにすぎないのである。

銀林氏が「標準化」しできるかぎり一貫させようとしている「左手で（十位の）半本を右手で（一の位の）バラ をとる」[44] タイル動作は，くり下がりのあるひき算会体をカバーすることができない。2 図のC，D，C′については，4 図のように「十からまず 5 を引き，引き足りない分は十位の残っている 5 をバラして引く」以外にない。銀林氏の主張する指導系統では，途中からそれまでとは異なるタイル動作をおこなわなくてはならないのである。これに対し，「十から 5 をとり，引き足りない分は十位の残っている 5 をバラして引く」方法は，くり下がりのひき算すべてをカバーすることができる。

この方法は 5-2 進を利用した減加法であるといえるだろう。銀林氏は減加法について次のように述べてこれをしりぞけている。

「減加法は通常もっとも支持されている方式なのであるが，……これら動作面でいうと，くり下がりのない9-8とはスムーズにつながらない。くり下がらない場合は一の位から除去し，くり下がる場合は十の位から除去するというのでは，動作としては連続していない」[45]

しかし，これは減加法をとらない理由にはなっていない。くり下がりのないひき算とあるひき算とでタイル操作が異なるのはむしろ当然のことである。くり下がりのひき算という一つの単元において，タイル操作が途中で変わることこそ，「動作としては連続していない」という問題があるといえる。

さて，くりさがりのひき算について，タイル操作の整合的系統を考えれば，「十からまず5をとり，引き足りない分は十位の残っている5をバラして引く」方法によって一貫した指導系統を考えることができる。この視点による指導系統は佐藤敬行氏によって次のように提案されている。[46]

操作の退化によって（「引きたりない部分は……」の部分の退化，つぎに「まず5をとり」の部分の退化）

①②③④⑥⑧→⑤⑨→⑦⑩

次にタイルの退化（タイルが5または0）

$$①③⑥\begin{matrix}\nearrow ② \searrow \\ \searrow ⑧ \nearrow\end{matrix}④ \qquad ⑤\to⑨ \quad ⑦\to⑩$$

「最初に扱う問題の型は，この"一般的方法"以外では解きえないものをもってくるべきである」[47]から，全体の指導系統は次のようになる。

$$⑥\begin{matrix}\nearrow ① \searrow \\ \searrow ③ \nearrow\end{matrix}\begin{matrix}\nearrow ② \searrow \\ \searrow ⑧ \nearrow\end{matrix}④\to⑤\to⑨\to⑦\to⑩$$

これに対し，銀林氏の指導系統は，動作の分析から系統をつくりえないためII位数－II位数のアナロジーがもちこまれているが，そのためかえってタイル操作のアルゴリズムに一貫性を欠く結果となっているのである。

(2) 銀林氏は，乗法の分析においては，もはや「演算は動作・行為・行動の純化・様式化である」[48]との視点を一貫させることができない。

銀林氏はかけ算の導入について，「『猫3匹いたら，足は何本か』という問題から　式4本/匹×3匹　を導入する」やり方は「まことに見事な導入なのであるが，子どもの積極的動作というものが，ここには含まれていない。『猫3匹の足の数』を求めるのは，主体的な構成というより，むしろ客観的認識に属するものであろう」[49]として，動作と認識とを対立させる。そして「分配動作から始めることも不可能なわけではない」が，「この導入の弱点は，1あたり量が恣意的(任意的)で必然性が薄いから……迫力に欠ける」[50]としており，結局のところ動作によるかけ算の導入については何も提案していない。

また銀林氏は，面積のかけ算　4 cm×3 cm について，この式は「作り出す動作の結果ではなく，むしろ作り出された現状の表現ないし把握というのに近い」[51]とした上で，次のように述べている。

「ローラーなどを使って，面積を1あたり量×土台量(横1 cm あたり4 cm の割りで横に3 cm 進む)に帰着させることも行なわれるが，そこにはもう1つ別の役割として，面積を行動として『生成する』ということも含まれていることに注目するべきである」[52]

しかし，面積のかけ算を1あたり量のかけ算に帰着させるこうしたやり方は，なぜ長さ×長さで面積という量が表現されるのかということを，面積という量のもつ性質自身に即して説明することができない。長方形の面積に測度を与えることは，面積という量のもつ長さに関する複比例構造に基づいているのであって，そこでのかけ算は1あたり量×土台量という内包量のかけ算とは本質的に異なるものなのである。

長方形はたての長さL_1とよこの長さL_2を指定すれば形が定まり，したがって面積Sが定まる。このとき2つの長さの組(L_1, L_2)から面積への写像　$M:(L_1, L_2)\rightarrow S$が与えられる。このMの基本的な性質として

$M(L_1\times\alpha, L_2\times\beta)=M(L_1, L_2)\times\alpha\times\beta$　$\alpha, \beta\in R$が成立する。面積という量のもつこの性質を，面積の長さに関する複比例構造とよぶ。

この複比例構造から，ある長方形（たてU，よこV）を面積の単位1（U, V）と決めれば，任意の長方形の面積は

$M(L_1, L_2)=M(U\times\alpha, V\times\beta)=M(U, V)\times\alpha\times\beta=\alpha\cdot\beta(U, V)$と一意にあらわすことができる。

ここで，U, Vを長さの基本単位Gに統一すれば，$L_1=pG$　$L_2=qG$　のとき，上の面積$M(L_1, L_2)$は

$M(L_1, L_2)=M(pG, qG)=M(G, G)\times p\times q=pq(G, G)$と表わすことができる。そこでわれわれは

$$pG\times qG=pqG^2$$

と長さの面積とを等置する。

このように，面積＝たての長さ×よこの長さ，という等式は，面積の長さに関する複比例構造に基づき，長さの単位を一辺とする正方形を単位として選んだ上で，われわれが構成した式で面積という量を表現したものなのである。こうした意味で，長方形の面積の式，4㎝×3㎝は，直接的に「作り出す動作の結果ではない」かもしれないが，すぐれて認識主体の主体的構成に基づくものなのである。[53]

動作のレベルの「主体的構成」を，観照的な「客観的認識」に対立させる銀林氏は，対象の論理的構造と深く関わった形での，認識活動における主体的構成のこうした重要性を見ることができない。そして銀林氏自身認めるように「かけ算というのは，…状況に関わっているところが同質的な加減法といちじるしく違う」[54]のであって，そこでは量の法則性との関わりが必然的に問題になる。量の認識ときりはなして動作のみを問題とする銀林氏は，量の法則性と本質的に関わる乗法については，「演算は動作の様式化」との観点を自ら放棄せざるをえないのである。

(3)　こうして銀林氏の「行動•動作という観点」からの分析は，教育内容や授業方法に関して，事実上ほとんどなにも新しい提起をつけ加えていない。このことはもちろん前半で検討した氏の数学論の問題性からくるものであるが，一方では氏の数学教育の研究方法の問題でもある。先に述べたように，銀林氏のこの数学教育は，「道具を使ったり，タイルや折り紙を手で操作したり，実験したりする『楽しい授業』」[55]の，人間行動というきわめて広い視点からの，「理論化・一般化」としてある。それゆえ，子どもの動作や活動が含まれていれば，ある意味でどのような実践もその中にとりこみ一般化しうるが，他方では，新しい教育内容や教材をつくりだすことができない。この数学教育論は，そのワク組みからして，既存の教育内容や教材を「楽

.」扱った授業を，すべて無批判に受け入れるものなのである。

たとえば，銀林氏は「代数をめぐる楽しい授業」(56)として，ベキタイルによる因数分解の指導や，箱をつかった連立方程式の指導をとりあげる。しかし，代数の指導体系全体の中に因数分解や連立方程式がどう位置付くかは，必ずしも確定している事柄ではない。とくに因数分解については，そもそもそれを数学としてどういう概念として把握するかさえ明確ではない。ところが銀林氏は，「乗法より因数分解のほうがこうしたタイル動作のクイズ的おもしろさを備えているので，これに味をしめた先生は，因数分解をいっしょう懸命にやる」(57)ということを積極的に評価するが，因数分解や連立方程式の教育内容体系上の位置や，それらの概念内容の分析はまったく行なわれていない。

さらに銀林氏は，自ら「系統性•一貫性がない」(58)ことを認めざるをえない「楽しい幾何の授業」の分析においては，こうした教育内容体系を問題にすることを，「系統性神話」としてしりぞける。

> 「われわれは，ユークリッド流の今日の論証幾何なるものを批判して，幾何教育は空間と図形の探究にかぎるべきだと主張してきた。しかしそのためにはユークリッド流に代わるような系統があるはずだという考えを捨てることがなかなかできなかった。じつは，その考え—系統性神話—こそが，幾何教育の刷新をさまたげてきたつまづきの石なのではないか，という思いがしてならないのである」(59)

たしかに現在のところ幾何教育の指導体系については，その構想の議論さえほとんどなされていない。そして，そうした中で，子どもの活動をとり入れた「楽しい幾何の授業」が，実践の中で蓄積されてきたことは，ひとつの成果であるといえよう。しかし，それらの実践の「理論化・一般化」は，系統性をすてさることには決してつながらない。むしろ問題は，すぐれた実践を系統の中に位置付け，新しい幾何教育の内容体系を創り出すことであろう。

銀林氏が簡単に系統性をすてさることができるのは，ここでもまた，氏が，解析幾何をのぞく幾何教育の領域について，「動物としての人間本来の『動くこと』のほうと結合しなければならない」(60)としている「表象と運動」の領域として，動作のレベルでしか考察しないことによるのである。

ところで，数教協の幾何教育の「現代化」の成果としては，長妻克亘氏による「折れ線の幾何」がある。これは，「測度を全面的にとり入れて，証明をやさしく，求答問題や，やさしい証明問題をふんだんにとり入れる」(61)という観点から，方眼や線を用いて図形の基本性質を指導しようとしたものであった。この長妻氏の提起は，ユークリッド流の展開形式からはなれて，図形や空間の基本性質を教えなければならないという問題を提起したが，教育内容として設定されるべきユークリッド空間の基本性質については必ずしも明確にされなかった。では，原論の展開形式からはなれた，ユークリッド空間の基本性質とはなんであろうか。クラインの『エルランゲン・プログラム』によれば，〈空間Rとその上に働く変換群Gとが与えられたとき，R内の図形の性質のうちGのどの変換によっても変らないものを研究するのが，〔R，G〕幾学〉(62)であった。こうした視点からすれば，ユークリッド空間の基本性質としてはまず設定さるべきなのは，ユークリッド変換群Gの基本性質それ自体であろう。

こうしたことから，ユークリッド幾何学の指導体系について，大略つぎのように構想することが可能であろう。

① 基礎的な量と測度：長さ，角，倍変換

② 合同変換群 面積論とピタゴラスの定理
対称性と群

③ 相似変換群：拡大変換，タレスの定理

④ 内積つきベクトル空間

そして，これらの幾何学的概念の指導過程の中に，子どもの活動性をどう組織するかの問題は，個々の教育内容の概念の分析に基づく教材の展開形式の問題として，実証的に研究されなければならない。

〈註〉

(1) 銀林　浩『こうすれば算数数学がわかる―人間行動からみた数学教育』，国土社，1980年，13 p
(2) 銀林　浩「数学記号の特性と楽しい授業」(『数学教室』1980年9月)
(3) 銀林　浩『こうすれば算数数学がわかる』11 p
(4) 同上　13 p
(5) 同上　27 p
(6) 銀林　浩「数学記号の特性と楽しい授業」
(7) 銀林　浩「数学と人間行動」(『数学セミナー』，1980年4月増刊)
(8) 同上
(9) 銀林　浩『量の世界』，むぎ書房，1975年，16 p
(10) 銀林　浩「数学と人間行動」
(11) 遠山　啓「量について」(『数学教室』1959年6月)
(12) 註(7)のシンポジウム記録。
(13) 同上
(14) 銀林　浩『こうすれば算数数学がわかる』27 p
(15) 同上　121 p
(16) 同上　56 p
(17) 銀林　浩「現代数学教育についての一視点」(『数学教室』1969年9月)
(18) 銀林　浩『こうすれば算数数学がわかる』90 p
(19) 同上　97 p
(20) 同上　102 p
(21) 銀林　浩「操作とは何か」(『数学教室』1981年9月)
(22) 同上
(23) 銀林　浩『こうすれば算数数学がわかる』201 p
(24) 同上　168 p
(25) 同上　12 p
(26) ジャン・ピァジェ著，芳賀純訳，『発生的認識論』，評論社，pp 26～27
(27) ジャン・ピァジェ著，田辺振太郎，島雄　元訳，『発生的認識論序説，第Ⅰ巻数学思想』，三省堂，1975年，415 p
(28) 同上　41 p
(29) 同上　41 p
(30) 同上　415 p
(31) 同上　49 p
(32) 同上　49 p
(33) 同上　49 p

(34) 同上　418 p
(35) 同上　418 p
(36) 同上　416 p
(37) 銀林　浩『こうすれば算数数学がわかる』30 p
(38) 同上　35 p
(39) 同上　44 p
(40) 同上　44 p
(41) 同上　35 p
(42) 同上　33 p
(43) 同上　41 p
(44) 同上　35 p
(45) 同上　32 p
(46) 佐藤敬行「五一二進法によるくり下がりのある減法の指導」(道数教協道央ブロック研究会レポート)。このレポートの要約は，土田勝哉「くりさがりのあるひきざん」(『数学教室』1977 年 10 月)に紹介されている。
(47) 同上
(48) 銀林　浩『こうすれば算数数学がわかる』56 p
(49) 同上　83 p
(50) 同上　84 p
(51) 同上　83 p
(52) 同上　83 p
(53) こうした視点による面積指導の実際については，氏家英夫「授業書による面積概念の指導」(『北海道の教育』81 年) に紹介されている。
(54) 銀林　浩『こうすれば算数数学がわかる』88 p
(55) 同上　11 p
(56) 同上　102 p
(57) 同上　105 p
(58) 同上　184 p
(59) 同上　187 p
(60) 同上　186 p
(61) 長妻克亘『幾何教育の現代化』，明治図書，1963 年，31 p
(62) クライン『エルランゲン・プログラム』寺阪英孝，大西正男訳，共立出版，1970 年