



Title	〈実践報告〉「比例の世界」：授業書と授業記録
Author(s)	須田, 勝彦
Citation	教授学の探究, 1, 29-73
Issue Date	1983-03-31
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/13512
Type	departmental bulletin paper
File Information	1_p29-73.pdf



〈実践報告〉

「比例の世界」——授業書と授業記録

須 田 勝 彦
(北大教育学部助手)

このプランは、運動を解析することから正比例関数の定義・性質を導きたいいわゆる「北大プラン」の改訂版です。改訂か改悪かは必ずしも明らかではありませんが、改訂の趣旨はひとこといって「手軽に実践できる」ようにしたことです。そのため、失われたものも多いかも知れませんが、その後の、数学教育についてのフィーリングの変化も反映してか、改善された点も若干はあると思っています。

○等 速 運 動

導入はやはり等速運動ですが、このプランで実践した学級は、5年で速さを詳しく学習したので、軽く扱っています。

速さの指導が十分になされていない時は、補強を要するでしょう。

従って、ここでは、問題1からただちに比例の世界に入りこむことになります。等速運動の物体は電池で動く自動車を使いました。

等速運動のすべて

等速運動をする物体の動きを見ながら、次の問題を考えてみよう。

問題1 等速運動をする物体Aがあります。Aは4秒間で72 cm 進みました。このことから
_____ 秒では _____ cm 進むことがわかります。
_____ にあてはまる数を書いてみましょう。

- 1 -

〈授業記録〉

〈第1時〉 1ページ

T : はいそれじゃ5年生の時思い出して下さいね。こういう運動を何ていいましたか。こういうのを等速運動といいます。(オモチャの自動車を提示、しばらく動かして見せる。)

問題1. 実際去年、測定して時間と長さを測ってもらって、測定してもらいましたね。

4秒間に72cm進みました。この等速運動が___秒では___cm進んだ事がわかります。___線にあてはまる数を書いてみましょう。はい書いて下さい。

C : 適当?

T : それはノーコメント、自分で考えてさあどんな答えが出るか。

人と相談しなくてもいいよ。はい原井君書けた。発表して下さい。ひでみ。

C : 8秒では144cm進む事がわかります。

C : 1秒では18cm進む事がわかります。

C : 2秒では36cm進む事がわかります。

広沢 : 123秒では2214cm進む事がわかります。

T : はい他に。

じゅん : 10秒では180cm進む事がわかります。

T : はいまだ書いた人いますか。

はい8秒にした人どのくらいいますか。7人くらい。

1秒にした人、約半分以上30人ぐらいいるかな2/3くらい。

2秒にした人、5~6人。

123秒にした人、1人。(笑)

10秒にした人、1人。

あっているかどうか考えてみるよ。(計算でたしかめる。)

T : もう他にないですか。1, 2, 3, 4, 5,

C : ……全部数えたらきりが無い。

T : 全部いっちゃえば限りがない。

堀川 : 0.1秒。

T : 0.1秒ならいくらになりますか。

C : 1.8cm。

T : はいいいねこうやって、1秒より小さい時考えられるね。0.1秒なら1.8cm進みます。はいこうやっていろいろな時間を考えることが出来るね。それにそこにあいているところあるね。自分でどんどん考えて下さい。今りょうどんいったみたいに、無限に考えれるっていったんですけど、今見せたカウンタック、はいこれ等速運動してますけど、あいているところ、いろいろ書いていいです。何秒なら何cmになるか、何秒なら何cmになるか。

T : はいやめ、途中だけでも、はい発表してごらん、どんなの考えました。

C : 110秒では1980cm。

T : はい他に、朋民君。

C : 1234,5679秒では2,2222,2222。

T : 全部2つくの。何に何かけたって。1234,5679に18かけたのそして全部22……になるの。はあ、数の不思議。はい他にあっていこうかな。はい信浩。単位わからなくなった。一兆以上。

C : 888秒では、15,984cm。

.....

4,000秒では、72,000cm。

T : 40 から全部 0 たしていったわけだ、はい、いいよ。

T : はいそれではいろいろ沢山の数字を考えました。はいそれではその下にストロボ写真ののってます。これは高校の物理の教科書からとってきたものですけど、かっぱらったという意味ではありません。これどういうストロボ写真なのか次の時間に説明します。

<コメント>

ねらい通り順調に進んだといえます。小学校の高学年では、「123 秒では」といったような思考も、けっこうでてくるし、大切にして行かねばならないと思います。「12345679 秒…」という発言は、とくに数学の好きな子供の発言です。

なお、問題 1 に対するはじめの子どもの反応は次の通りです。

1 秒で 18 cm $\frac{2}{3}$ 位

8 秒で 144 cm $\frac{1}{3}$ 位

20 秒で 360 cm 1 人

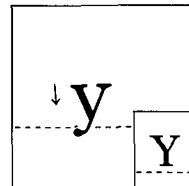
123 秒で 1 人

前ページで、様々な数値をだしましたが、その法則性を意識させ、立式させるのが問題 2 のねらいです。ここもすんなり進みました。

問題 2 ① この運動が、「 x 秒では y cm 進む」とすると、 x と y には、どんな数があてはまりますか。

ア x も y も、どんな数でもよい。

イ x はどんな数でもよいが、 x がきまれば、 y はきまってしまう。



② y をもとめる式をつくってみましょう。

$y =$

練習 次のいろいろな等速運動で、 x 秒に進むきょり y cm をもとめる式をつくらう。

① 速さが 5 cm/秒 $y =$ _____

② 速さが 0.2 cm/秒 _____

③ 速さが 100 cm/秒 _____

④ 速さが a cm/秒 _____

〈授業記録〉 2ページ

T : さっきの、カウンタックのこの運動です、 x 秒では y cm進むとすると、 x と y にはどんな数があてはまりますか?

T : アに○つけた人? いない、イに○つけた人? 全員イに○つけた。

(以下略)

立式は少し時間を与えると全員ができていたようです。

ただし $y=18 \times x$ の他に $y=x \times 18$ も何人かいました。

対応表を見ることと、そこから、等速運動かどうかを、何らかの方法で考えさせるのが問題3のねらいです。

問題3 ある運動のようすを調べたら、次の表のようになりました。

これは、等速運動といえるでしょうか。

①	x 秒	0	2	4	6	7
	y cm	0	7	14	21	24.5

ア 等速運動だろう。

イ 不等速運動だ。

理由

②	x 秒	0	3	6	9	12
	y cm	0	24	48	72	94

ア 等速運動だろう。

イ 不等速運動だろう。

理由

- 3 -

〈授業記録〉 3ページ

T : 問題3①。問題3① x は何ですか。

C : 秒。

T : x が秒だから。

C : 時間です。

T : はいそれから y は。

C : 距離。

T : 距離。y cm は、距離です。はいそれでえーと、0 秒の時いくらですか。

C : 0 cm。

T : 2 秒の時は。

C : 7 cm。

T : はい次は、4 秒の時は。

C : 14 cm。

T : はい次 6 cm の時は。

C : 21 cm。

T : はいそれから 7 の時は。

C : 24.5 cm。

T : はいずっと運動は続きます。それで問題はこの運動は等速運動なのか、不等速運動なのか、アカイか、どちらかに○をつけて、その理由を書いて下さい。その理由も考える。はい理由。理由わかんなかったら等速運動かどうかわかんないしょ。

T : アに○つけた人、36 人。

イに○つけた人、6 人。

42 人あっています。

ちょっと意見をいって下さい。はいひでみ君。

ひでみ : 1 秒にこの運動の進む距離が 3.5 cm で、2 秒、4 秒、6 秒と 2 秒おきになっているのが、1 秒と 7 秒になったから、6 秒の 21 cm に 1 秒の 3.5 cm をかけて 24.5 cm でいいと思います。

T : はい他に。何を出したって。1 秒に何 cm 進むか出したらいくらになったって。

C : 3.5 cm。

T : 3.5、ずっと考えて、2、4、6 まではいいいけども 7 のところは何倍したって。1 秒 3.5 だからこれを 7 倍したら、なる。

C : なる。

T : 他に同じような事でもいいですよ。はい淡谷さん。

淡谷 : $y \div x$ の答がみんな 3.5 cm になるので、この運動は等速運動だと思いました。

T : ああ、昨日の勉強 $y \div x$ がみんないくらになったって、3.5 になったって、なる。

C : なるよ。

T : y を x で割る。これが、3.5、これは。

C : 3.5。

T : これは。

C : 3.5。

T : はあ、こういう関係、はい他に。

広沢 : x で y を割ればみんな 1 秒あたり、3.5 cm 進む事がわかるから等速運動だと思う。

T : はい誰の考え方に似ている。

C : 淡谷さん。

T : うん淡谷さんに似ててもいいよ、はい他にみんなどんな事考えてるかな、はいイトケン。

伊藤 : 7 は 2 からみて、3.5 倍だから 7 に 3.5 倍をかけると、24.5 になる。

- T : ああ, なるほど, 何倍これが。
- C : 3.5 倍。
- T : 3.5 倍になっているから, この 3.5 倍が 7 だから 7 に 3.5 倍した, そしたら 24.5 になる。
- C : なる。
- T : なるから等速運動だ, なるほど他に, 不等速運動だと答えた 6 人はどんな理由ですか。はいみんな等速しかいわない, 不等速の人は?
- C : 表みたらね…………
- T : 表の見方が間違えた。どこ間違ったの?
- C : 2 秒と 4 秒の間違えた。
- T : 2 秒と 4 秒の間の表の見方を間違えちゃった。
- C : そう。
- T : はいプッチは。
- C : 等速。
- T : 最初イにしてたしょ。
- C : うんだから変えたの。
- T : 原井君は。
- C : ぼくも同じでね。表をよく見ていなかった。
- T : 表をよく見ていなかった。
- C : そう。
- T : はい伊丹さん。
- C : 私は 2 秒かけて考えていて, 1 秒に何 cm 進むかという事を忘れていたから, 等速運動じゃないと思った。
- T : 渡辺さんは。
- C : 私も伊丹さんと同じように, 見間違えというか, あの 6 秒までは, x 秒では 2 つずつ変わって行って, y cm では 2 倍になっていて, 7 秒あたりから変わっているから, 不等速だと思って不等速にしてしまった。
- T : 問題 3 ②, 0 秒では 0 cm, 3 秒ではどれだけ, 何 cm, 24 cm。次は 6 秒では。
- C : 48 cm。
- T : はい 48 cm, 9 秒ではいくら。
- C : 72 cm。
- T : はい 72 cm, 12 秒では。
- C : 94。
- T : はいこういうふうに運動はずーっと続けています。はいはたしてこれは等速運動か, 不等速運動か, はいどっちかに○をつけて, その理由も書いて下さい。
- C : あれ, 何かおかしいな。
- C : 何かおかしい。
- T : はいヒロタン, ほれ考えて理由書きな。はい書けたね。
- C : 先生…………
- T : はいそれじゃ理由書けたね。はいそれでは聞いていきますよ。等速運動だと思う人。

アに○つけた人, 5人。イに○つけた人, 37人。それじゃ理由少しいってもらいましょ。
はいグリコ。

C : 3秒間と9秒間の間は全部8cm進んでいるけど, 12秒の時は8cmも進んでいないから, これは不等速運動だと思う。

T : 3秒でなんぼ進めるって, 3秒のところみたら1秒間に何cm。

C : 8cm。

T : これは。

C : 8cm。

T : これは。

C : 8cm。

T : これは。

C : 7cmちょっと。

T : はい他に同じような事でもいいよ。はい坪さん。

C : y cm を x 秒で割ると, ……8, ところが12秒のところはならない。

堀川 : 1秒で進む距離が8cmで, それを12倍したら94にならない。

T : ああ, そ。1秒あたり8で, 12倍したら, 12秒で8を12倍したら何cmなの。

堀川 : 96。

和田 : y を x でわったら, 3秒, 6秒, 9秒のところは8cmになっても, 12秒のところを $y \div x$ でやっても8cmにならないので不等運動だと思います。

青山 : $12 \div 3$ の4倍なので, 3秒では24cm進むから24に4をかけたら96なのに94になっているから不等速運動だと思います。

T : 3を4倍すると12, 24を4倍すると, 96で, 94少ないから。

都留 : 1秒に8cm, 3~9までかけてもよいが12秒に8をかけても94にはならない。

吉田 : 1秒に進む距離は8cmで, 12×8 をやっても96cmになるので94cmにはならないから不等速運動。

T : はい等速と思った人は, はい理由は。

C : 今気づいたんだけど, 私も青山さんと同じように考えて, 12と94のところだけ調べるのを忘れてしまいました。それで等速運動と思った。

T : ここを考えなかった, ここまでは何ですか。

C : 等速運動。

T : ここからどうなったの。

C : 不等速。

T : 不等速でも速くなったの遅くなったの。

C : 遅くなった。

T : 遅くなっていったんですね。はい他には。等速だと思った人の理由は。だれだったっけ, あと, 小門君は理由。

C : もう消して書き直しました。

T : 最初, 等速に○つけたんでしょ。理由はどういうふうに考えたの。(以下略)

<コメント>

上の授業記録にあるように、 $y=a \times x$ をもとに考える子も $\frac{y}{x}=a$ をもとに考える子も、同時にできます。

いずれも自然な認識でしょう。誤りは、どの子もすぐ気がついたようです。

- ① ㉞ 36人
イ 6人
- ② ア 5人
① 37人

これまでのことをもとにして、等速運動の様々な性質を論理的なつながりの中で明らかにします。比例をどう定義するにしても他の諸性質と、どのように関連させるか、ということが大切だと思うからです。

問題4 等速運動は、いろいろな性質があります。

① 速さがかわらない。 _____
↓

② 同じ時間には _____
↓

③ 時間が2倍になれば _____
時間が $\frac{1}{2}$ 倍になれば _____

④ 速さを a cm/秒、(1秒あたりに進むきょりが a cmである速さ) 時間を x 秒、きょりを y cm とすると、
 $y =$ _____

⑤ 速さがかわらない。問題3の①では、
7秒で24.5 cm 進んだから速さは、 _____

△ _____
△ _____
△ _____
△ x 秒では y cm 進んだから、速さは _____

- 4 -

<授業記録> 4ページ

T : はいそれでは4p.考えていきます。等速運動をまとめてみます。一体等速運動ってどんな性質があるか、等速運動の性質の1番目として、速さがどうですか。

C : 一定。

(問題3の②の表を指示。)

T : 9秒がすんで12秒まではちょっとわからないけど、12秒からどうなったの。

C : 一定でなくなった。

T : 一定でなく、ゆっくりになってきたね、だから等速運動の条件の一つは、速さがかわらないとゆう事が、……

T : にわとりの鳴き声、一定だったって。

C : 等速運動してた。

T : はいそれからもう一つ、速さがかわらないということをもうちょっと具体的に考えると、同じ時間には、どういう事か。線ひいてあるところに自分で言葉を考えて書いて下さい。

T : はいそれじゃどうなりますか。同じ時間には何ですか。同じ時間には何て入りますか。はい広沢君。

C : 同じ距離だけ進む。

T : 同じ時間には同じ距離という言葉が入っていない人いたけども、入らないとだめですよ。

C : はい。

T : 速さと時間と距離との関係ですからね、同じ距離だけ進むことになります。等速運動というのは。

C : 自動車のバックは等速運動でないの？

T : バックかい。自動車でもバックすると速度メーターどんなになるか知っている。

C : 動く。

T : 40kmで走ったら、市内40だから50にするよ。50のスピードずーっと等速運動すれば、50のところずーとメーターはりさしてるしょ。バックすると、どうなると思う。

C : それ1回やった事ある。

T : やった事ある。どうなる。

C : 自動車のメーターとってやったんだ。

T : そしたらどうなった。

C : 動いた。

T : どっちに。

C : スピード。

T : 何キロって、進まないの。先生やってみたの。

C : だって自転車は進んだよ。

T : 自転車じゃなくて、自動車のこといってるの。進まないの。今度お父さんバックした時にスピードメーター見てごらん。動かないはずですよ。はいそういう事わかったね。今ちょっと関係ない話……

T : 時間が2倍になると、どうなるか、はい書いてちょうだい。はいどんな言葉入りますか。

C : 距離も2倍になる。

T : 時間が2倍になると距離も2倍になる。はいそれじゃさっきの例考えるよ。時間が何

倍, 2倍になりました。距離は2倍になりました。だから, これ等速運動だったね。はい次, 時間が $\frac{1}{2}$ になったらどうなるか, はい書いて下さい。時間が $\frac{1}{2}$ 倍になれば, はいどうなりますか。はいヒロタン。

C : 距離も $\frac{1}{2}$ になる。

T : はい距離も $\frac{1}{2}$ 倍になる。倍という言葉が入りますよ。 $\frac{1}{2}$ 倍になる。4が何倍になっていますか。

C : $\frac{1}{2}$ 倍。

T : この……。どんな言葉入ると思いますか。この……

時間が $\frac{1}{2}$ 倍になれば距離も $\frac{1}{2}$ 倍になる, その後……になっているしょ。はいどんな言葉入ると思いますか。

朋民 : 時間が3倍になれば……

T : はいその後いって, 時間が3倍になれば, さいごまでいって。

原井 : 距離も3倍になる。

T : はい他に, もうない。

坪 : 時間が決まれば距離も決まる。

T : 時間が決まれば距離も決まる, あつまとめたね。

T : その3つしか入らないの。2倍になれば, 2倍になる。 $\frac{1}{2}$ になれば $\frac{1}{2}$ になる, 時間が3倍になれば, 距離も3倍になる。はいもうないですか。

坪 : 時間が $\frac{1}{3}$ になれば距離も $\frac{1}{3}$ になる。

T : うんそんな言葉も入るね。それから, もうない。

高田 : 距離が2倍になれば時間も2倍になる。

T : だってそれ書いてあるしょ。時間が2倍になれば距離も2倍になるってね。

板橋 : 時間が $\frac{1}{6}$ 倍になれば, 距離も $\frac{1}{6}$ 倍になる。

T : うんそういう言葉も入るね。だからこの……にはどうなの。何でも入る。誰かいったけど, 沢山の数字が入るね。この2番のことから, もうちょっと4番目, 一般的に考えていきます。はい④問題読んで下さい。

C : 速さを a cm/秒 (1秒あたり進む距離が a cm である速さ) 時間を x 秒, 距離を y cm とすると, $y = \dots\dots$

T : はい $y =$ いくらですか。

湯田 : $a \times x$ 。

T : 単位はこっちについているから, 単位はよけて考えれば, $y = a \times x$ 。昨日やったね。距離は速さに時間をかける。それじゃ5番。2秒で7cm進んだから速さはどうなるか。

C : 3.5 cm/秒。

T : はい式。

- C : $7 \div 2 = 3.5$ だから, 3.5 cm/秒 。
- T : ちょっと一貫してないみたいで悪いけど, $7 \text{ cm} \div 2 \text{ 秒}$ で 3.5 cm/秒 です。じゃ下の△に何を書くかというのと, これを考えたから, 今度ここ考えてもらいます。えーと言葉も書いてもらいます。
- C : どういう意味かわかんない。
- C : 全然わかんない。
- T : この場合は 2 秒 で 7 cm 進んだから速さはって書いてあるしょ。はいそしたら, こっちはみんなできてごらん。
- C : 4 秒 で 14 cm 進んだから速さは。
- T : そうやって書けばいい。はいそして速さを求めて下さい。はい3つともやって下さい。 4 秒 と, 6 秒 と, 7 秒 とあるしょ。
- C : 4 秒 で 14 cm 進んだから速さは 14 cm/秒 。
- C : $14 \text{ cm} \div 4 = 3.5 \text{ cm/秒}$ 。 6 秒 で 21 cm 進んだから, 速さは $21 \text{ cm} \div 6 = 3.5 \text{ cm/秒}$, 7 秒 で 24.5 cm 進んだら速さは $24.5 \text{ cm} \div 7 \text{ 秒} = 3.5 \text{ cm/秒}$ 。
- T : はいまとめて書きます。はいわかるかな。はい今度は一般化しますと, 今まで具体的な数あげたけど, 今度は $x \text{ 秒}$ と $y \text{ cm}$ です。速さを求めるのに $x \text{ 秒}$ で $y \text{ cm}$ 進んだ速さはどうなるか, はい書いて下さい。
- T : はいどうなりますか。
- 信浩 : 間違えちゃった。出来た。
- T : はい出来た人。速さを求める式だよ。
- C : 式だけ。
- T : 答えでもいい。
- 荒川 : $y \text{ cm} \div x \text{ 秒} = \text{速さ}$ 。
- T : はい $y \text{ cm} \div x \text{ 秒} = \text{速さ}$, なるほど。 $y \div x$, はいどうなるか。どうなりますか。
- 信浩 : $a \text{ cm/秒}$ 。
- T : どこに a って書いてありますか。
- C : ④
- T : ④書いているけども, ⑤は④と関係ないんだよ。まるで関係ないわけじゃないけれど, ⑤は問題3の①のことを考えているんだよ。はい a ではない。
- 宮崎 : 3.5 cm/秒 。
- C : 速さじゃないって。
- 堀川 : $yx \text{ cm/秒}$ 。
- T : だったかい。
- C : えー, あ, わかった。
- T : はいヒデミ, はい小川。
- C : y/x 。
- T : y/x でしょ。
- T : $y \text{ cm}/x = 3.5$ でもいいけども y と x の使って表わすと, y/x で表わします。はい終わり。

<コメント>

授業は、とくに面白さはないが、子どものいくつかの脱線発言が印象的です。

なお、高田の「距離が2倍になれば…」の発言の意味を教師は見逃しています。比例関係の対称性は、子どもにとって、決して自明ではないのです。

1 式による比例の弁別

等速運動をもとに、 $y=ax$ で比例を定義します。しかし、このような定義はただ読んでわかるはずはなく、様々な、変量の間関係の中で、まちがえながら、わかっていくものと思われま

す。
問題5の一連の問題を、いくつかの必要な混乱を通りぬけながら定義が定着することをねら

います。
困難は、「ともなって変わる二つの量」の意味を明確にすること、そしてその中で、比例とい

うことの特長性を明確にすること、の二点にあります。

1 比例とは何か (1)

等速運動の時間ときよりのように、ともなって変わる二つの量 x , y が

$$y = a \times x \quad (a \text{ は一定な数})$$

という関係になっているとき、「 y は x に比例する」または、「 y は x に正比例する」といいます。

問題5 次の、ともなって変わる二つの量 x , y のなかで「 y は x に比例する」ものをえらびましょう。また、 x と y の関係式がかけるものはかいてみましょう。

- ① ぼくの年 (x さい), お父さんの年 (y さい)
- ② 密度, 7.9 g/cm^3 の鉄の, 体積 ($x \text{ cm}^3$) と重さ ($y \text{ g}$)
- ③ 定形郵便物の重さ ($x \text{ g}$) とねだん ($y \text{ g}$)
- ④ 日本の人口の中の, 男の数 (x 人) と女の数 (y 人)
- ⑤ 8月28日の, 時刻 (x 時) と, その時の気温 ($y^\circ\text{C}$)

⑥ 一辺 10 cm の長方形の、もう一辺 (x cm) と面積 (y cm²)

⑦ アリの数 (x ひき) と足の数 (y 本)

⑧ 正方形の一辺 (x cm) と面積 (y cm²)

⑨ 正方形の一辺 (x cm) とまわりの長さ (y cm)

⑩ 1 分に 12 l である水道の、時間 (x 分) と、でた水の量 (y l)

⑪ とまっている自動車の、時間 (x 時) と、進む距離 (y km)

⑫ ある等速運動の、時間 (x 秒) と時間 (y 秒)

問題 6 5 cm/秒の等速運動の時間を、 x 秒、きょりを y cm とするとき、「 x は y に比例する」といえますか。

ア いえる

イ いえない

理由

- 6 -

〈授業記録〉 5 ページ, 6 ページ

T : 問題⑤, 一題, 一題, ちょっと考えていきます。次の、ともなって変わる二つの量 x , y の中で、 y は x に比例するものを選びましょう。また、 x と y の関係を表わす式が書けるものは書いてみましょう。1, 2, 3 番までやってもらおうかな。

T : 必ず y と x を考えるんだよ。こっちも 2 倍になればこっちも 2 倍になる。はいちょっと考えてみるよ。①の年が、僕 x , お父さんが y , x と y の関係を式で表わすとどうなりますか。

近藤 : $y \div x = y/x$ 。

青山 : a っていう言葉を使っていい? $y - x = a$ 。

T : はい他に、 $y - x = a$, はい他にもうこの二つしかない。

葉山 : $y = x + a$ 。

T : お父さんが例えば、えーと伊タミさんちいくつ。

C : えーと、43。

T : 43, あんたは。

C : 私は 11。

T : 割って 43/11, はいこれはどういう事でしょうか。 $y \div x$, わかる誰か。お父さんの年を

自分の年で割るとどうなりますか。

C : 小数になる。

T : うん, 分数になる。一定になる?

C : ならない。

T : $y \div x$ は一定になるかどうか。 a というのは一定でないとだめでしょ。お父さんの年を自分の年で割ると毎年同じかい。

C : 違う。

T : たん生日が違うから, そ, 厳密に考えなくてもいいけど, $y \div x$ は, 来年になったら $44 \div 12$, いくら。 $43/11$ と $44/12$ 同じ。

C : 違う。

T : 違うね。そしたら $y \div x$ は a ということはない。ならないね。 $y - x = a$ になるかい。

C : なる。

T : どうして, はい広沢君。

C : たとえば $43 - 32$ で来年の $44 - 32$, 12 になると 32 になって, そして一定だ。

T : はいこれは, いい。 $y = x + a$ 考えるよ。これはどう。いい, はいヒデミ君。

C : y と x を, $a + x = y$ になんかさかさま…………

T : こっちに移したら $-x$ が, $+x$ になるから, そういう事。そしたら $y - x = a$ と $y = x + a$ とどうなるの。

C : 同じ。

T : y は x に比例していますか。していませんか。①比例, その理由も少し考えてみて。

T : はいわかった人。二人だけ。簡単でしょ。

C : 理由がわかんない。

T : 理由もいって簡単でしょ。そんなむずかしくないよ。

淡谷 : たとえば $43 - 11 = 32$, 来年が $44 - 12 = 32$ といつも毎年, お父さんと子供の年の差が一定しているから x 歳と y 歳が比例している。

T : 比例している。はい他になるほどね。こうやってひくしょ $43 - 11 = 32$ 来年もこう, さ来年も 32 , いつも 32 だから比例していると。はい他に, なるほど。

広沢 : x 歳が 1 つ年をとれば y 歳も又一つ年をとっていつまでも関係が続いていくから比例していると思う。

T : もう一回左側見てごらん。左側比例しているってどういう関係でした。どういう式に表わせるかな。左側に書いてある事思い出してごらん。

C : 比例している。

T : 理由は。

C : 理由, y は x に比例してるでしょう。だからここに…………

T : お父さんの年は僕に比例している。はい他に先生ヒント出してるしょ。等速運動の時どんな式になった。

T : 比例の式はどうなったの y は。

C : $a \times x$ 。

T : かけるでしょ。こっちどうなっている。

C : たす。

- T : 同じですか。
- C : 違う。
- T : 違うしょ。比例しているという場合は $y=a \times x$ でしょ。だって y は距離でしょう。距離、速さに時間たしてごらん、そんなこと出来る。
- C : 出来ない。
- T : 速さに時間たして、例えば 12 cm/秒+5 秒、こんな計算出来る。
- C : 出来ない。
- T : 出来ないしょ。必ずここが、かけないとだめなんです。 y は x に比例する場合、ところがここには y は $x+a$, 又は $a+x$ でも同じことですね。ここたしてるしょう。たしている場合は比例するとはいえないんです。ね、だから、比例する場合は、必ず、こういう式で表わされるんです。ただし、この a は一定でないとだめ、昨日ここに書いた a は何でした。 a が 3 番の 3p の問題 3 の①、この a いくらでした。
- C : 3.5。
- T : 3.5 でしょ。これは 4.5 になったり 5 になったり又は 100 になったり 58 になったり変わるこれ。
- C : 変わらない。
- T : 変わらないしょ。等速運動している場合はずっと、この a は 3.5 なんですしょ。そういうふうに一定という事は、そういう意味です。どんな場合でも 3.5 なんです。この運動の場合、そういうふうに、この a が一定の場合には、必ず $y=a \times x$ で表わされなくちゃだめなんです。
- T : だからこれは $y=a+x$ でしょ。だからこれは比例していません。はいわかりましたか。
- C : わかりました。
- T : 中学にいても高校にいてもこんがらかるそうです。だから今のうちにきちっと、覚えてると中学に行ってから助かります。中学行ってからも、こういう比例、どっちかといえば正比例って使いますけどね。今のうちにちょっとむずかしいかもわかんないけど、よく考えるとむずかしくないはずです。じゃ②に行きます。はい②みんなで読んで下さい。
- C : 密度 7.9 g/cm³ の鉄の体積 (x cm³) と重さ (y g)。
- T : もう式を忘れてる人いるね。どやって出すのか。そこに単位があるから、ヒントになると思います。g/cm³ のは何を何でわる単位でした。
- 伊丹 : 重さ÷体積。
- T : そう、重さ÷体積だったしょ。その逆から考えていって x と y の関係がどういう式で表わされているか。はい考えてごらん、ヒント出したよ。密度というのは重さを体積でわるんだったんです。はいだから①のところで $y-x=a$ ってやってるしょ。それから必ず $y=$ の式に直しなさい。 $y=a+x$ とか、 $y=$ という形に直して、 $y=a \times x$ になるかどうかという事を確認して下さい。
- T : $y \div x=7.9$ ってなったしょ。そしたら $y=$ なんぼになる。はい別に今わからなくても、別に困らないよ。一題一題問題やっていくうちにわかるから、はいじゃ②どんな式になりました。はい、これは少しわかってたね。5年生の時やったんだけどね。
- 和田 : $y=7.9 \times x$ 。

- T : 重さは密度に何をかけるの。
- C : 体積。
- T : 体積をかければ出るんですね。 y は $7.9 \times x$, そしたらこれはどうですか。比例しているか、比例していないか。
- C : している。
- T : はいこれは比例しています。この場合 a はいくらなの。
- C : 7.9。
- T : うん 7.9, だからこれは比例しています。はいじゃ3番行きます。問題読んで下さい。
- C : 定形郵便物の重さ (x g) と値段 (y 円)。
- T : はいこれどんな式になりますか。重さが x で値段が y です。郵便物なんか出した事ある人手上げて。
- C : 自分で。
- T : 自分で。
- C : 定形ってどういう事。
- T : 決まった大きさ。例えばね、このくらいの大きさだったらね、郵便局にちゃんと大きさあてる何ですか寸法がこういうふうにあるんです。その大きさこういうふうにあてて、そのところの表みたりするんですけど、重さと値段比例していると思いますか。比例してないと思いますか。どっちだろう。
- C : わかんないよ。
- T : あんまりこういう郵便物出した人、1人もいないんだもんね。
- C : ある。形が大きくなって量が大きくなると、値段もそれだけ……
- T : うん、そんな感じは持ってるしょ。荷物が重くなると値段も高くなる。はいそういう感じですけども、これは比例していないんです。
- C : やっぱり。
- T : どうしてかっていえば、1 kg 以上だったら例えば 200 円だとするよ。1 k 100 でも 200 円でしょ、1.3 でも 200 円でしょ。今度その上のランクから 1.5 k から 250 円、てゆう、例えばこんなような表があるんです。一見比例しているように感じるけども 1 k で 200 円でしょ。1 k から 1.5 k までは 250 円。この図でみれば、だから、1.2 k でも、1.3 k でも、1.1 でも、1.05 でも 250 円なの。だから重さが 2 倍になると、必ずしも値段が 2 倍とかは限らないしょ。はいだからこれは比例していません。あんまり郵便出した事ないからわかんないからいったけど、はいそれでは 4 番考えてごらん。
- T : そうですね。電報もそうですね。電報の字数と値段は比例していないね。それじゃ 4 番考えます。はい問題読んで。
- C : 日本の人口の中の、男の数 (x 人) と女の数 (y 人)。
- T : これどうでしょうか。ごちゃごちゃいわないで手上げて行って。これどうでしょ。人口の男の数と女の数。間違っていないんだよ。さっき淡谷さんと広沢君間違ったしょ。なんもはずかしくない。その事によってものすごく自分でわかるようになるんだよ。
- みえ子 : 比例していない。
- T : 比例していない。どうして。
- C : 男の数がふえたからって女の数もふえるわけではない。

- T : それはいえるよ。女の数は、男の数に2かけてずーっと何十年もそんな事成り立つか。
- C : なんない。
- T : はいだから比例していません。はいそれじゃ5番はどうでしょうか。はい5番わかった。
- 伊藤 : 比例していないと思う。
- T : 比例していないと思う。理由はどうしてだろう。
- C : その年、その年の、その時、その時の気温が違うから。
- T : その時間、その時間で気温が違って来るから比例していない。それじゃ6番、7番、8番、はい自分で考えて比例してる○、比例してなかったら×、 x と y の関係が式で表わせたなら、さっきのこれみたいに比例していなくても $y=a+x$ というような式で表わせたなら書いておいて下さい。
- C : 先生ちょっと教えて下さい。6番ね、一辺が10 cmの長方形のもう一辺ってさどこ。
- T : これかい。こういうふうに長方形があったら、これが10 cmだったらもう一辺が x という事でないかい。
- C : えっ y ……
- C : 先生比例している時もあったっけ。
- T : この問題かい。どっちだか、たてか横。関係ないよ……イタミさんわかんないっていったっけ。ここはいつも10., ここが11になったり、2になったり、3になったりいろいろ変わるの。それによって面積もかわる。そういうふうに考えればいい。
- T : 8番まででいいよ。比例していたら○、比例していなかったら×。
- T : はい6番、どんな式になりますか。
- C : $y=10 \times x$ 。
- T : $y=10 \times x$, はい比例している。比例していない。
- C : してる。
- T : はいしてる。いいね。7番、ありの数と足の数、あんた達いつもありいじめてるしょ。はい宮崎さん。
- C : $y=a \times x$ 。
- T : はい $y=a \times x$, はい他に、はい坪さん。
- C : $y=6 \times x$ 。
- T : $y=6 \times x$, はいどっち。
- C : $6 \times x$ 。
- T : どんなありでも、だからイトケンが先生奇形児のあり考えるの、ていったから奇形児でないんだよって。
- C : わかった、わかった。
- T : どんなありでも6本に決まっているしょ。だから5匹だったら、 6×5 であわせて30本かい。
- C : 30本。
- T : 何って数える足1本、1本って教えるしょ。だから5匹だったら、 6×5 で合計30本っていったの。だからこれは比例している、比例していない。
- C : している。

T : はい比例しています。次考えます。8番。どんな式になりますか。 y と x の関係。8番までわかんない。はいどうなる、すぐ式つくれるでしょ。

C : 作れるよ。

T : 作れるよね。はいどんな式。はい森川君。

C : $y=x \times x$ 。

T : $y=x \times x$ でしょ。面積は一辺 \times 一辺。これは比例している、比例していない。

C : していない。

T : はいしていないしょ。だって a でないんだから一定でないんだから、1になったり、2になったり、3になったり変わるんだからね。これと違うしょ。これは必ずここが10cmって決まってるんだから、一定でない。はいそれでは比例という事をちょっとファーとわかったんでないかと思うけど、問題を少しずつやっていくうちに、ああこうかとはっきりわかると思います。明日この続きをやります。終わり。

<第7時> 6ページ

T : 比例ってどんなような式に表わせるんですか。

荒川 : $y=a \times x$ 。

T : 式で表わしてこういう形になれば、比例しているし、こういう形にならなければ比例していないですね。昨日8番までやりましたね。それでは9番と10番だけやって下さい。11, 12はそのまま。

T : はいだいたい出来てきたな。さいそれじゃ9番、正方形の一辺が x cm, 囲り全部の長さが y cm, x と y の関係の式はどうなりますか。

都留 : $y=x \times a$ 。

T : $y=x \times a$ 。ああなるほど他に。いいところに気づいたよ。はい羽山さん。

C : $y=x \times 4$ 。

T : $y=x \times 4$, まだある。はいヨーク。

C : $y=4 \times x$ 。

T : はいまだありますか。これのおそらくどれか書いたと思いますけれども、どれがいいでしょうか。理由いえる。

広沢 : $y=x \times 4$ というのは、 $a \times x$ の式にあてはまらないから……

T : 比例か比例でないかというのに y は $a \times x$ にあてはめて考えてたから、これでも間違いではないけれども、比例の関係式としては $y=4 \times x$ の方が考えやすいです。はいツル君のこれ $y=x \times a$, すごくいいところに気がつきました。でもこの a が、何になるの。4でしょ。わかった場合はきちっと $y=4 \times x$ です。まわってみて歩いたらだいたい出来ています。これで間違いではないけれども。はい10番。

C : $y=12 \times x$ 。

T : はい $y=12 \times x$ 。はい他に、はいいいですね。

T : 水の出る量は1分間に出る量に何分間をかければいい。 $y=12 \times x$, はい11番12番考えてみるよ。

C : 先生, ある等速運動の時間……

T : うーんわかりづらいしょ。よく考えてごらん。ある等速運動の時間と時間。

C : 時間と時間。

- C : どのような意味これ。
- T : とまっているの。ある等速運動の時間と時間。
- C : 時間と時間っていったって……
- T : はいそれじゃ11番, とまっている自動車の問題。はいどんな式になりますか。はいイ
ガラス。
- C : $y=0 \times x$ 。
- T : はい他に。はいじゃこれ比例してる, 比例していない。はい青山さん。
- C : 比例の式…… a はいつも同じ。
- T : いつも同じ0だから, a が一定だったしよ。それがいつも0だから, ね。 $y=0 \times x$ です
から比例しています。はい12番, はいオババ。
- C : $y=a \times x$ 。
- T : この a 何さ, この a はオババ, 斉藤さん。
- C : 一定の距離に……
- T : だからこの a は何さ, 何とゆう数字入るの, あんた今いったしよ。この a は何です
か。グリコ。違う, いてごらん。間違う, いてごらん。間違ってもともとでしよ。
 $y=a \times x$, この a は小関さんわかった。
- C : 1。
- T : 1でしょう。1 $\times x$ でしょう。だから x 秒と y 秒はどうなの。
- C : 等しい。
- T : そう等しいんでしよ。同じ時間さ。同じ時間の場合は時間は時間に, どうなの, 比例
してる, 比例していない。
- C : 比例している。
- T : 問題6行きます。問題読んで下さい。
- T : この場合運動は5 cm/秒です。時間が x 秒です。そして距離が y cmです。その時どん
な式になりました。
- 原井 : y は5 cm/秒 $\times x$ 。
- T : こうだったしよ。こういうふうに書き表わしたね。そうする場合に, y は x に比例す
るっていえたんです。今度逆です。今まで全部 y は x に比例すると考えてたんです。
今度逆です。今まで全部 y は x に比例すると考えてたんですけども, x は y に比例す
るかどうか, すると, 見えるかどうか。見えるア, 見えなイ, その理由も考えてご
らん。
- T : こういう理由だめ。少し考えなさい。
- C : じゃどういう理由。
- T : どうしても。
- C : 理由がわからん。
- T : 理由がわからん。
- C : うーんこれしかない。わかった出来た。
- T : はいじゃ比例すると思う人, 比例しないと思う人, ちゃんと手をあげて。9人, 42か
ら9ひいたらいくら, まだつけてない人だれ2人。トモタミはやっぱりつけない。2人
だった。少し意見いってもらうよ。はいグリコ。

- C : ぼくはつけない方。イに○つけた理由は上の式は $y=a \times x$ だから、 y は $a \times x$ とすると比例の式が違うから、イに○つけた。
- T : はい他に、 y は $a \times x$ の形にこの場合なったけど、ならないという意味か。はい他に。
- 美馬 : 比例という事は伴って変化する事だから y は x に比例したら x も y に比例すると思いました。
- T : その状態から考えたんだ。比例という事は伴って変わる事で y が x に比例するという事はその逆の x も y に比例するんでないか。
- 広沢 : 伴って変化するなら、問題5の1番の y が $a \times x$ みたいな式とか、僕の年 x 歳お父さん y 歳も伴って変わるから、比例するという事になるから、やっぱり比例の式は $y=a \times x$ だから違うと思う。
- T : はい他に。はいヒデミ君。
- C : ミマさんと同じ。
- T : はいオババ。
- C : x は y に比例するといえますかと書いてあるから、 x は y に比例するという場合もあると思うから、ね、だから x は何々……から別に比例の式は $y=a \times x$ にしなくてもいいと思う。
- T : $y=a \times x$ になったけども、そこらへん苦労してたね。
- C : 先生、アにした。
- T : アにした、今頃だめ。ちょっとむずかしいからちょっと考えてみるよ。みんな苦労してたの。一人も出来てる人いなかった。 $y=5 \times x$ 、 $a \times x$ 出来たの、そしたら x はどうなるの。
- C : $y \div 5$ 。
- T : $y \div 5$ こうやっているね。これは何、比例の……
- C : 式ではない。
- T : 式ではないしょ。そこでみんなが困っているの。あの $y=5 \times x$ で、こういうふうに出てきているけども、 $x=y \div 5$ でやってきて、これどうしたらいいかって困っているの。この他に式出来ないか考えてごらん。 $x=y \div 5$ 他にもうない。
- T : はい二人わかった。ちょっと手をおろして、他にもうないかい。
- C : 式？
- T : 式 $y=5 \times x$ でしょ、したら x は $y \div 5$ 。他にもうないかい。
- 板橋 : $5=y \times x$ 。
- T : $5=y \times x$ 、先生今何っていったっけ、この式から x は……、あんた今 $5=$ っていったしょ、 $x=$ でもう式ないかい $y \div 5$ 以外に、はいわかったオババ。
- C : $x=y \times 1/5$ 。
- T : $y \times 1/5$ いいのかい。
- C : いい。
- T : はいじゃもう一声、 x は何になる。 $1/5 \times y$ でしょ、じゃ式いってごらん。
- C : $1/5 \times y$ 。
- T : したらどうなる。
- C : 比例している。

T : 比例している, 比例していない。

C : してる。

T : どうして。

C : 式出来たから。

T : 式出来たからでしょ。はいだからあなたがたもう一声がんばってほしい人が何人かいたの。 $x=y\div 5$ まで出たんです。もう一声 $\div 5$ を \times の形になんないかなって考えてもらいたかったのね。むずかしいみたいだったけど $\div 5$ は $\times 1/5$ になるしょ。それを反対にすると $1/5\times y$ になるしょ。そしたら $x=1/5\times y$ になるしょ。それで x は y に比例するってなるね。

<コメント>

授業記録をみて、まず、①で、「比例している」という考えが強くだされています。「差が一定しているから比例」とか、「ぼくが一つ年がふえればお父さんもひとつふえるから比例している」などの発言が注目されます。

それに対して $a\times x$ になっていないから、という説明で納得させた、といえますが、ここは、さらに、倍々関係でもたしかめておくことも、あってもよかったのではないのでしょうか。この問題を全体で考えることによって、②～⑦はその応用に位置づけることができます。⑪、⑫及び問題6はやや高度ですので、教師が授業のイメージをつかめない時は、省略した方がよいでしょう。問題の内容、及び配列の改訂すべき点がこの授業記録から明らかになっています。そして、問題に入る前に、問題4を一般化して整理した上で、それを言いながら解いて行くべきだったと思われます。

2 比例の三用法

比例とは何か、式に即したかぎりでもわかったところで、一応比例の三用法にふれます。とくに困難はなかったようですので、授業記録は省略します。

2 比例の三用法

問題7

(1) 密度 21.4 g/cm^3 の白金の体積を $x \text{ cm}^3$ 、重さを $y \text{ g}$ とします。

(ア) x と y の関係式をもとめなさい。

(イ) 次の表を完成させなさい。

$x \text{ cm}^3$	0	0.2	1	2	4	40
$y \text{ g}$						

(2) ある金属 50 cm^3 の重さをはかると 135 g ありました。体積 ($x \text{ cm}^3$) と重さ ($y \text{ g}$) の式をつくってみましょう。

(3) ある等速運動のようすを観察して、次の表がえられました。表を完成させてみましょう。

x 秒	0	1	2		10	11		
y cm			38	95		209	285	

x 秒	0	0.1	0.2	0.3			……	
y cm						7.6	9.5	……

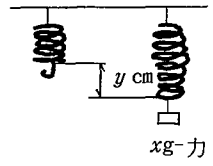
- 7 -

3 式の不明な変量についての比例の弁別

典型的な変量の分析から比例の概念を作る過程と、そのようにしてえられた比例の概念を、未知な対象に適用する過程とを区別する必要があると思います。ここでは、バネと、円の問題、及び太陽とかげの問題の三つをとりあげました。

3 比例とはなにか (2)

問題8 バネに加える力 (x g 力) と、バネの伸び (y cm) とは比例していると思いますか。



ア. 比例している

イ. 比例していない

——— どのような実験をするとわかるでしょう ———

実験してみましょう。

結論 ア 比例している
 イ 比例していない

- 8 -

〈授業記録〉

〈第9時〉 8 ページ

T : 問題8。ここにバネがあります。バネに加える力、バネがビューンとあって、 x g の力

をバネに加えます。右の図だね。そしたらバネはどうなりますか。

- C : 伸びる。
- T : 伸びるよね。バネが y cm 伸びたとします。これで y は x に比例するかどうか。意味わかる。伸びが重さに。
- C : 先生バネが最後まで伸びきっちゃったらどうするの。
- T : 最後伸びきっちゃって、ビューンとちぢまんないの。
- C : こんなふうにビューンとやってるしょ。だんだん伸びていくうちに全部のびきっちゃう。だんだん伸びるのがちぢまっていくしょ。ちぢまるっていうか、こんなふうにバネあったらさ、1回目でこんだけ伸びるとするしょ、これだけ伸びてるからさ、2回目でこんだけ伸びたとしても伸びていくうちにだんだん短かくなってくるんじゃないかと思う。
- T : そしたら、あんたはどういうふうに考えるの。比例していないと考えるんでしょ。じや比例していないって○つければいいしょ。
- C : そうだね。
- T : 今広沢君の質問は、ビューンとバネ伸ばして、元にもどらないしょ。何10kもやって、そういう場合は実験には使えないよ。伸ばして元の状態にもどらないとだめさ。どっちでもいいよ。よく考えて○つけて下さい。
- C : 先生口がうまいね。
- T : バネの伸び y cm は、加える力 x g に比例しているか。バネの伸びは、はいそれではきいてみます。みんなわかんないよ。だってそれでもこう考えて、つけてるんだから、あんまりなやまないで。
- C : わからん、おれ。
- T : はいじゃ比例していると思う人。
- T : 25人(たぐさんいるの声あり)。比例していないと思う人、16人、1人足りないね。だれか休んでいる。わからない人、佐藤さん。わかんなくてもこれどっちかに○つけてよ、どっちにする。イ、比例していない。それじゃ、必ずしも人数多い方に限らないからね。どのような実験をするとわかるでしょ。はいどんな実験したらいいと思いますか。
- C : 実際にやる。
- 伊藤 : バネばかりなどで、おもりを倍ずつふやしていくと数も倍にふえて……
- 広沢 : 同じ高さから同じ高さときき方のバネのついたので、一方のバネにだけおもりをつけて、どんどんつけていった長さを計って、何個つけたら何 cm 伸びたか……
- T : なるほど、はいちょっと前の表に関係したの。はい4pちょっと見てください。イトケン大変いいところに、広沢君も気づいてくれたんですけども、等速運動の場合、時間が2倍になれば、なに、距離も2倍になる。時間が1/2になれば。
- C : 距離も1/2になる。
- T : だから今イトケンが言ったように重りを2倍、3倍にしていく。そして伸びがどうなるか見ていけばいい。
- 広沢 : イトケンやったのはバネ計りにね。重さを2倍にするっていった。今はバネの伸びだから、重りが2倍になっていくっていうのが……

- T : バネ計りではだめだっていうわけ。
- C : イトケンのいったのでは、はかりの重りの重さを計る事になるから……
- T : 意味わかる。
- C : わかる。
- C : わかりません。
- T : はいナッチ。
- C : バネ計りで計ってやると、ある重りをつけると何 k って出るしょ。して又つけるっしょ。同じ重りのものを、したら、伸びるのは違っても、一回の伸びるのが違ったとするしょ。でも2倍のおもりになったわけでしょ。1回目のはだから2倍の重さになっちゃうんじゃないですか。
- T : バネ計りだったら、伸びの長さよりも、重さがわかるからだめだってこと。
- T : バネ計りでやる時に、バネ計りは重さがわかるから、重さでなくバネの伸びを調べないとかだめだ。じゃその伸びは何で計るの。定規物さして計っていけばいいんです。 x は何ですか。
- C : 加える力。
- T : 加える力が x g。 y は何ですか。バネの伸びです。それで、めいめいにこういうのをつくって実験してもらいますけども、4 p みてわかるように時間が2倍になれば、距離も2倍になったね。だから加える力を最初たとえばいくら、10 g だったらスタートはやっぱり、何。
- C : 0。
- T : はい0 g だったらどうなるか。10 g だったらバネの伸びはどうなるか。はいこの次は何。
- C : 10, 15, 20 の方がいいんでないの。
- T : 20 g だったらどうなるか、30 g だったらどうなるか、40 g だったらどうなるか、50 g だったらどうなるか。それで、これは何倍になっているの。
- C : 2倍。
- T : 2倍になっているね。そして伸びが2倍になっていけば。
- C : 比例している。
- T : はい比例しているってなるんだね。これで何倍。
- C : 3倍になってたら、こっちも。
- C : 3倍。
- T : 3倍だったら比例しているし、3倍してなかったら比例していない。こうなるね。
- C : 比例しているのかな。1個目の段階と2個目の段階。
- T : それで、これは大変精巧につくられている、力学実験用バネです。一回も先生使っていないんです。一回やってみたいと思って買って、やっと、念願かなって使えたんですけども。
- C : いくらしたの。使うために何か勉強したの。
- T : これある程度どこまで重さを使ったらいいか決まっていますから。これ最初の太いのね、太いのと、これとがあります。太バネの方は最高100 g までしか乗せられません。それから細バネは50 g まで、それでまず、細い方5グループしか出来ないの、あと

バラすからこれセットでこれがついているんです。これを、こうやってひっかけます。

C : 伸びちゃうんでないの。

T : ちょっと最初伸びてしまうけどしょうがないんです。だから最初これを何するの。

C : 0。

T : そう、そうそうこれを0にします。これのバネの長さですけども、ちょうどここねこうなってこうなってこう回っていますから、だからこういうふうになって、こここのところから下も同じですから、ここを何cm かって計ります。理科用のふんどうを持ってきました。例えば、これみると、これを10gのせるとどうなる。

C : 伸びた。

T : ノビタクンです。だからさっきの長さよりもとまった時に、このまがってあるところから下のまがったところまで何cm あるか計ってもらいます。

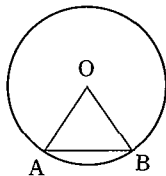
<コメント>

力学的諸量の間に関係に、若干の混乱がみられる。この後、この学級で、仮説実験授業の「バネと力」の指導がなされた。

<第10時 実験>

問題9 半径 a cm の円があります。

①



$\angle AOB = x^\circ$

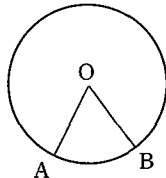
線分 AB の長さを y cm とするとき、
 y は x に比例していますか。

ア 比例している。

イ 比例していない。

理由または式

②



$\angle AOB = x^\circ$

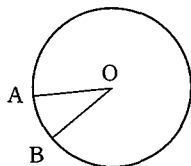
弧の長さ $AB = y$ cm とするとき
 y は x に比例していますか。

ア 比例している。

イ 比例していない。

理由または式

③



$\angle AOB = x^\circ$

おうぎ形 AOB の面積 $= y$ cm^2 とする
とき、 y は x に比例していますか。

ア 比例している。

イ 比例していない。

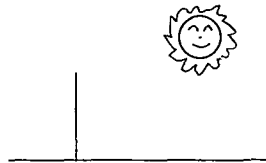
理由または式

問題 10 (太陽とかげの問題)

- ① 地面に、まっすぐに立てたぼうの長さ x cm と、かげの長さ y cm は、比例すると思いますか。

ア 比例するだろう。
イ 比例しないだろう。

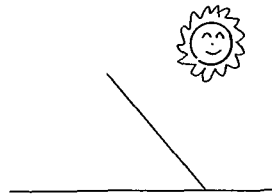
実験のしかたを考えて、実験してみましょう。



- ② こんどは、地面にななめにぼうをたてました。ぼうの長さ x cm とかげの長さ y cm は比例すると思いますか。

ア 比例するだろう。
イ 比例しないだろう。

実験してみよう。



- ③ じょうぎ 2 枚とコンパスを使って、線分を n 等分する方法をみつけてみましょう。

- 10 -

(実際の授業は、9 ページと 10 ページの順を入れかえて行ないました。)

〈授業記録〉

〈第 11, 12 時〉 10 ページ

T : それじゃ次の実験 10 p, 9 p はちょっとおいておきます。問題 10 考えます。

C : 先生その 1 日だけ?

T : 他に質問ある。季節が違うと違うんでないか。はいイトケン同じ質問。ア、イ、ウ。そしたらそういう人ウにつくっていいです。季節によって比例したり、しなかったりするだろう。しかしそれは考えなかった。夏比例して、冬比例しない、そういう意味でしょ。

C : わかんなくなった。

C : 比例の仕方。

T : 比例するだろうって○つけた人、3 名、イに○。比例しないだろう 32 人。ナッチが考えた季節によって比例したりしなかったりするんだらう。はい 6 人。はいじゃ実験したいと思います。どうしたらいいですか。もちろん外いって。実際にどうやったらいいですか。棒立てるだけでいいの。

朋民：何本かの長さの違う棒を立てて、それぞれの棒の影の長さを測る。

C：棒を日なたに立てる。

秀実：棒を立てて、同じ時間を区切って、棒の長さを同じ時間に倍にふえるかどうか。

T：いいと気づいた。でももうちょっとちゃんと考えてみて。時間で区切ってその時に影の長さを測って倍になっているかどうかみるっていうの。何か気づいた事ない。いいところに気づいたんだけど。ヒデミのもう一度いってみるよ。時間によって区切って、それによって影の長さを測って倍になるかどうか測る。それでいいですか。おかしくない？

C：今ヒデミ君のいったのは時間の影の長さだけでも棒の長さと同じ長さ……

T：そうでしょう。時間によって1分たちました影の長さ、2分たちました、はい影の長さ何cmになりました。それは理科の勉強でしょ。ここでは棒の長さと同じ長さだからどうなの。

C：関係ない。

T：棒の長さがどういうふうに決めていかないとならないの。棒の長さを決めてゆく時、どういうふうに決めたらいいの。何がxですか。棒の長さx cm、yは影の長さです。こうやって考えていく時に棒の長さですけども、どういうふうに目もり考えていったらいいですか。どのくらいから始めます。最初は何にする。0、10、30、40、50、60、70、80、90、100までやる。それで棒1本しかないからどうします。切るの。ノコギリで。頭使って、切らないでどうにかやる方法ない。何、埋める。90 cmも埋めるの。何かいい方法ない。

朋民：10 cm の目もりの、すぐ横に竹ひごを横にしてつけて、影にもその竹ひごの影が写るから、そして長さが測れると思う。

T：その横に竹ヒゴを立てる。10 cm なら 10 cm。先生持ってきてないんだよね。ヒモ、これしかないの。どうする。何かいい方法ない。

C：先生そういうふうにするんなら指でかくしたら……

T：簡単だね。今誰かいったみたいに、ガリやってたね。物さしをこういうふうに立てて、10 cm なら 10 cm のところに、こういうふうにえんぴつでこういうふうに立てる。そして、こっちの出来る影を何 cm か測る。それから 20 cm なら 20 cm にえんぴつで印をつけて影の長さ。

C：印？

T：印でなくても、こういうふうに横に置いておくんでしょ。そして影の長さを測る。それでうまくいきますか。うまくいきそうですね。

T：②考えます。比例すると思う人、ななめに棒立てて5人。比例しないだろうと思う人36人。それじゃこれもさっきと同じようにななめに立てたら、10ずつ、えんぴつか何かで印つけて、影の長さ、こっち側を測ってもらいます。

(外に出て測定する)

T：10 p のところ、地面に直すぐ立てた棒と影が比例するか実際に測ってもらいました。じゃ発表してもらいます。①のまっすぐの方、はい言って、大きい声で。

C：0、9 cm、17、25、33、45、52、63、73、68、82。

T：2班

C : 0, 7.5, 15, 23, 29.5, 35.5, 47.5, 56, 60, 67.5, 79.
T : 3 班

C : 0, 7.5, 15, 23, 30, 37.5, 46, 53, 65, 73, 82.5。
T : 4 班

C : 0, 9, 16.5, 25.5, 35.5, 42.5, 52, 61.5, 64.5, 75, 77。
T : 5 班

C : 0, 8, 16, 25, 34, 43.5, 48.3, 56.5, 62, 74, 79。
T : 6 班

C : 0, 7.5, 15, 25, 33, 42, 50, 58, 67, 80, 91。
T : 7 班

C : 0, 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90。
C : うあーすごい。ごまかしたんだよ。面倒臭いから。
C : そうだって。
T : 7 班と全く同じ。はいゆって。
C : 0, 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90。
T : あと変えるところない。自分のグループで。
C : ないね。
T : 何だって, 伸ちゃん。
C : 初め, 10 と 20 と 30……あとそれでどんどんやっていったらね 10 の倍数だって合う
ために, 何かあんまり合わなかったそれで………

C : すごい。
T : 8 班は。
C : ちゃんとやった。
T : ちゃんとなった。
T : みんな一生けんめい測ってたよね。
(1 班のデータをみて)

T : そしたらどうですか。比例しているか, 比例していないか。
C : 約比例している。
T : 約比例, それからどうすればいい。
C : 六角形, 八角形。(注—「マルに近い」の意)
T : ×ではないしょ。
C : △……□……半丸, 扇形。
T : 扇形だって角度によって違うしょ。こんな扇形だってあるんだもの。
(3 班までのデータを調べる)

T : もう面どうだから 3 班まで調べたから, 自分達のグループちょっと相談して, 比例し
ているか, 比例していないか検討してちょうだい。
C : 先生終わったよ。
T : 終わったのは, いいよ。はい, 4, 5, 6, 7, 8 比例しているか, していないか検討してみ
て。
(各班で検討)

T : どうですか。こういう結果が出ました。その結果、6班だけちょっと測り方が悪いけどあと全部どうですか。比例していると考える。アとイどっち合ってるの。

C : ア。

T : はいアが合っていました。

T : はいそれじゃ次いってもらいます。1班の人。

C : 0, 13, 26, 39, 50, 75, 87, 88, 97, 112, 126 で終り。

T : 2班

C : 0, 12, 22, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92, 102

C : そんなアホな。何よあれは。

T : 次3班

C : 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120

T : はい4班

C : 0, 11.5, 24.5, 36.5, 49, 60.5, 73, 85.6, 97, 110, 121.5

T : 5班

C : 0, 12.5, 24, 34.5, 47.5, 59.5, 72, 90, 98, 112, 124.5

T : 6班

C : 0, 11, 23, 33, 46, 60, 73, 86, 97, 111, 124

T : 7班

C : 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100

C : ウソだ。

T : 角度によってももちろん違うけれども、政雄のいっている事はきれいだったっていう事でしょ。

C : そう、あまりにもきれいなんだ。

T : はい8班

C : 7班と同じ。

T : はいいってごらん。まねでないもの。先生みにいったもの。

C : 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100

C : ウソだ。

T : はい政雄、どれがウソだって。

C : ちょっきしでさ。7, 8班が同じというのはさ。

T : さっきも同じ。はいグリコ、それに対して。

C : だからさ、あんまり……

T : ………

C : あやしいぜ

T : はい8班言い分ない。はい小門君。

T : まねした、まねしないでなく。

C : きれいすぎる。きれいすぎて、さっきも同じだし今も同じなもの。きれいすぎる。

T : きれいすぎる。どうしたらいいの。

C : ×にしなさい。

T : ちゃんと測った。先生もみたよ。トモちゃんがおこられおこられながら、ちゃんと持つ

てたよ。いいんじゃないですか。信用して。

C : しない, 絶対しない。おれは絶対にしない。

T : 原井君の班もきれいだって, 12の倍数になっている。何かあっちの方で応酬してきたよ。2倍, 3倍, 4倍, 5倍, 6倍……原井君はさっきも7, 8班同じで今度も同じだからっていつてるの。それを信じよう。原井君の班も先生信じるから。だっていいかげんにやってると思わないも, みんなちゃんと測ってたよ。

(各班のデータを検討)

T : はい意外だったしょ。

C : 意外だ。

T : これ, 3人と5人しか合っていない。実験しなきゃわかんない事。実験したらわかったしょ。はい大変興味のある事でおもしろいけども, 実験としては大変いい結果になったと思います。それでですね, どうして比例しているかという事の考えが3番に出ているんです。定規2枚とコンパスを使って線分を n 等分する方法をみつけてみましょう。ということで, これを書けると, なぜ太陽光線が比例しているかという事がわかるんです。

T : はいこれを7等分, 適当な長さを7等分してほしいんです。はいプリントのうら。定規2枚, コンパスが使いたい人は使いたい人。本当は n 等分だから, 2等分だろうが4, 5, 6, 7, なんぼでもいいけど, わかりやすいために, 7等分にします。

C : これくらいでいいかな。

C : 何するって, この2枚使って。

C : 正確に?

T : 正確に7等分する。適当な長さこうやって線ひくしょ。ななめでも, まっすぐでも, ねてても何でもいいです。これをきちっと7等分する。

C : 定規あれば, 絶対出来るしょ。

T : 定規は2枚使うと思うよ。三角定規1枚。

C : 三角定規ならなおさらないわ。

T : もともと7cm計ってそれを1cmずつ, 区切るのはだめですよ。

C : ぼく14cmだよ。

T : だめ, そんなもの。

C : いいしょ。

T : 三角定規2枚持っていないと出来ないよ。コンパスでもいいけど。三角定規2枚とコンパスか, まあどちらかあれば出来ると思う。

C : 14.7cm……

T : だめだってそんなの。14.7cmにして, 2cm 1mm。そんなのだめ。それで7等分やったらってかい。それを考えてもらうの。

C : 適当に7等分。

T : 本当に7等分。

C : コンパス使って。

T : コンパス使っても出来るし, 三角定規2枚使っても出来る。条件は, これの長さを計って7で割るのはぐのこっちょだよ。だからこの線はいじんないんだよ。

- C : 先生意味わかった。
T : ポチポチわかってきた人がいるな。
C : 定規でなく物さしで計ればいべや。
C : そうだ物さし。
C : 出来ないよ。先生。
T : 出来るんだって、もう出来ている人いるよ。
T : はい第2ヒント出すよ。これは物さしで計らなくても、もう一本棒をひいて、もう一本直線ひいて、それをどうにかする分にはさしつかえない。はい第2ヒント終わり。やった事ないかな。
C : あるわけない。
T : はい第2ヒント出したしょ。もう一本直線ひかないとつくれませんという事。同じ長さとは限らないよ。同じ長さひいたって困るよ。
C : 先生第3ヒント。
C : 線ひいてどういうふうになるか全然わかんない。
C : その方が答えわかるからいいんだよ。
C : だめだべや。ねえどのくらいまで。
T : もっと苦しませたいんだけどね。
C : 苦しませて。
C : あっわかった, わかった!
T : 別に直線ひいてこれを7等分, これはわかるしょ。
C : わかる。
T : ヒデミ出来たみたいだな。
C : 出来た。じゃこれでいいの。
T : はい堀川君, ここでちょっと説明してごらん。先生もこの長さを7等分してあるの。
C : あっそしたら出来る。
C : それでいいの先生したら。
T : そう。
T : わかんない
C : わかる, わかる。
T : 簡単だよな。
T : コンパスでつくるのどうやってつくるのかな。
C : やれば出来る。
T : はい実際にやればいいの。はい誰か言いたいなら, 言っていいよ。3人でするの, はい連合軍。
C : 全部同じなもの。
T : 同じ。相談してやったの。はいやって。はいみてね。
T : はい後の人エンピツ置きなさい。たぶんあってるはずだと思う。わかんないけど。
C : 何かあやしいね。
T : はいちょっとみて, はいこっちに線ひいて三角形つくれたの。今苦労してるの。これに何ひきたいの。

- C : 線。
 T : どんな線さ。
 C : 直線, 平行, 上の線に。
 T : はいトモタミ。
 C : 平行な線。
 T : 三角形つくって, これに平行な直線をひこうとしてるんです。はいやってみてごらん。
 (7等分の作業の後, n 等分問題と棒と影の問題の関連を説明)

広沢 : 先生比例の時です。この問題では y が影の長さで, 棒の長さが x だから, 比例の時には $y=a \times x$ だから a というのは一定。

- T : あっいいいところに気づいたね。先生もそこまで気づけなかった。これ比例してるんだから, $y=a \times x$ の形になるはずだ。 x って棒でしょ。どうやったら出る。一定のこの a はこの場合何だかってっていつてるの。それじゃ美しいとこちょっと例にとってみるよ。こっちの美しいの。こっちで計算してみるよ。暗算でも出来ると思う。 y ったら何。

- C : 影。
 T : 影でしょ。そしたら, どこでもいいです。表のところ, 30の時いくら, 36でしょ。 y がいくら, 36は $a \times 30$ 。 a はいくら。1.2こうなる。1cmあたりの影の長さが1.2っていう事です。

- C : そうか。
 T : それが a なんです。あーグリコもそうかっていつている。
 C : なるほど。
 T : どんな場合でもこの数は一定でしょ。比例の場合に限り。だからこの場合1.2ずっと決まっているんです。だから比例の式 $y=a \times x$ の式になって一定の数の事を比例定数ともいうんですけども, はいおもしろいね。それで今日は10pまで終わりました。

- C : 9pは。
 T : 9pは明日か, あさって。なんだか午前中算数ばかりやってたね。太陽を追って。はいそれじゃ終わります。

<コメント>

ここで注目されるのは, 問題10の予想が次のように出たことです。

- ① ㉞ 比例するだろう 3人
 イ 比例しないだろう 32人
 (ウ 季節によってちがう 6人)
 ② ㉞ 比例するだろう 5人
 イ 比例しないだろう 36人

このように, 多くの子どもが比例しないと考えています。だから, こういう問題をだしたことはきわめて適切だったといえます。

また, 教科書に, ぼうとかげの問題がでていますがこのように多くの子どもが比例しないと考えているとすれば, とんでもない誤りだと思えます。わけもわからず計算するのが算数だ, ということを教えているのと同じなのです。

<授業記録>

<第13時> 9ページ 問題9

青山 : こういうふうになってこういうふうになったら, これを AB とこうなった時に AB はこうなるね。例えばこういうに 2 倍にとった場合, 次の AB は先生これなんですか。
(注一弦の和か, 新しい弦かを聞いている)

C : 違う。

T : はいひでみ君, どれだと思えますか。

C : 言葉でわかる。中心の丸書いてあるしょ, 中心の方に伸ばすしょ。一番そっち, そこから A まで。

T : はいどっちだと思えますか。

C : ひでみ。

T : 2 個でなくこっちの方です。はい大ヒントになったよ。はい考えてごらん。今青山さんの質問がヒントになります。はいそれじゃききます。ア, 比例している, 31 人, イ, 比例していない 11 人。

T : 理由または式, どちらでもいいです。比例するとゆう方でもいいし, 比例しないという方の意見でもいいです。はい意見いって下さい。

秀実 : $\angle x$ が 2 倍になると線分 AB も 2 倍になって, 伸びた AB の 2 倍と同じになる。A と C……

T : $\angle x$ を 2 倍にしたら, さっき青山さんが質問したように, AB と BC でなく赤線になる。赤線は AB のちょうど 2 倍になるから。

青山 : x を 2 倍にしたら ABC と x を結ぶと四角形になるから, A が C につながると三角形になるから, 赤い線から下の三角形が少し余るからその分だけへるから比例しないと思う。

T : 面積で考えたの。

青山 : 面積じゃないけど, ABC をまっすぐに伸ばしたら, A から C の間より長くなると思うから比例していないと思う。

T : 他に, アでもイでもいいよ。

T : はいそれでは, アかイかどちら。理由は今青山さんがちゃんと説明してくれました。だから先生いいヒント出したねと言うのはその意味です。考えてごらん。A, B と BC の長さで赤線の AC と同じ長さになるかい。

C : ならない。

T : どっちの方が短い。

C : AC, 赤線。

T : 赤線の方が短いしょ。角度が 2 倍になっても, これは 2 倍にはならないしょ。2 倍にはなりません。①の正解は比例していないです。

T : 問題 9②, ア比例している, 全員, イ比例していない, 0 人。

T : 問題 9③, ア比例している, 全員, イ比例していない, 0 人。

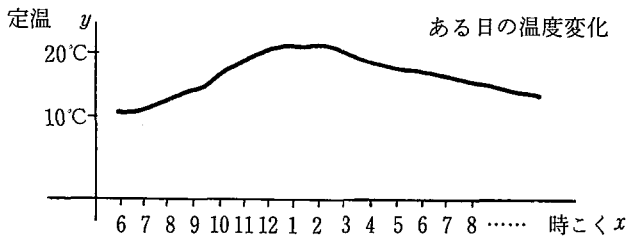
<コメント>

前時のタレスの定理もそうですが, ここでは距離の公理などが, 何らかの意外性をもった形で扱われたり, 用いられたりしています。これは, 初等数学教育における「よい問題」のひとつの条件かもしれません。

4 比例のグラフ

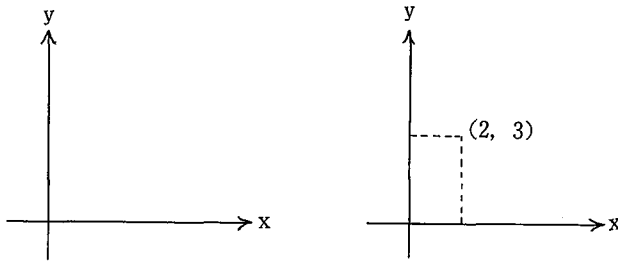
4 比例のグラフ

ともなって変わる二つの量は、グラフに書くとわかりやすいことがあります。



変化をグラフにあらわす方法を考えましょう。

① 方眼紙の横に x 軸，たてに y 軸をとります。



② たとえば $x=2$ のとき $y=3$ であることは上のようにあらわします。

③ ある等速運動のようすをしらべたら (x 秒, y cm)

$$x=1 \text{ のとき } y=1.5$$

$$x=2 \text{ のとき } y=3.0$$

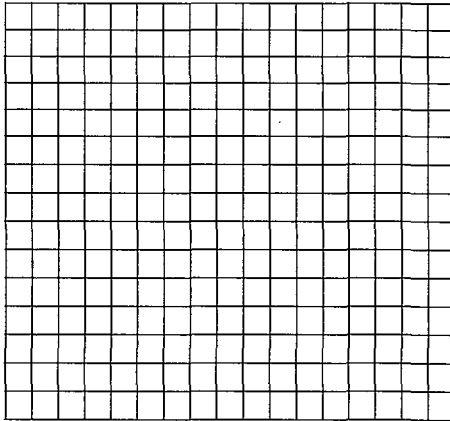
$$x=3 \text{ のとき } y=4.5$$

$$x=4 \text{ のとき } y=6.0 \text{ でした。}$$

このことを，グラフにあらわしてみましよう。

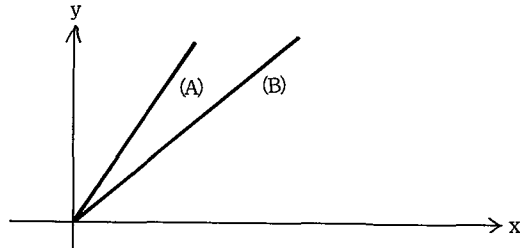
④ この運動のようす全体をグラフにあらわしてみましよう。

問題 11 $y = \frac{1}{2} \times x$, $y = 3 \times x$ のグラフを書きましょう。



比例のグラフは、(0, 0)を通る直線になります。

問題 12 下には、㊶速さ 1.5 m/秒のグラフと、㊵速さ 2.5 m/秒のグラフが書かれていますが、ひと目で区別できますか。



- 12 -

〈授業記録〉

〈第 14 時〉 11, 12 ページ

- T : 次 11 p. 比例のグラフを考えていきます。ともなって変わる二つの量はグラフに書く
とわかりやすいことがあります。ある日の温度変化です。例えば 6 時は何度ですか。
- C : 6 時は 11 度ぐらい。
- T : 7 時は。
- C : 12 度ぐらい。
- T : 8 時は。
- C : 13 度。

- T : 9時。
- C : 14度ぐらい。
- T : はい一番高いのは何時ですか。1時か、12時か、12時半か。はいそうですね。そして次は方眼黒板を使って考えます。方眼紙の横の方に x 軸、横を x 軸といいます。
- C : 横って。
- T : 横軸を。今まで横軸とかって行ってたけど、比例のグラフの時、これから、中学、高校では……横軸を x 軸にとります。
- T : x が1の時 y 1.5。ここではどこですか。誰かここにプロットして下さい。1の時1.5。はい誰かチョークで印して下さい。昨日少し勉強したね。 x が1の時 y 1.5。はいどこ場所ですか。全員手があがってもいいしょ。はい高田君。だいたいでもいいよ。はいどうですか。
- C : いいです。
- T : 次誰か $x=2$ の時 $y=3.0$ 。はい羽山さん。はいいいですか。はい次 $x=3$ の時 $y=4.5$ 。どの場所ですか。次4の時6。はい和田さん。いいですか。
- C : いいです。
- T : これだけだったらあれだから、 $x=5$ の時 y いくらですか。
- C : 7.5。
- T : x が6の時は。
- C : 9。
- T : x が7だったら。
- C : 10.5。
- T : x が8だったら。
- C : 12。
- T : はいここまで考えていきます。
- T : 4までやったんだね。はい5、誰かブッチ。6、はいアラシ。 x が7、はい美馬さん。 x が8、はいツンツン。はいそれだけ。
- T : これで大事なところ一つおちてるね。はいどこでしょ。気いついた人。スピードがおちてるのではないです。等速運動ですから。
- 斉藤 : 0.0のところ。
- T : x が0の時、 y は0、場所はどこかといえば、昨日やったようにここですね。これでこれからグラフをつくりたいんですけど、どうしたらいいですか。
- 青山 : $x=1$ 、 y は1.5の時線をひいていくと x が2で y が3.0の線をずーっと……
- T : これとこれをどうするって。
- 青山 : x が0から y が0のところからつないでいく。
- T : こうやってつないでいっていいの。さっきプロットしたところ、赤で書いたけども、こうやって線でむすんだ。これで折れ線グラフになった。先生質問するよ。どうしてこれとこれ、結ぶの。はい考えてごらん。大変大事な事です。
- C : どうして結べるか？
- T : うんどうして結べるか。
- C : どうして結べるかか。

T : 5年生の速さからずーっと今まで比例やってきて、ここがわかると、本当にわかったなあっていう事になるんです。

板橋 : 比例しているから。

T : はい他にちょっと簡単すぎるね。もう少し付け足してもらうかな。

秀実 : 等速運動だから。

T : はい比例しているから。等速運動だから、もうちょっと。

伊藤 : y と x は比例している。

広沢 : 黄色い線でグラフをつくったのは等速運動だから、白い線でいくと途中、スピードが落ちたり急に上がったたりしていて不等速運動だから。

T : 等速運動にならないから、なるほど、他に。

青山 : 点と点の間の等速運動の場合は x が 1.1 秒とか 1.2 秒とか 1.5 秒とか、1 秒とか 2 秒とかこきざみにしないでもっとこまかく出来るから。……だからななめにすると、広沢君が言ったように不等速運動だと思う。

T : 大変いいところに気づいてくれた。等速運動してるからとか、比例しているからっていうのはどういう事かっていう事でしょ。そしたら今青山さんが言ったね。1 と 1.2 の間をもっとどういうふうに出来るの。こまかく出来るでしょ。例えば 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, ずーっとこまかくわけれるでしょ。1.00, 1.01, 1.02, 1.03 ってもっともっとこの間に沢山わけれるでしょ。

T : そしたら、ただ等速運動だから比例だからではなく、それがどんな意味を持っているかというところ例えば 1.1 だったらいくらですか。 y いくらですか。 x が 1 の時 y は 1.5 だよ。 x が 1.1 だったら y いくら。

C : あっ y か。

T : y は 1.65 でしょ。 x が 1 の時 y が 1.5 でしょ。 x が 1.1 だったら y は 1.65。 x が 1.2 だったら y は 1.8。 x が 1.3 だったら y が 1.95。 x が 1.4 は、 y は 2.05。 x が 1.5 だったら y は 2.2。こうやってずーっといくよ。 x が 1 だったらいいね。1.1 だったら 1.65。2 だったら 1.8。次は。

C : 1.4 のところ、2.1 だよ。

T : どっかまちがった。1.4 のところ、2.1、1 ところは 1.5 の時は 2.25。ずーっと点をうってみると、はい見えますか。3 までいくよ。1, 2, 3 はい 3 の時いくら。1.95。4 は 2.1, 5 は 2.25。はい次は 2.0, 2.4 はいこの辺。はい次は 2.55, はい次は 2.7, はい次は 2.85, はい次は 2.3。先生大きく書いていったけど、もっともっと等速運動をこきざみにしていくとこれがどうなるの。点がいっぱいになると、これが直線になる。意味わかりましたか。だからただ比例だとか等速運動だからではなく、その意味を少し考えてもらいました。

T : 12 ページ、問題 11。 $y=3 \times x$ のグラフも同じ方眼の中に書けますから、二色使えばいい。はいもう出来た人いますね。出来た人は y は何ですか。 $3 \times x$ のグラフも書いて下さい。同じ方眼に書けます。重なるわけないんだから。はいグラフ書けた人。どうですか。比例のグラフむずかしい。簡単だ。

C : 簡単だ。

T : わかれれば簡単でしょ。はいこの次、これも簡単ですけども大事なんです。比例のグラ

フは0, 0を通る直線になります。必ず。だから0秒の時には, 0 cm ですから必ず0, 0を通ります。それじゃ問題12。下には㊸速度1.5 m/秒のグラフと㊹速度2.5 m/秒のグラフが書かれています。ひと目で区別できますか。(A)がイなのかロなのか(B)がイなのかロなのか, そのそばに書いて下さい。はいそれじゃAがなんですか。Aがロ, Bがイ, どうしてだろう。簡単に説明できる。

広沢 : イの速さはおそいから傾斜もゆるやかに, ロの速さは速いから傾斜が急になる。

T : はいかたむきが速いと, 急になるの, ねるの。

C : 急になる。

T : ゆっくりだと, ねる。かたむきがゆるやかになります。大変むずかしいけれども, 意味がわかったと思います。比例のグラフおわります。

<コメント>

直線で結ぶことの意味が子どもによって見事に説明されています。

5 比と比例

比と比例の前後関係は, まだよくわかりません。ここでは, 授業書の作成がまにあわなかったため, 比を先に教えていました。そこで, 比と比例の関係を明らかにしておこう, というのがこの節のねらいです。関数としての比例と関数以前の比では, やはり比例が中心になるといいますが, 比も, たとえば, 相似変換で保存される幾何学的量と考えれば, けっこう重要な位置を与えることもできます。

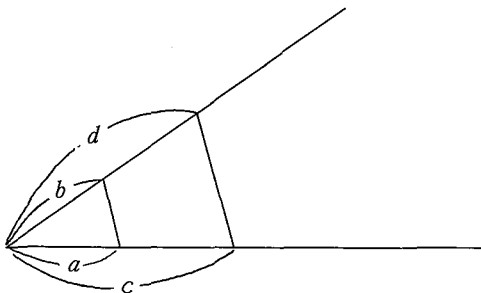
これらの関連を明らかにするのは今後の課題としておきます。

5 比と比例

問題13 x と y が比例していて, $x=a$ のとき $y=b$

x a c	$x=c$ のとき
y b d	$y=d$ とします

このとき, 等しい比をみつけてみましょう。



等速運動では、比の値 $\frac{b}{a}$ は _____ をあらわす。	→速さ
比例する二量で、比の値 $\frac{b}{a}$ は _____ をあらわす。	→比例定数
等速運動で、比の値 $\frac{c}{a}$ は _____ をあらわす。	→時間が何倍になったか
比例する二量で、比の値 $\frac{c}{a}$ は _____ をあらわす。	→一方の量が何倍になったか

- 13 -

〈授業記録〉

〈第15時〉 13, 14 ページ

T : だんだん終わりに近づいてきました。1学期の終わりにやった比と比例の関係をちょっと勉強します。それで問題13。xとyが比例している時にどうかという事を考えます。ちょっと等速運動を具体的な数で考えます。p11のところ考えてみます。これが秒でこれがcm。0の時はyは0。1の時は1.5。xが1の時いくらですか。

C : 1.5

T : 2の時は

C : 3

T : 3の時は

C : 4.5

T : 4の時は

C : 6

T : 5の時は

C : 7.5

T : 6の時は

C : 9

T : その問題13。任意に、勝手にaとb考えます。ここを2秒のところをa, 3cmのところをb, ここをc, ここをbと考えます。xがaの時にyはbです。xがcの時yがdです。ここからこういう等速運動の時に等しい比を見つけてもらいたいと思います。どこ対どこは、どこ対どれ。はいどうなりますか。具体的な数字を使っていいです。

近藤 : 2:3=6:9

T : はいなりますか。

C : なる。

T : 何倍なったの。

C : 3倍。

T : どういう比を作ったかといえば、2:3=6:9

T : a, bって使ったら、2がなんですか。

C : a。

T : a対3がb。a:b=c:d, はいこういうふうになります。この他にないですか。他に

もう出来ない。

小関 : $6:9=2:3$

T : これをどうしたの。ひっくりかえした。うん、他にない。

美恵子 : $3:2=9:6$

T : どうしたの。それを逆にした。はいそれも成り立つね。はい他の考え方、まだあるよ。
はい青山さん。

C : 速さと距離とまぜていいんでしょ。○かっこの中だから。

T : うんいってごらん。

C : $2:6=3:9$

T : はい等しいですか。比、あってる！ あってるしょ。だからこの表から比をつくると、
1つは、 $2:3=6:9$ で等しいし、もう一つは、 $2:6=3:9$ 。三角形で考えていくと、
これが a でこれが b 、この長さが c で、はい d だった時に、それでこっちの図みて下
さい。こういうのみたら、2通りの比のつくり方があるわけですね。だから $a:b=c:d$
になる。こういう比のつくり方と $a:c=b:d$ こういう比のつくり方と2通りの比
のつくり方が出来ます。

T : 次比の値です。ここで $3/2$ は何を表わすのか、比の値 b/a は等速運動では何を表わす
か。あの問題で2秒で3cm進む、その時の比の値は $3/2$ です。比で考えれば $3/2$ とい
うのは何を表わすか。

斉藤 : 速さ。

堀川 : 1秒間に進む距離。

T : はいそういう表わし方でもいいね。比の値 $3/2$ というのは速さまたは、1秒間にどれだ
け進むかを表わします。 $a:b$ の比で考えたら b/a というのはそういう量を表わしま
す。次は比例する二つの量で比の値 b/a というのは1秒あたり進む距離が等速運動な
ら、他の一般的比では1あたりの量を表わします。①の事を考えました。今度①の比
の値考えてゆきます。

T : c/a 、 a は何ですか。2、 c が6、これは何を表わすか。言葉で書いて下さい。 $3/2$ とゆ
う比の値は何を表わすか。みんな、なんかむずかしい顔してるね。ちょうど何が3倍。

C : 時間が3倍。

T : この比の値 c/a というのは、はい一般に比例する二つの量で比の値 c/a は、 a とい
うのは何、 c が a の何倍になっているのかを表わします。

6 比例の世界の限界

数学の理論を現実に適用するには、条件の吟味が必要であることを知らせるのが、この節の
ねらいです。問題15など、少しおかしい感じがしますが、そのおかしさの正体は、無意識のう
ちに、ある条件下でのみ比例を考える習慣がある、といえるかも知れません。

6 比例の世界の限界

問題 14 あるバネにおもりをつるすと、10 g で 4.5 cm 伸びました。バネに加える力 x g 力と、のび y cm の関係式をもとめてみましょう。また、 $x=500000000$ のときの y の値はいくらですか。

問題 15 へんな問題集（自分でもつくって、といてみよう）

① カタツムリは、だいたい 0.04 m/分 で進みます。赤道のまわりを 4000,0000 m とすると一周するのに何分かかりますか。

② スダ先生は、1 時間のあいだに 5 回もあくびをしました。あと 60 年生きるとして、あと何回あくびをするでしょう。

— 14 —

〈授業記録〉 第 16 時

(問題 14, 立式させた後)

- T : はい次、 x が何ですか。それ、5 億 g。その時の y の値はどんなになるか。5 億 g ってどのくらい。
- C : 50 k.....5 k。
- T : 50 万。
- C : 5 万 k.....50 t だよ。
- T : 500 t でない。バネに 500 t の力を加えたら何 cm 伸びるか。はい荒川君式言って下さい。はい式。
- C : 5 億 \div 0.45
- T : 他の人どんな式つくったの。はい宮崎さん。
- C : 0.45 \times 5 億
- T : そうでしょ。 x のところに何入れるの。
- C : 5 億
- T : 0.45 \times 5 億。そしたら答えいくらになりますか。はいグリコいくら。この計算出来ないの。

— 69 —

- C : 変だ。おれ変だわやっぱり。
- T : なして変なの。
- 湯田 : 2億2千5百万。
- T : あってますか。
- C : いいです。
- T : 2億2千5百, 単位は何。
- C : cm。
- T : これは何 m の km。2千2百。
- C : 50 km。
- C : けど先生。
- T : けど何だって, はい広沢。
- C : こんだけの重さに耐えられるバネがあるのかどうか。
- T : はいそれでこうゆう比例の世界の限界っていう問題を考えてみる。だいたい500 tに耐えうるようなバネがあるのかいって言ってるしょ。
- C : だいたい。
- T : はいそれで比例の問題考える時に比例のグラフが例えばこういうグラフになったとします。ずーっと……考えるけども, 比例の問題考える時は, はいここを何とといったかという, ここ0, 0原点ともいいます。原点に近いこの辺までは比例を考えれるけども, ずっと, ずっと遠くのもっともっと大きな数では限界があるっていう事の問題なんです。それじゃ次の問題。
- C : 等速運動これ, 等速なの先生。等速運動するんでしょ?
- T : はいそれで限界なんです。わかんないよね。あくび。でも一応ちょっと計算してみてごらん①, ②できるかな答え。
- C : 出来た。
- C : ウソ……
- T : はい①, ②計算してごらん。
- C : うるう年は。
- T : うるう年入れない。
- C : 先生ねるの。
- T : ねないの。ねててもあくびするの。(笑い声)
- C : ひゃーおそろしい。
- T : はいかたつむり何分になりました。はいポッチ……
- T : 160万年。どんな式つくった。 $0.04 \times 4000,0000$ 。そんな式になるかい。速さの式違うしょ。時間だすのどうでした。
- 淡谷 : 式? $4000,0000 \div 0.04$
- T : はいそうだよね。だって速さがわかって距離がわかって, 時間出すんだよ。じゃいくらになりました。
- 広沢 : 1億分
- C : 違うんでない。10億分にならない。
- T : そうだよ, なったしょ。10億分です。10億分たら, 途中でカタツムリどうなる。

C : 死ぬ。
T : はい2番須田先生のはなし。何回あくび、はい計算出来た人。
C : はい。出来たけどね。
坪 : 間違ってもいい。
T : いいよ間違ってる。
C : 答えだけ、262,8000回。
T : そうでしょ。262,8000回です。それじゃこれで比例終わります。
T : 今度は教科書持ってきて下さい。はい終わり。
C : 先生終わらないで。

感想文(抜粋)

「比例を勉強して」

佐藤 朋民

問題8の実験はおもしろかった。ぼくは比例するだろうに○をつけて理由の所で、バネばかりは目もりが同じかなくなるので比例するだろうと思ったが、やはり、少し心配だった。比例するとわかってほっとした。最後の比例の限界は、少し頭がこんがらかりました。比例の勉強は、少しふざけたような所があっておもしろかった。

美馬 幸恵

あと比例には、比例の世界の限界というのがあって、比例がかぎりなく続くということはずないということがわかった。

高田 道博

よくわからなかったのは、比例の限界でした。おもしろかったのはいろいろな問題でした。むずかしい問題もありましたがそういうほうがとけた時におもしろいです。比例のグラフは最初はあまりわからなかったけれども、何回も書いているうちに完全にわかりました。なぜ、点から点をまっすぐに線をひくかということもわかりました。それは、0から1までいくまでの間を書くと直線になるからです。

宮崎 智美

比例を勉強して、私は算数が前より好きになりました。…………

釣岡 直美

比例のいみがわかった。わかったことは、「太陽とかげ」のもんだいをやったとき、私は、①のもんだいのよそうは、「比例しない」の方にまるをつけたけど、じっさいにやってみると、こたえは「比例する」の方でした。私は、じっさいにやってみるとよくわかりました。ぼうをななめにしても、かげの長さ、ぼうの長さも比例するということもわかった。

中村 一行

おもしろかったことは、そとにでてかげの長さをはかったりしました。

近藤 靖子

だけど、前にした「等速運動」より実験が少なかったのもう少ししてもよかったと思います。

小門 宏

おもしろくなかったことは、表やグラフや関係式がよくわからなかった時などがおもしろく

なかった。

小林 秀実

比例を勉強して比例とは、二つのものがともなって変わるということがわかった。車を使った実験や、太陽やかげの問題、バネを使う実験など、とてもオモシロイ実験ばかりで、けっこう比例のことがややこしくなくわかった。実験したことは、ほとんど比例していた。それから、比例の関係式が $y=ax$ だということもわかった。比例のグラフもわかりやすかった。オモシロクなかったこともなかったので、楽しく勉強できた。最後に、比例にも限界があるということがわかった。この勉強では、とてもいろいろな、今までよくわからなかったことなどもよくわかりました。また、こういうプリントで学習してみたいと思う。

和田 真由美

私は、比例を習う前に、よ習をしていったけど、私はてっきり教科書どおりにいくと思ったら、プリントでやったのでわかりにくく、はじめは、ぜんぜんわかりませんでした。……比例のグラフを作るのに、点と点をパーッとむすぶのはいいけど、先生が「どうして点と点を結ぶのか」といったので、私は少し考えたけど点と点を結ぶのは、いくらでも、点と点がむすべて、点がいっぱいあって線になるというのがわかった。ちょっと計算するのがくろうしました。

福士 裕子

太陽とかげの問題では、ぼうの長さとかげは、比例していることがわかりびっくりした。……比例には、限界がないと思っていたが限界があったのでびっくりした。

野崎 奈緒志

おもしろかったことは、てきとうな直線をひいて、それをきっかり七等分する。ヒントは、もう1本直線を使うということです。1m 90円の針金を2m 買うと、180円だということは、あたり前だと思っていたが、この勉強をさせていただきな事だと思いました。

飯塚 由美子

今まで、いろんな勉強をしてきたが、比例はとくにおもしろかった。その中でも一番おもしろかったのは、「バネに加える力とバネの伸びとは比例してるかしてないか」という問題です。

原井 昌男

最初の方は、よくわからなかったけれど、グラフにしてならたらよくわかった。それに等速運動は、比例しているのもよくわかった。

淡谷 斗美

なんといっても一番おもしろかったことは、あることを調べるための実験だった。特に外に出て、太陽とかげの長さを比べた時はとてもおもしろかった。プリントの勉強の中では、比例の勉強が一番おもしろかった。

野方 千佳代

私は、二学期に転入してきてはじめは、等速運動ってなんだろうと思いました。もしまだむこうの学校にいたらプリントやラジコンなどを使ってやらず、ただ教科書のでている問題をやるだけ……比例をこっちの学校でたのしく、おもしろくやれてよかったです。

吉田 博

おもしろかったのは y が x に比例が、 x は y に比例するかという問題です。答は x は y に比例している。理由は $y=ax$ ならば $x=\frac{1}{a}y$ このことから、 y と x は比例関係であるから。

渡 部 留 美

算数って、こんなにおもしろいのかとも思うようになりました。この比例を勉強してよかったですと思います。これは、私が算数をすきになれたからです。

青 山 潤 子

おれ線グラフはなぜ点と点の間をまっすぐつなぐかわかった。その間には速さがあり、等速運動をしているからだと思う。

〔付 記〕

この実践記録は、北海道数学教育協議会第26回大会(1981年7月)で、授業者須田智恵子(札幌市立平岸小)と共に発表したものである。改訂前のプラン、及びその理論編は『北海道大学教育学部紀要』第18号、1971年3月に掲載されている。