〈実 践 報 告〉

分配法則を軸とした乗法指導の試み

須　田　勝　彦
(北大教育学部助手)
氏　家　英　夫
(北大教育学部大学院D.C.3年)

〈は じ め に〉

本稿はかけ算の導入からII位数×I位数までの乗法の指導プランとその授業過程についての報告である。このプランは最初のかけ算指導の内容を，分配法則を軸とするという，これまでの諸実践とは全く異なる視点から構成することの可能性を追求したもので，この報告はこうした実験的プランの，授業書としての確定への過程における第1次近似としての授業の実践報告である。

〈1. 乗 法 の 問 題〉

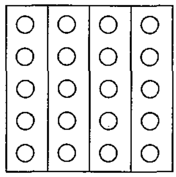
乗法の問題は数学教育の内容全体と関わっている。森毅によれば乗法には「次元を異にする3種の乗法」[1]があるとされる。1種類の量に操作して量が結果する倍操作型，内包量×外延量という正比例型，さらに「2種類の量の〈積〉として新しい量が〈概念化〉される」複比例型という3種類の乗法である。森毅は「0倍とか1倍とかを〈倍〉だけで考えると，まあなんとか意味づけることはできるものの，むしろ正比例としての〈乗法〉を媒介にしておいた方が自然になる。それにやはり〈乗法〉というのは2次元的な方がとらえやすいので，1次元的〈倍〉でも2次元の退化したものと考えた方が人間の心にはなじみやすいだろう」[2]と述べながら，これまでの一当り量×いくつ分という乗法の導入指導の諸実践を根拠づけている。

これに対し，「もともと異質の概念である量と数とを明確に区別し，数を量空間の変換とみなす」[3]という立場から量の基本性質に基づいて実数までの数の導入をおこなう田村二郎の『量と数の理論』,「量の計算を公理的線型代数の立場から見なお」[4]し「一つの量の空間Xに対して倍変換の体End(X)（注：XからXへの線型変換の全体)が作られ，XはEnd(X)上の線型空間となる。さまざまな量の空間に対するEnd(X)の本質的な同一性を意識するとき，実数体Rが生まれる」[5]とする小島順の量の理論などがある。この立場からは数は(1種類の)量の倍変換として，乗法はこの量の倍変換の合成として扱われる。この立場からすれば2m・3kg・5l等々の量の数値化はすでに量の倍変換であって，長さや重さなどの指導から乗法の指導ははじまっているとさえいえよう。このような量と数の新しい関係づけは，数学教育のカリキュラムの少なからぬ部分の変更を必要とするものであり，魅力的な構想であるにしても，今後の検討を必要とするだろう。

ここでは一応森毅のワク組みに立った上で，かけ算の最初の意味づけと分配法則を軸とした乗法指導の展開という2点について，その指導過程の検討をおこなう。

〈2．既存プランの問題点〉

これまでの「かけざん」のプランのいちばんの問題は，「かけざん」といいながらひとつも「かけざん」をしないという点にある。



教科書（以下引用は教育出版『改訂小学算数２下』による）では，まず２年下の「ながさ」の単元の後半が「なんばい」という倍の指導にあてられており，そこで「２つぶんのながさをもとのながさの２ばいといいます」として，長さの（　）つぶんによって倍が定義される。次が「かけざん」の単元ととなっており，右のような図をあげて「おかしのかずは５このなんばいでしょう」と問う。続いて「５の４ばいのことを５×４とかいて『５かける４』とよみます。５×４のようなけいさんをかけざんといいます」と「かけざん」が定義される。しかしこの段階では何も「けいさん」していないし，計算のしかたも何ら規定されていない。次に「５×４のこたえのもとめかた」として「５×４のこたえは５+５+５+５でもとめられます。５×４=20」と，累加によって答がもとめられる。これに続く練習問題は「たしざんでこたえをもとめなさい　３×２　７×３　６×４」である。このように，「かけざん」といいながらここで実際に行なっている「けいさん」は同数のたしざんにすぎない。

教科書では以下「５のかけざん」「２のかけざん」……として各段のかけ算九九をおぼえることが続く。結局，ここでのかけ算指導の内容は同数累加によって答を出すことと，その答をおぼえかけ算九九を暗記することにつきている。

『わかるさんすう（新版）』についても同様の問題が指摘できる。『わかるさんすう』では最初に「１（　）あたりのかず」の指導の段階があり，それに続いて「１（　）あたりのかずと入れもののかずがわかって，ぜんぶのかずを出すけいさんをかけざんといいます」とかけざんが定義される。続いて問題―タイル図―式―こたえの立式の練習をおこなった上で，「九九の指導は１あたり量がはっきりしている絵で問題を与え，タイルに置き換えて構成し，それを見て覚えさせ」（『わかるさんすう２指導ノート』）ることになる。１（　）あたりのていねいな指導やタイル利用などの点で教科書よりすぐれたものになっているが，この『わかるさんすう』においても，この段階でのかけざんの指導は，タイルをかぞえたりたしたりして答をみつけそれを覚えるということで，「計算」と呼ぶことのできる内容は指導内容にふくまれていない。

これらの問題は，この時期のかけ算指導の目標が結局のところ「九九を覚えさせる」ことにおかれていることに帰因すると思われる。

〈3．かけざんの演算としての本質〉

「かけざんを教える」さいにすえられるべき教育内容としての乗法の基本的性質は何であろうか。数学においては普通乗法のもつべき性質は次のように規定される。

「Ⅰ．演算の公理

I1．２数 a，b に対して，〝加法〟によって定まる一つの数 c が存在する。記号で

$a+b=c$　または　$c=a+b$　と書く。

I2．２数 a，b に対して

$a+x=b$　および　$y+a=b$　となる数 x および y が，それぞれ一つ，かつただ一つ存在する。

I3. ある定まった一つの数 0 が存在して，すべての a について

$a+0=a$ および $0+a=a$ が成り立つ。

I4. 2 数 a, b に対して，さらに"乗法"という演算によって定まる一つの数 c が存在する。記号で

$ab=c$ または $c=ab$ と書く。

I5. 2 数 a, b（ただし a は 0 でない）に対

$ax=b$ および $ya=b$ となる数 x および y が，それぞれ一つ，かつただ一つ存在する。

I6. ある定まった一つの数 1 が存在して，すべての a について

$a \cdot 1=a$ および $1 \cdot a=a$ が成り立つ。

II. 計算の公理

任意の 3 数 a, b, c に対して，次の等式が成り立つ。

II1. $a+(b+c)=(a+b)+c,$

II2. $a+b=b+a,$

II3. $a(bc)=(ab)c,$

II4. $a(b+c)=ab+ac,$

II5. $(a+b)c=ac+bc,$

II6. $ab=bc$ 」(6)

まず，I4 にあるように乗法は二項演算である。つまり乗法は二つの数が与えられたときそれに対応して一つの数が定まる演算である。このことはけっして自明のことでなく，実際すぐれた指導プランでは，非常にていねいな指導がなされている。(7)

自然数の範囲しかない段階での，乗法の性質はIIの各項目で述べられている。まず全体としていえることは，乗法の性質は加法との関連で規定されるということである。このことは累加の指導によって乗法を加法に解消することの誤りを示唆しているが，同時に加法とは異なることのみを強調する指導も一面性をもっていることも示している。

この加法と乗法との関連を示しているのがII4, II5 の分配法則である。数え主義からの「乗法」の定義も一を加えたものとの積の分配的な関係によること，立場を異にする田村二郎『量と数の理論』においても数の拡張にともなう演算の性質として分配法則の証明がひとつの中心的なテーマになっていること等の事実は，乗法を指導するさいの中心的な内容は分配法則を教えることにある，分配法則を教えない乗法指導は乗法を指導したことになっていない，という見方を可能にする。またこれまでの指導において「計算」と呼ぶことのできる内容が乗法指導においてはじめて出てくるのがII位数×I位数のところであって，そこでは何らかの方法で分配な関係をとり扱わなければならない，ということもこうした考えをうらずけている。

〈4．指導過程の骨格〉

(1) 「こたえわかるかな」……乗法が 1（ ）あたりといくつ分をあらわす 2 つの数で定まる二項演算であること。(1（ ）あたりの数)×（いくつ分の数)＝（ぜんたい）をかけざん式と定義し，問題を×（かける）をつかって立式する。

(2) 「かけざんのすいけんち」……分配法則と交換法則の指導。分配法則をつかって大きな数のかけざんは小さな数のかけざんにわけていくことができる。

(3) 「5のだん，2のだん，1のだん」……直積図から結果を求める。
(4) 「もうぜんぶでるのだ」……(3)の結果と分配法則をもちいて各段をつくっていく。
(5) 「0のだんと10のだん」……0の段，10の段をつくり，さらに10×（ ），20×（ ），30×（ ）……の各段をつくる。分配法則をつかってのII位数×I位数，I位数×II位数の計算。

〈5．授業書と授業記録〉

授業は1983年9月中旬から12月にかけて，長沢達也先生(札幌市もみじ台南小学校)によってとりくまれた。

（第1時） 1ページ

(1) **こたえわかるかな？**

きょうのべんきょうはすこしかわっています。ふつうさんすうではもんだいがあれば，こたえをだしますね。きょうのべんきょうは，こたえをだすのではなく，こたえがわかるかどうかを，かんがえるもんだいなのです。

≪もんだい1≫

こたえがわかるもんだいには◎，わからないもんだいには○をつけましょう。

① 三りんしゃが4だいあります。くるまは，みんなでいくつあるでしょう。

② 4人でさかなつりに行きました。ぼくは2ひきつれました。ぜんぶでなんひきつれたでしょう。

③ ありが10ぴきいます。足はぜんぶで，なんぼんありますか。

④ キャラメルが2はこあります。ぜんぶで，なんこのキャラメルがありますか。

⑤ ひもが3本あります。ぜんぶで，なんcmありますか。

— 1 —

T：はいそれじゃ①番，○か×か，○だと思った人，×だと思った人，意見言って下さい。
C：ここに絵書いてあるでしょ。そこにね，タイヤね，3コあるしょ，だからね他のもねタイヤ3コ。タイヤ3コだから他のも3コということ。
T：なるほど，他に。

C：絵でさ，絵でやるやつでないしょ，文でやるやつでしょ，それでさ一つの三輪車タイヤ何コかわからない。

T：だからわからないで×つけたのね。じゃ他に，同じでもいい。

C：三輪車が4台あるしょ。三輪だからね，タイヤはね，3つしかないしょ，だから手でかぞえればわかる。

T：三輪車だからタイヤは3つしかない。ふうん，他には。

C：三輪車が4台って書いてあるしょ。三輪車は3コしかタイヤがないから三輪車っていうんでしょ。それさぁ考えたらすぐ答わかる。

T：はい，あと意見ないですか，渡辺さんそれに対してどうですか。

C：とくに言うことない。

T：今永井君が言ってくれたように，三輪車って，タイヤ3コしかないから三輪車っていうんだよね。……

答わかりますか，4台では。

C：（見ればわかる 12）

T：答わかりますか。

C：わかる！

T：だから①はマル。

C：ヤッター

T：②に○つけた人，10人，×につけた人，27人それじゃ意見ある人言って下さい。

C：（わかんない，1人しかないもん……）

C：4人でね，魚つり行って，1人はね，いいけどね，他の人何びきつったかわかんないから。

C：4人で行ったのにね，1人しか魚つった数書いてないから。

C：僕は1人だけだから2ひきしかわからない。1人しか出てないしょ。あとの3人わかんない。

T：さぁ，○つけた人いたんだけど，言って下さいよ，わけあるでしょ。

C：4人でさかなつりに行ったって書いてあるでしょ。1人しか書いてないけどね，頭の中でね，あとの3人のこと思い出す。考えてみる。そうすればわかるかもしれないから。

T：あとの3人のこと思い出してみるのね。

先生ね，このつりをしてきた人のビクの絵を書いてきました。僕，何びきつったんだっけ（C：2ひき），僕は2ひきってわかってる。はいしげる君とたつや君とひろし君も行きました。4人で行って僕はわかってる。さあ全部わかるかな。しげる君は（C：3びき）そう3びき，たつや君は（C：0ひき）ひろし君は（C：わかんない）。

C：あけてみなくちゃわからない。

T：それじゃ全部の数わかりますか，ここあけてみたいんだけど，あけてみても（C：ハテナ）そうハテナなの。それじゃ②は○かな×かな。

C：バツ

T：③番○につけた人，14人，×につけた人，35人，それじゃ意見言って下さい。

C：アリがね，5ひきしかいないから×つけた。

T：ああ，これはねプリントのね場所がなかったの。

C：暗算する。

C：アリがね，10ぴきって書いてあってもね，アリの足何本かわからないからね，わからない。
T：×をつけたのね。
C：足がどれかわからない。

……………………………………………………………………………………

T：アリの足何本あるかわかんないから全部で何本あるかわかんないってこと？
C：(ヤッター)
T：何本あるかしっている人ない？
C：(6本，6本……6本)
T：みんな6本っていってたね，みんな6本ってこと，ちがうやつもある？
C：(赤ちゃん，……ゴキブリ……)
T：先生，絵書いてきたんだけど，足は何本ありますか。
C：(6本……あれえ……)
T：これは触角と言って足でない。足は何本？
C：6本
T：先生10ぴき書いてきた。10ぴきのアリの足わかりますか？
C：(わかんない……わかる……ふつうのアリなら足うごいてる！)
T：さぁ，計算めんどくさくてもできそうですか？
C：(できるよ……2，4，6，8，10…できそう)
T：アリの足の数ってきまってるんですよね。それかぞえていったら，わかる，わからない？
C：(わかる)
T：そうすると③は○
C：ヤッター
T：④番○だと思う人，3人，×だと思う人，37人，それじゃ意見言って下さい。
C：キャラメル2箱で，1箱に何コ入っているかわからない。
T：何コ入ってるかわからない？
C：(わかる……わからない……)
C：1つの箱にね，ふつうのキャラメルなら6コとか入ってるっしょ。だけど箱の大きさわからない。
T：マルという人，3人いたな。
C：ふつうのキャラメルのハコにさ，8コ入ってるしょ，それを考えてね，8コと8コたすとね答わかったの。
T：そうだよな，ふつう8コ入ってるよね，グリコ8コ入り。
C：(ずるい，ちがう……)
C：いろんなキャラメルあるからわからない。
C：いろんなのあるから何コ入ってるか絶対わからない。
C：むかしは8コ入りしかなかったかもしれないけど，今はね6コ入りのも8コ入りのもある。

……………………………………………………………………………………

T：いろんなのがある，だからわからないってこと（C：そう）
T：サイコロのもある（C：2コ入り)，森永キャラメルこれは（C：12コ入り)，それじゃどのキャラメルが2箱かわからないだから（C：バツ）

T：⑤やります。〇つけた人，4人，×つけた人，36人，
C：ひもが3本ありますって書いてあるけどね，何 cm かわかんない。
C：ひもっていってもね長いやつも短いやつもあるからねわからない。

……………………………………………………………………………………

T：バツの意見ばっかりだね，まずひもがみんな同じかわからないね，それに長さもわからないね，だから3本のひもの長さもやっぱりわからないね。
C：はかってみればわかる。
T：でも問題には書いてないね，だから×。
T：今日は勉強は，問題の中にはかぞえたり，計算したらわかる問題と，かぞえたり計算したりしてもわからない問題があるということ，それが今日の問題でした。

〈コメント〉

全体の予想を立ててから，一問ずつ絵を示しながら進める。ほぼねらい通り進んでいる。

このような「問題」の設定は子どもにとって全く新しいものである。「答」を問うのではなく「答」があるか否かを問うものであり，抽象のレベルが一段高いものといえる。たとえば「2，4，6，8，……できそう」という発言にもみられるように，答をだす操作自体を思考の対象にすることは，このような学年段階の子どもにも十分に可能であることが示されている。

（第2時）　2ページ

≪もんだい≫

さっき〇だったもんだいをつくりかえて◎がつくようになおしてみましょう。

②

④

⑤

— 2 —

T：問題の意味わかる？問題の②と④と⑤は答のわからない問題だったね，それを答のわかる問題にしてみましょうということなの。

………………………………………………………………………………………

C(浜崎)：4人でさかなつりに行きました。しげる君は3びき，僕は2ひき，たつや君は4ひき，ひろし君は1ぴきつれました。全部で何びきつれたかな？

T：どうこれは答わかるかな(C：わかる)，わかるね，全部たしていけばいい。じゃ井上さん。

C(井上)：4人でさかなつりに行きました。みんなが2ひきずつつれました。みんなで何びきつれたでしょう。

T：はい，井上さんの問題，答わかるかな？

C：わかる！

T：井上さんのも浜崎君のも答わかるんだけど，なにかちがうとこあるだろうか。

C：答がちがう。

C：井上さんの方に名前が出てない。

C：問題すこしちがう。

T：だからどういうふうにちがうか。

C：浜崎君のはね，なんかね，一人ひとりさ，数がちがうけど，井上さんのはみんなおんなじに出てくる。

T：浜崎君のは数がちがう。井上さんのはみんなつったのが同じ。

C：浜崎君のはね，しげる君とかさ，みんなつった数がちがうっしょ，井上さんのはみんなつったのが同じ。

T：さぁみんなちがいわかりましたか，浜崎君のはみんなちがう，井上さんのはみんな同じ，どちらも答はわかる。……どちらも答はわかるんだけど，これからは井上さんの方でやって下さい。

………………………………………………………………………………………

T：④　5人のやつをうつします。……じゃ山崎君読んで下さい。

C：キャラメルが2箱に12コずつ入っていました。残りはいくつかな。(C：エー残り)

T：なんか質問ある人。

C：のこりってひきざんでしょ。

T：のこりいくつかなって，のこりはどこにあるのかな。(C：のこりはからだべ)　ちょっとおかしいみたいだね。じゃ土田君。

C：キャラメルが箱に6コ入っています。もうひとつは12コ入っています。全部で何コ入っているでしょう。

T：意見ある人。

C：最初ね，全部同じ数にして書くんだよっていったっしょ。6コと12コだとおかしい。

T：そうだね，これだと浜崎君と同じようになってしまうね，次佐藤さん。

C：キャラメルが2箱あります，5コずつ入っています。全部で何コありますか。

T：これはどうですか。

C：いい，わかる。

T：次はね，渡辺さん。

C：10コ入りのキャラメルが2箱あります，全部で何コのキャラメルがありますか。

T：井上さんのようになってますか，（C：なってる）じゃあ次。
C：キャラメルが2箱あります。1箱は8コ入っています。もう1箱も8コ入っています。みんなで何コでしょう。
T：大体の人は井上さんのように書けているようです。じゃ⑤をやって下さい。

…………………………………………………………………………………………

〈コメント〉

②の問題については必ず浜崎型と井上型が出てくることが予想される。この指導プランでは井上型にする論理はこの段階では組み込まれておらず，この授業のような進め方になるだろう。どこかで「これから1（　）ずつの数が同じになる形にする」ことが必然的になる問題を設定する必要があるかもしれない。

（第3時）3ページ

＜れんしゅう1＞

こたえわかるかな？　◎か○か？

① 1人に3こずつスイカをくばりたいとおもいます。スイカはぜんぶで，いくつひつようですか。

② ぞうが3とういます。はなはぜんぶで，なんぼんありますか。

③ ぞうが3とういます。はなはぜんぶで，なんメートルありますか。

④ あるどうぶつえんには，6ぴきのうさぎがいます。どのうさぎにも，1ぴきあたり2本のみみがついているそうです。みみはぜんぶで，なん本あるでしょう。

⑤ 1本40 cmのひもがあります。（　　）本つなぐと，なんcmになりますか。

⑥ 1本（　　）cmのひもがあります。3本つなぐと，なんcmになるでしょう。

しつもん　もんだい1や，れんしゅう1で，どんなときに◎で，どんなときに○だったか，はなしあってみましょう。

— 3 —

T：番号の上に○とか×とかつけて下さい。⑤と⑥の（　　）の中には自分のすきな数を入れて下さい。

T：じゃ①　○の人，10人，×の人，27人
②　○の人，全員ね，
③　○の人，0人　×の人，全員，
④　○の人，33人，×の人，4人，
⑤　○の人，26人，×の人，11人
⑥　○の人，28人，×の人，9人，

T：それじゃあ④やってみましょう。○の人の意見と×の人の意見。
C：耳ね，2本しかないからね，かぞえたら12本なの。
C：6ぴきいるんだけどね，耳は2本っていうのきまってるからね，かぞえればわかる。
C：この問題にね，うさぎ何びきいてね，何本の耳あるか，ちゃんと書いてあるでしょ，だからわかる。
T：○の人ばっかり意見でたけど，×の人どうですか。
C：(わかんない。計算するって，そこまで考えていなかった。)

T：⑤（　　）にどんな数入れたかな，
C：(2本，1本，3本，5本，千本)
T：それじゃ三浦君の問題にするか。
C：(エー，むずかしい……むずかしすぎる)
T：この問題でわかるかわからないか，じゃ千本ならわからないという人，28人（C：あ三浦君も手あげてる)
C：40 cmでも千本でしょ，たしたってつかれるだけ。
C：かけざんしなくちゃわからない。
T：かけざんってなんだ。
C：先生知ってる。
C：1本40 cmでしょ，千本だったらごちゃごちゃになる。
C：(かけざんしたって千本だもわからないよ)
C_1：うさぎのやつだって，ちゃんと耳2本って書いてあればわかったしょ。この問題もさ、いくら数多くてもさ，この問題でもできると思う，(C：うそだぁ)
C：⑤は1本40 cmのが千本あるしょ。あんざんしたって，さっぱりわからなくなる。
T：じゃ2本つなぐとならどうだ（C：わかる）そしたら2本でわかって5本ならどうだ（C：わかる)，10本ならどう（C：わかる)，千本ならどう。
C：わかんない，多すぎる。
T：40 cmのひもをどんどんつなげていく。ながぁいものさしではかったり，たしていったりしたらわかるかな，（C：わかる)，どうだできそうだね，1本40 cmだということがわかっている。それが千本あるってこともわかっている。だからできる。

T：⑥番，（　　）にどんな数を入れましたか。
C：40 cm，100 cm，30 cm，97 cm，20 cm

T：じゃ，大野君の 30 cm でやってみようか，1本 30 cm のひも3本つなぐと，わかるかわからないか。
C：1本 30 cm でしょ，3本から 90 cm になるからわかる。
C：④だってさ，何 m とか書いてあったからわかったしょ。⑥番もさ書いてあるからわかる。

〈コメント〉

「こたえわかるかな」という問いに対し，「自分が計算したりかぞえたりしてわかるか」という形で考えている子どもと，C_1 の発言のように「答が定まるかどうか」というレベルで考えている子どもがいることがうかがえる。⑤⑥の（　　）の問題についてはをつけた子どもにもいろいろな根拠があると考えられ，必ずしも子どもは納得していないように思われる。授業では⑤の（　　）について千本ときめてしまったので，子どもがどんな考え方をしたかは発言として出ていない。

〈第4時〉 3ページしつもん

授業では前時「しつもん」の前で終わってしまったため，これまでの各問について，なぜわかったかわからなかったかを再度全体で確認した上で，グループの話し合いを行なった。子どもの発言は以下のようであった。

T：それじゃあね，どんな問題がわかるか，どんな問題がわからないか，意見のある人は手をあげて下さい。
C：問題を読めばちゃんとわかる。
T：問題読んだときに，どうしてわかるか，どうしてわからないかさ。
C：問題みればね，もしそうなら，ぞうに鼻1本しかないしょ，そういうきまったことはわかる。
T：なるほどね，きまったことはわかる。
C：×のほうを先に見てみたら，みんな同じかわからないとかね，さいごにわからないというかんじができて，同じとか，1本で何 cm かわからないとか，そういうことがでてくるしょ。○だったらね，きちっと，たとえば三輪車のときだったら1台にタイヤは何コあるか，そうして何台あるかということがわかってるからね，よくわかる。
C：○のやつはさ，何コあって何コ入りとかさ，そういうことがちゃんと書いてあるんだわ。だけどね，×のやつはさ，書いてなきゃわかんないことが書いてないの，だからわからない。
C：三輪車はね，1台に3コしかタイヤついてないしょ，だからわかる。だけどすいかのやつとか何人がわからないしょ，だからね，わからない。
C：ひものやつならね，50 cm のひもがあるでしょ，3本あるしょ，そういうふうに書いてあるからわかってね。ぞうが3とうでねハナは全部で何 cm というのはね，でも何 cm か書いてないからわからない。

（第５時） ４ページ，５ページ

ことばと　きごうのやくそく

「こたえわかるかな？」で◎のついたもんだいは，どれも

1（　　）あたり　の数がきまっていて

いくつぶん　の数がきまっていて

ぜんたい　の数をもとめるもんだいでした。

$\boxed{1（\quad）あたり}$ と $\boxed{いくつぶん}$ できまる $\boxed{ぜんたい}$ を

(1（　　）あたりの数)×(いくつぶんの数)　とかきます。

×は，バッテンともよみますが，このいみでつかうときには，「かける」とよみます。だから，

(1（　　）あたりの数)×(いくつぶんの数)＝(ぜんたい)

となります。このしきを，かけざんのしきといいます。

〔れい〕　もんだい１の①は，１あたりの数が＿＿＿＿＿

いくつぶんの数が＿＿＿＿＿

ぜんたいが＿＿＿＿＿だから，かけざんのしきでかくと，つぎのようになります。

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

＜れんしゅう２＞

◎のついたもんだいの，かけざんのしきをかいてみましょう。

≪もんだい１≫の③

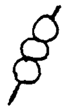
＜れんしゅう１＞の②

＜れんしゅう１＞の④

<れんしゅう３>

かけざんのしきをかきましょう。

① １本に３こずつついたくしだんごが２本あります。だんごはぜんぶで，なんこありますか。



② さくらの花が２つあります。花びらはなんまいありますか。

③ １本10円の花火を５本かいました。ねだんはいくらになるでしょう。

— 5 —

かけざんの定義と，立式の練習問題である。予想以上に苦労している。1(　)あたりの数を問題からとり出すことが難しいようである。定義のあと，問題から1(　)あたりをとり出す練習が別に必要かもしれない。

（第６時） ５ページ，れんしゅう３

T：(れんしゅう３の①）先生みたら，みんなこの２つの式のどっちかを書いています。

$3\times2=6$　　$2\times3=6$

それぞれについて意見があれば言って下さい。

C：3×2もね，2×3もね答はどっちとも同じでね，絶対ちがうということはない。

C：松尾君のほうはね，おだんごはね，１本に３コずつ入っているしょ，それにね１本に３コずつはね，１あたりの数だからね，それを書いてね，くしだんごの数は２本だからそれを書くの。

C：3×2は６で，2×3は６でしょ，いくつ分の数，１あたりの数をね，反対にしても，答は同じになる。

T：なるほどねぇ，それじゃぁまず山城君のはね，3×2=6，１あたりの数は(C：3)，いくつ

分の数は（C：2)，ということはおだんごで1本あたり3コでそれが2本ある。松尾君の2×3=6の中で1あたりの数は（C：2)，ということは（C：2コしかついてない！)，いくつ分の数は（C：3）ということは3本あるということ。だからこの問題でいっているかけざんはこっちのこと。ただね，三浦君浜崎君が言ったことは3×2も2×3も全体の数は同じということ，両方とも6，だから正しい。でもこの問題で言ってるのは3×2=6の方が正しい。

………………………………………………………………………………………………

〈コメント〉

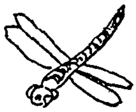
すでにここで交換法則が問題になっている。扱いとしてはこの授業のような進め方で充分であろう。

（第7時） 6ページ

＜れんしゅう4＞

こたえはださなくても，×をつかってぜんたいをあらわすことができます。(　　)×(　　) でぜんたいをかいてみましょう。

① とんぼが6ぴきいます。はねはぜんぶでなんまいありますか。



② 1はこに，12こはいった，たこやきがあります。おとうさんはきのう7はこたべました。ぜんぶでなんこたべましたか。

③ 15しゅうかんは，なんにちですか。

④ りんごが1ふくろに8こずつはいっています。23ふくろあれば，りんごはなんこですか。

⑤ 子どもが，1れつに15人ずつ，6れつならんでいます。子どもは，ぜんぶでなんにんいるでしょう。

— 6 —

（第８時）７，８，９ページ

こたえをだしたくなった人はいませんか？
こたえをだそうとおもったけど，めんどうだからやめた人はいませんか？
こたえなんかださなくても，×をつかって，ぜんたいがかけたからいいとおもった人はいませんか？
おおいそぎで，たしざんをはじめた人はいませんか？

この，どれかひとつ，あたっている人は，これからのかけざんのべんきょうを，きっとしんぱいなくできるとおもいます。

⑵　かけざんの水げんち

べんきょうは，ふつうは，やさしいものから，むずかしいものにすすみます。だけど，だんだんむずかしくなって，ダウンするのがしんぱいですね。そこで，このかけざんのべんきょうは，いちばんむずかしいことからはじめます。これがわかれば，あとは，だんだんやさしくなるだけです。わからなくても，すすんで行けば，しぜんにわかるはずです。
水げんち—ここから，みんなの家に水がくばられます。かけざんの水げんち—ここから，かけざんのせいしつが，みんなでてくるのです。

— 7 —

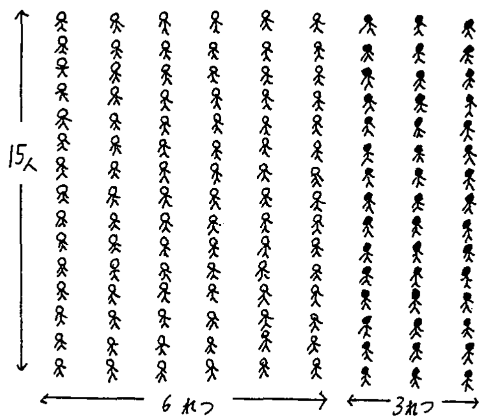
≪もんだい３≫

〈れんしゅう４〉の⑤につけたして，新しいもんだいをつくります。
「子どもが，1れつに15人ずつ，6れつならんでいました。そこに，3れつふえました。ぜんぶでなん人になったでしょう。」
こたえは，つぎのア－オのどれになるでしょう。

ア．(15×6)＋3
イ．(15×6)＋(15×3)
ウ．(15＋3)×6
エ．15×(6＋3)
オ．そのほか＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

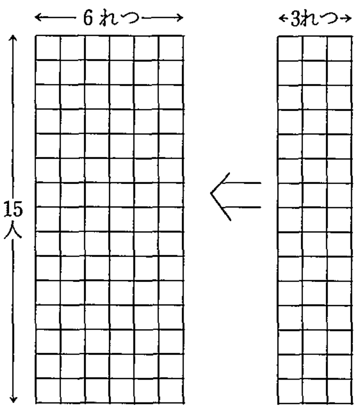
— 8 —

は，はじめからいた子ども，は，ふえた子ども



へたなえでごめんなさい。かこさとしという人のえ本なら，たくさんの子どもでも，ひとりひとりちがっていて，いきいきとかかれています。

こんなへたなえをかくくらいなら，いっそのこと，子どもを，□であらわしましょう。



はじめに
(15×6) 人いた
あとで
(15×3) 人ふえた
あわせて
(15×6)＋(15×3) 人

15人のれつが，はじめ6れつ
3れつふえて (6＋3) れつ
ぜんぶで
15×(6＋3) 人

だから (15×6)＋(15×3)
＝15×(6＋3)

— 9 —

T：(もんだい3の予想)アの人，31人，イの人，3人，ウの人0，エの人3人，オの人，0，じゃ説明できる人。

C：(できない……)

授業では紙を配り，それを折りそこに赤と青で15×6と15×3のマルを書かせ，考えさせた。

しかし図を書いたあとの予想分布でも，ア31人，イ2人，ウ0人，エ4人，オ0人と最初の予想とほとんど変らなかった。

T：じゃ説明できる人。

C：私はエに○をつけました。さきに6+3をしてそれであわせて9で，15×9になる。15人いてねそれが9列いる。
T：わかりましたか。
C：(わかんない……)
T：その他に説明できる人
C：(……いません……)

………………………………………………………………………………………

みられるとおり，エを支持した一人の子の発言しか出てこなかった。問題に入る前段として，かけ算の結果どうしをたすことおよびいくつ分をふやしたときａ×(ｂ＋ｃ）と表現できることの指導が必要であろう。

(第9時　第10時)　10ページ

<れんしゅう5>

<れんしゅう4>につけたしてもんだいをつくります。こたえを，二とおりかいてみましょう。

① とんぼが6ぴきいました。また2ひきとんできました。はねはぜんぶで，なんまいになったでしょう。

② 1はこに，12こ入った，たこやきがあります。おとうさんは7はこをペロッとたべてから，まだ2はこたべました。ぜんぶでなんこたべましたか。

③ あれから，アッというまに15しゅうかんたちました。そしてまた4しゅんかんすぎました。なんにちたちましたか。

④ 1ふくろに8こずつ入ったりんごが23ふくろありました。7ふくろふやすと，ぜんぶでなんこになったでしょう。

—10—

〈コメント〉

「れんしゅう5」から，式が出来ていても説明できないことが多く，教師の説明がながくなっている。その中でも以下のような発言がみられる。

C(渡辺)：(①について)1ぴきあたりのとんぼのハネの数は4，だから1あたりの数は4，いくつ分の数は6，そしてまた2ひきとんできたから2，だから4×(6+2)

C（小野）：（②について）はじめに12コあるしょ，7箱食べるしょ，12コ×7で，たすさらに12コ×3だから（12×7)+(12×3)。

……………………………………………………………………………………

C（石沢）：（③について）（1×15)+(1×4)。

T：どうですか（C：ちがう…わかんない……)。

C（浜崎）：1あたりの数はね1週間の1でなくてね。1週間は7日あるっていうその7っていう数字が1あたりの数なのに，石沢君は1週間の1を1あたりにしてる。

（第11時） 11ページ

《もんだい4》

また〈れんしゅう4〉の⑤にもどります。

① 子どもたちが，いっせいに右をむいたら，1あたりといくつぶんがかわりますね。もんだいを，かきかえてみましょう。

② 子どものかずは，かわっていないはずだから，

15×6=＿＿＿＿＿ になります。

③「1れつあたりの数を3人ずつふやすと，ぜんぶでなん人になるでしょう」こたえを，2とおりかいてみましょう。

―11―

①②はとくに問題なく進んだ。③については9×15と書いた子どもも多かった。また，(15+3)×6とした子や6×(15+3)としている子もいる。二通りとも自分でできていた子どもは1人だけで，次のように発言している。

C（佐藤）：1列に6人いて1列に3人ふえたから6+3，それで15列あるから（6+3)×15になって，もうひとつは，さきに6×15をやってそれからたして3×15をやる。そしたら(6×15)+(3×15)。

（第 12 時）

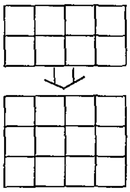
これまでの復習として，いくつ分がふえる型と 1 あたりがふえる型とについて，文章に基づき立式する練習を行なった。またここで $a\times(b+c)$ と $(a\times b)+(a\times c)$ とが等号で結べることが指導された。

（第 13 時，第 14 時，第 15 時） 12 ページ

＜れんしゅう 6＞

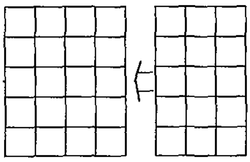
タイトルをみながら，□の中の数をかんがえましょう。

①



$(3+2)\times 4=(\square\times 4)+(\square\times 4)$

②



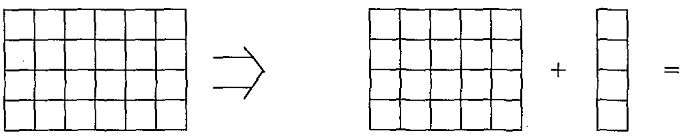
$5\times(\square+\square)=(5\times 4)+(5\times 3)$

③　15×6　のこたえを　$(10+5)\times 6$

$=(10\times 6)+(5\times 6)$

をつかって，もとめてみましょう。(9 ページのタイルを，じょうずにかぞえるとわかります。)

④　〈れんしゅう 4〉の①の　4×6　を　$4\times(5+1)=(4\times 5)+(4\times 1)$　として，タイルでもとめましょう。



—12—

〈コメント〉

この〈れんしゅう 6〉の①と②の問題はこの指導プランの中で子どもが最も苦労しているところである。「全然わからない」という声さえ聞かれる。それは，ひとつには，ここではじめてタイル図がつかわれ式の形とタイル図とが結びついていないということによると考えられる。またこれまで2通りの表現式が等しいものを表わしていることに充分子どもの注意を向けていなかったということもあるだろう。「まとめた形」「分けた形」等として，両者が等しいことをとくにとり出して指導する必要があった。

また，あなうめの型として，

1) $a\times(b+c)=(a\times\square)+(a\times\square)$
2) $a\times(\square+\square)=(a\times b)+(a\times c)$
3) $(a+b)\times c=(\square\times c)+(\square\times c)$
4) $(\square+\square)\times c=(a\times c)+(b\times c)$

の4つの型のそれぞれについて順に指導する必要もあるかもしれない。11ページの交換法則の指導はここではまったくきいていない。なお④からタイルを子どもたちにもたせ，タイル操作を行なわせた。

（第16時） 13ページ，14ページ

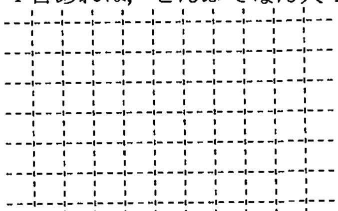
このように，かけざんのけいさんは，どんどん小さな数のかけざんにわけていくことができます。だから，小さな数のかけざんがわかれば，それをつかって大きな数のかけざんができます。まず，いくつかの数について，しらべてみましょう。

(3) 5のだん　2のだん　1のだん

《もんだい5》

1台あたり，5人のれる自どう車があります。

① 4台あれば，ぜんぶでなん人のれるでしょう。



(　　)×(　　)=(　　)

② 8台あれば，なん人のれますか。

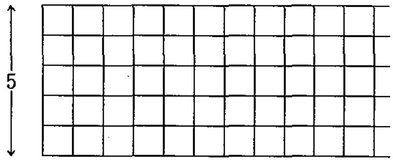
(　　)×(　　)=

③ 0台あれば，なん人のれますか。

(　　)×(　　)=

—13—

④　5×0，5×1，5×2，………，5×9を，5のだんのかけざんといいます。タイルをみながら，こたえをもとめましょう。



$5 \times 0 =$

$5 \times 1 =$

$5 \times 2 =$

$5 \times 3 =$

$5 \times 4 =$

$5 \times 5 =$

$5 \times 6 =$

$5 \times 7 =$

$5 \times 8 =$

$5 \times 9 =$

―14―

（第17時）　15ページ

≪もんだい6≫

①　1あたりの数が，2になるようなものをかんがえて，2×（　）のもんだいをつくってみましょう。

②　タイルをかきながら，2のだんのかけざんをもとめましょう。

③　1あたりの数が1になるものをかんがえて，1×（　　）のもんだいをつくってみましょう。

④　1のだんのかけざんをもとめましょう。

―15―

（もんだい６の①について）

Ｔ：なにか他には

Ｃ：金魚屋さんに１つの水そうに２ひき金魚がいる水そうが４つあります。全部で何びきいるでしょう。

Ｔ：じゃ，もうひとつぐらいだれか。

Ｃ：かぶと虫が２ひき入っているかごがありました。それが４つありました。かぶと虫は全部で何びきいますか。

Ｔ：今のでいくと式は

Ｃ：2×4

Ｔ：先生もできたよ，ひとが５人いました，足は何本（Ｃ：わぁ）。

…………………………………………………………………………………………

（もんだい６の③について）

Ｔ：１の段のかけざんになるような問題を出して下さい。

Ｃ：ぞうが10とういました。ぞうの鼻は全部で何本になるでしょう。

Ｔ：じゃ，いまの問題の式は？

Ｃ：(1×10)

Ｔ：１の段の問題は他にも色々出来ていますね。

Ｃ：(先生やりたい，……いわせてぇ……)

…………………………………………………………………………………………

〈コメント〉

タイル図による５の段，２の段，１の段の構成である。どれもとくに問題はない。ただここでの結果を後の各段の構成のさいに用いるので，つくった表を子どもがすぐ利用できる形で持たせておく必要があった。

（第18時～第23時）　16ページ

(4)　もう，ぜんぶでるのだ

≪もんだい７≫

たとえば，7×3＝(5＋2)×3＝(5×3)＋(2×3)　となります。このことから，５のだんと２のだんをつかって，７のだんのかけざんをもとめるには，どうすればよいとおもいますか。

≪もんだい8≫

3のだん，8のだん，4のだん，6のだん，9のだんのかけざんをもとめるくふうをしましょう。

5のだん	2のだん
$5\times0=0$	$2\times0=0$
$5\times1=5$	$2\times1=2$
$5\times2=10$	$2\times2=4$
$5\times3=15$	$2\times3=6$
$5\times4=20$	$2\times4=8$
$5\times5=25$	$2\times5=10$
$5\times6=30$	$2\times6=12$
$5\times7=35$	$2\times7=14$
$5\times8=40$	$2\times8=16$
$5\times9=45$	$2\times9=18$

5のだんと　2のだんをつかって，下に　7のだんを作りましょう。

7のだん

$7\times0=$

$7\times1=$

$7\times2=$

$7\times3=(5+2)\times3=(5\times3)+(2\times3)=21$

$7\times4=$

$7\times5=$

$7\times6=$

$7\times7=$

$7\times8=$

$7\times9=$

〈コメント〉

分配法則を用いての各段の構成である。授業では16′のプリントを配りそこに7の段をつくっていった。最初は直接7のたし算をしていって求めようとする子どももいる。「5の段と2の段をつかって」ということで分配法則を用いて行なわせる。「もんだい8」の各段の構成のやり方は，8の段については5の段と3の段，7の段と1の段，4の段は2+2，3+1，6の段は5+1，3+3，4+2，9の段は5+4，6+3，8+1，2+7のように，色々な分解の仕方がある。子どもにすきなやり方を選ばせてとくに統制はしていない。なお9の段の分解の仕方の選択は次の通りであった。

1の段と8の段…… 1人
2の段と7の段…… 2人
3の段と6の段…… 1人
4の段と5の段……30人

（第25時，第26時） 17ページ

(5) 0のだんと10のだん

≪もんだい9≫

① どのカエルにも，1ぴきあたり，おへそが(　　)こついています。カエルの数を，0から9までかんがえて，0のだんのかけざんをもとめてみましょう。

② 1あたり0のものを，ほかにもかんがえて，0×(　　)になるようなかけざんのもんだいをつくってみましょう。

（たとえば，「ドラえもんが6ぴきいます。みみはぜんぶでいくつありますか。」）

③ 10だんのかけざんをつくってみましょう。

—17—

（もんだい９の①）

T：カエルが３びきいました。ヘソは全部で何コあるでしょう。

C：(ヘソないよ。あったらカエルでないよ)

T：この問題の式をつくって下さい。１ぴきあたりなんぼでそれがなんびきいるか，ということですね。

C：0×3

C：3×0（C：エー）

C：1×3

C：3×3（C：エー）

T：説明できる人

C：カエルはヘソないから，１あたりは０なの，３びきいるしょ，だから0×3。

C：カエルが３びきいて，ヘソがないから0×3

T：他に（C：……）

T：かけざんというのは１(　　)あたり×いくつ分でこれが全体の数をあらわす。この場合１あたりの数はなんの数？

C：ヘソの数

T：いくつ分というの？

C：カエルの数

T：じゃ，カエルにヘソって１ぴきあたり何コあるの？

C：0，カエルにヘソない。

T：カエルにヘソないよね，だからカエルにヘソは１あたり０。じゃ，どの式がいいの？

C：0×3

……………………………………………………………………………………

（もんだい９の②）

T：０の段になるような問題をつくって下さい。例えば，ドラエもんが５ひき(C：５ひきでない，ロボットだよ)，そうか，５台います。耳は全部でいくつありますか。(C：耳ない，たべられたんだよ）だから０の段のかけざんになるしょ。そのようにして０の段の問題をつくって下さい。………

T：できた人に発表してもらうかな。

C：ヘビが９ひきいます。耳は全部でいくつ。

C：人が５人います。シッポは全部で何本ですか。

C：舟が３せきありました。タイヤは何コあるでしょう。

C：教科書が６さつありました。鼻は全部でいくつ。

C：りんごが０コありました。ヘソは全部でいくつ。

C：赤ちゃんが９人いました。シッポは全部で何本。

C：生まれて２カ月の赤ちゃんがいます。歯は全部で何本。

〈コメント〉

この授業ではプリントを子どもにわたさずに，上のような形で進めている。0×3の立式でいろいろな式が出てきているのは１(　　)あたり０をとりだすことのむずかしさを示すものだろう。０の段の問題づくりは発表されたもの以外にも「耳なし芳一が３人いました。耳は全部でい

くつ」など，興味深いものが多かった。

（第26時） 18ページ

《れんしゅう7》

① たとえば，$20\times6=(10+10)\times6=(10\times6)+(10\times6)$になります。このことをヒントにして，10のだんをつかって20×0，……20×9をもとめてみましょう。

② 30×0，30×1，…………，30×9
40×0，40×1，…………40×9

をけいさんしてみましょう。

—18—

（第27時） 19ページ 20ページ

《れんしゅう8》

いままでべんきょうしたことをつかって□□×□や□×□□のかけざんはぜんぶできることになります。ためしてみましょう。

〔れい〕 $46\times8=(40+6)\times8$

$$\begin{array}{r} 320 \\ +\ \ 48 \\ \hline 368 \end{array} \qquad \begin{aligned} &=(40\times8)+(6\times8) \\ &=320+48 \\ &=368 \end{aligned}$$

① 12×7

② 7×15

—19—

③ 8×23

④　99×9

⑤　25×8

⑥　じぶんでもんだいをだしてけいさんしてみよう。

〔おわりに〕

このように，□□×□や□×□□のかけざんは，どれもできるようになりました。では□□×□□や，□□□×□□のようになったら，どうなるでしょう。それは3年生のおたのしみです。

なお，0から，10までの数のかけざんは，どんな大きな数のかけざんをするときにも，つかいますから，ちょっとたいへんですけど，おぼえておいたほうがべんりだとおもいます。

—20—

授業では，前の時間に30×□までしかクラス全体では進んでいなかったため，「れんしゅう8」の例を26×8とし，問題も④以降を変えて進めた。①～⑤についての子どもの発言は以下のとおりである。

T：じゃ，①から⑤まで説明して下さい。

C①：12×7は，12を10と2に分けて，10+2×7は(10×7)たす(2×7)。10×7は70で2×7は14で，70と14．たして84。

C②：7×15は12×7とちがって，ちいさい数が最初にきているから，7×(10+5)は，10×7たす5×7で，70たす35は105，だから7×15は105。

C③：8×23は23を20たす3に分けて，かける8は，(20×8)たす(3×8)で，20×8は160で，3×8は24で，たして184。

T：蛯沢さんは8×23を23×8に頭の中で変えているのね。

C④：33×6は33を30と3に分けて，かける6は(30×6)たす(3×6)，30×6は180，3×6は80（C：エー）16，あわして198。

C⑤：25×8は25を20と5に分けて，かける8は(20×8)たす(5×8)は，20×8は160，5×8は40，たして200。

みられるとおり，子どもは□×□□の形の問題を10×□や20×□に変えたり問題自身身を□□×□に変えて計算している。

この時間の最後にテストとして次の2問を出題し集計した。結果は以下のとおりである。

(1)　$18 \times 6 = (10+8) \times 6 = (10 \times 6) + (8 \times 6) = 108$

24人/32人　　20人/32人　　16人/32人

(2)　$4 \times 24 = 4 \times (20+4) = (4 \times 20) + (4 \times 4) = 96$

27人/32人　　23人/32人　　19人/32人

〈注〉

(1) 森　毅『数の現象学』朝日新聞社　62 P

(2) 同　上　65 P

(3) 田村二郎『量と数の理論』日本評論社　1 P

(4) 小島　順『線型代数』ＮＨＫ出版　1 P

(5) 同　上　44 P

(6) ヒルベルト「数概念について」『幾何学の基礎』寺阪英孝・大西正男訳　共立出版　204 P～205 P

(7) 例えば河辺昶恵「かけざんの指導」『数学教室』1982年2月号