算数教科書分析の試み
——『小学算術』第一学年を対象として——

岡　野　　勉
（北海道大学大学院教育学研究科修士課程2年）

0．は　じ　め　に

戦前，戦後の算術・算数教科書を検討する際，第四期国定教科書『尋常小学算術』（昭和10～15年，通称緑表紙）の研究は一つの中心的な位置を占めている。それは，この教科書が，それ以前の『尋常小学算術書』（第一～三期国定教科書，通称黒表紙）の批判として展開した「算術新教育運動」の実践・研究の諸成果の「結実」として成立したということ，またこの教科書が，現行の算数教科書の「原型」をなしているという指摘がなされている[1]ことによる。

前者の点は，黒表紙と緑表紙の「連続性または非連続性」[2]の問題として考えることができる。そして，この2つの教科書の「非連続性」を指摘する見解が多い[3]ことは，緑表紙が上述のような経緯によって成立したことを考慮にいれるなら，ある意味で当然といえよう。

例えば，この教科書が第4学年まで発行された昭和13年，今野武雄は次のように述べている[4]。「新算術書の出現は誰にとっても大きな感激であった。これは世界にも類の少い立派な教科書である。勿論寺尾や藤沢の教科書も夫々の意味では世界的な水準を抜く教科書であったが，新しい数学教育観からすれば，困る代物であった。今度の新教科書はそういう点から言っても優れたものであり，ある程度の進歩的見解を以て任ずる人々をもさえ驚かせたのである。今度の教科書の優れた点は実に沢山ある。事実問題を根底にして数理を開発するという一貫した態度，小学校算術というよりはむしろ小学校数学というものを考えている点，従ってまた幾何図形，代数，統計，グラフ等を豊富に取扱っているという点，挿絵の豊富なこととその素晴しさ，言語教育及び芸術教育との関係を十分考慮している点，直観，実験，作業を重んじている点，子供の遊戯と結び付けている点等数え上げれば限りがない程である。…新教科書の生命は事実そのものを重要視し，数理をそれから発するものとして取扱いしかも藤沢の体系に含まれている程度の教育内容を，前よりも能率よくこなしているという点であると思う。」

ここにあげられている諸点は，いずれも「算術新教育運動」の成果にその源を求めることができるであろう。黒表紙と緑表紙との「非連続性」を指摘するにあたっては，これらの諸点がそのまま根拠とされることが多いが，この運動の成果と緑表紙との関連については個別の教育内容・教材に即した具体的な検討が必要なのであり，それはこの2つの教科書についても同様である。

例えば，自然数の指導にあたって，黒表紙において選択された基本的な立場である「数え主義」について考えてみよう。この点について，今野武雄は同じ論文の中で次のように述べている。

「しかし…考えようによれば本書の筋金をなすものはあくまで藤沢流の算術であるともいえるのである。この傾向は…かくれた形では既に第一学年用上巻，種々雑多な品物を単に数えると

いうだけの限りで取り扱っているという点においても現れている。取り扱う対象は多様であり，部分的には方法の上においても色々な形で数を示す等の事をしてはいるが，全体として見れば計算の基礎はあくまで物を１つ１つ数えるという操作及びその結果の機械的記憶という点にだけ置かれており，計算を法則的に認識せしめるための多様な工夫がなされていない。」

ここでは「数え主義」という点における緑表紙と黒表紙の「連続性」が指摘されている。同様の指摘は，戦後，数学教育の研究者によってなされている[5]が，緑表紙が発行された当時において，すでにこのような指摘がなされていたことは興味深い。「数え主義」は，ひとつの数学論であると同時に，「教育内容編成論」とでもいうべきレベルに属するものであろう。そして，これまでは，このレベルにおいて黒表紙との「連続性」が指摘されるにとどまり，教科書の記述に即した，教育内容・教材のレベルにおいて，それが十分に吟味されてこなかった[6]。

算術の教育内容から徹底的に「量ト云フ様ナル外物」を放逐し，自然数とその演算の指導を自然数の順序関係から始めようとした黒表紙に対し，緑表紙は，算数教科書のなかで，量と数の関連の問題に初めて取り組んだ教科書であった。そこでは，基本的には「数え主義」の本質を保存しながらも，数とその演算が量にもとづいて指導されている記述のあることを見落とすことはできない。

また，最初にあげた後者の点に関連して述べるならば，緑表紙において現れていた量と数の関連における問題点は，現行教科書においてもかなりの程度残されているのではないか。そして，そこに何らかの改善の方向が示されているとすれば，それは前述の方向，すなわち数学的認識の基礎としての「量」が，数とその演算指導の論理の中で重要な位置をしめるようになる方向なのではないか。

本稿は，このような問題に接近するための第一歩として，緑表紙教科書（第一学年用）を対象として分析を試み，自然数概念の導入，自然数の加法・減法について，その結果を報告するものである。

1．対 象 と 方 法

算数教育の中心的な問題は量と数の問題であり，教科書を検討する際にも，教育内容・教材の論理的性格へ対象を限定することがこの問題と関連している[7]。われわれは，基本的にはこのような立場に立つ。ここでは，このような立場から教科書を分析するための基本的な方法について考えたい。

普通の数学書の記述は，定義，公理，定理，証明などの命題から論理が構成されている。定理，証明において，それを構成する命題は公理，定義あるいはそれに先立つ定理であり，それらが４種類の結合関係（and, or, not, if…then）によって論理的に結びついている。小学校の算数教科書の記述がこのように明確な形になっているとはいえないが，記述の内容とりわけその論理的性格をとらえるために，本稿においてはつぎの方法を試みることにしたい[8]。

(1) まず教科書を構成する記述（文，式，さし絵，図など）が単独で，あるいはいくつかが複合して，ひとまとまりの意味をなしていること，それが教科書において設定されている教育内容の表現として，ひとつの命題に変換できることを仮定する。例えば「ツギノ　ヨセザンヲ　ナサイ　3＋2」という文と式はこれだけでひとまとまりの意味をなしており，それは《3＋2＝5》という命題に変換することができる。これを，数学における命題とは異なる意味ではあるが，仮に「命題」と呼んでおこう。そしてここでは，このような「命題」

を分析にあたっての単位として措定する。

(2) その上で，すべての命題が属するレベル，および命題間の関係を区別するためのカテゴリーを設定する。後者について，ここでは，命題Aが命題Bを「導く」という関係，および2つ（あるいはそれ以上）の命題が「並列される」という関係だけを区別しておく。例えば「25＋49＝74，49＋25＝74　たされる数とたす数を入れかえてたしても，答えはおなじになります。」という式と文については，命題Aと命題Bとが「並列され」，そこから命題Cを「導く」という関係になっていると説明される。前者については後述する。

(3) このようにして設定されたカテゴリーによって教科書の記述を説明する。

以上が分析の主な手続きであるが，ここでは次の点を付け加えておく。

(1)について。教科書の記述を命題に変換するにあたって，記述→命題の対応は一対一とは限らない。とりわけ低学年用のばあい，教科書（児童用書）だけからは，その記述がどのような教育内容を表現しているのかが必ずしも明らかでない場合がある。また，教科書の記述を中心に，それ以外の指導も含めた形で指導過程が構想されている場合がある。そのような場合，その点について説明のある教師用書が重要な資料として参照される。あるさし絵が，教師用書に例示されている質問形式によって2つ（あるいはそれ以上）の命題に変換されたり，ある指示・質問などが教科書の記述に表れてなくとも，教師用書ではそれが指導過程の一部を構成しているとみなされる場合には，命題に変換されることもある。

次に，変換された命題が属するレベルを区別するためのカテゴリーについて。ここでは，集合論的事実〔S〕，量的事実〔Q〕，定義〔D〕，代数法則〔AL〕，代数的事実〔AF〕，算術的事実〔F〕の5つのカテゴリーを設定した。それぞれについて，次に簡単に説明する（ただし，その具体的な内容については以下の分析結果において明らかになるので，ここでは省略する）。

まず集合論的事実〔S〕と量的事実〔Q〕について。これら2つは量に関する諸性質を記述するレベルであり，その点で同じレベルに属する。ここでは，前者を集合論において成立している事実・法則，後者をユークリッド式量空間[9]において成立している事実・法則を記述するレベルとする。

次に定義〔D〕について。定義とは一般に，ある概念の内容を意味の明らかな言葉によって表現したものであり，たとえば「広さのことを面積といいます」というように，A（概念の内容）をB（概念の名前）という，といった形で書かれるのがふつうである。しかしながら，小学校の算数教科書においては，必ずしもこのような形で定義が書かれているとは限らない。そこでは，ある命題が，それ以前の諸命題の内容とは異なる新しい内容を表現していることがある。このような場合，その命題を新しい内容の定義であると考えることができる[10]。

代数法則〔AL〕とは実数の代数的性質を記述するレベルである。そして，ALを公理とするなら，代数的事実〔AF〕はそこから導かれる諸命題，すなわち定理と考えることができる。ここではALとAFをこのような関係とし，ALから導かれる代数的命題をすべてAFとする。

算術的事実〔F〕とは，個別の数の大小関係，順序関係および個別の演算結果を記述するレベルである。

以上が教科書分析のための基本的な方法である。そして，このような方法による『尋常小学算術』（第一学年用）の分析結果を次に報告する。以下においては，教科書の展開順序に従い，教科書の記述の説明→それが変換される命題の順で報告することにする。

2．自然数概念の導入

2－1　自然数（1～9）の導入から定義まで

児童用（上）p. 2～12 では，「物の数の多少を直観させ，一つ，二つ，…，の唱へ方を用ひて事物の数を数へることを知らせ，数の観念を養」うこと，さらに，「一，二，…，の数詞に種々の単位の名をつけて事物を数へる仕方を教へ，数の観念を養ひ，併せて一から九までの数字の読方・書方を教へる」ことが目的とされている[11]。ここでは，これらの内容に相当する記述を対象として分析を試みる。

まずp. 2，3について。ここでは，「球入れの遊戯を題材として，物の数の多少を直観的に判断させ，進んで，数を知ることの必要を認めさせて，数へ方を教へ，併せて物の大いさに注意を払はせる」[12]。上段には赤白2組に分かれた子供が「球入れ」をしている絵があり，中段にはそれぞれの組のカゴとそこに入った球が，下段には一列に並べられた10個の球が赤白それぞれ5個ずつ描かれている。

教師用書によると，これらの記述を中心に，次のような指導過程が構想されている[13]。

(1)　中段の絵は…各組の球の数の多少を判断させるものである。球の数は，一見して，白が多いといふことがわかればよく，その数を数へさせる意味ではない。教師は…数の多少を直観的に判断させるがよい。この際，二群の数は，その多少が一見してわかるやうな場合でなくてはならぬ。

(2)　次には，二群の数が接近してゐて，数の多少が判断し難い場合に当たらせるか，或は自己の判断が正しいか否かを実証したい情態に児童を誘導するかして，どうしたらよいかを考へさせる。この際に於ける，最も原始的で，且最も明確な方法は，二群の一つ一つを一対一に対応させて見ることである。このやうに，物を一対一に対応させるといふことは，数量的処理の基本となるものである。先づ，この方法を児童が自発的に取るやうに導くがよい。

(3)　次に，進んだ方法として，二群の数を数へてこれを比較することに導く。これも児童が自発的に行ふやうに導くがよい。このためには，一方が三つで，他方が四つ，或は，五つと六つ，といふやうな場合を示すがよい。かやうにして，数を知ることの必要を認めさせる。さうして，十までの数へ方を取扱ふのである。このとき用いる唱へ方は，次に示す通りである。

　　ヒトツ　フタツ　ミッツ　ヨッツ　イツツ　ムッツ　ナナツ　ヤッツ　ココノツ　トヲ

　…児童書の下段の絵について，数詞を唱へながら一つづつ指摘させる。この際には，白い球から数へたり，赤い球から数へたり，順序を種々にして練習させるがよい。…かやうにして唱へた最後の数詞で，物の数を言表させる。

　　以上によって，数詞を正しく唱へ，且物と数詞とを順序正しく一対一に対応させることの練習をし，且集合数の観念を与へるのである。

まず上段の絵について，これは次の命題に変換される。

《集合A，Bについて，$N(A) \geqq N(B)$ または，$N(A) \leqq N(B)$ なる関係が成立する。》〔S〕

次に，(1)「二群の数は，その多少が一見してわかるやうな場合」について「直観的に判断させる」段階について（これが中段のさし絵に相当する）。

《1.　個物 $w_1, w_2, w_3, \cdots w_m$ がある。

2．　集合 $W=\{w_1, w_2, w_3, \cdots w_m\}$ とする。

3．　個物 $r_1, r_2, r_3, \cdots r_k$ がある。

4．　集合 $R=\{r_1, r_2, r_3, \cdots r_k\}$ とする。

5．　$N(W) \geqq N(R)$　　（展開例として，$m=35$，$k=13$)》〔S〕

(2)「二群の数が接近してゐて，数の多少が判断し難い場合」に「一対一に対応させて見る」段階（これは教科書の記述には表われていない）について。

《1～4については(1)と同様

5．　$^{\exists}W' \subset W,\ W' \sim R \rightarrow N(W) \geqq N(R)$　　（展開例として，$m=35$，$r=30$)》〔S〕

(3)「二群の数を数へてこれを比較する」段階について。まずヒトツ，フタツ，ミッツ，…トヲの数え方が下段の絵について指導される。

1．　個物 $m_1, m_2, m_3, \cdots m_{10}$ がある。

2．　集合 $M=\{m_1, m_2, m_3, \cdots m_{10}\}$ とする。

3．　次の様な集合の系列 $N_1 \sim N_{10}$ を作る。

$$\{m_1\} \sim \{ヒトツ\} = N_1$$
$$\{m_1, m_2\} \sim \{N_1, フタツ\} = N_2$$
$$\{m_1, m_2, m_3\} \sim \{N_1, N_2, ミッツ\} = N_3$$
$$\{m_1, m_2, m_3, m_4\} \sim \{N_1, N_2, N_3, ヨッツ\} = N_4$$
$$\{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5\} \sim \{N_1, N_2, N_3, N_4, イツツ\} = N_5$$
$$\{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6\} \sim \{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, ムッツ\} = N_6$$
$$\{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7\} \sim \{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, ナナツ\} = N_7$$
$$\{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7, m_8\} \sim \{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7, ヤッツ\} = N_8$$
$$\{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7, m_8, m_9\} \sim \{N_1, N_2, N_3, N_4, \cdots N_8, ココノツ\} = N_9$$
$$\{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7, \cdots m_{10}\} \sim \{N_1, N_2, N_3, N_4, \cdots N_9, トヲ\} = N_{10}$$

(「最後の数詞で物の数を言表させる」とは，この $N_1, N_2, N_3, \cdots N_{10}$ を，ヒトツ，フタツ，ミッツ…トヲと名づけることを意味するものであろう。)》〔S〕

そして，「五つと六つといふやうな場合」を展開例とすると，

《1～4については，(1)と同様（ただし $m=5$，$k=6$)

5．　$R \sim N_5$，$W \sim N_6$

6．　$N(R)=N(N_5) \leqq N(N_6)=N(W) \therefore N(R) \leqq N(W)$》〔S〕

ここでは次の命題が用いられている。

〈(ヒトツ)′＝フタツ　(フタツ)′＝ミッツ　(ミッツ)′＝ヨッツ

(ヨッツ)′＝イツツ　(イツツ)′＝ムッツ　(ムッツ)′＝ナナツ

(ナナツ)′＝ヤッツ　(ヤッツ)′＝ココノツ　(ココノツ)′＝トヲ〉〔D〕

これは，順序関係にもとづいた，1から10までの自然数の，助数詞「個」のついた名前（呼び方）である。

さらに，ここでは次の2つの命題も用いられている。

〈(1)　2つの集合A，Bにおいて，AからBへの全単射が存在するとき，AとBとの間に一対一対応がつく，またはA，Bは対等である。このときA，Bの基数は等しい。

(2)　2つの集合A，Bにおいて，BがAのある部分集合と対等になるとき，$N(A) \geqq N(B)$〉〔S〕そして，これらの命題によって，《$^{\exists}W' \subset W$，$W' \sim R \longleftrightarrow$ WはRより「数が多い」》

《$R \sim N_5 \longleftrightarrow R$ は N_5 と「数が同じ」》

として，数の「多い」「少ない」「同じ」という言葉の意味が定義されている。

p. 4 は，「おはじき遊びを題材として，前項と同様な取扱いをし，数へ方を一層精確にする」[14] ものである。上段には2人の子供がおはじき遊びをしている絵，中段には各自の取ったおはじきを比べている絵（左の子供が8ヶ，右の子供が9ヶ），下段には一列に並べられた10ヶのおはじきが描かれている。

まず上段のさし絵について。これは，球入れの場合と同様の，次の命題に変換することができる。

《2つの集合A，Bについて，$N(A) \geqq N(B)$ または，$N(A) \leqq N(B)$ なる関係が成立する。》〔S〕

次に中段のさし絵について。ここでは，「児童にこれ〔2人の子供の取ったおはじきの数〕を比較させること，球入れの場合と同様」であり，また「単に数の多少の比較に止まらず，おはじきの数を数へさせねばならない。」[15] これは次の命題に変換される。

《1．集合A，Bについて，$^{\exists}B' \subset B,\ B' \sim A,\ \rightarrow N(B) \geqq N(A)$

2．前述した集合の系列 $N_1 \sim N_{10}$ を作る。

3．$A \sim N_8,\ B \sim N_9 \rightarrow N(A) = N(N_8) = 8,\ N(B) = N(N_9) = 9$》〔S〕

ここでも，順序関係にもとづいた，助数詞「個」のついた，1から10までの自然数の名前（呼び方）が用いられている。

以上は「球入れ」の場合とほぼ同様であるが，このさし絵には，さらに，「両者の差を『9－8』という計算によって知らせるのではなくて，実際に一対一対応させ，一方が他方より一つだけ多いことを理解させる」[16] ことも含まれている。

この記述は次の命題に変換することができる。

《集合A，B，$N(A)=8$，$N(B)=9$ について，$^{\exists}B' \subset B,\ B' \sim A \rightarrow N(B)-N(A)=N(B)-N(B')=N(B-B')=1.$》〔S〕

ここでは次の2つの命題が用いられている

〈(3) 集合A，Bについて，$A \supset B$ のとき，$\{x : x \in A,\ x \notin B\}$ をAとBの差集合〔A－B〕という。〉〔D〕

〈2数 $N(A)$，$N(B)$ について，$N(A) \leqq N(B)$ のとき，$N(A)+x=N(B)$ を満たす数 x がただ一つ存在する。この x を $N(A)$ と $N(B)$ の‘差’といい，$N(B)-N(A)$ とかく。そのとき，$N(B)-N(A)=N(B)-N(B')=N(B-B')$〉〔D〕

下段は「数へ方の練習を，この絵について行はせるがよい」とあることから，次の命題に変換される。

《1．個物 $a_1, a_2, a_3, \cdots a_{10}$ がある。

2．集合 $A=\{a_1, a_2, a_3, \cdots a_{10}\}$ とする。

3．次のような集合の系列 $N_1 \sim N_{10}$ を作る。

$$
\begin{aligned}
\{a_1\} &\sim \{\text{ヒトツ}\} = N_1 \\
\{a_1, a_2\} &\sim \{N_1, \text{フタツ}\} = N_2 \\
\{a_1, a_2, a_3\} &\sim \{N_1, N_2, \text{ミッツ}\} = N_3 \\
&\vdots \\
\{a_1, a_2, a_3, \cdots a_{10}\} &\sim \{N_1, N_2, N_3, \cdots N_9, \text{トヲ}\} = N_{10}
\end{aligned}
$$

4. $A \sim N_{10}, \rightarrow N(A)=N(N_{10})=10$》〔S〕

以上がp.4の分析である。ここでも，前述した1から10までの自然数の名前（呼び方）が用いられている。

p.5には，3個，4個，5個のボタンをそれぞれ様々な並べ方で示されたさし絵がある。これは，「集合した物を整理する」，「方向・位置の観念を明らかにする」ためのものであり，「これについて，数を知らせ，配置の有様に注目させ，配置と数とを結びつけて，方向・位置の観念を養はしめ，且児童に色々工夫して並べさせて，一層これを確実にさせようとするものである。」[17)]

これについては，一段めにある3つのさし絵と，二段めのいちばん左のさし絵を例にとると，

《1. 個物 $a_1. a_2. a_3$ がある

2. 集合 $A=\{a_1. a_2. a_3\}$ とする

3. 次の集合の系列 $N_1 \sim N_3$ を作る

$$\{a_1\} \sim \{ヒトツ\}=N_1$$

$$\{a_1, a_2\} \sim \{N_1, フタツ\}=N_2$$

$$\{a_1, a_2, a_3\} \sim \{N_1, N_2, ミッツ\}=N_3$$

4. $A \sim N_3 \rightarrow N(A)=N(N_3)=3$》〔S〕

《1. 個物 b_1, b_2, b_3 がある

2. 集合 $B=\{b_1, b_2, b_3\}$ とする

3. 次の集合の系列 $N_1 \sim N_3$ を作る

$$\{b_1\} \sim \{ヒトツ\}=N_1$$

$$\{b_1, b_2\} \sim \{N_1, フタツ\}=N_2$$

$$\{b_1, b_2, a_3\} \sim \{N_1, N_2, ミッツ\}=N_3$$

4. $A \sim N_3 \rightarrow N(A)=N(N_3)=3$》〔S〕

次の2つのさし絵についても，集合C，Dとして同様の命題に変換される。

《$N(C)=N(N_3)=3$，$N(D)=N(N_3)=3$》〔S〕

そして，これら4つの命題から次の命題が導かれる。

《$N(A)=N(B)=N(C)=N(D)=3$》〔S〕

ここでは，a_1, a_2, a_3，および b_1, b_2, b_3 など，指導の出発点となる複数の個物の「配置」がタテ，ヨコ，ナナメなどそれぞれに異なっている点が特徴的である。そして，ここでも，前述の，順序関係にもとづいた1から10までの自然数の名前（呼び方）が用いられている。

p.6, 7には，色紙，鉛筆などの文房具や，ニワトリ，犬などの動物が描かれている。ここでも，これらのさし絵について，「数詞に種々の単位の名をつけて事物を数へる。」[18)] 例えば，色紙（7枚）については，

《1. 個物 $p_1, p_2, p_3, \cdots, p_7$ がある

2. 集合 $P=\{p_1, p_2, p_3, \cdots, p_7\}$ とする

3. 次のような集合の系列 $N_1 \sim N_7$ を作る

$$\{p_1\} \sim \{イチマイ\}=N_1$$

$$\{p_1, p_2\} \sim \{N_1, ニマイ\}=N_2$$

$$\{p_1, p_2, p_3\} \sim \{N_1, N_2, サンマイ\}=N_3$$

$$\{p_1, p_2, p_3, p_4\} \sim \{N_1, N_2, N_3, シマイ\}=N_4$$

$$\vdots \qquad \qquad \vdots$$

$\{p_1, p_2, p_3, p_4, \cdots p_7\} \sim \{N_1, N_2, N_3, N_4, \cdots N_6$, ナナマイ$\} = N_7$

4. $A \sim N_7 \rightarrow N(A) = N(N_7) = 7$,》〔S〕

ここでは次の命題が用いられている。これは，助数詞「枚」のついた自然数1～10の名前（呼び方）である。

〈(イチマイ)′＝ニマイ，(ニマイ)′＝サンマイ，(サンマイ)′＝シマイ，(シマイ)′＝ゴマイ
(ゴマイ)′＝ロクマイ，(ロクマイ)′＝シチマイ，(シチマイ)′＝ハチマイ，
(ハチマイ)′＝クマイ，(クマイ)′＝ジフマイ〉〔D〕

その他，鉛筆（「本」），ノート（「冊」），ニワトリ（「羽」），犬（「匹」）などのさし絵についても同様である。ただし，この命題は，《(イチ)′＝ニ，(ニ)′＝サン，(サン)′＝シ，(シ)′＝ゴ…(ク)′＝ジフ》から導かれるべきものであろう。しかしながら，この命題，すなわち「一，二，…十の唱へ方」は，次の p.8 において初めて教えられることになる。

次に p.8，9 について。ここでは，「数に『番』とか『等』とかいふ名を附けて順序を表す場合を取扱って，数のもつ順序の意味を一層明らかならしめようとするのである。」[19] 上段には「兵隊ごっこ」をしている子供，すなわち一列に並んだ9人の子供と号令をかける一人の子供，中段には「かけっこ」をしている5人の子供，1等から5等までの旗をもった子供が描かれている。

これらのさし絵は，いずれも，2つの順序集合について，それらが順序同型である，という命題に変換することができる。例えば中段については次の様になろう。

《1. 助数詞「等」のついた自然数1～5の名前，イットウ，ニトウ，サントウ，ヨントウ，ゴトウ，がある。

2. 集合A＝{イットウ，ニトウ，サントウ，ヨントウ，ゴトウ}とする

3. Aの上の順序$\prec$を，イットウ$\prec$ニトウ$\prec$サントウ$\prec$ヨントウ$\prec$ゴトウ，と定めると順序集合（$A, \prec$）が定まる。

4. 個物 b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 がある

5. 集合 $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$ とする

6. Bの上の順序$\prec'$を，$bi, bj \in B$ について，bi より bj が右にあるとき $bi \prec' bj$ と定めると順序集合（$B, \prec'$）が定まる

7. （$A, \prec$）と（$B, \prec'$）は順序同型である。すなわち，$a_1, a_2 \in A$，$a_1 \prec a_2 \rightarrow f(a_1)$，$f(a_2) \in B$，$f(a_1) \prec' f(a_2)$ を満たす全単射 f が少なくとも一つ存在する。》〔S〕

そして，次に，順序関係にもとづいた，助数詞のつかない自然数1～10のなまえがはじめて教えられる。「児童用書以外では，先ず十人以内の児童を整列させて，番号をとなえさせるがよい。この際には，イチ　ニ　サン　シ　ゴ　ロク　シチ　ハチ　ク　ジフの唱へ方によらせる。即ち，此処で初めて，単位の名を附けない，数詞だけの正則の唱へ方を取扱ふのである。」[20]

これについては，次の命題に変換される。

《(イチ)′＝ニ，(ニ)′＝サン，(サン)′＝シ，(シ)′＝ゴ，(ゴ)′＝ロク，(ロク)′＝シチ，
(シチ)′＝ハチ，(ハチ)′＝ク，(ク)′＝ジフ》〔D〕

「下段では，集合数を表さしめるために，指と数字とを対応させた。…第八・九頁では，1から5までの数字を教へることとしてある。」[21] ここでは，これまで何度も用いられてきた，順序関係にもとづいた，1から10までの自然数の名前（呼び方）のうち，1から5までについて，その定義と記法（書き方）が与えられる。

《$N(N_1)$ を1と書く。$N(N_2)$ を2と書く。$N(N_3)$ を3と書く。

$N(N_4)$ を 4 と書く。$N(N_5)$ を 5 と書く。》〔D〕

続いて p. 10, 11 に進む。「児童用書第十頁は，一つ，二つ，…十の唱へ方を，第十一頁は，一，二，…十の唱へ方を用ひる物を，一列に竝べた絵である。これを，直観によって数を知り，又，順次数へて数を知る教材として取扱ふのである。名数の数へ方としては，今後，単位の名を一々附けることなく，数詞だけで数へ，数へ終った後に，単位の名を附ける仕方をさせるがよい。」[22] ここには，色々な植物，動物，食物が一列に並べられた絵がある。例えば，四匹のカニの絵については，

《1.　個物 k_1, k_2, k_3, k_4 がある。

2.　集合 $K=\{k_1, k_2, k_3, k_4\}$ とする。

3.　次の様な集合の系列 $N_1 \sim N_4$ を作る。

$$\{k_1\} \sim \{\text{イチ}\} = N_1$$
$$\{k_1, k_2\} \sim \{N_1, \text{ニ}\} = N_2$$
$$\{k_1, k_2, k_3\} \sim \{N_1, N_2, \text{サン}\} = N_3$$
$$\{k_1, k_2, k_3, k_4\} \sim \{N_1, N_2, N_3, \text{シ}\} = N_4$$

4.　$K \sim N_4 \rightarrow N(K) = N(N_4) = 4$》〔S〕

その他のさし絵についても，「数へ方の練習」であり，同様の命題に変換することができる。ここでも，順序関係にもとづいた，数詞のつかない 1 から 10 までの自然数の名前が用いられている。

p. 12 には，1 から 9 までの自然数と，その上に白い球が対応する数だけ（5 ヶを一列として）並べられている。ここでは，前述した 1 から 5 までの自然数の定義•記法に続いて，6 から 9 までの自然数について，その定義と記法が指導される。

《$N(N_1)$ を 1 と書き，「イチ」と読む。

$N(N_2)$ を 2 と書き，「ニ」と読む。

$N(N_3)$ を 3 と書き，「サン」と読む。

$N(N_4)$ を 4 と書き，「シ」と読む。

$N(N_5)$ を 5 と書き，「ゴ」と読む。

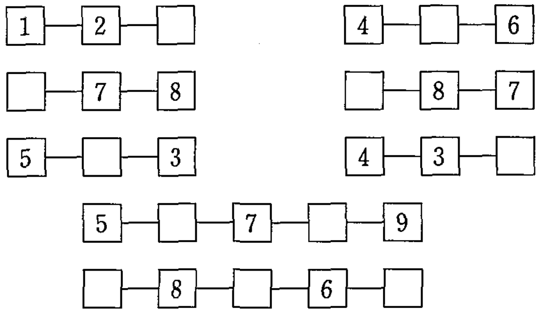
$N(N_6)$ を 6 と書き，「ロク」と読む。

$N(N_7)$ を 7 と書き，「シチ」と読む。

$N(N_8)$ を 8 と書き，「ハチ」と読む。

$N(N_9)$ を 9 と書き，「ク」と読む。》〔D〕

p. 12 下段には，次の様な図がある。これは，「数の系列を明らかにする」，「即ち，1 から始ってそれよりも 1 づつ大きいものが，順次これに続く系列をなしてゐることを明らかにするためのものである。」[23]



これらの図は次の命題に変換することができる。$x'=y$ のとき $y^*=x$ と書くことにすると，

《$1'=2,\ 2'=3 \quad 4'=5,\ 5'=6$

$8^*=7,\ 7^*=6 \quad 7'=8,\ 8'=9$

$5^*=4,\ 4^*=3 \quad 4^*=3,\ 3^*=2$

$5'=6,\ 6'=7 \quad 7'=8,\ 8'=9$

$9^*=8,\ 8^*=7 \quad 7^*=6,\ 6^*=5$》〔F〕

そして，これら諸命題から次の2つの命題が導かれる。

《$x(1\leqq x\leqq 8)$ に対して，$x'(=x+1)$ が定まる。

$y(2\leqq y\leqq 9)$ に方して，$y^*(=y-1)$ が定まる。》〔F〕

2−2 数の増減（その1）と合成・分解

児童用書 p. 13〜18 では，「十までの数範囲で，事物の数が増加し，又は減少する場合に，数へることによってその結果の数を求めること」，p. 19〜22 では，「十以下の数が，それよりも小さい数で合成されること，及び十以下の数が，それよりも小さい数に分解されることを，実際の事物について知らせて十以下の数の構成を明らかに」すること，および「実際の事物について二数を比較させてその差を知らせ，併せて二，四，六，八，十の数へ方を教へる」ことが目的になっている[24]。ここでは，これらの内容に対応する記述を対象として分析を試みる。

p. 13 には，2本から10本までのマッチ棒が18通りの並べ方で示してある。このさし絵について，教師用書には次の様な指導過程が構想されている[25]。

(イ) 児童用書の図の各々について，それが何本の棒で作られているかを数へさせる。

(ロ) 図の各々の形を棒で作らせる。

(ハ) 棒の数を指定して或形を作らせ，その上に数本附加えて面白い形を作らせる。さうして棒の数を数へさせる。

(ニ) 棒の数を指定して或形を作らせ，その中数本を取除いて面白い形にさせる。さうして棒の数を数へさせる。

(ホ) 十本以内の棒で，色々な形を工夫させる。

まず(イ)(ロ)について。ここに描かれている数本のマッチ棒をそれぞれ一つの集合と考え，それらを順に A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, C_3, D_1, D_2, E, F, G, H, I とすると，次の命題に変換される。

《$N(A_1)=N(A_2)=2,\ N(B_1)=N(B_2)=3$

$N(C_1)=N(C_2)=N(C_3)=4,\ N(D_1)=N(D_2)=5$

$N(E)=6,\ N(F)=7,\ N(G)=8,\ N(H)=9,\ N(I)=10$》〔S〕

次に(ハ)(ニ)について。「或形」をマッチ棒の集合 A_1，それに付け加えた数本（例えば3本）のマッチ棒を一つの集合と考え，それを A_1' とすると，

《集合 A_1, A_1' について，$N(A_1)=2,\ N(A_1')=3\rightarrow N(A_1)\leqq N(A_1\cup A_1')=5$》〔S〕

また，「或形」をマッチ棒の集合E，そこから取り除いた数本（例えば2本）のマッチ棒を一つの集合と考え，それを E' とすると，

《集合 E, E', $E'\subset E$ について，$N(E)=6,\ N(E')=2\rightarrow N(E)\geqq N(E-E')=4$》〔S〕

次に(ホ)について。例えば10本のマッチ棒で作られた「色々な形」をそれぞれ1つの集合と考え，それらを，J_1, J_2, J_3, $\cdots J_n$ とすると，

《$J_1=J_2=J_3=\cdots J_n \rightarrow N(J_1)=N(J_2)=N(J_3)=\cdots=N(J_n)$》〔S〕

この他，(ハ)(ニ)(ホ)については色々な例が考えられるが，それらはいずれも同様の命題に変換することができる。そして，これら諸命題においては，前述の(3)に加えて，次の命題も用いられている。

〈(4) 2つの集合A，Bについて，$\{x : x \in A$ または $x \in B\}$ をAとBの合併集合〔$A \cup B$〕という。〉〔D〕

次にp. 14について。このページは，「数の増減を，第一段の範囲内で取扱ふものである。児童用書は，数匹の蝶の移動を，六つの絵で連続的に示したもので，その順序は，左上から右に進み，中段に移るのである。」ここでは，教師用書にある「発問形式」の例示[26]を引用することでさし絵の説明に替え，これに沿った形で命題に変換していくことにする。

(イ) 蝶が花にとまってゐます。何匹とまってゐますか。一匹飛んで来ますね。みんなで何匹でせう。

(ロ) 四匹は花の蜜を吸ってゐましたが，その中の二匹は他の方へ飛んで行きます。まだ蜜を吸ってゐるのは何匹でせう。

(ハ) 飛んで行った二匹は，途中で三匹の仲間に会ひました。みんな揃って花を見つけに行きました。何匹揃って行きましたか。

(ニ) 五匹の中，一匹は花を見つけてそれにとまりました。まだ飛んで行きます。何匹飛んで行きますか。

(ホ) 四匹が飛んでゐますと，又仲間が二匹やって来ました。みんなで花をさがしてゐます。何匹で，花をさがしてゐるでせう。

(ヘ) 六匹の中，三匹が花を見つけて，それにとまりました。まだ花の見つからないのは何匹でせう。

順に命題に変換していくと，次の様になるだろう。

(イ) 花にとまっている蝶の集合をA，飛んで来る蝶の集合をBとすると，
《$N(A)=3,\ N(B)=1 \rightarrow N(A) \leqq N(A \cup B)=4$》〔S〕

(ロ) 花の蜜を吸っている蝶の集合をC，そのうち他の方へ飛んでいく蝶の集合をDとすると，
《$N(C)=4,\ N(D)=2,\ C \supset D \rightarrow N(C) \geqq N(C-D)=2$》〔S〕

(ハ) 飛んで行った蝶の集合をE，途中にいた仲間の集合をFとすると，
《$N(E)=2,\ N(F)=3 \rightarrow N(E) \leqq N(E \cup F)=5$》〔S〕

(ニ) 花をみつけに行く蝶の集合をG，そのうち花にとまった蝶の集合をHとすると，
《$N(G)=5,\ N(H)=1,\ G \supset H \rightarrow N(G) \geqq N(G-H)=4$》〔S〕

(ホ) 飛んでいる蝶の集合をI，やってきた仲間の集合をJとすると，
《$N(I)=4,\ N(J)=2 \rightarrow N(I) \leqq N(I \cup J)=6$》〔S〕

(ヘ) 花をさがしている蝶の集合をK，そのうち花にとまった蝶の集合をLとすると，
《$N(K)=6,\ N(L)=3,\ K \supset L \rightarrow N(K) \geqq N(K-L)=3$》〔S〕

以上がp. 14のさし絵を変換した命題である。ここでも前述の(3)(4)が用いられている。

なお，p. 16には「色板竝べ」としてp. 13と同様のさし絵があり，p. 15，17，18には「蛙」，「蟻」，「色々な動物」としてp. 14と同様のさし絵がある。これらは扱う数の範囲が異なっている点を除けば，すべて前述と同種の命題に変換することができる。

以上が，p. 13～18「数の増減（その1）」に対応する記述の分析である。続いて，p. 19～22「数

の構成（合成・分解）」の分析に移る。

まずp.19について。ここには2つの色の風船の組（例えば青5，白2）を6組描いたさし絵がある。これについて，教師用書には次の二種類の発問形式が例示されている[27]。

(イ) 風船球はみんなで幾つありますか。その中，赤いのは幾つですか。青いのは幾つですか。

(ロ) 風船球の赤いのは幾つですか。青いのは幾つですか。みんなで幾つありますか。

ここでは前述の例について考えることにする。まず(イ)について，風船の集合をA，そのうち青い風船の集合をA_1，白い風船の集合をA_2とすると，

《集合A，$N(A)=7$について，A_1，$A_2 \subset A$，$A_1+A_2=A$，$N(A_1)=4$
$\rightarrow N(A_2)=N(A-A_1)=3$》〔S〕

また，同じ例について同様に集合を定めると，

《集合A_1，A_2，$N(A_1)=4$，$N(A_2)=3$について，$A=A_1+A_2 \rightarrow N(A)=N(A_1+A_2)=7$》〔S〕

また教師用書には，「次のやうな発問に答へさせるもよい」として，「風船売が，風船球を七つ持ってゐます。色は青と黄です。青いのを数へて見たら，四つでした。黄色のは幾つでせう。」という例があげられている[28]が，これは(イ)と同様の命題に変換される。

p.20では，「形の異なったものによって数の構成を取扱」う[29]。ここでは長方形の旗と三角形の旗，円の皿と正方形の皿，立方体と円柱について同様のさし絵があり，これらも同様の命題に変換することができる。

例えば旗の場合を例にとると，上述の旗の全体を集合A，そのうち長方形の旗を集合A_1，三角形の旗を集合A_2とすると，

《集合A，$N(A)=9$について，A_1，$A_2 \subset A$，$A_1+A_2=A$，$N(A_1)=5$
$\rightarrow N(A_2)=N(A-A_1)=4$》〔S〕

《集合A_1, A_2, $N(A_1)=5$, $N(A_2)=4$について, $A=A_1+A_2 \rightarrow N(A)=N(A_1+A_2)=9$》〔S〕

p.21は，「輪投の遊戯で，輪が掛った場合，外れた場合によって10の構成を取扱ひ，併せて，その結果の比較から，数の差を求めることを取扱ふものである。」[30]上段には4人の子供（タダシ，カズコ，コシヲ，ミチコ）が輪投げをしている絵があり，下段には各人の成績を○×で表した図がある。○，×の数は，タダシが8，2，カズコが3，7，ヨシヲは4，6，ミチコが5，5である。

まず，「この記録によれば，10が種々に分解せられることを知り，10の構成を明らかにすることができる。」[31]

各自の表にある○をa_1，a_2，$\cdots a_n$，×をb_1，b_2，$\cdots b_m$と書くことにすると，例えばタダシについては，集合$A=\{a_1, a_2, a_3, \cdots a_8\}$，$B=\{b_1, b_2\}$となるから，

《集合A，B，$N(A)=8$，$N(B)=2$，$N(A+B)=10$，$\rightarrow 10=8+2$》〔S→F〕

カズコ，ヨシヲ，ミチコについても，

《集合A，B，$N(A)=3$，$N(B)=7$，$N(A+B)=10 \rightarrow 10=3+7$》〔S→F〕

《集合A，B，$N(A)=4$，$N(B)=6$，$N(A+B)=10 \rightarrow 10=4+6$》〔S→F〕

《集合A，B，$N(A)=5$，$N(B)=5$，$N(A+B)=10 \rightarrow 10=5+5$》〔S→F〕

（ただし，+，=の記号はここで指導されない）

「次には，この○の数によって成績の順位を定めさせる。」[32]各人の表に記されている幾つかの○を一つの集合と考え，それを順にA_1，A_2，A_3，A_4とすると，

《$N(A_1)=8$，$N(A_2)=3$，$A(A_3)=4$，$N(A_4)=5 \rightarrow N(A_2) \leqq N(A_3) \leqq N(A_4) \leqq N(A_1)$》〔S〕

「更に進んでは，二人の成績を比較させる。例えば『ミチコさんとヨシヲさんとは，どちらが幾つ勝ちましたか』という類いの発問をするのである。」そして「これに対する解決方法として最も原始的なのは，両者の〇を一対一に対応させて何れか一方の残りの〇の数を数へることである。」[33]

ここでも，2数の「差」について前述の様な定義がなされていると考えるなら，

《集合 $A_3, A_4, N(A_3)=4, N(A_4)=5$ について，$\exists A'_4 \subset A_4, A'_4 \sim A_3 \rightarrow N(A_4)-N(A_3)=N(A_4)-N(A'_4)=N(A-A'_4)=1$》〔S〕

集合 A_1，A_2，A_3，A_4 の任意の2つについても，上と同様の命題に変換することができる。ここでは，前述の(3)に加えて，次の命題が用いられている。

〈集合A，Bについて $A \cap B=\phi$ のとき，$C=A \cup B$ を部分集合A，Bの直和〔A+B〕という〉〔D〕

「次に，これまでの学習によって可能な他の方法としては，数の分解によって，多い方を少ない方に等しい部分と他の部分とに分け，両者の等しい部分を相殺することによって差を求めることができる。」[34] これについては，

《2数5，4について，$5=4+1 \rightarrow 5-4=(4+1)-4=1$》〔F〕

に変換される。

p. 22は，「数え方の一つの方法として，二，四，六，八，十の唱え方を用いる方法を教えるものである。」[35] ここには，白い繭と黄色の繭を一つおきに合計10ケ並べた絵，牛の顔を5つ並べた絵，2つを一組にしたサクランボを5組並べた絵がある。このさし絵については，$n=2, 4, 6, 8$，$n^{\dagger}=(n')'$ とすると，

《$2^{\dagger}=4$，$4^{\dagger}=6$，$6^{\dagger}=8$，$8^{\dagger}=10$》〔F〕

に変換される。

2−3　自然数（10〜20）の導入から定義まで

p. 23〜27においては，「二十以下の事物の数を数へることを教へ，二十までの数の観念を養ひ，併せて数字の読み方・書方を教へる」ことが目的とされている[36]。ここでは，この内容に対応する記述を対象として分析を試みる。

まず，p. 23には，17個の実をつけた梅の木とそこにとまっている15羽の雀，16本の煙突が見える工業地帯の風景，p. 24には，19人の軍人とその上を飛んでいる18台の飛行機，18艘の船と12軒の家がある漁村の風景が描かれている。

ここでは，「数範囲を二十までに拡張して，この範囲内で，実際の事物の数へ方を取扱ふ」[37] わけであるから，これらのさし絵は，雀の場合を例にとると，次の命題に変換することができる。

《1．個物 p_1，p_2，p_3，p_4，$\cdots p_{15}$ がある。

2．集合 $P=\{p_1, p_2, p_3, p_4, \cdots p_{15}\}$ とする。

3．次の様な集合の系列 $N_1 \sim N_{15}$ を作る。

$$\{p_1\} \sim \{イチ\}=N_1$$
$$\{p_1, p_2\} \sim \{N_1, ニ\}=N_2$$
$$\{p_1, p_2, p_3\} \sim \{N_1, N_2, サン\}=N_3$$
$$\{p_1, p_2, p_3, p_4\} \sim \{N_1, N_2, N_3, シ\}=N_4$$
$$\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\} \sim \{N_1, N_2, N_3, N_4, ゴ\}=N_5$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, \cdots, p_{10}\} \sim \{N_1, N_2, N_3, N_4, \cdots, N_9, \text{ジュウ}\} = N_{10}$$

$$\{p_1, p_2, p_3, \cdots, p_{10}\} \cup \{p_{11}\} \sim N_{10} \cup \{\text{ジュウイチ}\} = N_{11}$$

$$\{p_1, p_2, p_3, \cdots p_{10}\} \cup \{p_{11}, p_{12}\} \sim N_{10} \cup \{N_{11}, \text{ジュウニ}\} = N_{12}$$

$$\{p_1, p_2, p_3, \cdots, p_{10}\} \cup \{p_{11}, p_{12}, p_{13}\} \sim N_{10} \cup \{N_{11}, N_{12}, \text{ジュウサン}\} = N_{13}$$

$$\{p_1, p_2, p_3, \cdots, p_{10}\} \cup \{p_{11}, p_{12}, p_{13}, p_{14}\} \sim N_{10} \cup \{N_{11}, N_{12}, N_{13}, \text{ジュウシ}\} = N_{14}$$

$$\{p_1, p_2, p_3, \cdots, p_{10}\} \cup \{p_{11}, p_{12}, p_{13}, p_{14}, p_{15}\} \sim N_{10} \cup \{N_{11}, N_{12}, N_{13}, N_{14}, \text{ジュウゴ}\} = N_{15}》〔S〕$$

その他のさし絵についても同様の命題に変換することができる。そして，ここでは，11 から 20 までの自然数の名前（呼び方）が順序関係にもとづいて教えられている。すなわち，前述の諸命題においては次の命題

〈(ジュウ)′=ジュウイチ　(ジュウイチ)′=ジュウ(イチ)′=ジュウニ

(ジュウニ)′=ジュウ(ニ)′=ジュウサン

(ジュウサン)′=ジュウ(サン)′=ジュウシ

(ジュウシ)′=ジュウ(シ)′=ジュウゴ

(ジュウゴ)′=ジュウ(ゴ)′=ジュウロク，…，

(ジュウク)′=ニジュウ〉〔D〕

が用いられている。ここで，「ジュウイチ」と「ニジュウ」は新しく定義されている。その他については，1～10 の自然数の名前から導かれたものである。

次に p. 25 に移る。上段のさし絵には，20 の花，葉，バナナ，ねずみ，ラッパが，それぞれ一列に並べられている。これは「既に取扱った単位の名を用ひて数へるものを，模様的に排列した略画であ」り，「二十までの数の数へ方を練習させるためのものである。」[38] 従って，このさし絵も p. 23 と同様の命題に変換することができる。そして，ここでも自然数 11～20 の名前（呼び方）が用いられている。

同じページの下段には，12 匹のフクロウ，15 匹の猫，13 匹の犬，18 人の兵隊が，それぞれ一列に並べられている。ここでは，いずれも 10 がひとまとまりになっているのが特徴的である。この絵は「十幾つといふ数が十と幾つといふ数とから構成されることを理解させるためのものである。」[39] 従って，このさし絵は，例えば兵隊については，次の命題に変換される。

《$N(A)=18,\ A_1 \subset A,\ N(A_1)=10 \rightarrow N(A)=10+8$》〔S〕

その他のさし絵についても同様の命題に変換することができる。そして，これらの諸命題から次の命題が導かれる。

《$11 \leqq N(A) \leqq 19,\ A_1 \subset A,\ N(A_1)=10 \rightarrow N(A-A_1)=x$ とすると，$N(A)=10+x$》〔S〕

次に p. 26，27 について。まず p. 26 上段には，時計の絵と，そのまわりに朝・昼・夕方・夜の子供の生活を描いた絵がある。ここでは「児童の有する時刻の観念から出発して，時計による時刻の見方を教へようとするのである。この際，数字 10，11，12 の読み方と，時刻の名称『時』とが，当然導かれて来ることとなる。」[40] 時計の文字盤上の数字の順序を利用して 10 以上の数を教えるわけである。このさし絵は次の命題に変換することができる。

《 9′を 10 と書き，「じゅう」と読む。

10′を 11 と書き，「じゅういち」と読む。

11′を 12 と書き，「じゅうに」と読む。》〔D〕

ここでは，10，11，12 の記法（書き方）と名前が，順序関係にもとづいて教えられている。

次に，p. 26 下段について。「時計の数字は，時刻を表わしたものであるから，順序数として用いられてゐるものである。従って，数字 10・11・12 の読み方をこれによって教えた後で，この数字と集合数との結合をはかる必要がある。このために，児童用書では，球の集合と数字とを対応させて示した。球の排列の仕方は，記数法を理解し易いやうにした。これを取扱うには，先づ，11・12 の方を先に教へて 10 に至り，十の集合だけで端下のないときには 10 と書くことを教へる。0 は端下のないことを表わすものであると説明するに止め，あまりこれに立ち入らぬがよい。」[41)]

従って，この記述は次の命題に変換される。

《 $N(N_{12})=10+2$ を 12 と書き，「じゅうに」と読む。
$N(N_{11})=10+1$ を 11 と書き，「じゅういち」と読む。
$N(N_{10})=10$ を 10 と書き，「じゅう」と読む。》〔D〕

これらもまた，前述の命題と共に，自然数 10，11，12 の定義と考えられる。

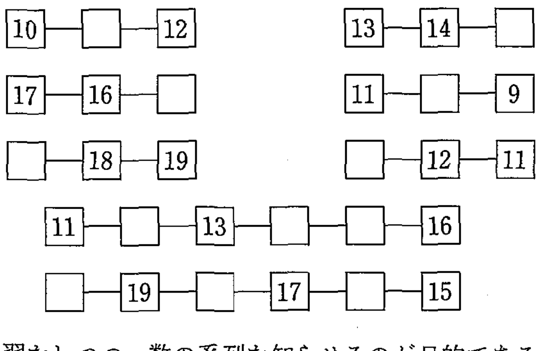
「第二十七頁では，10，11，12 に準じて 13 から 20 までの数字の読み方を教へる。次には，これ等の数字の書き方を取扱ふ。」[42)] すなわち，

《 $N(N_{13})=10+3$ を 13 と書き，「じゅうさん」と読む。
$N(N_{14})=10+4$ を 14 と書き，「じゅうし」と読む。
$N(N_{15})=10+5$ を 15 と書き，「じゅうご」と読む。
$N(N_{16})=10+6$ を 16 と書き，「じゅうろく」と読む。
$N(N_{17})=10+7$ を 17 と書き，「じゅうしち」と読む。
$N(N_{18})=10+8$ を 18 と書き，「じゅうはち」と読む。
$N(N_{19})=10+9$ を 19 と書き，「じゅうく」と読む。
$N(N_{20})=10+10$ を 20 と書き，「にじゅう」と読む。》〔D〕

これらは自然数 13～19 の定義である。そして，p. 26 下段，p. 27 上段の記述全体が自然数 10～20 の定義になっており，これら諸命題から導かれた次の命題にまとめることができる。

《集合Aについて，$10 \leqq N(A) \leqq 20$ ならば，$N(A)=10+x\,(0 \leqq x \leqq 10)$ と書くことができ，
i） $x=0$ のとき，$N(A)$ を 10 と書き，「じゅう」と読む。
ii） $1 \leqq x \leqq 9$ のとき，$N(A)$ を $1x$ と書き，「じゅう x」と読む。
iii） $x=10$ のとき，$N(A)$ を 20 と書き，「にじゅう」と読む。》〔D〕

p. 27 下段には，次の様な図が記されている。



ここでは「数字の練習をしつつ，数の系列を知らせるのが目的である」から，この図は次の命題に変換される。

《$10'=11$, $11'=12$, $13'=14$, $14'=15$

$17^*=16$, $16^*=15$, $11^*=10$, $10^*=9$

$17'=18$, $18'=19$, $13^*=12$, $12^*=11$

$11'=12$, $12'=13$, $13'=14$, $14'=15$, $15'=16$

$20^*=19$, $19^*=18$, $18^*=17$, $17^*=16$, $16^*=15$》〔F〕

これらの諸命題は，次の2つの命題にまとめることができる。

《$x=10+a(0\leqq a\leqq 9)$ に対して，$x'=10+a'$ が定まる。

$y=10+b(1\leqq b\leqq 10)$ に対して，$y^*=10+b^*$ が定まる。》〔F〕

2−4　数の増減（その2）

p. 28〜32 では，「二十までの数範囲で，事物の数が増加し，又は減少する場合に，数へることによってその結果の数を求めること」が指導される。ここでは，この内容に対応する記述を対象として分析を試みる。

まず p. 28 について，ここには「燕の移動を連続的に示した」絵が6枚ある。これについて，教師用書には，発問形式が次の様に例示されている[43]。

(イ)　電信線に燕がとまってゐます。上の線に何羽とまってゐますか。下の線に何羽とまってゐますか。一羽飛んで来ますね。みんなで何羽になるでせう。

(ロ)　十六羽の中，六羽が餌をさがしに飛んで行きます。何羽残るでせう。

(ハ)　十羽ゐる所へ，仲間が八羽飛んで来ました。みんなで何羽になりますか。

(ニ)　十八羽の中，一羽が蟲を追ひかけて飛び出したした。何羽残ってゐるでせう。

(ホ)　十七羽の中，十羽はおうちの方へ飛んで行きました。まだ，何羽残ってゐますか。

(ヘ)　七羽の燕も，おうちへ帰らうと相談してゐる所へ，又仲間が十羽来ました。みんなで，揃っておうちへ帰りました。何羽揃って帰ったでせう。

ここでは，これらの発問に沿った形で命題に変換していく。

(イ)　上の線にとまっている燕の集合を A_1, 下の線にとまっている燕の集合を A_2, 上下の線にとまっている燕の集合を A_3, 飛んで来る燕の集合を A_4 とすると,

《$N(A_1)=5$, $N(A_2)=10\rightarrow N(A_3)=N(A\cup B)=15$

$N(A_3)=15$, $N(A_4)=1\rightarrow N(A_3)\leqq(A_3\cup A_4)=16$》〔S〕

(ロ)　$A_3\cup A_4=A_5$ とし，そのうち餌をさがしに行く燕の集合を A_6 とすると,

《$N(A_5)=16$, $N(A_6)=6$, $A_5\supset A_6\rightarrow N(A_5)\geqq N(A_5-A_6)=10$》〔S〕

(ハ)　$A_5-A_6=A_7$ とし，飛んで来た仲間の集合を A_8 とすると,

《$N(A_7)=10$, $N(A_8)=8\rightarrow N(A_7)\leqq N(A_7\cup A_8)=18$》〔S〕

(ニ)　$A_7\cup A_8=A_9$ とし，そのうち虫を追いかけて飛んだ燕の集合を A_{10} とすると,

《$N(A_9)=18$, $N(A_{10})=1$, $A_9\supset A_{10}\rightarrow N(A_9)\geqq N(A_9-A_{10})=17$》〔S〕

(ホ)　$A_9-A_{10}=A_{11}$ とし，そのうち家の方へ飛んで行った燕の集合を A_{12} とすると,

《$N(A_{11})=17$, $N(A_{12})=10$, $A_{11}\supset A_{12}\rightarrow N(A_{11})\geqq N(A_{11}-A_{12})=7$》〔S〕

(ヘ)　$A_{11}-A_{12}=A_{13}$ とし，飛んできた仲間の集合を A_{14} とすると,

《$N(A_{13})=7$, $N(A_{14})=10\rightarrow N(A_{13})\leqq N(A_{13}\cup A_{14})=17$》〔S〕

ここでも，前述の(3)(4)が用いられている。

続いてp. 29 に移る。上段には「子供が七夕祭の仕事をしてゐる」情景が描かれている。竹に

つけられた短冊が10枚，子供が手に持っている短冊が4枚ある。下段には黄色の短冊と緑色の短冊とがそれぞれ9枚，混じって一列に並べられた絵，その下には字の書かれた短冊が6枚，書かれていないのが8枚，これも一列に並べられている。

ここにも，教師用書に発問の例が示されており[44]，それに沿った形で命題の変換していくことにする。

(1) 子どもが，竹に短冊を何枚つけましたか。まだ，何枚手にもってゐますか。

(2) タダシさんは，黄色の色紙で，短冊を九枚作りました。カズコさんは，緑の色紙で，短冊を五枚作りました。一緒にして竹につけました。何枚つけたでせう。

(3) ミチコさんは，短冊を十四枚作りました。兄さんが，その中の六枚に字を書いて下さいました。まだ書いていないのは何枚でせう。

(4) ヨシヲさんは，色紙を十一枚持ってゐました。その中，六枚，竹につけました。まだ何枚残ってゐるでせう。

順に命題に変換していくと，次のようになろう。

(1) 竹につけられた短冊の集合を A_1，子どもが手に持っている短冊の集合を A_2 とすると，
《$N(A_1)=10,\ N(A_2)=4 \rightarrow N(A_1 \cup A_2)=14$》〔S〕

(2) タダシさんの作った短冊の集合を B_1，カズコさんの作った短冊を B_2 とすると。
《$N(B_1)=9,\ N(B_2)=5,\ B_3,\ B_4 \subset B_2,\ B_3 \cup B_4 = B_2,\ B_3 \cap B_4 = \phi,\ N(B_3)=1 \rightarrow$
$N(B_1 \cup B_2) = N(B_1 \cup (B_3 \cup B_4)) = N((B_1 \cup B_3) \cup B_4) = N(B_1 \cup B_3) + N(B_4) = 10+4=14$》
〔S〕

ここでは，次の命題が用いられている。

〈(6) 3つの集合A，B，Cについて，結合法則 $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ が成立する。〉〔S〕

(3) ミチコさんの作った短冊の集合をC，そのうち，兄さんが字を書いた短冊の集合を C_1 とすると，
《$N(C)=14,\ C \supset C_1,\ N(C_1)=6 \rightarrow N(C-C_1)=8$》〔S〕

(4) ヨシヲさんの持っている短冊を集合D，そのうち竹につけた短冊を集合 D_1 とすると，
《$N(D)=11,\ D \supset D_1,\ N(D_1)=5 \rightarrow N(D-D_1)=6$》〔S〕

これら諸命題においても，前述の命題(3)(4)が用いられている点，これまでと同様である。

続くp.30「螢」，p.31「海水浴」は，それぞれ，「数の増減」を「第二段」，「第三段」[45]の数範囲で扱うものであり，これらはすべてp.29と同様の命題に変換することができるので，ここでは省略する。

p.32の記述は大きく4段に分かれ，各段には2列に並べられた朝顔の花が描かれている。1段めには19（赤11，青8），2段めには19（紫13，白6），3段めには20（赤15，紫5），4段めには20（花が18，つぼみが2）である。「此處では色の違ふ朝顔の花を一緒にして数へ，又，取除いて残りを数へることによって，数へ方の練習をさせ，併せて数の変動について取扱ふのが主である。」[46]

ここでも，教師用書に記させている次の2種類の発問に沿って命題に変換していくことにする[47]。

(イ) 赤いのは幾つありますか。青いのは幾つありますか。みんなで幾つありますか。

(ロ) 赤いのと青いのとでは，十九あります。青いのは八つです。赤いのは幾つですか。

1段めのさし絵を例にとると，それは次の命題に変換される。

(イ)《$N(A)=11$, $N(B)=8 \rightarrow N(A \cup B)=19$》〔S〕

(ロ)《$N(A)=19$, $A_1 \subset A$, $N(A_1)=8 \rightarrow N(A-A_1)=11$》〔S〕

ここでも命題(3)(4)について，これまでと同様の点を指摘することができる。

「尚，色の異なる朝顔の数を比較させることによって，二数の差を求めることを，併せて取扱ふがよい。」[48] ここでも，2数の「差」について前述の定義を用いるならば，例えば1段めにある赤い花を集合A，青い花を集合Bとすると，

《集合A，B，$N(A)=11$, $N(B)=8$ について，$\exists A' \subset A$, $A' \sim B$
$\rightarrow N(A)-N(B)=N(A)-N(A')=N(A-A')=3$》〔S〕

また，三段めについては，赤い花を集合A，紫の花を集合Bとすると，

《集合A，B，$N(A)=15$, $N(B)=5$ について，$\exists A' \subset A$, $A' \sim B$
$\rightarrow N(A)-N(B)=N(A)-N(A')=N(A-A')=10$》〔S〕

二段め，四段めについても，同様の命題に変換することができる。

3．自然数の加法・減法

3−1　加法・減法の導入から定義まで

児童用書下巻 p. 1〜13 においては,「十までの数範囲における寄算及び引算を必要とするやうな場合を考察させ，この寄算及び引算の暗算を指導し，その練習を行はせ，併せて金銭について教へる。」[49] ここでは，これらの内容に対応する記述を対象として分析を試みる。

まず p. 2, 3 について，ここでは，各ページは，それぞれ上下二段に分けられており，各段は，一連のストーリーを示す3つのさし絵と1つの文とから構成されている。教師用書の説明を次に引用する[50]。

「　上半

(イ)　アキコさんは，籠をもって卵をとりに行きます。籠の中には，前にとった卵が五つあります。

(ロ)　アキコさんは，鶏小屋の中に，卵が二つあるのを見つけて，それをとって籠の中に入れます。

(ハ)　卵をみんな籠の中に入れて帰ります。

(ニ)　籠の中に，卵が幾つあるでせう。

下半

(イ)　お母さんが，アキノさんの持って帰った籠の中の卵を見ていらっしゃいます。卵は七つあります。

(ロ)　お母さんは，御馳走をおこしらへになります。籠の中から，卵を三つお出しになりました。

(ハ)　さうして，その籠を棚の上にお置きになりました。

(ニ)　棚の上の籠の中には，卵がまだ幾つあるでせう。

以上のやうにして，最後の問に答へさせるのである。」

(p. 3 についても，梨について同様の説明がなされているが，ここでは省略する。)

この説明をふまえ，p. 2 のさし絵と文は次の命題に変換することができる。

《2つの集合A，Bについて $N(A)=5$, $N(B)=2 \rightarrow N(A \cup B)=7$》〔S〕

《集合Aとその部分集合Bについて，N(A)=7，N(B)=2→N(A−B)=5》〔S〕

この説明の中の「みんな」「まだ幾つある」という言葉は上の命題によってその意味が定められている。そして，ここでも前述の命題(3)(4)が用いられている。

p. 3 については，教科書の記述も教師用書の説明もp. 2 とほぼ同じなのでここでは省略し，変換される命題のみを次に示す。

《集合Aとその部分集合Bについて，N(A)=8，N(B)3→N(A−B)=5》〔S〕

《2つの集合A，Bについて，N(A)=3，N(B)=3→N(A∪B)=6》〔S〕

次にp. 4 に移る。上段には，餌をやっている子供，その左側に3羽のニワトリ，右側に2羽のニワトリが描かれたさし絵，および「ヨセルト，ナンバニナリマスカ」という一文がある。ここでは，まず，これまで何度も用いられてきた命題(4)の内容を表現することばとして，2つの集合を「ヨセル」が選ばれている。上段の記述はその例であり，次の命題に変換される。

《2つの集合A，Bについて，N(A)=3，N(B)=2→N(A∪B)=5.》〔S〕

中段の記述は，文「3ニ2ヲヨセルト，イクツニナリマスカ」と式 $\begin{array}{c}3\\ 2\\ \hline 5\end{array}$ である。これは，そのまま，《3+2=5》〔F〕と書ける（ただし+，−の記号にまだ指導されない）。

そして上段と中段の記述とを合わせて，3ニ2ヲ「ヨセル」ことが前述のSによって定義されている。すなわち，

《3ニ2ヲ「ヨセル」$\overset{def.}{\Longleftrightarrow}$N(A)=3，N(B)=2についてN(A∪B)をもとめる》〔D〕

下段は，すべて式 $\begin{array}{c}4\\ \underline{2}\end{array}\ \begin{array}{c}6\\ \underline{1}\end{array}\ \begin{array}{c}2\\ \underline{5}\end{array}\cdots\begin{array}{c}2\\ \underline{2}\end{array}$ である。これらは，そのまま

《4+2=6，6+1=7，2+5=7，…，2+2=4》〔F_1〜F_{18}〕

と書ける。そして，このページの記述全体が「第一段」[51] の自然数の加法の定義になっており，次の命題に変換することができる。

《a に b ヲヨセル$\overset{def.}{\Longleftrightarrow}$ N(A)=a，N(B)=bについてN(A∪B) をもとめる》〔D〕

p. 5 もp. 4 と同様の構成である。上段の記述は，6個の実がなっている梨の木の絵，および「二ツトルト，イクツ　ノコリマスカ」という文である。ここでは，これまで何度も用いられてきた命題(3)の内容を表現するコトバとして，集合Aからその部分集合Bを「トル」が選ばれている。そして，この文は次の命題に変換される。

《集合Aとその部分集合Bについて，N(A)=6，N(B)=2→N(A−B)=4》〔S〕

中段は，文「6カラ2ヲトルト，イクツニナリマスカ」と式 $\begin{array}{c}6\\ 2\\ \hline 4\end{array}$ である。これに，そのまま，《6−2=4》〔F〕と書ける（ただし−，=の記法にまだ指導されていない）。

さらに，ここでは，上述の記述と合わせて，6カラ2ヲ「トル」ことが，前述のSによって定義されている。すなわち，

《6カラ2ヲ「トル」$\overset{def.}{\Longleftrightarrow}$N(A)=6，N(B)=2についてN(A−B)をもとめる》〔D〕

下段は，すべて式 $\begin{array}{c}7\\ \underline{1}\end{array}\ \begin{array}{c}4\\ \underline{2}\end{array}\ \begin{array}{c}5\\ \underline{3}\end{array}\cdots\begin{array}{c}7\\ \underline{2}\end{array}$ である。これらは，そのまま，

《7−1=6，4−2=2，5−3=2，…，7−2=5》〔F_1〜F_{18}〕と書ける。

そして，このページの記述全体が「第一段」の自然数の減法の定義になっており，次の命題に変換することができる。

《a カラ b ヲ「トル」$\overset{def.}{\Longleftrightarrow}$N(A)=$a$，N(B)=$b$ についてN(A−B) をもとめる》〔D〕

次にp. 6 について。上段には文房具店で女の子が買い物をしている絵，中段には一銭，五銭，十銭のニッケル貨が各々一個ずつ，下段には算術帳，国語や修身の教科書，鉛筆，消しゴムな

どの文房具の絵と「ネダンヲシラベマセウ」という一文とがある。

例えば「鉛筆は2銭である」ということは，鉛筆という文房具に対応してある量（価格）が一つ定まり，さらにそれに対応して自然数が一つ定まることであるから，これらのさし絵と文は次の命題に変換することができる。

《文房具の集合A，価格（という量）の集合B，自然数の集合Nについて，写像$f:\mathrm{A}\to\mathrm{B}$，$f(a)=b$ および $g:\mathrm{B}\to\mathrm{N}$，$g(b)=n$ が存在する。》〔S〕

p.7の上段には「七センノ算術帳(絵) ト二センノ鉛筆(絵) トヲカヒマシタ。イクラハラヘバヨイデセウ」というさし絵まじりの文，中段には「7＝2ヲヨセルト，イクツニナリマスカ」という文と式 $\begin{array}{c}7\\ \underline{2}\\ 9\end{array}$，下段には，$\underset{3}{\overset{7}{}}$ $\underline{\begin{array}{c}7\\3\end{array}}\ \underline{\begin{array}{c}9\\1\end{array}}\ \underline{\begin{array}{c}2\\6\end{array}}\cdots\underline{\begin{array}{c}6\\3\end{array}}$ という18の式がある。

まず，上段のさし絵と文は，

《価格A，Bについて，A＝7銭，B＝2銭→A＋B＝9銭》〔Q〕

に変換することができる。中段の文と式は，そのまま

《7＋2＝9》〔F〕

と書ける。そして，ここではさらに上段と合わせて，「7＝2ヲヨセル」ことが前述のQによって定義されている。すなわち上段と中段の記述は，次の命題に変換される。

《7＝2ヲ「ヨセル」$\overset{def.}{\Longleftrightarrow}$A＝7銭，B＝2銭についてA＋Bをもとめる》〔D〕

p.4においては集合の合併を表現することばとして指導されていた「ヨセル」が，ここでは量の和を表わすことばとして用いられている。

下段の式は，そのまま，

《7＋3＝10，9＋1＝10，2＋6＝8，…6＋3＝9》〔F_1～F_{18}〕

と書ける。

そして，このページの記述全体が「第二段」の自然数の加法の定義になっており，次の命題に変換することができる。

《$a=b$ ヲヨセル$\overset{def.}{\Longleftrightarrow}$A＝$a$ 銭，B＝b 銭についてA＋Bをもとめる》〔D〕

ここでは，そして前述の定義においても，価格の和に関する次の命題が用いられている。

〈価格A，Bについて，AにBを足すことができ，その結果として価格A＋Bが定まる〉〔Q〕

ここで，《7銭＋2銭＝9銭》〔Q〕と《7＋2＝9》〔F〕の2つの命題の関係について考えよう。ここでは，前者が後者を「導く」という関係になっているわけであるが，実は，後者を前提としなければ前者を導くことはできないのである。

例えば，a_1，$a_2\in\mathrm{A}$，a_1＝ノート，a_2＝鉛筆とする。写像fによって，

$f(a_1)=7$ 銭　　$f(a_2)=2$ 銭，

ここで集合Bの要素すなわち価格の加法が問題となるわけであるが，ここではこの加法について何も説明されていない。そのため前者の命題は，7＋2＝9を前提として，次の様にしてのみ導かれる。

$g(7\text{銭})=m_1$，$g(2\text{銭})=n_2$ とすると，

$$\begin{aligned}f(a_1)+f(a_2)&=g^{-1}(n_1+n_2)\\&=g^{-1}(7+2)\\&=g^{-1}(9)\\&=9\text{銭}\end{aligned}$$

減法についても同様の構成になっている。p.8において，上段には，「十銭(絵) デ三センノ消

シゴム(絵) ヲカヒマシタ。オツリハ　イクラ　デセウ」というさし絵まじりの文，中段には，「10 カラ 3 ヲトルト，イクツニナリマスカ。$\begin{array}{r}10\\ \underline{3}\\ 7\end{array}$」という文と式，下段には，$\begin{array}{ccccc}9&10&8&\cdots&10\\ \underline{4}&\underline{1}&\underline{6}&&\underline{7}\end{array}$という 18 の式がある。

まず，上段のさし絵と文は，

《価格A，Bについて，A=10 銭，B=3 銭→A−B=7 銭》〔Q〕

に変換される。中段の文と式は，そのまま，

《10−3=7》〔F〕

と書ける。そして，上段•中段を合わせて，「10 カラ 3 ヲトル」ことが，前述のQによって定義されている。すなわち，

《10 カラ 3 ヲ「トル」$\overset{def.}{\Longleftrightarrow}$ A=10 銭，B=3 銭についてA+Bをもとめる》〔D〕

これまで，ある集合とその部分集合の差集合を表わすことばとして指導されてきた「トル」が，ここでは，2つの量の差を表現することばとして用いられている。

下段の式は，すべて，そのまま，

《9−4=5，10−1=9，8−6=2，…10−7=3》〔F_1〜F_{18}〕

と書ける。そして，このページの記述全体が「第二段」の自然数の減法の定義になっており，このページの記述全体は次の命題に変換することができる。

《a カラ b ヲトル$\overset{def.}{\Longleftrightarrow}$A=$a$ 銭，B=b 銭についてA−Bをもとめる》〔D〕

ここでは，そして前述の定義においても，価格の差に関する次の命題が用いられている。

《価格A，Bについて，A>Bのとき，B+U=Aを満たす価格Uがただ一つ存在する》〔Q〕

(《10 銭−3 銭=7 銭》〔Q〕と《10−3=7》〔F〕の2つの命題の関係についても，加法の場合と同様の点を指摘することができる。)

p.9の上段には，「3 = 1 ヲヨセルコトヲ，3+1 トカキマス。3+1 ヲ『3 タス 1』ト「ヨミマス」という文，中段には，「3+3 ハイクツデスカ」という文および 3+2，7+3，3+5，6+3，…など 12 の式がある。下段には，文「中ノカズニ，マハリノカズヲヨセナサイ」と，その下には，桜の花を形どった図，六角形，円があり，その中心とまわりにそれぞれ数が(中心には1つ，まわりにはそれぞれ 5，6，8 ケ) 書かれている。

ここでは，まず，上段において，自然数の加法(a = b ヲ「ヨセル」)の定義として，「第一段」のSにもとづく定義と「第二段」のQにもとづく定義とを採用し，その記法と読み方が定義される。すなわち，

《「a = b ヲヨセル」

$\overset{def.}{\Longleftrightarrow}$ N(A)=a，N(B)=b についてN(A∪B) をもとめる

$\overset{def.}{\Longleftrightarrow}$ A=a 銭，B=b 銭についてA+Bをもとめる

「a = b ヲヨセル」ことを「$a+b$」と書き，「a タス b」と読む》〔D〕

中段の文と式は，そのまま，

《3+3=6，3+2=5，7+3=10，…，6+4=10》〔F_1〜F_{13}〕

と書くことができる。下段の文と図は，次の命題に変換される。すなわち，演算○をもつ集合Hについて，その部分集合をH′，Hの要素を a とするとき，集合 H′○a を{b○a : b ∈H′}と定義すると，

《A={5, 2, 3, 1, 4}→A+5={10, 7, 8, 6, 9}

B={1, 4, 6, 2, 5, 3}→B+4={5, 8, 10, 6, 9, 7}

$C=\{5,8,2,6,4,1,7,3\}\to C+2=\{7,10,4,8,6,3,10,5\}$》〔F〕

p.10についても加法と同様の構成になっている。上段には「3カラ1ヲトルコトヲ，3−1トカキマス。3−1ヲ『3ヒク1』トヨミマス。」という文，中段には「5−3ハイクツデスカ」という文，4−3，5−2，8−4，…など13の式があり，下段にはp.9と同様の文と図とがある。

まず上段において，自然数の減法（a カラ b ヲ「トル」）の定義として，「第一段」のSにもとづく定義と「第二段」のQにもとづく定義とを採用し，その記法と読み方が定義される。すなわち上段の記述は次の命題に変換される。

《「a カラ b ヲトル」

$\overset{def}{\Longleftrightarrow}$ $A\subset B$，$N(A)=a$，$N(B)=b$ について $N(A-B)$ をもとめる

$\overset{def}{\Longleftrightarrow}$ $A=a$ 銭，$B=b$ 銭について $A-B$ をもとめる

「a カラ b ヲトル」ことを「$a-b$」と書き，「a ヒク b」と読む。》〔D〕

中段の文と式は，そのまま，

《$4-3=1$，$5-2=3$，$8-4=4,\cdots,5-4=1$》〔F_1～F_{13}〕

と書くことができる。下段の文と式は，次の命題に変換される。

《$A=\{2,5,1,4,3,6\}\to\{7-a\,;a\in A\}=\{5,2,6,3,4,1\}$

$B=\{7,4,1,6,3,8,5,2\}\to\{9-b\,;b\in B\}=\{2,5,8,3,6,1,4,7\}$

$C=\{8,5,2,9,6,3,7,4,1\}\to\{10-c\,;c\in C\}=\{2,5,8,1,4,7,3,6,9\}$》〔F〕

p.11.12には，「雑題」として次の4つの文が記されている。

(1) イサムサンハ，バッタヲ五ヒキトリマシタ。アキコサンハ，二ヒキトリマシタ。フタリデ，ナンビキトッタデセウ。

(2) トンボヲ六ピキトリマシタ。二ヒキニガシテヤリマシタ。マダナンビキノコッテヰマスカ。

(3) ウヱキバチガ，上ノタナニ三ツ，下ノタナニ四ツアリマス。ミンナデイクツアリマスカ。

(4) オカアサンガ，「キクヲ六ポンキッテイラッシャイ。」ト　オッシャイマシタ。アキコサンハ四ホンキリマシタ。モウナンボンキレバヨイデセウ。

これらの文は次の命題に変換される。

《 2つの集合A，Bについて，

(1) $N(A)=5$，$N(B)=2\to N(A\cup B)=N(A)+N(B)=7$

(2) $N(A)=6$，$N(B)=2$，$A\subset B\to N(A-B)=N(A)-N(B)=4$

(3) $N(A)=3$，$N(B)=4\to N(A\cup B)=N(A)+N(B)=7$

(4) 集合A，$N(A)=4$ について，$N(A)+x=6\to x=2$》〔S〕

p.13は，p.2，3と同様，上下二段に分けられており，各段は一連のストーリーを示す3つのさし絵と1つの文とから構成されている。教師用書による内容の説明は次の通りである。

「 上半

(イ) 兎がお餅をついてゐます。お月様が見ていらっしゃいます。

(ロ) 兎は，ついたお餅の中，三つだけ，お月さまにさし上げました。

(ハ) 兎は，残った六つのお餅を食べやうとしてゐます。

(ニ) 兎は，みんなでお餅を幾つついたでせう。

下半

(イ) 戸棚の中に，藷が八つあります。鼠がそれを見つけました。

(ロ) 鼠は，藷を，自分のうちへひいて行きます。

(ハ) 藷は，後にまだ三つ残ってゐます。

(ニ) 鼠は，藷を幾つひいて行ったでせう。」[52]

このさし絵と文は次の命題に変換することができる。上半については，お月さまにさし上げたお餅を集合A，残ったお餅を集合Bとすると，

《2つの集合A，Bについて，N(A)=3，N(B)=6→N(A∪B)=N(A)+N(B)=9》〔S〕

下半については，戸棚の中にあるイモを集合A，そのうち残っているイモを集合Bとすると，

《集合Aとその部分集合Bについて，N(A)=8，N(B)=3→N(A−B)=N(A)−N(B)=5》〔S〕

3－2　量と数の2等分・大小関係，量の倍

p. 14～20においては，次の2点が目的とされている[53]。

(1) 物を分割することの数理的指導をし，半分の観念を明らかにし，且十までの数を二部分に分かつことを取り扱って，数の構成を一層明らかにする。

(2) 物の長さの比較から，数の差を求めることを導き，併せて長さの観念を明らかにし，長さの測定の初歩を指導する。

ここでは，これらの内容に対応する記述を対象として分析を試みる。

まずp. 14について，上段には，母親と2人の子供がテーブルを囲んで坐っているさし絵がある。テーブルの上には一つの饅頭がある。中段には次の文が記されている。

「オカアサンガ，『フタリデタベナサイ。』トイッテ，大キナマンヂュウヲクダサイマシタ。マンヂュウハ，一ツシカアリマセン。ドウシマスカ。」

教師用書によると，「かやうにして，一つの物を等しい大いさの二部分に分けさせて，その一方を何と言ふかを問うて，『半分』を児童から引き出すがよい。」従って，この記述は，上・中段を合わせて，次の命題に変換される（これは「半分」の定義である）。

《量Aと自然数2に対して，条件U×2=Aを満たす量Uが存在する。この条件によって定められる量Uを‘Aの半分’という。》〔D〕

下段には次の文がある。「一マイノハンシデ，ハタヲ二ツコシラヘヨウトオモヒマス。ドウキッタラヨイデセウ。」教師用書によると「この仕方に，下の二通り〔縦に折る方法と横に折る方法…引用者注〕のあることを児童に考へつかせるやうに指導せねばならぬ。この切方によって，一つの矩形から二つの矩形が出来ることがわかり，その二つが，重なり合ってゐたものであるから，大いさが等しいことは明らかである。…児童には，切離したものを再び重ね合はせて，大いさの等しいことを確めさせるがよい。」[54] 従って，下段の文は前述の命題の「量」を「面積」で置き換えたものに変換できる。(ここでは，「合同」，「面積の相等」に関することも問題となっているが，いずれも幾何学に関することなので，ここでの分析の対象としては扱わない。)

p. 15は「十箇以下の物を数によって分けることを取り扱ふもの」[55]である。上段には3人の子供の絵（うち1人が男の子で栗を8つ持っている），中段には，文「ミノルサンハ，アキコサント，スミコサントニ，クリヲワケテアゲヨウトシテキマス。クリハ八ツアリマス。ミノルサンハ，イクツヅツニワケルデセウ。」，下段には果物の入った3つのカゴ（果物は左から順に，4個，6個，10個入っている），各々について2枚の皿が描かれている。

ここでは，いずれも皿の中の果物を2等分して分配するわけであるから，このページの記述

は次の命題に変換される。

《集合 A, $N(A)=8$ について, A_1, $A_2 \subset A$, $A_1+A_2=A$, $A_1 \sim A_2 \rightarrow N(A_1)=N(A_2)=4$

集合 A, $N(A)=4$ について, A_1, $A_2 \subset A$, $A_1+A_2=A$, $A_1 \sim A_2 \rightarrow N(A_1)=N(A_2)=2$

集合 A, $N(A)=6$ について, A_1, $A_2 \subset A$, $A_1+A_2=A$, $A_1 \sim A_2 \rightarrow N(A_1)=N(A_2)=3$

集合 A, $N(A)=10$ について, A_1, $A_2 \subset A$, $A_1+A_2=A$, $A_1 \sim A_2 \rightarrow N(A_1)=N(A_2)=5$》

〔S〕ここでも, 前述の命題(5)が用いられている。

p. 16 の上段には, 店頭に並んでいる笛, 人形, 風船, 模型の船, 車, 汽車などの絵(それぞれには値札がついている) とそれを見ている子供が描かれている。中段には次の 3 つの文がある。

ミノルサンハ, フエトキシャトヲカヒタイトオモヒマシタ。オカネガイクライルデセウ。

十センデ, ドレトドレトガカヘマスカ。

オモチャヲカフモンダイヲツクッテゴランナサイ。

ここでは「十銭を二部分に分ける総べての場合を取り扱って, 10 の構成を明らかにすることに, 力を入れねばならぬ。」[56] よって, このページの記述は次の命題に変換される。

《十銭＝三銭＋七銭→ $10=3+7$

十銭＝一銭＋九銭→ $10=1+9$

十銭＝二銭＋八銭→ $10=2+8$

十銭＝四銭＋六銭→ $10=4+6$

十銭＝五銭十五銭→ $10=5+5$

十銭＝六銭十四銭→ $10=6+4$

十銭＝七銭＋三銭→ $10=7+3$

十銭＝八銭十二銭→ $10=8+2$

十銭＝九銭＋一銭→ $10=9+1$》〔Q→F〕

次に p. 17 に移る。上段には 2 人の子供が積木をして遊んでいる絵がある。男の子は 9 ケ, 女の子は 7 ケ積んでいる。中段には, 文「五人ノコドモガ, マシカクナ木ヲツミカサネマシタ。コノヅヲ, カズノオホイハウカラ, ジュンニカキナホシテゴランナサイ。ミノルサンハ, アキコサンヨリモ, イクツオホイデセウ」がある。図には, 5 人の子供が積んだ積み木が正方形で記されており, その個数はミノル, スミコ, ヒロシ, ヤヘコ, アキコの順で 9 ケ, 6 ケ, 8 ケ, 5 ケ, 7 ケである。

ここでは, まず上段のさし絵と文をもとに, 次の様な指導過程が構想されている[57]。

① 先づ, 二人の積んだのを比較して, どちらが高いかを判断させる。

② 次には, どちらが, どれだけ高いかを言はせる。この差は, 立方体の数で表すことが出来る。

③ 次には, 各々の積んだ立方体の数を言はせて, どちらが, 幾く多く積んだかを言はせる。かやうにして, 高さの比較から, 数の比較へ, 極めて自然に移ることが出来る。

ここでは, この①～③に沿った形で命題に変換していくことにしよう。

《① 長さA, Bについて, $A<B$ が成立する。

② このとき, 等式 $A+U=B$ を満たすような長さUが定まる。》〔Q〕

この長さUは, 'BとAとの差' $B-A$ であるが, ここでは, これが「立方体の数」に置き換えられる。すなわち, 上述の①②には次の①'②'が対応する。

《①′ 2つの集合A，B，$B \supset A$について，$^{\exists}B' \subset B$，$B' \sim A \rightarrow N(A) \leqq N(B)$

②′ このとき，$N(B)-N(A)=N(B-B')$》〔S〕

そして，「高さの比較から数の比較へ」と移り，

《③′ $N(A)=7$，$N(B)=9 \rightarrow N(B)-N(A)=N(B-B')=2$》〔S〕

ここでは，長さの大小・相等および和，差について，次の命題が用いられている。

〈長さA，Bについて，三つの関係$A>B$，$A=B$，$A<B$のうち，一つだけが成り立つ〉〔Q〕

〈長さA，Bについて，AにBを足すことができ，その結果として長さ$A+B$が定まる〉〔Q〕

〈長さA，Bについて，$A<B$ならば，等式$A+U=B$を満たすような長さUがただ一つ存在する〉〔Q〕

次に中段の図と2つの文について。ミノル，スミコ，ヒロシ，ヤヘコ，アキコの積み上げた積木を，順に集合A，B，C，D，Eとすると，

《$N(A)=9$，$N(B)=6$，$N(C)=8$，$N(D)=5$，$N(E)=7 \rightarrow N(D) \leqq N(B) \leqq N(E) \leqq N(C) \leqq N(A)$》〔S〕

次の文については，「差」に関する前述の定義を用いるならば，

《2つの集合A，D，$A \not\supset D$，$N(A)=9$，$N(D)=7$について，$^{\exists}A' \subset A$，$A' \sim D \rightarrow N(A)-N(D)=N(A)-N(A')=N(A-A')=2$》〔S〕

続いてp.18に移る。上段には二組に分かれた子供がつな引きをしている絵がある。左の組は6人（男4，女2），右の組は7人（男4，女3）である。その下に文「ドチラガナン人オホイデセウ。ヲンナノコハ，ヲトコノコヨリモ，ナン人スクナイデセウ」がある。

まずこのさし絵と文について。左の組を集合A，右の組を集合Bとすると，

《2つの集合A，B，$A \subset B$，$N(A)=6$，$N(B)=7$について，$^{\exists}B' \subset B$，$B' \sim A \rightarrow N(A) \leqq N(B)$，$N(B)-N(A)=N(B)-N(B')=N(B-B')=1$》〔S〕

さらに，男の子全体を集合C，女の子全体を集合Dとすると，

《2つの集合C，D，$C \supset D$，$N(C)=8$，$N(D)=5$について，$^{\exists}C' \subset C$，$C' \sim D \rightarrow N(C) \geqq N(D)$，$N(C)-N(D)=N(C)-N(C')=N(C-C')=3$》〔S〕

に変換される。

続いて中段に移る。ここには，「5ト8トヲクラベルト，ドナチラガイクツ大キイデセウ」という文があり，これは，

《2数8，5について，$8 \geqq 5$，$8-5=3$》〔F〕

に変換できる。これは前述のSから導かれたものと考えられる。

下段の記述は，次の通りである。

（　）の中ノ，二ツノカズヲクラベテゴランナサイ。

（8，6）（4，5）（2，7）（9，3）（7，10）（6，3）（4，9）（1，8）

これも同様の命題に変換される。

《2数8，6について，$8 \geqq 6$，$8-6=2$　　2数4，5について，$4 \leqq 5$，$5-4=1$

2数2，7について，$2 \leqq 7$，$7-2=5$　　2数1，8について，$1 \leqq 8$，$8-1=7$》〔F〕

次にp.19について。上段には赤と緑の2本のクレヨンの絵と，「ドチラガナガイデセウ」という文がある。中段には緑のクレヨンの長さを物指しで測定している絵，および「コノモノサシノ一目ノナガサハ，一センチメートルデス。クレヨンノナガサハ，ナンセンチメートルデスカ。」という文がある。下段には，「ハガキノ，タテトヨコノナガサヲハカリマセウ」という文

がある。

教師用書によると，「長さの比較の方法は，次の順序で次第に正確となって行く」として，(イ)直観的判断による，(ロ)両者を接近せしめて直接比較判断する，(ハ)仲介物を用ひて知る，(ニ)物指を用ひて長さを測る，という4段階による指導過程が構想されている。そして，上段の「クレヨンについて，どちらが長いかを言はせ，直観的判断が，正確であるかどうかを確め，或は更に進んで，どれだけ長さが違ふかを知るには，どうしたらよいかを考へさせて，(ハ)の方法を児童が発見するやうに導くのである。」[58]「(ハ)の方法」とは次の様に説明されている。「両者互に接近せしめることが出来ず，(ロ)の方法によることを得ない場合で，他の仲介物を採り，これを両者の中の何れか一方に接近せしめて，その長さに等しい部分を求め，次に他方に接近せしめて長さの差を求める。  」[59]

これらの点を踏まえ，p. 19 上段のさし絵と文を命題に変換すると次の様になる。

《① 長さA，Bについて，$A<B$ このとき長さUが存在して，$B=A+U$

②(1)長さAに対して，$A=A'$ なる長さ A' が定まる。

(2) ①より，$B=A+U=A'+U$

(3) $B-A=(A'+U)-A'=U$》〔Q〕

ここでも，長さの大小，相等および和，差についての前述の命題が用いられている。

続いて中段のさし絵と文に移る。これは，長さをLを「物指の一目盛」つまり 1 cm とすると，

《$A=L\times 8=1\,\mathrm{cm}\times 8=8\,\mathrm{cm}$　　$B=L\times 7=1\,\mathrm{cm}\times 7=7\,\mathrm{cm}$》〔Q〕

ここでは次の命題が用いられている。

《任意の自然数 n に対して，長さ‘Aの n 倍’が定められる。それは n 個のAの和 $\overbrace{A+A+\cdots+A}^{n個}$ であり，nA または $A\times n$ で表される。》〔Q〕

p. 20 は，「これ〔長い物から或長さだけを切取ること〕を豆細工をさせる際に指導し，併せて図形の観念を明らかにしようとする」[60]ものであり，上段には，「三センチメートルト五センチメートルノナガサノヒゴヲキッテ，ツギノ三ツノカタチヲ，マメザイクデツクッテゴランナサイ。」という文および，正方形，長方形，三角形を豆細工で作った図がある。下段には直方体を豆細工で作った図があり，「コノマメザイクヲツクルニハ，ヒゴガナンボンイリマスカ。マメハイクツイリマスカ。」という文がある。

これらの記述は，仮に変換するならば，「三角形は3つの辺と頂点をもつ」「長方形は4つの辺と頂点をもつ」など，いずれも幾何学に関する命題になると思われるので，ここでは分析の対象としては扱わない。

3—3 II位数とI位数との加法・減法

ここではp. 21〜p. 31 を対象として分析を試みる。3—(1)において自然数の加法および減法が定義されたわけであるが，その範囲はいずれも10以下であった。ここではそれが20以下に拡げられる（20以下の数は，教科書では上巻 p. 46〜27 においてすでに指導されている）。ここで指導される内容は，教師用書によると次の通りである[61]。

(1) 十と十以下の数の寄算（p. 21）

(2) 十一以上十九以下の数に基数を寄せて二十以下の数となる寄算（p. 22）

(3) 十一以上二十以下の数から十を引く引算（p. 21）

(4) 十一以上二十以下の数から基数を引いて十以上の数の残る引算（p. 21, 23, 25）

まず p. 21 について。上段にはヒゴ（10 cm）の絵があり，次の文が記されている。

コレヨリモ，五センチメートルナガイヒゴヲキリタイトオモヒマス。ナンセンチメートルニシタラヨイデセウ。

十八センチメートルノヒゴカラ，八センチメートルキリトルト，ノコリハナンセンチメートルデスカ。

この文は，次の命題に変換することができる。

《長さA，Bについて，

A=10 cm，B=5 cm→A+B=15 cm　　A=18 cm，B=8 cm→A−B=10 cm》〔Q〕

下段の式は，そのまま，

《10+2=12，10+6=16，10+8=18，…，9+10=19，5+10=15，1+10=11，4+10=14，15−5=10，14−4=10，13−3=10，19−9=10，16−10=6，17−7=10，20−10=10，18−10=8》〔F_1〜F_{16}〕

と書ける。

これらは前述の命題から導かれたものと考えられる。そして，ここでも，長さの和，差についての前述の命題が用いられている。

次に p. 22，23 に移る。p. 22 には，まず 1 ダースの鉛筆と 4 本の鉛筆を描いたさし絵と文「エンピツガ，一ダーストホカニ四ホンアリマス。ミンナデナンボンアリマスカ。ソノウチ，三ボンオトウトニヤリマシタ。ナンボンノコッテヰマスカ。」がある。その下には，「オカネガ十五銭アリマス。二センノエンピツヲカフト，イクラノコルデセウ。」（「十五銭」の部分は十銭と五銭の絵になっている）という文がある。

これらのさし絵と文は，次の命題に変換することができる。

《2 つの集合A，Bについて，N(A)=12，N(B)=4→N(A∪B)=N(A)+N(B)=16》〔S〕

《集合Aとその部分集合Bについて，N(A)=16，N(B)=3→N(A−B)=N(A)−N(B)=13》〔S〕

《価格A，Bについて，A=15 銭，B=2 銭→A−B=13 銭》〔Q〕

p. 23 には，「ツナギノヨセザンヲナサイ」，「ツギノヒキザンヲナサイ」として，それぞれ 18 の式が書かれている。これらは，そのまま，

《12+5=17，14+3=17，17+1=18，…15+3=18》〔F_1〜F_{18}〕

《13−2=11，18−5=13，16−4=12，…17−5=12》〔F_1〜F_{18}〕

と書け，前述のS，Qから導かれたものと考えられる。

続く p. 24，25 も同様の構成である。まず p. 24 について。上段にはキャラメルの箱（中に 12 ケ入っている）とその外に 6 つのキャラメルを描いたさし絵があり，「キャラメルガ二十アリマシタ。ウチ，七ツタベマシタ。イクツノコッテヰマスカ。キャラメルガ，ハコノ中ニ十二，ハコノソトニ六ツアリマス。アハセテイクツアリマスカ」という文がある。下段には，「オカネガ十九銭アリマス。五銭ノキャラメルヲカフト，イクラノコルデセウ。」（「十九銭」の部分は，十銭一枚，五銭一枚，一銭四枚の絵になっている）という文がある。

これらのさし絵と文は，いずれも次の命題に変換される。

《集合Aとその部分集合Bについて，N(A)=20，N(B)=2→N(A−B)=N(A)−N(B)=18》〔S〕

《2 つの集合A，Bについて，N(A)=12，N(B)=6→N(A∪B)=N(A)+N(B)=18》〔S〕

《価格A，Bについて，A=19銭，B=5銭→A−B=14銭》〔Q〕

p. 25には，「ツギノヨセザンヲナサイ」，「ツギノヒキザンヲナサイ」として，それぞれ18の式が書かれている。これらはそのまま，

《13+6=19，11+8=19，15+5=20，…，11+7=18》〔F_1～F_{18}〕

《19−1=18，20−9=11，18−7=11，…，20−2=18》〔F_1～F_{18}〕

と書け，前述のS，Qから導かれたものと考えられる。

p. 26，27には，「ツギノヨセザンヲナサイ」，「ツギノヒキザンヲナサイ」として，それぞれ42の式が書かれている。これらについても同様，〔F_1～F_{42}〕と書くことができる。

p. 28～31には，次の文(1)～(9)が記されている。

(1) ボクトイモウトト，カキヲ一ツヅツタベマシタ。ボクノニハ，タネが五ツ，イモウトノニハ三ツアリマシタ。タネハ，アハセテイクツアリマシタカ。

(2) ミノルサントヒロシサントガ，キノコヲトリニイキマシタ。ミノルサンハ十ポン，ヒロシサンハ八ホントリマシタ。フタリデナンボントリマシタカ。

(3) アキコサントスミコサントガ，ドングリヲヒロヒニイキマシタ。フタリデ二十ヒロッテ，ソレヲハンブンヅツワケマシタ。イクツヅツワケタデセウ。

(4) エンピツトクレヨンノナガサヲハカリマシタ。エンピツハ十七センチメートルデ，クレヨンハ六センチメートルデシタ。ドチラガドレダケナガイデセウ。

(5) 十センモッテ，クレヨンヲカヒニイキマシタ。クレヨンニハ，十二センノト八センノトガアリマシタ。タカイノヲカフニハ，オカネガイクラタリマセンカ。ヤスイノヲカフト，イクラノコリマスカ。

(6) ポプラガ，ガッカウノマエニ十五ホン，ウラニ三ボンアリマス。アハセテナンボンデスカ。

(7) ノリアヒジドウシャニ，オキャクガ三人ノッテキマシタ。トチュウデ，フタリノリマシタ。ソレカラ，マタフタリノリマシタ。オキャクハ，ミンナデナン人ノッテキルデセウ。

(8) ヒロシサンハ，ウミバタデ，カヒヲ九ツヒロヒマシタ。アキコサンニ五ツ，フミコサンニ四ツアゲマシタ。ヒロシサンハ，カヒヲマダモッテキフデセウカ。

(9) ツギノケイサンヲナサイ。1+5+2，4+2+3，6+4+7，8−3−3，16−6−2，10−4−4

これらの記述が変換される命題を次に示す。

《(1)2つの集合A，Bについて，N(A)=5，N(B)=3→N(A∪B)=N(A)+N(B)=8》〔S〕

《(2)2つの集合A，Bについて，N(A)=10，N(B)=8→N(A∪B)=N(A)+N(B)=18》〔S〕

《(3)集合A，N(A)=20について，A_1，A_2⊂A，A_1+A_2=A，A_1～A_2→N(A_1)=N(A_2)=10》〔S〕

《(4)長さA，Bについて，A=18 cm，B=6 cm→A>B，A−B=12 cm》〔Q〕

《(5)価格A，B，Cについて，A=10銭，B=12銭，C=8銭→B−A=2銭，A−C=2銭》〔Q〕

《(6)集合A，Bについて，N(A)=15，N(B)=3→N(A∪B)=N(A)+N(B)=18》〔S〕

《(7)集合A，B，Cについて，N(A)=3，N(B)=2，N(C)=2→N(A∪B)=N(A)+N(B)=5，N((A∪B)∪C)=N(A∪B)+N(C)=7》〔S〕

《(8)集合A，B，C，A⊂B⊂Cについて，N(A)=9，N(B)=5，N(C)=4→N(A−B)=N(A)−

$N(B)=4$, $N((A-B)-C)=N(A-B)-N(C)=0$》[62]〔S〕

《(9) $1+5=6,\ 6+2=8 \rightarrow (1+5)+2=8$

$4+2=6,\ 6+3=9 \rightarrow (4+2)+3=9$

$6+4=10,\ 10+7=17 \rightarrow (6+4)+7=17$

$8-3=5,\ 5-3=2 \rightarrow (8-3)-3=2$

$16-6=10,\ 10-2=8 \rightarrow (16-6)-2=8$

$10-4=6,\ 6-4=2 \rightarrow (10-4)-4=2$》[63]〔F〕

3－4 100までの数

p. 32〜35においては，「百以上の事物の数を数へることを教へ，数字の読方・書方を教へ」ることが目的となっている[64]。ここでは，この内容に対応する記述を対象として分析を試みる。

まずp. 32について。上段には，二十三羽の雁の絵と「月ヨノ空ヲガンガトブ。ナランデイクヨカゾヘテミヨウ。」という文があり，下段には三十五の菊の花の絵と「キイロイ，小サイキクノハナ，イクツサイタカ，カゾヘマセウ。」という文がある。

上段のさし絵と文を例にとると，これは次の命題に変換することができる。

《1 個物 $a_1. a_2. a_3 \cdots,\ a_{23}$ がある。

2 集合 $A=\{a_1. a_2. a_3 \cdots,\ a_{23}\}$ とする。

3 次の様な集合の系列 N_1〜N_{20} を作る。

$$\{a_1\} \sim \{\text{いち}\} = N_1$$
$$\{a_1, a_2\} \sim \{N_1, \text{に}\} = N_2$$
$$\{a_1, a_2, a_3\} \sim \{N_1, N_2, \text{さん}\} = N_3$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$
$$\{a_1, a_2, a_3, \cdots a_{10}\} \sim \{N_1, N_2, N_3, \cdots, N_9, \text{じゅう}\} = N_{10}$$
$$\{a_1, a_2, a_3, \cdots a_{10}\} \cup \{a_{11}\} \sim N_{10} \cup \{\text{じゅういち}\} = N_{11}$$
$$\{a_1, a_2, a_3, \cdots a_{10}\} \cup \{a_{11}, a_{12}\} \sim N_{10} \cup \{N_{11}, \text{じゅうに}\} = N_{12}$$
$$\{a_1, a_2, a_3, \cdots a_{10}\} \cup \{a_{11}, a_{12}, a_{13}\} \sim N_{10} \cup \{N_{11}, N_{12}, \text{じゅうさん}\} = N_{13}$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$
$$\{a_1, a_2, a_3, \cdots a_{10}\} \cup \{a_{11}, a_{12}, a_{13}, \cdots a_{20}\} \sim N_{10} \cup \{N_{11}, N_{12}, N_{13}, \cdots, N_{19}, \text{にじゅう}\} = N_{20}$$
$$\{a_1, a_2, a_3, \cdots a_{10}\} \cup \{a_{11}, a_{12}, a_{13}, \cdots a_{20}\} \cup \{a_{21}\} \sim N_{20} \cup \{\text{にじゅういち}\} = N_{21}$$
$$\{a_1, a_2, a_3, \cdots a_{10}\} \cup \{a_{11}, a_{12}, a_{13}, \cdots a_{20}\} \cup \{a_{21}, a_{22}\} \sim N_{20} \cup \{N_{21}, \text{にじゅうに}\} = N_{22}$$
$$\{a_1, a_2, a_3, \cdots a_{10}\} \cup \{a_{11}, a_{12}, a_{13}, \cdots a_{20}\} \cup \{a_{21}, a_{22}, a_{23}\} \sim N_{20} \cup \{N_{21}, N_{22}, \text{にじゅうさん}\} = N_{23}$$

4 $A \sim N_{23} \rightarrow N(A)=N(N_{23})=23$》〔S〕

「実際の事物について数へさせることは，勿論行はねばならぬ。例へば，学級の児童数とか，又は小石，木の葉，古葉書等適当なものを選ぶべきである。」[65]

これらについても同様の命題に変換することができる。そして，これら諸命題においては，次の命題が用いられている。

《(にじゅう)′＝にじゅういち

(にじゅういち)′＝にじゅう (いち)′＝にじゅうに

(にじゅうに)′＝にじゅう (に)′＝にじゅうさん

(にじゅうさん)′＝にじゅう (さん)′＝にじゅうし

⋮

(にじゅうく)$'$= (に)$'$じゅうく＝さんじゅう

(さんじゅう)$'$=さんじゅういち

(さんじゅういち)$'$=さんじゅう (いち)$'$=さんじゅうに

(さんじゅうに)$'$=さんじゅう (に)$'$=さんじゅうさん

⋮

(きゅうじゅうしち)$'$=きゅうじゅう (しち)$'$=きゅうじゅうはち

(きゅうじゅうはち)$'$=きゅうじゅう (はち)$'$=きゅうじゅうく

(きゅうじゅうく)$'$=ひゃく〉〔D〕

ここでは，21から100までの自然数の名前（呼び方）が，順序関係にもとづいて教えられている。このうち，21，31，41，…91，20，30，40，…100はここで新たに定義されたものであるが，それ以外は，1から10までの，順序関係にもとづいた自然数の名前から導かれている。そして，「一つ一つ数へる仕方では面倒であるから，何か便利な方法はないかといふことを児童に考せさせて，…第三十三頁に移る。」[66]

ここには，庭に落ちたいちょうの葉を拾っている子供の絵と文「ニハーメンニオチテキルイテウノハヲヒロヒマセウ。十マイヅツヲタバニシテ，イテフノハヲカゾヘマセウ」，その下には，いちょうの葉を9枚と10枚，それぞれひとまとめにした絵がある。

これらの記述は次の命題に変換される。

《集合A，$20 \leqq N(A) \leqq 100$について，A_+，$A_- \subset A$，$N(A_+)=10$，$0 \leqq N(A_-) \leqq 9 \rightarrow$

$N(A)=N(A_+) \times a + N(A_-)$

i）$20 \leqq N(A) \leqq 99$のとき：$2 \leqq a \leqq 9$

ii）$N(A)=100$のとき：$a=10$，$N(A_-)=0$》〔S〕

「児童用書第三十四頁では，丸三十五箇及び百箇の集合を示し，これに数字を対応させた。これは，一例を示したに過ぎないから，他の色々な場合を示して，集合数と数字の結合をはからねばならぬ。」また，数100については，「三桁であるから，特別な取扱を要する。…此処では，単に百は100と書くといふだけに止める外にない。」[67]

下段には，「ツギノスウジヲヨミナサイ。37，43，52，68，71，80，99」，「ツギノカズヲ，スウジデカキナサイ。二十二，三十四，四十，五十三，六十七，七十五，八十六，九十八」という文がある。

これらは，それぞれ，《37を「さんじゅうなな」と読む》，《43を「よんじゅうさん」と読む》，《二十二を22と書く》，《三十四を34と書く》〔D〕

などの命題に変換される。そして，これら諸命題から次の命題が導かれる。すなわち，p. 33の前述の命題に続けて，

《$N(A_-)=b$とすると，$N(A)=10a+b$を，

i）のとき，“ab”と書き，「aじゅうb」と読む。

ii）のとき，“100”と書き，「ひゃく」と読む。

漢数字を使うと，i）は，“a十b”，ii）は“百”と書く。》〔D〕

ここでは，前述の命題と合わせて，20以上100以下の自然数について，その記数法，命数法が上のような形で教えられている。

p. 35の記述は次の通りである。

40 カラ 50 マデ，ジュンニカゾヘナサイ。

50 カラ 40 マデ，ハンタイニカゾヘナサイ。

65 カラ 75 マデ，ジュンニカゾヘナサイ。

75 カラ 65 マデ，ハンタイニカゾヘナサイ。

49 ノツギハ，ナニデスカ。

80 ノマヘハ，ナニデスカ。

ツギノ □ ニドンナスウジヲイレタラヨイデセウ。

$\boxed{33}$—$\boxed{34}$—$\boxed{}$　　$\boxed{58}$—$\boxed{}$—$\boxed{60}$

$\boxed{}$—$\boxed{76}$—$\boxed{75}$　　$\boxed{91}$—$\boxed{}$—$\boxed{89}$

最初の文については，次の命題に変換される。

《$40'=(40+0)'=40+0'=41$

$41'=(40+1)'=40+1'=42$

$42'=(40+2)'=40+2'=43$

$\vdots$

$48'=(40+8)'=40+8'=49$

$49'=4'0=50$》〔F〕

また，次の文については，$x'=y$ のとき，$y^*=x$ と書くことにすると，

《$50^*=5^*9=49$

$49^*=(40+9)^*=40+9^*=48$

$48^*=(40+8)^*=40+8^*=47$

$47^*=(40+7)^*=40+7^*=46$

$\vdots$

$43^*=(40+3)^*=40+3^*=42$

$42^*=(40+2)^*=40+2^*=41$

$41^*=(40+1)^*=40+1^*=40$》〔F〕

他の文についても同様の命題に変換することができる。そして，これら諸命題から次の命題が導かれる。

《$10a+b$ を“ab”と書いて，

i）$(ab)'$ については，$0\leqq b\leqq 8$ のとき，$(ab)'=ab'$，$b=9$ のとき，$(ab)'=a'0$

ii）$(ab)^*$ については，$1\leqq b\leqq 9$ のとき，$(ab)^*=ab^*$，$b=0$ のとき，$(ab)^*=a^*9$》〔D〕

3−5　II位数とI，II位数との加法・減法

p. 36〜47 においては，「百までの数範囲で極簡単な加減を取り扱って数の観念を養ふ」ことが目的となっている。[68] ここでは，この内容に対応する記述を対象として分析を試みる。なお「併せて暦日・七曜について教へる」ことも目的となっているが，ここでは分析の対象としては扱わないことにした。

まず p. 36 には，次の文がある。

ミノルサンハミカンヲ四十，ヤヘコサンハ五ツトリマシタ。ミンナデイクツトリマシタカ。

ソノウチ，ミノルサンハ三ツ，ヤヘコサンハ七ツタベマシタ。フタリデイクツタベタデセウ。ミカンハ，マダイクツノコッテヰマスカ。

これは，次の命題に変換することができる。

《集合A，Bについて，N(A)=40，N(B)=5→N(A∪B)=N(A)+N(B)=45

N(A)=3，N(B)=2→N(A∪B)=N(A)+N(B)=5

N(A)=45，N(B)=5，A⊃B→N(A−B)=N(A)−N(B)=40》〔S〕

続くp.37上段には「ツギノヨセザンヨナサイ」，下段には「ツギノヒキザンヲナサイ」としてそれぞれ20の式が記されている。これらはいずれも，そのまま，

《30+3=30，50+4=54，60+7=67，…4+80=84》〔F_1〜F_{20}〕

《85−5=80，36−6=30，92−2=90，…97−90=7》〔F_1〜F_{20}〕

と書くことができ，前述のSから導かれている。ここでのFは，II位数（1の位0）+I位数=II位数，II位数−I位数=II位数（1の位0）である。

続くp.38，39はFがQから導かれる点を除いては，同様の構成になっているので，ここでは省略する。ここで導かれるFは，II位数+II位数=II位数(すべて1の位は0，和は100になることもある)，およびII位数（または100)−II位数=II位数（すべて1の位は0）である。(続くp.40は月日，曜日に関するものであり，ここでは分析の対象としては取り扱わない。）次にp.41について。記述は次の通りである。

ミノルサンノクミデハ，ケフ，四十二人シュッセキシテ，三人ケッセキシマシタ。ミノルサンノクミニハ，ミンナデナン人キルデセウ。

ミノルサンノクミデ，前ノシウニケッセキシタ人ノカズヲシラベタラ，ツギノトホリデシタ。シュッセキシタ人ノカズヲイヒナサイ。(日曜から土曜まで，欠席者の数だけ×をつけた表が記されている。数は，順に0，2，0，1，3，5，4人。)

最初の文は次の命題に

《集合A，Bについて，N(A)=42，N(B)=3→N(A∪B)=N(A)+N(B)=45》〔S〕

次の文と表は，次の命題にそれぞれ変換することができる。

《2つの集合A，N(A)=45と，その部分集合Bについて，

N(B)=0→N(A−B)=N(A)−N(B)=45

N(B)=2→N(A−B)=N(A)−N(B)=43

N(B)=1→N(A−B)=N(A)−N(B)=44

N(B)=3→N(A−B)=N(A)−N(B)=42

N(B)=5→N(A−B)=N(A)−N(B)=40

N(B)=4→N(A−B)=N(A)−N(B)=41》〔S〕

p.42，53には，「ツギノヨセザンヲナサイ」，「ツギノヒキザンヲナサイ」，「ツギノケイサンヲナサイ」として，式がそれぞれ18，18，52記されている。これらはすべてFに変換される。

p.44〜47には，次の文(1)〜(9)がある。

(1) オトナガフタリト，子ドモガ五人，コチラヘ来マス。ミンナデナン人来マスカ。

(2) オキャクサマガ七人イラッシャイマシタ。ザブトンガ，五マイシカデテキマセン。モウナンマイモッテクレバヨイデセウ。

(3) オモチガ十五アリマス。子ドモガ五人キマス。子ドモニオモチヲ一ツヅツヤルト，オモチハイクツノコルデセウ。

(4) ミカンヲ五十イタダキマシタ。ソノウチ，四ツタベマシタ。マダイクツノコッテキルデセウ。

(5) タマゴガ二十四アリマシタ。ソノウチ，二十，ヲバサンノトコロヘアゲマシタ。タマゴハ，マダイクツノコッテキマスカ。

(6) オトウサンノオツカヒデ，ハガキヲ五十マイカッテキマシタ。ウチニハ八マイアリマス。ミンナデナンマイニナリマシタカ。

(7) 十二月ノ七エウヘウヲツクッテゴラナサイ。十二月ニハ，日エウ日ガイク日アリマスカ。（以下省略）

(8) 私ハ，イサムサントスミ子サント三人デ，カルタトリヲシマシタ。私ハ十九マイ，イサムサンハ二十マイ，スミ子サンハ九マイトリマシタ。私ハ，イサムサンニナンマイマケタデセウ。スミ子サンニナンマイカッタデセウ。

(9) カルタ十二マイヲウマクナラベテ，シカクナカタチヲツクリナサイ

これらの文が変換される命題を次に示す。

まず(1)，(6)については，

《集合A，Bについて，$N(A)=2$，$N(B)=5 \rightarrow N(A \cup B)=N(A)+N(B)=7$

$N(A)=50$，$N(B)=8 \rightarrow N(A \cup B)=N(A)+N(B)=58$》〔S〕

(4)(5)については，

《集合Aとその部分集合Bについて，$N(A)=50$，$N(B)=4 \rightarrow N(A-B)=N(A)-N(B)=46$

$N(A)=24$，$N(B)=4 \rightarrow N(A-B)=N(A)-N(B)=20$》〔S〕

(2)(3)(8)については，

《(2) 集合A，B，$A \not\supset B$，$N(A)=15$，$N(B)=5$について，$^{\exists}A' \in A$，$A' \sim B \rightarrow N(A)-N(B)=N(A)-N(A')=N(A-A')=10$

(3) 集合A，B，$A \not\supset B$，$N(A)=5$，$N(B)=7$について，$^{\exists}B' \subset B$，$B' \sim A \rightarrow N(B)-N(A)=N(B)-N(B')=N(B-B')=2$

(8) 集合A，B，C，$A \not\supset B$，$B \not\supset C$，$N(A)=19$，$N(B)=20$，$N(C)=9$について，

$^{\exists}B' \subset B$，$B' \sim A \rightarrow N(B)-N(A)=N(B)-N(B')=N(B-B')=1$

$^{\exists}A' \subset A$，$A' \sim C \rightarrow N(A)-N(C)=N(A)-N(A')=N(A-A')=10$》〔S〕

(9)については次の様になろう。

《集合A，$N(A)=12$，$A_1 \subset A$について，

$N(A_1)=1 \rightarrow N(A)=N(A_1) \times 12$　$N(A_1)=2 \rightarrow N(A)=N(A_1) \times 6$

$N(A_1)=3 \rightarrow N(A)=N(A_1) \times 4$　$N(A_1)=4 \rightarrow N(A)=N(A_1) \times 3$

$N(A_1)=6 \rightarrow N(A)=N(A_1) \times 2$　$N(A_1)=12 \rightarrow N(A)=N(A_1) \times 1$》〔S〕

（なお(7)は「暦日・七曜について」の文なので，ここでの分析の対象として扱うことはしなかった。）

3－6　I位数とI位数とのくりあがりのある加法

p.48～57では，「基数に基数を寄せて十一以上の数となる寄算を必要とするやうな場合を考察させ，この寄算の方法を指導し，その練習を行はせる」ことが目的とされている[69]。ここでは，この内容に対応する記述を対象として分析を試みる。ただしこれらは，扱われる数の範囲によって3つの部分に分けられているが，いずれも同じ構成になっているので，ここではp.48，49の

みをとりあげる。

まずp. 48について。上段には子どもがタコ上げをしている絵があり，続いて次の文がある。「イサムサンハ，七センノタコト四センノイトヲカヒマシタ。イクラハラッタデセウ。イサムサンハ，フタリノオトモダチトーショニ，ノハラヘイキマシタ。ノハラデハ，子ドモガ大ゼイタコヲアゲテヰマシタ。タコハ，八ツアガッテヰマシタ。イサムサンタチ三人モ，一ツヅツタコヲアゲマシタ。タコハ，ミンナデイクツアガリマシタカ。」

まず，これらの文は次の命題に変換することができる。

《価格A，Bについて，A＝7銭，B＝4銭

→A＋B＝7銭＋4銭

＝7銭＋(3銭＋1銭)＝(7銭＋3銭)＋1銭＝10銭＋1銭＝11銭》〔Q〕

《集合 A, B, $N(A)=8$, $N(B)=3$ に対して，B_1, $B_2 \subset B$, $B_1 \cup B_2 = B$, $B_1 \cap B_2 = \phi$, $N(B_1)=2$

$\to N(A \cup B) = N(A \cup (B_1 \cup B_2))$

$= N((A \cup B_1) \cup B_2) = N(A \cup B_1) + N(B_2)$

$= (N(A) + N(B_1)) + N(B_2) = (8+2)+1 = 10+1 = 11$》〔Q〕

ここでは，次の2つの命題が用いられている。

〈集合 A, B, C について，結合法則 $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ が成立する。〉〔S〕

〈価格 A, B, C について，結合法則 $(A+B)+C=A+(B+C)$ が成立する。〉〔Q〕

p. 49の中段には次の文がある。これは「10に対する基数の補数を見出すこと，及び基数を指定数と他とに分解することの練習教材」[70]である。

8ニナニヲヨセルト，10ニナリマスカ。

7ニナニヲヨセルト，10ニナリマスカ。

3ハ，2トナニトヲヨセタモノデスカ。

5ハ，3トナニトヲヨセタモノデスカ。

これは，次の命題に変換することができる。

《$8+x=10 \to x=2$　　$3=2+x \to x=1$

$7+x=10 \to x=3$　　$5=3+x \to x=2$》〔F_1～F_4〕

P. 49下段には，「ツギノヨセザンヲナサイ」として，式 $\begin{array}{r}9\\+2\\\hline\end{array}$ $\begin{array}{r}8\\+3\\\hline\end{array}$ $\begin{array}{r}9\\+4\\\hline\end{array}$ $\begin{array}{r}7\\+5\\\hline\end{array}$ …が10書かれている。これらは，例えば $\begin{array}{r}8\\+3\\\hline\end{array}$ $\begin{array}{r}7\\+5\\\hline\end{array}$ については，次の命題に変換される。

《$8+3=8+(2+1)=(8+2)+1=10+1=11$, $7+5=7+(3+2)=(7+3)+2=10+2=12$》〔F〕

ここで，このFが前述の命題F_1～F_4から導かれていること，および次の命題

《自然数 a, b, c について，結合法則 $(a+b)+c=a+(b+c)$ が成立する。》〔AL〕

が用いられていることは明らかであろう。このALは前述のSおよびQから導かれたものと考えられる。p. 51, 52およびp. 53, 54についても同様の命題に変換でき，その関係についても同じ点を指摘することができる。

p. 54には「ツギノヨセザンヲナサイ」として，式が36あげられている。これも同じ種類の〔F_1～F_{36}〕に変換される。

p. 55～57には次の文(1)～(7)がある。

(1)　ウエキバチノウメノ花ガ，五ツサキマシタ。ツボミガ七ツツイテイマス。ツボミガヒラクト，花ハイクツニナルデセウ。

(2) オトシデ，スズメヲトリマシタ。キノフハ六ハ，ケフハ五ハトリマシタ。アハセテナンバトッタデセウ。

(3) ニイサンハ，オモチヲ七ツボクハ四ツタベマシタ。フタリデイクツタベタデセウ。ドチラガ，イクツオホクタベタデセウ。

(4) ノキ下ノツルシガキヲオロシマシタ。一ツノナハニハ，カキガ九ツ，モウ一ツノナハニハ，八ツアリマス。カキハ，アハセテイクツデセウ。

(5) ヱハガキヲ六マイモッテヰマシタ。ケフ，ヲヂサンニ，ヱハガキノハイッタフクロヲイタダキマシタ。フクロニハ，ヱハガキガ八マイハイッテヰマシタ。ヱハガキハ，ミンナデナンマイニナッタデセウ。

(6) ホンバコノ上ノタナニ，ホンガ五サツ，中ノタナニ七サツ，下ノタナニ八サツアリマス。ミンナデナンサツアリマスカ。

(7) シカクノ中ノカズヲ，タテニヨセテゴランナサイ。ヨコニヨセテゴランナサイ。ナナメニヨセテゴランナサイ。

8	3	4
1	5	9
6	7	2

3	8	7
10	6	2
5	4	9

このうち，(1)～(5)はすべて同種の命題に変換される。例として(3)のみを次に示す。

《集合 A，B，$N(A)=7$，$N(B)=4$ に対して，

B_1，$B_2 \subset B$，$B_1 \cup B_2=B$，$B_1 \cap B_2=\phi$，$N(B_1)=3 \rightarrow N(A \cup (B_1 \cup B_2))$

$=N((A \cup B_1) \cup B_2)=N(A \cup B_1)+N(B_2)$

$=(N(A)+N(B_1)N(B_2)=(7+3)+1=10+1=11$》〔S〕

(6)については，

《集合A，B，Cについて，$N(A)=5$，$N(B)=7$，$N(C)=8 \rightarrow N(A \cup B \cup C)=N(A)+N(B)+N(C)=20$》〔S〕

(7)はいわゆる「魔方陣」であり，

《$8+1+6=3+5+7=4+9+2=15$

$8+3+4=1+5+9=6+7+2=15$

$8+5+2=4+5+6=15$》〔F〕

に変換される。

3－7 II位数とI位数のくりさがりのある減法

p. 58～67 では，「十一以上の数から基数を引いて，基数の残る引算を必要とするやうな場合を考察させ，この引算の方法を指導し，その練習を行はせる」[71] ことが目的とされている。ここでは，この内容に対応する記述を対象として分析を試みる。

ここでも，この内容は扱われる数の範囲によって3つの部分に分類されているが，いずれも同じ構成になっているので，例としてp. 58，59 のみをとりあげる。

ここでの「引算の方法」とは，「所謂減加法で，次のやうな思考をたどらせることを本体とする。

(イ) 減数が，被減数の一の位よりも大きいことを見定める。

(ロ) 被減数を，10 と他とに分解する。

(ハ) 被減数の 10 から減数を引く。

(ニ) この残りと，被減数の一の位とを加へ合はせる。

以上の大体を式を例示すれば，$14-8=10+4-8=10-8+4=2+4=6$」[72)]

p. 58 には子供たちが雪合戦をしている絵があり，続いて p. 59 の上段まで次の文がある。

キノフノオヒルゴロカラ，ユキガフリダシマシタ。ユウガタハカッタトキニハ，三センチメートルツモッテヰマシタ。ケサハカッテミルト，十二センチメートルニナッテヰマシタ。ヨルノアヒダニ，ドレダケツモッタデセウ。

イサムサンハ，オトモダチトユキガッセンヲシヨウトサウダンシマシタ。ミンナデ十一人ヰマス。コチラヲ五人ニスルト，ムカフハナン人ニナリマスカ。

ユキガッセンノアトデ，四人ハウチヘカヘリマシタ。ノコッタモノデ，ユキダルマヲツクリマシタ。ナン人デツクリマシタカ。

これは次の命題に変換される。

《長さA，Bについて，$A=12\text{ cm}$，$B=3\text{ cm}\rightarrow A-B=9\text{ cm}$》〔Q〕

《集合A，B，$A\supset B$，$N(A)=11$，$N(B)=5$ について，$A_1\subset A$，$N(A_1)=10$，このとき $A-A_1=A_2$ とすると，

$$N(A-B)=N((A_1\cup A_2)-B)=N((A_1-B)\cup A_2)=N(A_1-B)+N(A_2)$$
$$=(N(A_1)-N(B))+N(A_2)=(10-5)+1=5+1=6$$》〔S〕

（次の文についても同様の命題に変換されるので，ここでは省略する。）

ここでは次の命題が用いられている。

〈集合A，B，Cについて，$A\supset C$ のとき，$(A\cup B)-C=(A-C)\cup B$ が成立する。〉〔S〕

p. 59 中段には「ツギノケイサンヲナサイ」として 8 つの式がある。これらはそのまま，

《$10-2=8$，$10-3=7$，$10-4=6$，$10-5=5$

$8+1=9$，$7+2=9$，$6+3=9$，$5+4=9$》〔$F_1\sim F_8$〕

と書ける。下段には「ツギノヒキザンヲナサイ」として 8 つの式があり，それらは次の命題に変換される。

《$11-2=(10+1)-2=(10-2)+1=8+1=9$

$12-3=(10+2)-3=(10-3)+2=7+2=9$

$13-4=(10+3)-4=(10-4)+3=6+3=9$

$14-5=(10+4)-5=(10-5)+4=5+4=9$》〔$F_9\sim F_{12}$〕

ここで，これらの $F_9\sim F_{14}$ が前述の $F_1\sim F_8$ から導かれていること，および次の命題

〈自然数 a，b，c $(a+b>c,\ a>c)$ について，$(a+b)-c=(a-c)+b$ が成立する。〉〔AF〕

が用いられていることは明らかであろう。この AF は前述の S から導かれたものと考えられる。

p. 64 には，「ツギノヒキザンヲナサイ」として同じ種類の式が 36 あげられている。これらはすべて〔$F_1\sim F_{16}$〕に変換される。

続いて p. 56〜67 には，次の(1)〜(6)の表をふくむ文，式がある。

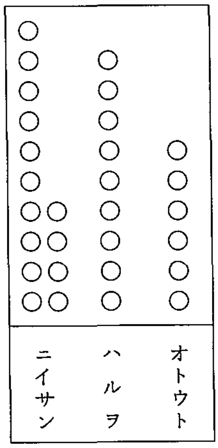
(1) オトシダマニイタダイタ，一ダースノエンピツガ，マダ九ホンノコッテヰマス。ナンボンツカッタデセウ。

(2) ハガキノタテハ，ヨコヨリモ，ドレダケナガイデセウ。モノサシデハカッテゴランナサイ。

(3) コンヤ，ガッカウデ，クヮツドウシャシンガアリマス。イサムサンタチハ，キンジョヘシラセニマハッテヰマス。キンジョニハ，イヘガ十六ケンアリマス。イマ八ケンマハリマシタ。モウナンゲンマハレバヨイデセウ。

(4) 右ノヅハ，ハルヲサンノキャウダイノトシヲシラベタモノデス。ハルヲサンハ，ニイサンヨリモ，イクツ少イデセウ。オトウトヨリモ，イクツオホイデセウ。

オウチノミンナノトシヲシラベテ，ヅニカイテゴランナサイ。ソレデ，モンダイヲツクッテゴランナサイ。



(5) 子ドモガ十二人デ，カクレンバウヲシテヰマス。イサムサンガオニデス。イサムサンハ，イマ五人見ツケタトコロデス。マダナン人カクレテヰマスカ。

(6) ツギノヒキザンヲナサイ。

16−7−2	19−5−6	13−8−4
18−3−9	15−6−1	14−2−7
17−8−5	20−7−7	18−3−6
19−9−4	16−8−2	15−7−5

これらの記述は次の命題に変換することができる。(1)(3)(5)については同様の命題に変換されるので，ここでは(1)のみを示す。

《集合 A，B，$A\supset B$，$N(A)=12$，$N(B)=9$ について，$A_1\subset A$，$A_1\supset B$，$N(A_1)=10$，$A-A_1=A_2$ とすると

$$N(A-B)=N((A_1\cup A_2)-B)=N((A_1-B)\cup A_2)=N(A_1-B)+N(A_2)$$
$$=(N(A_1)-N(B)+N(A_2)=(10-9)+2=1+2=3$$》〔S〕

(2)については，

《長さ A，B について，$A=14\text{ cm}$，$B=9\text{ cm}\rightarrow A-B=5\text{ cm}$》〔Q〕

(4)については，

《集合 A，B，C，$A\supset B$，$B\supset C$ について，$N(A)=14$，$N(B)=9$，$N(C)=6$，

$\exists A'\subset A$，$A'\sim B\rightarrow N(A)-N(B)=N(A)-N(A')=N(A-A')=5$，

$\exists B'\subset B$，$B'\sim C\rightarrow N(B)-N(C)=N(B)-N(B')=N(B-B')=3$》〔S〕

(6)については，

《$16-7=9$，$9-2=7\rightarrow(16-7)-2=7$

$19-5=14$，$14-6=8\rightarrow(19-5)-6=8$

$13-8=5$，$5-4=1\rightarrow(13-8)-4=1$

⋮　　　　⋮

$15-7=8$，$8-5=3\rightarrow(15-7)-5=3$》〔$F_1\sim F_{12}$〕

3−8 $a+a$ 型の加法，その他

p. 68〜80 においては，次の 4 つが目的とされている[73]。

(イ) 同じ数のもの二つを加へ合はせること，及び或数のものを半分に分けることを，実際の場合について取り扱ふ。

(ロ) 基数に 11 以上の数を足して 20 以下の数となる寄算，及びその逆の引算を必要とするやうな場合を考察させ，この計算を練習を行はせ，併せて二数の差を求めることを取り扱ふ。

(ハ) 本学年にこれまで取り扱った数計算の総練習をさせ，これを適用すべき実際の問題を取

り扱ふ。

(ニ) 東西南北の方向について知らせる。

ここでは，これらの内容のうち(イ)(ロ)についてのみ扱うことにし，(ハ)(ニ)に対応する記述(p. 73～80)については分析の対象として扱わないことにする。

まず，p. 68 について。その記述は次の通り。

雪子サンハ，ニイサントフタリデ，デンシャニノッテ，ヲバサンノウチヘイキマシタ。デンシャチンハ，ヒトリ七センデシタ。フタリデイクラハラッタデセウ。

ヲバサンニ，エンピツ一ダースイタダキマシタ。フタリデ，ハンブンヅツワケマシタ。雪子サンハ，ナンボンモラッタデセウ。

この2つの文は，それぞれ次の命題に変換することができる。

《価格Aについて，$A=7$ 銭 $\rightarrow A+A=14$ 銭》〔Q〕

《集合A，$N(A)=12$ について，A_1，$A_2 \subset A$，$A_1+A_2=A$，$A_1 \sim A_2$
$\rightarrow N(A_1)=N(A_2)=6$》〔S〕

p. 69 には次の(1)～(4)の文があるが，これについても同様の命題に変換することができる。

(1) 三センノキッテヲ，ニマイカヒマシタ。イクラハラヘバ，ヨイデセウ。

(2) 八デフノヘヤガ，二ツアリマス。タタミハ，ミンナデナンデフシイテアリマスカ。

(3) キャラメルガ二十ハイッテヰルハコヲ，二ハコモラヒマシタ。キャラメルハ，イクツアルデセウ。

(4) ツギノモノノハンブンハ，ドレダケデスカ。
カミ 20 マイ　　ハガキ 100 マイ　　ミカン 14
タマゴ 16　　スミ 18 ヘウ　　木　60 ポン。

《(1) 価格Aについて，$A=3$ 銭 $\rightarrow A+A=6$ 銭》〔Q〕

《(2) 集合A，Bについて $N(A)=N(B)=8 \rightarrow N(A \cup B)=N(A)+N(B)=16$》〔S〕

《(3) 集合A，$N(A)=20$ について，A_1，$A_2 \subset A$，$A_1+A_2=A$，$A_1 \sim A_2$
$\rightarrow N(A_1)=N(A_2)=10$》〔S〕

《(4) 集合A，$N(A)=14$ について，A_1，$A_2 \subset A$，$A_1+A_2=A$，$A_1 \sim A_2$
$\rightarrow N(A_1)=N(A_2)=7$》〔S〕(その他についても同様の命題に変換できる。)

これらの諸命題，とりわけ(3)(4)は3－2において変換された命題と同種のものであり，「掛算・割算への極めて低い段階とするといふ意味をもつものである。」[74)]

p. 70～72 では，II位数＋I位数またはその逆のくりあがりのない加法，およびII位数－II位数＝I位数のくりさがりのない減法が指導される。p. 70 の記述は次の通り。

ケフハ三月三日デ，オセックデス。オヒナサマガカザッテアリマス。一バン上ノダント，ソノツギノダントニ，アハセテ，五ツアリマス。下ノ方ニハ十四アリマス。ミンナデイクツアリマスカ。

コノ中デ，十二ハウチデカッタモノデ，アトハヨソカラモラッタモノデス。ヨソカラモラッタモノハ，イクツデスカ。カッタノトモラッタノトデハ，ドチラガ，イクツオホイデセウ。

ヒシモチガソナヘテアリマス。ヒシモチノカタチヲ，カミデキッテミマセウ。

この文は次の2つの命題に変換することができる。

《集合A，Bについて $N(A)=5$，$N(B)=14 \rightarrow N(A \cup B)=N(A)+N(B)=19$》〔S〕

《集合A，B，$A \supset B$，について $N(A)=19$，$N(B)=12$

$\rightarrow N(A) \geqq N(B)$, $N(A-B)=N(A)-N(B)=7$》〔S〕

p. 71 下段には「ツギノヨセザンヲナサイ」として式が 20, p. 72 上段には「ツギノヒキザンヲナサイ」として同じく式が 20 書かれている。これらはそのまま，

《$5+12=17$, $2+13=15$, $3+15=18$, $4+16=20\cdots$》〔$F_1 \sim F_{20}$〕

《$12-11=1$, $16-15=1$, $18-17=1$, $14-13=1$, $\cdots$》〔$F_1 \sim F_{20}$〕

と書け，前述のSから導かれたものと考えられる。

p. 72 下段には，「(　　　)ノ中ノ，二ツノカズヲクラベテゴランナサイ」として，自然数の組 (a, b) が 20 あげられている。例えば，(5, 13) については次の様になろう。

《2 数 5, 13 について，$5 \leqq 13$, $13-5=8$》〔F〕

4．むすびにかえて

以上の分析から，『小学算術』(第一学年用) における自然数概念の導入および加法・減法指導の論理が一応示された。それをより一般的な記述において特徴づける作業も必要であろうが，この教科書のより高学年の段階あるいは他の教科書との関連において，後日論じたい。

〈注〉

1) 例えば，遠山啓・長妻克亘『量の理論』明治図書　1962 年

2) 「連続性または非連続性」とは，須田勝彦「数学教育における系統性の問題」北海道教育学会第 25 回研究発表大会自由研究発表　1982 年，において提出されたものである。

3) 例えば『海後宗臣著作集第 5 巻　教育内容・方法論』東京書籍，1980 年，p. 611－612

4) 今野武雄「算術教育の生活性」，『教育』第 6 巻第 5 号　岩波書店　1938 年 5 月

5) 注 1)の文献に加えて，中谷太郎「日本数学教育史(12)」，『数学教室』No. 238　国土社　1973 年 3 月，須田勝彦「算数の教科書のあり方——算術から数学へ——」，柴田義松編『教科書』有斐閣 1983 年所収

6) 例えば注 1)の文献においては，自然数の指導については黒表紙における「数え主義」批判が中心となっており，緑表紙については，「暗算偏重」「数え主義の理論をかりた実感べったり直観主義」といった批判しかなされていない。

7) 須田勝彦，前掲論文。

8) 同様の方法で現行教科書を対象に分析を試みたものとして，拙稿「小学校における『代数』指導のための基礎的考察——教科書分析の試み」，『教授学の探究』第 4 号，北大教育学部教育方法学研究室，1986 年。

9) ユークリッド式量空間については，田村二郎『量と数の理論』日本評論社　1978 年，参照

10) 「定義」とは，これらのカテゴリーと並列されるよりは，「問題」，「説明」などと並列されて考えられるべきであろうが，ここでは一応このように扱っておく。

11) 『尋常小学算術』第一学年教師用(上) 文部省，1935 年，p. 1, 12

12) 同上　p. 2

13) 同上　p. 2～3　ただし(1)～(4)の番号は引用者による。

14) 同上　p. 4

15) 同上　p. 4

16) 同上　p. 4

17) 同上　p. 7

18) 同上　p. 12

19) 同上　p. 15～16

20) 同上　p. 16

21) 同上　p. 17
22) 同上　p. 19
23) 同上　p. 20
24) 同上　p. 23，34
25) 同上　p. 24，25
26) 同上　p. 25，26
27) 同上　p. 36
28) 同上　p. 37
29) 同上　p. 37
30) 同上　p. 38
31) 同上　p. 39
32) 同上　p. 39
33) 同上　p. 39
34) 同上　p. 39
35) 同上　p. 39
36) 同上　p. 43
37) 同上　p. 43
38) 同上　p. 45
39) 同上　p. 45～46
40) 同上　p. 46
41) 同上　p. 47
42) 同上　p. 47
43) 同上　p. 49
44) 同上　p. 52
45) 同上　p. 51
46) 同上　p. 54～55
47) 同上　p. 55
48) 同上　p. 55
49) 『尋常小学算術』第一学年教師用(下)，文部省，1935年，p. 1
50) 同上　p. 6
51) 同上　p. 2
52) 同上　p. 22
53) 同上　p. 27
54) 同上　p. 31
55) 同上　p. 32
56) 同上　p. 36
57) 同上　p. 38～39，ただし①～③は引用者による。
58) 同上　p. 40～41
59) 同上　p. 40～41
60) 同上　p. 43〔　〕は引用者注。
61) 同上　p. 49これらの内容は，加数・被加数，減数・被減数の範囲によってさらに細かく分類されている。教科書のp. 21が「第一段」，p. 22・23が「第二段」，p. 24・25が「第三段」に相当する。その内容，分類の基準などについては教師用書を参照されたい。
62) ただしここで0の記法が指導されるわけではない。「零といふ言葉は使はないで，『もう一つもない。』と

か，『みんな無くなった。』とかいふやうに表すがよい。」(教師用書第一学年(下)，p. 62)

63) ここで，例えば(1+5)+2=8は，教科書の記法に従うならば，1+5+2=8とするべきであろう。このような記法が意味をもつのは，加法に結合法則が成立するからであるが，ここではそれに関する記述は見られないため，(1+5)+2=8とした。

64) 『尋常小学算術』第一学年教師用(下)，文部省，1935年，p. 65

65) 同上 p. 67

66) 同上 p. 68

67) 同上 p. 69～70

68) 同上 p. 65

69) 同上 p. 87

70) 同上 p. 90

71) 同上 p. 102

72) 同上 p. 102～103

73) 同上 p. 118

74) 同上 p. 119

〔付記〕

本稿の作成にあたって，北大教育方法学研究グループの研究室会議において検討の場をもっていただいた。本稿はそこでの議論に多くを負っている。また，本稿で使用した『尋常小学算術』第一学年教師用(上)(下)の閲覧および貸出について，北海道教育大学附属図書館の寒河江瑛子氏にお世話になった。記して感謝申し上げる次第である。