黒表紙教科書の内容構成の原理

須　永　辰　美
（北海道大学教育学部学生）

算数・数学教育の現状を見る場合に，それがいかなる必然的，偶然的理由で行われるようになったのかという事実を明らかにすることは，重要な課題である[1]。しかしながら，特に初等教育においては，政治的，思想的な影響から逃れることはできず，更に教科書一つを見るにしても，教材を構成する論理的・心理的な問題から文体，教具の問題などが複雑に入り組んでいるために客観的な分析枠を作ることは非常に難しい。

そこで本稿では教材の内容を構成する原理に限って考察することにする。その際に内容の「連続・非連続」[2]という視点は常に置いておかねばならない。

1905（明治38）年に国定の算術教科書（『尋常小学算術書』教師用，『高等小学算術書』児童用・教師用）が発行されたことによって，それ以前に使用されていた様々な教科書は全国的にその内容が統一されることになった。

とは言っても尋常小学校においては教師用書のみなので，各教師が様々な実践を行うことができた。もっとも，多くの教師はその内容の理解さえせずにただ記述通りの注入的な教授をしただけであったことは想像に難くない。

その第一期国定教科書（以後黒表紙と呼ぶ）であるが，その内容が藤澤利喜太郎の影響を強く受けており，しかも数え主義の上に立っているということは従来指摘されているところである[3]。しかしながら黒表紙が藤澤の主張そのものでないことも，数え主義と対立する（と言われている）直観主義や数の多方的処分と言われるものが含まれていることからも明らかである。藤澤自身は小学校用の具体的な教案を出しているわけではないのだから，一概に藤澤，と言い切るのは適切ではない。

むしろ藤澤の影響は算術の第一義の目的としての「日常生活」の面から考えるべきで，黒表紙の内容自体は*クニルリング*の唱えた数え主義に非常に似ている。

藤澤は『数学教授法講義筆記』（1900）において，数え主義の唱導者である*タンク*や*クニルリング*とは別に独自に考え出したと述べている[4]。そもそも藤澤の数え主義は一つの数学論であり，心理学的な考察がほとんどないのに比べて，*クニルリング*の数え主義は心理学的な考察から出て来ておりその根本から異なっている。

そこで本稿では，藤澤の数え主義（第Ⅰ章）と*クニルリング*の数え主義（第Ⅱ章）を通して，黒表紙の内容を構成している教材がどのような原理によっているかを明らかにし（第Ⅲ章）たい。

〈註〉

1）板倉聖宣は『日本理科教育史（付・年表）』（1968年）において科学教育史研究の目的を次の二点にまとめ

ている。（p. 1）

第１　現在行われている科学教育がいかなる必然的な理由，あるいは偶然的な理由によって行われるようになったのか，という事実を明らかにし，それらの理由が現在なお有効であるかどうかを具体的に検討して，現在の科学教育の変革の可能性の展望をひらくこと。

第２　科学教育の発展の構造・論理を明らかにし，これからの科学教育研究のための指針を見出すとともに，科学教育を含むもっと広い科学や教育や社会全般の発展と，科学教育の発展との関連を明らかにし，もっと広い歴史の研究の一環として，寄与するように努めること。

これらの二つの目的は，それが20年も前に出されているにもかかわらず，いまだ十分な成果を挙げていない。現在では第一の目的の前半部分を蓄積することが先決だろう。

2）須田勝彦「数学教育における系統性の問題」（1981年　北海道教育学会第25回大会自由研究発表）

3）例えば，遠山　啓「数学教育の近代化と現代化」（教育科学研究会『現代教科の構造』1964, p. 33）

4）藤澤利喜太郎『数学教授法講義筆記』（1900）p. 56

第Ⅰ章　藤澤の数え主義

藤澤利喜太郎の算術教育への関心が，『数学教授法講義筆記』を境として中等教育から初等教育のレベルへと変化していることは既に指摘されているところではある[1]。しかしながら彼自身はその著書で小学校における教授について触れてはいるが，小学校用の具体的な教授細目なるものは作っていない[2]。従って彼の考えた算術教育の具体的な内容は彼が書いた『算術教科書』（これは師範学校，中学校用教科書である）によって分析し，小学校の算術の内容もここから推察するのが妥当であると思われる。

I-1　数系列の獲得

藤澤が数概念の指導に用いたものは「数え主義」であり，それによって量を排除しようとした。『算術教科書』の命数法・記数法では，

> 一ニ一足シテ二，二ニ一足シテ三，……トイフガ如ク次第ニ一足シテ行クコトヲ数ヘルトイヒ，数ヘテ得タル一，二，三，……ヲ数トイフ

となっている[3]。これは藤澤が苦心した冒頭で，「最モ深キ意味ノアル且最モ重要ナル数ゾヘ主義ヲ以ツテ冒頭ニ置イタノデ，徹頭徹尾此書物ヲ一貫シタル精神ハ実ニ此数ゾヘ主義ニアリト云フコトヲ表ハシテアルノデス」[4]とあるように，最低でも整数の加減乗除については数えることによって体系づけられている。

藤澤の「数え主義」は遠山　啓が指摘しているように「クロネッカーの順序数主義の教育版」[5]であり，1, 2, 3, 4, 5, ……という数系列が既に頭の中に存在しているとする観念論の立場に立っているものである。だから小学校において数を指導する時に「果実，貝殻類，通用貨幣等ノ実物ヲ媒介トシ，簡単ナル数ノ観念ヲ発達セシメ，簡単ナル計算ニ習熟セシムルハ，全ク臨機ノ方便ニシテ，其ノ必要ナルハ言フマデモナキコトナガラ，余リ過度ニ此ノ方便ヲ利用スルトキハ，方便ハ方便タルノ実ヲ失ヒ，生徒ハ不思議ノ誤解ニ陥イルモノナルガ故ニ，此ノ事ハ或ル適当ノ程度ニ止メ，其ノ後チハ，実物ヲ離レタル数ノ観念ヲ基礎トシテ，計算ノ方法ヲ教授スベシ」[6]とあることからもわかるように，量（ここでは分離量）への対応ではなく，数詞を覚えることが先決であった。

このクロネッカーの順序数主義には，十進構造は含まれていない。そこで藤澤は日本の数詞が持っている特徴を天下りに示さざるを得なかった。

九ニ一足シタルモノヲ十ト シ之ヲじふ或ハとをト呼ブ
十ニ一足シタルモノヲ十一ト呼ビ，……（中略—引用者）……
上ニ示ス如ク基数ト十ト百トノ名ヲ以テ多クノ数ノ名ヲ作ルコトヲ得タルハ，此レ等ノ数ハ又幾ツカノ百ト幾ツカノ十ト幾ツカノ一トノ集リ……（中略）……此考ノ下ニ於ケル一，十，百ノ如キモノヲ数ノ位ト称ス
一ヲ十ヲ合セタルモノハ次ノ位十，十ヲ十ヲ合セタルモノハ其次ノ位百ニシテ，其先キモ亦斯クノ如ク
或ル位ヲ十ヲ合セタルモノヲ其次ノ位即其レヨリモ一段高キ位トス
故ニ此命数法ヲ十進法ト称ス

とあるが[7]，ここで「集り」とあるのは，藤澤の言う群に分ける操作であって，1〜10，11〜20，……のように分けることによって，数詞との対応を明確にしたものにすぎない。そしてこの操作も，数えることの「簡便法」なのであった[8]。更に数としての一，十，百と位とが混同され易い点や，十進法＝命数法としていることからも，この数えることは，書かれた数字を読む，又は読まれた数字を書くことと，同じレベルに追いやられてしまっているのである。

I-2 四　則

i） 加　法

既に「数える」ことの定義の中に「足ス」ことは含まれている。「数える」ことによって整数の四則の体系を作ろうとした藤澤にとっては，「計算トハ一ツ宛足シテ行ク（＝数える－引用者）コトヲ簡単ニスル所ノ簡便法」[9] なのであった。加法の定義を引用すると

整数ヲ順ニ列ベタル

$$\begin{array}{ccccccccccc} 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & 6, & 7, & 8, & 9, & 10, & 11\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ & & & & & 1 & 2 & 3 & 4 & & \end{array}$$

ニ就テ見ルニ5ヨリシテ9ニ達スルニハ，5ニ1足シテ6，6ニ1足シテ7，7ニ1足シテ8，8ニ1足シテ9ト数へ，途中ノ呼ビ声ヲ省略スルトキハ5ニ4足シテ9，或ハ5ニ4ヲ加ヘテ9ト唱フ
5ニ4ヲ加ヘテ9，4ニ5ヲ加ヘテモ矢張リ9ニシテ，結果ハ順序ニ関ハラザルガ故ニ5ト4トヲ加フレバ9トナルトイフ
二ツ以上ノ数ヲ加ヘテ得タル数ヲ元ノ数ノ和ト，元ノ数ヲ被加数ト称シ，和ヲ索ムル為メニ行フ計算ヲ寄セ算或ハ加法ト称ス

となっていて[10]，数系列上の移動であることがわかる。

このような数系列上の移動による定義からは次の三つの特徴が出てくる。①「5ヨリシテ9ニ達スルニハ」という文章中には既に減法の意味が含まれている。②二重の数え方（5から始めて6, 7, 8, 9と数えるのと同時に1, 2, 3, 4と数えること）が必要である。③加法の交換法則は結果をそのまま利用している，の三点である。そして③の交換法則は験算のときに逆から加えるという形で使われているのである。

ii） 減　法

減法は加法の逆であるから次の定義のように数系列上の逆の移動となる。
8ニ1足シテ9トナル，逆ニ9ヨリシテ8ヘ立チ戻ルニハ，9ヨリ1引キテ8残ルトイフ
整数ヲ順ニ列ベタル

1， 2， 3， 4， 5， 6， 7， 8， 9， 10， 11， …………
　　　　　　　　4　3　2　1

ニ於テ9ヨリシテ5ヘ立チ戻ルニハ，四度ビ1ヲ引カザルベカラズ，即9ヨリ4引キテ5残ルトイフ

二ツノ数ノ中ノ大ナル数ヨリ其小ナル数ヲ引キテ得ベキ数ヲ此二ツノ数ノ差トイヒ，差ヲ索ムル計算ヲ引キ算或ハ減法ト称シ，大ナル数ヲ被減数，小ナル数ヲ減数ト称ス[11)]

ここにも二重の数え方が含まれているが，大小の概念が何の説明すらなされていない点にも注目しなければならない。数系列上の移動という点からは，数の大小は説明できず，ここにおいては「大ナル数」＝「被減数」，「小ナル数」＝「減数」という関係であり，「大ナル数」は「小ナル数」よりも数系列上で右側にあるということになってしまっている。

また減法は上の定義の他にも①「二ツノ数ニ就キ其大ナル数ヲ得ル為メニ小ナル数ニ加フベキ数ヲ索ムル方法」，②「被減数ヲ二ツノ数ノ和ト看做シ，其二ツノ中ノ一ツヲ知リテ他ノモノヲ索ムル計算」という二種類の定義を挙げており[12)]，始めの定義が一番よく「引く」という意味を表わすとしているが，①について言えば加法の説明と同じである。

数系列上の移動から減法については次の三つの法則（原文では「原理」）が導かれる。①「被減数ヲ或ル数ダケ増ストキハ差モ亦同ジ数ダケ増ス」②「減数ヲ或ル数ダケ増ストキハ差ハ同ジ数ダケ減ル」③「被減数減数ノ双方ヲ同ジ数ダケ増ストキハ差ハ変ラズ」[13)]更に，加法減法の法則も導かれる。④「相連続セル寄セ算引キ算ハ之ヲ如何ナル順序ニ行フモ結果ハ変ラズ」[14)]これらは「整数ヲ順ニ列ベタル表（数系列—引用者）ニ就テ観察スルトキハ容易ニ次ノ原理ヲ悟ルベシ」[15)]としているが，数系列上の移動は説明されていない。実際に行なえば次のようになるだろう。

① 12－8＝4 において，12 に 5 を加えると 17－8＝9 となって差も 5 だけ増す。

1，	2，	…………，	8，	9，	10，	11，	12，	13，	14，	15，	16，	17，	……………
			㋐……	1	2	3	4						
								1	2	3	4	5	
			㋑……	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

（ここでは①の定義を使った。尚㋐は始めの式，㋑は後の式の操作である。以下同様。）

② 12－5＝7 において，5 に 4 を足すと 12－9＝3 となり差が 4 減る。

1，	2，	3，	4，	5，	6，	7，	8，	9，	10，	11，	12，	…………………………
				㋐……	1	2	3	4	5	6	7	
					1	2	3	4				
				㋑……					1	2	3	

③は① ②から導かれる。

④ 9＋5－6＝9－6＋5

左辺は 9＋5－6＝14－6＝8

ⓑ
ⓐ
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, ………………
ⓐ……1 2 3 4 5
6 5 4 3 2 1……………ⓑ

右辺は9−6+5=3+5=8

ⓐ
ⓑ
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ………………………………………
6 5 4 3 2 1……ⓐ
ⓑ……………1 2 3 4 5

(ただし，ⓐⓑは計算の順番を示す)

iii) 乗　法

乗法は累加であり，数系列上から説明できるが，複雑になるので『算術教科書』では数系列による説明は省いている。定義は以下の通り。

7ニ5ヲ掛ケルトイフコトハ7ヲ五ツダケ採リテ加ヘ合セルトイフコトナリ，即7ニ5ヲ掛ケタルモノハ7+7+7+7+7=35ナリ

甲ノ数ニ乙ノ数ヲ掛ケルトハ甲ノ数ヲ乙ノ数ダケ採リテ寄セルトイフ意ニシテ，甲ノ数ヲ被乗数，乙ノ数ヲ乗数トイヒ，被乗数ニ乗数ヲ掛ケタルモノヲ積ト名ヅケ，被乗数ト乗数トヲ知リテ積ヲ索ムル計算ヲ掛ケ算或ハ乗法ト称ス[16]

この定義から乗法の計算法則を導くことにおいて最も重要な点は，乗数がどのような数かである。乗数は加法・減法におけるような数系列上の移動を示す数ではなく，移動の回数を示す数だからである。藤澤は①「十進数ヲ掛ケルコト」[17]②「0.1, 0.01, 0.001, ……ヲ掛ケルコト」[18]というように特殊な数の説明をしたあとで基数，一般の整数という順序をとっている。このような順序をとる必要は定義からは導かれず，しかも乗数が小数であることはたとえ十進数(10, 100, 1,000, ……)を掛けることの逆であるとしても定義に当てはまらない。ここで藤澤が狙ったのはメートル法度量衡等の十進諸等数における単位換算である。

乗法計算において重要な基数同士の掛け算は，九九ノ表によって説明し，これを暗記するように説明しているが[19]，ここにも問題があった。藤澤は「被乗数ト乗数トヲ交換スルモ其積ハ変ラズ」[20]という点と「九九ノ表ノ中ニハ八十一個ノ数アレドモ其中ノ四十五個ダケノ呼ビ声ヲ暗記スレバ足ルコトハ単ニ暗記スル上ニ於テノミナラズ頗ル便利ナルコトアリ」[21]という点から「九九ノ呼ビ声ハ二ツノ数ノ中ノ小ナル方ヲ先キニ唱フルモノトス」[23]というように半九九を採用している。しかしながら乗法の定義からは，被乗数と乗数を交換することは，たとえ結果としての積が一致していたとしても全く意味が違ってしまう。藤澤はこの点を「積ノミニ着目スル場合ニハ，特ニ被乗数ト乗数トヲ区別スルノ必要ナキ」[23]とすることによって，解消してしまっているが，根本的な解決にはなっていない。

iv) 除　法

除法には二種類の定義がある。まず，

甲ノ数ヲ乙ノ数デ割ルトハ乙ノ数ガ甲ノ数ノ中ニ幾ツ含マレ居ルカヲ索ムルコト，結局リ甲ノ数ヨリ乙ノ数ヲ幾度ビ引カバ残リガ無クナルカ或ハ残リノ数ガ乙ノ数ヨリモ小サクナルカヲ見出スコトナリ

という定義を出すが[24]，この定義から

$$\boxed{実}=\left\{\boxed{法}\times\boxed{商}\right\}+\boxed{剰余}$$

という関係が導かれる。ここにおいて剰余を０とすれば掛け算における

$$\boxed{積}=\boxed{被乗数}\times\boxed{乗数}$$

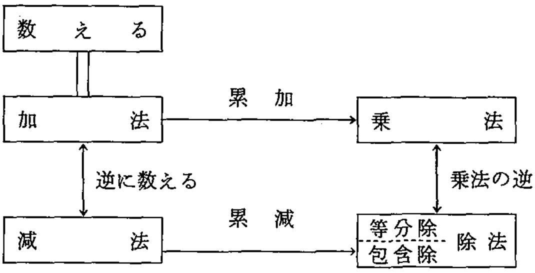
という関係と同じになるから，次の二つの定義が導かれる。上の定義に相当するものは，①「割リ算ハ掛ケ算ノ逆ニシテ，積ト被乗数トヲ知リテ乗数ヲ見出ス為メニ行フ計算ナリ」であり，もう一つは②「割リ算ハ積ト乗数トヲ知リテ被乗数ヲ見出スタメニ行フ計算ナリ」である[25]。この二つの違いは名数の割り算ではっきりとする。すなわち①は$\boxed{名数}\div\boxed{名数}=\boxed{不名数}$であって包含除，②は$\boxed{名数}\div\boxed{不名数}=\boxed{名数}$で等分除である。

除法の計算の説明は乗法の場合とほぼ同様である。乗法との比較から次の五つの法則が導かれる。

①「実ニ或ル数ヲ掛ケ法ヲ元ノ儘ニナシ置クトキハ商ハ此数ニテ掛ケラル」②「実ト法トヲ同ジ数ニテ掛ケルトキハ商ハ変ラズ」③「実ト法トヲ同ジ数ニテ割ルトキハ商ハ変ラズ」④「幾ツカノ因数ノ積ヲ或ル数ニテ割ルハ其因数ノ中ノ何レカ一ツヲ此数ニテ割ルニ等シ」⑤「実ヲ元ノ儘ニナシ置キ法ニ成ル数ヲ掛ケルトキハ商ハ同ジ数ニテ割ラル」[26]

これらは除法計算において使われているというよりもむしろ分数において使われるものである。

以上，数系列上の移動という点から藤澤は四則を体系づけた（乗法・除法の場合には複雑なため説明は難しい。）この四則の体系を図示すると以下のようになる。



I-3 筆 算

数系列上の移動によって四則計算の体系は出来上ったが，この数系列は実際は頭の中にあるもので，数系列を使った計算は暗算ということになる。しかしながら，数が大きくなれば数系列上の移動は困難になる。そこで四則の体系中の法則を使った筆算が登場してくる[27]。

ｉ） 加 法

筆算でもその根本は数えることであるから筆算の前段階としては暗算に習熟している必要がある。藤澤は「或ル基数ヲ発端ノ数トシ之ニ或ル基数ヲ繰リ返シテ加ヘテ百アタリニ至ル，例ヘバ５ニ幾度ビモ７ヲ加ヘ，5, 12, 19, 26, 33, ……82, 89, 96, 103, トイフガ如キ練習ヲ積ムベシ」としているが[28]，これは，数えることによって数系列（藤澤は「自然級数」と言っている）を獲得した後に行う練習で「子供ヲシテナルベク速ク唱ヘサスルコトヲ練習セシメ，遂ニハ一ツノ呼ビ声トナルマデ繰リ返ヘシ練習サセル」ものであった[29]。この練習は筆算加法の導入において使われる。すなわち以下の通りである。

筆算ニテ幾ツカノ基数，例ヘバ2, 4, 9, 3, 7ヲ加フルニハ，下ニ示スガ如ク，此レ等ノ数字ヲ上ヨリ下ヘ一行ニ書キ，其下ニ横線ヲヒクベシ，而シテ後上ヨリ下ヘ（或ハ下ヨリ上ヘ）加ヘ行クモノトス，即6, 15, 18, 25ト呼ビテ，尤モ必シモ実際声ヲ出シテ呼ブニ及バズ，成ルベク心ノ裏ニ念ヒツツ，加ヘ行クベシ，横線ノ下同ジ行ニ5ヲ書キ20ノ代リニ其左ノ即十ノ位ノ行ヘ2ヲ送リ，結局リ5ノ左ニ2ヲ書クベシ[30]

$$\begin{array}{r} 2 \\ 4 \\ 9 \\ 3 \\ 7 \\ \hline 25 \end{array}$$

この説明の後に一般の整数，小数の場合の筆算加法の説明をするのであるが，繰り上りの説明には気を使っていない。

ii）減　法

筆算減法は，次の三種類に分けて説明されている。①一般の整数の減法で繰り下りのない場合，②繰り下りのある場合，③小数を含む数の減法。ここでは①②を見ておく。

①の場合は次の例が示されているだけである。[31]

被減数　8679＝　8千＋6百＋7拾＋9

減　数　<u>3256</u>＝<u>3千＋2百＋5拾＋6</u>

差　　5423＝5千＋4百＋2拾＋3

ここで使われている位の名は説明のためであって実際の計算では使わないと書いてあるが，この説明はⅠ-2，ii）減法の④を利用している。

すなわち

8679－3256＝(8000＋600＋70＋9)－(3000＋200＋50＋6)＝(8000－3000)＋(600－200)＋(70－50)＋(9－6)＝5000＋400＋20＋3＝5423

という過程が含まれている。これだけではどの位から引き始めてよいのかはわからない。この順番は②によって知ることができる。

②はⅠ-2，ii）減法の③を利用して説明している。例としては563－279を使っているが，まず一の位から引き始めるが，3から9は引けないので3に10を加えて13とし，同時に減数の十ノ位に1を足し，13から9を引く，という方法をとっている。（右図において，小字の1，10は実際の計算では使わない。）[32]

$$\begin{array}{rrr} & {\scriptstyle 10} & {\scriptstyle 10} \\ 5 & 6 & 3 \\ 2 & 7 & 9 \\ {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & \\ \hline 2 & 8 & 4 \end{array}$$

これを数式で書くと

563－279＝(500－200)＋(60－70)＋(3－9)＝{500－(200＋100)}＋{(60＋100)－(70＋10)}＋{(3＋10)－9}＝200＋80＋4＝284

iii）乗　法

基数と基数との乗法は九九の呼び声を使うが，それ以外の場合には次の順序で説明される。①乗数が基数の場合，②乗数が有効数字の右にいくつかの0を書き添えた数の場合，③一般の数の場合。

①を説明するには，次の法則が必要である。「若干ノ数ノ和ニ或ル数ヲ掛ケタル積ハ此レ等ノ数ニ此乗数ヲ別々ニ掛ケタルモノノ和ニ等シ」[33] この法則を使えば6957×4は6957＝6000＋900＋50＋7とすることができるから，

(600＋900＋50＋7)×4＝24000＋3600＋200＋28

というようになる[34]。

②の場合は，6957×400を例にとって，

6957×400＝6957×4×100＝27828×100

として，乗数が十進数である型にして説明している[35]。

③は①と②を合わせたもので次のように説明している。

例ヘバ 6957 ニ 463 ヲ掛ケンニ，463＝400＋60＋3 ニシテ

$6957\times463=(6957\times400)+(6957\times60)+(6957\times3)$

所要ノ積ニ対シ 6957×400，6957×60，6957×3 ヲ部分積ト称シ，各部分積ヲ加ヘテ 3221091 ヲ得，而シテ算式ハ次ノ如シ

被乗数	6957	
乗　数	463	
6957×3＝	20871	第一部分積
6957×60＝	417420	第二部分積
6957×400＝	2782800	第三部分積
6957×463	3221091	積

上ノ算式ニ於テ第二部分積ト第三部分積トニ於ケル右端ノ 0 ヲ書ク必要ナシ，故ニ実際ノ計算ニ於テハ之ヲ省クモノトス[36)]

iv） 除　法

除法の説明は，①法が基数の場合と②法が二桁以上の数の場合とに分かれる。

①の場合は実が法の十倍よりも小なる数は九九の呼び声を利用して割るが[37)]，実が法の十倍よりも大なる場合には次のように説明される。

238 ヲ 7 デ割ルトハ 238 ノ中ニ 7 ガ幾ツアルカヲ索ムルコトニシテ，238 ハ 7 ノ十倍ナル 70 ト 7 ノ百倍ナル 700 トノ間ニアルガ故ニ，兎モ角モ 238 ノ中ニハ 7 ガ十ヲヨリモ多ク百ヨリモ少クアリ，従テ商ハ二桁ノ数ナルコトヲ知ルベシ，

次ニ 238 ノ中ニ 70 ガ幾ツアルカト問フニ，70 ニ順次 1，2，3，4，……，9 ヲ掛ケタル積ハ，ソレゾレニ

70，140，210，280，…………，630

ニシテ 238 ハ 70 ノ三倍 210 ト 70 ノ四倍 280 トノ間ニアルガ故ニ 238 ノ中ニハ 70 ガ三ツダケアリテ四ツ以上ナキコトヲ知ル，然ルニ 70 ノ基数倍ハ何レモ一位ニ 0 ヲ有スル数ナルガ故ニ，238 ノ中ノ一ノ位ノ数字 8 ヲ暫ク預リ置キ，230 ノ中ニハ 70 ガ幾ツアルカト問フテモ同ジ結果ヲ得ベキヤ明カナリ[38)]

このようにして 230 の中に 70 がいくつあるかを求め，余りに一位の 8 を加えたものの中に今度は 7 がいくつあるかを求めていくのである。

以上の操作を簡単にしたものが筆算除法であり，右のようになる。

```
7)238(34
  21
  ―――
   28
   28
  ―――
```

②は①と同様の考え方で行われるが，九九の呼び声を使うことができないので，例えば 23986÷67 の場合，下のような表を作る[40)]

67×1＝67	67×2＝134	67×3＝201
67×4＝268	67×5＝335	67×6＝402
67×7＝469	67×8＝536	67×9＝603

以下の操作は①の場合と同様である。

I-4　分数・小数

i）分　数

数系列によってはもはや分数の説明は不可能である。そもそも藤澤は「我国デハ必要モ少ナ

イ分数ヲ多クヤル弊ヲ輸入シマシテ，之ガタメニ苦シンデ居ルノハ謂ハレノナイコトデ，我々ハ実ニ馬鹿気タコトヲシタモノデス」[41] というように，算術における分数の必要性を余り認めていない。しかし，分数の知識が必要な所もあることや極端に走ることを避けることから分数を扱っている。藤澤は分数を割り算における商であるとした。

> 割リ算ニ於ケル実ガ法ヨリモ小ナル場合ニ横線ノ上ニ実ヲ，其下ニ法ヲ書キテ以テ商ヲ書キ表シタルモノヲ新ラシキ数トシテ考へ，之ヲ分数ト称ス，此解釈若クハ此解釈ヨリ誘導セラレタルモノノ外ニハ分数ノ正当ナル解釈アルコトナシ[42]

だから，分数を説明し分数の計算を教えるには常に分数の定義に立ち戻らなければならないのである[43]。この定義から除法における法則はそのまま分数にも適用される。（I-2 のiv)除法の①～⑤の法則において実の代りに分子，法の代りに分母，商の代りに商とおけばよい。)そしてこの法則は約分，通分，分数×整数の説明に使われるのである。

分数の計算は加法・減法については通分して分母を等しくした上で分子同士を加減すればよいが，問題となるのは×分数，÷分数である。

乗法の定義において乗数は累加の回数を示すものだから整数でなければならず，乗数が分数になると乗法が成り立たなくなる。藤澤はこの欠点を「分数トハ一ツノ新ラシキ数デスカラ其術語迄モ整数デ論ズルモノトハ全ク意味ガ違ヒマス，……(中略—引用者)…，結局リ分数ハ正当ニ云フト数デハアリマセヌ，故ニ分数ヲモ数ト云フト同時ニ数ト云フ言葉ノ意味ガ拡張セラルルノデアリマス，……，故ニ其掛ケルト云フ言葉ニハ勝手ナ意味ヲツケテ宜敷イノデス」[44] ということによって解消してしまっている。

まず「ドコマデモ『掛ケル』トイフコトト『割ル』トイフコトトノ一方ハ他ノ逆ナリ」[45] と定めた上で，×分数を次のように説明している。

① 3に$\frac{2}{7}$を掛けることを考えるにあたって，被乗数と乗数とを交換しても積が変わらないことをこの場合に適用すると$3\times\frac{2}{7}=\frac{2}{7}\times3=\frac{6}{7}$となり，つまり$\frac{2}{7}$を掛けるということは分母7で割って分子2を掛けることになる。

② $5\times3=15$だが，乗数の3を$\frac{6}{2}$とおいて5に掛けると，5に分子6を掛けて30になり，これを2で割って15となる。

③ 包含除においては分数の場合でも意味を拡張する必要はない。たとえば$\frac{5}{7}$の中に$\frac{2}{3}$がいくら含まれているかを見るときに，両方の数を通分して$\frac{5\times3}{7\times3}$と$\frac{2\times7}{7\times3}$にし，$\frac{1}{7\times3}$を単位として考えれば分子同士の割り算$\frac{5\times3}{7\times2}$となる。これが等分除のときにも適用できるとすれば除法の逆である乗法にも適用できる。

①～③から×分数の意義を次の様に定めることになる。「或ル数ニ分数ヲ掛ケルトイフコトハ其数ヲ分母ガ表ス数ニ等分シタル其一ツヲ分子ガ表ス数ダケ採ルコトナリ」。この規約から次の規則が得られる。「或ル数ヲ分数デ割ルニハ，其数ヲ分子デ割リテ分母ヲ掛ケレバヨシ」[46]

ここに藤澤の苦心が見られるが，被乗数と乗数とを交換しても積が等しいなどの仮定からそのまま×分数を導かざるを得なかった。「規約」としておきながらも実際は上のようになってしまった点は藤澤も「此書物ハ私ガ只今申シマシタ程ニハ行ッテ居ナイノデス，……(中略)……心ナラズモ書タ所モアリマスカラ私ノ遺憾ニ思ッテ」いる[47] のである。

ii）小　数

『算術教科書』において小数は分数の前に置かれ第一編の緒論で扱われていた。この小数先行については，藤澤は十進法が重要なこと，メートル法が適法となったこと，分数は難しいので分数から小数を導くのは難しいことによるとしている[48]。

小数の定義は

一ヲ十ヲ合セタルモノハ十，十ヲ十ヲ合セタルモノハ百，百ヲ十ヲ合セタルモノハ千，千ヲ十ヲ合セタルモノハ萬，……トアルハ，数ノ位ヲ

一，十，百，千，萬，……………

ナル順序ニ考ヘタルモノナリ，今之ヲ逆サマニ

……………，萬，千，百，十，一

ナル順序ニ考ルフトキハ，……，萬ヲ十分（ブン）シタルモノハ十，十ヲ十分シタルモノハ一ナリトイフ

次第ニ十分シテ遂ニ一ニ達スルモ尚ホ止マズ，更ニ一ヲ十分シ，斯クシテ得タルモノヲ又又十分シ，……，箇様ニ十進法ヲ逆サマニ適用シタル結果トシテ出デ来ル一ヨリモ低キ数ノ位ヲ以テ言ヒ表サレタル一ヨリモ小サキ数ヲ小数ト名ヅク[49]

というように十進法の逆として出てくるものである。そして小数は四則の中で整数と同様に扱われている。

しかしながら，小数の説明は上の定義の他は小数の呼び方しかない。これは藤澤の目標とした日常生活のための算術から出てきたものである[50]。

そして，分数との関連で触れられている小数，および上の定義中における「十分」された小数は歩合すなわち割合であり，前者の小数は被乗数に，後者の小数は乗数に相当するが，この二者の関係は極めて曖昧である。

I-5　藤澤の構想

以上，数え主義による算術の内容を考察してきたが，ここでは藤澤が算術に対してどのような構想を持っていたのかを考察することにする。

i）算術の目的

藤澤は，初等数学科教授の目的を「階梯予備ノ数学知識ヲ与フルコト」「数学思想ヲ養成スルコト則チ精神的鍛錬」の二つ挙げ，この二者の関係から「初等数学科教授ノ目的ハ，精神的鍛錬ニアリトスルコトヲ得ベシ」としている[51]。しかしながら，算術については事情が異なっており，「算術教授ノ目的中ニハ，亦精神的鍛錬ヲ包含スルコト勿論ナリ，サレド，精神鍛錬ヲ外ニシテ，算術教授ノ一大目的アリ，世俗ニ所謂読ミ書キ十露盤ノ十露盤ニシテ，即チ日用計算ニ習熟セシメ，併セテ生業上有益ナル知識ヲ与フルニアリ」としている[52]。更にこの目的を五つに細分してはいるが，上の目的から考えれば，藤澤は日常生活のための算術を確立することを第一義に考えていたのである[53]。そしてこの考えは，明治 24（1891）年 に出された小学校教則大綱に示された「算術ハ日常ノ計算ニ習熟セシメ，兼ネテ思想ヲ精密ニシ傍ラ生業上有益ナル知識ヲ与フルヲ以テ要旨トス」が，明治 33（1900）年 の小学校令施行規則では「生活上有益ナル知識」と「思想ヲ精密」にすることの位置が逆転したことに明確に現われているのである。そして，このような立場から「算術ハ一種ノ学（サイエンス）ナリ，世人ハ之ヲ何ト呼ブトモ，決シテ単ニ術（アーツ）ニハ非ス」[54] とする寺尾　寿を始めとする理論算術を批判するだけでなく，

明治以降の一方的な輸入にすぎなかった算術教授，そして，競争試験のためにやたらに難問に走っていったいわゆる三千題流の算術を批判し，日本の実情に見合った日本算術の確立を目指したのであった。

.ii） 数え主義

日常生活のための算術を目指した藤澤は，その内容を構成するものとして数え主義を選んだ。これは，

最後ニ起ツタノハ数ゾヘ主義デ今日ヨリ大約十五年前ニたんくトくにりんぐトノ二人ガ唱道シ始メタノデアリマス，又私ハ此事ヲ知ラズニ此数ヅヘ主義デ欧米ノ先鞭ヲツケ様トシタノデス[55]。

とあるように，藤澤が独自に考え出したものである。

この数え主義は既に触れてある通り，クロネッカーの順序数主義の教育版であり，数系列が既に頭の中に存在しているとする観念論的な立場に立つものである。つまり「数ハ数ナリ，数ノ観念ハ外物ヲ離レテ存在スルモノナリ」[56]という立場であり，この立場から「数(カズ)トイフ思想ハ同ジ種類ノモノノ聚レルヨリ起ルモノナリ」[57]とする寺尾を批判したのであった。ここにおいて，彼は量を排除しようとしたのである。

もっとも日常生活において量を排除することはできない。『算術教科書』では「第二編　四則」の後に「第三編　諸等数」が来ており，練習問題の中にも不名数だけではなく，名数も含まれていることから，「量の排除」をもっと正確に言えば，順序数によって体系づけられた数とその計算の体系を天下りに量にあてはめる，となるだろう[58]。

I-6　藤澤の数え主義の欠陥

さて，以上のような藤澤の数え主義には，次の二点の欠陥が含まれていた。

i） 十進構造の欠如

数系列上の操作においては，各数はそれぞれに等質であってそこには段落や節はない。ところが数詞においては段落や節を持っており，等質ではない。

たとえば七から八，八から九が出てくるのは等質であるが，十から十一が出てくるのは十を一束とみて，その束に新しく一が加わったから十一という数詞が生まれてくるのである[59]。

もっとも，十進法の重要性には気付いていたのだが，「十進法ハ誠ニ結構ナモノデ，コレガナケレバ到底今日ノ如キ商業上交通上ノ発達隆盛ハ得ラレナカツタデセウ，……(中略—引用者)……，併シ小学校ノ生徒ニハ単ニ数ノ呼ビ方ニ止メ，中学校ニ至ツテ始メテコレ等ノ非常ニ重宝ナルモノナリト云フコトヲ話スコトト致シタイト思ヒマス」[60]というように，小学校においては数詞を記憶させるだけにとどめようとしているし，中学校において「重宝ナルモノナリト云フコトヲ話ス」といっても前掲の「一ヲ十ヲ合セタルモノハ次ノ位十，十ヲ十ヲ合セタルモノハ其次ノ位百ニシテ，……，或ル位ヲ十ヲ合セタルモノヲ其次ノ位即其レヨリモ一段高キ位トス，故ニ此命数法ヲ十進法ト称ス」[61]というような説明にとどまっている。しかもこれは「2ずつ，3ずつ，5ずつ」数える式の「10ずつ，100ずつ，……」数える簡便法にすぎず[62]，この「2ずつ，3ずつ，5ずつ，……」数える練習は，筆算加法の説明で使われるようなメノコ算（暗算ではない.!）である。つまり，この十進法は計算と同一視されてしまっているのである。

ii） 割合分数

藤澤は分数を「割り算の商」として定義したが，「分数ハ正当ニ云フト数デハアリマセヌ」[63]

というように，数として認めることには消極的であった。これを数として認めざるを得なくなるのは「第六編　比及比例」においてである[64]。そして，その結果として割合分数が出てくるのである。

この割合分数は，二数の比較から出て来たもの（割合）であるから，分数自体に大きさが存在していない。つまり，分数同志の比較が出来なくなってしまうのである。（そうすると，分数の加法・減法すら出なくなるので，除法の法則から導くという複雑な手続を経なければならなくなる。）ここに割合分数の最大の欠陥がある。

〈註〉

1) 横畑知己「藤澤利喜太郎の算術教育論に関する一考察」（『研究室紀要』第9号　東京大学教育学部教育史・教育哲学研究室 1983）
2) 藤澤は「算術科教授細目案の比較研究」（『東京物理学校雑誌』第180号　1906，ただし引用は『藤澤博士遺文集』上巻　1934，p. 247～298）において，明治34年に算術初歩教授法を編纂することを企てたが完成しなかったと述べている。そして1から100までの様々な教授細目案を並べるにとどまっている。
3) 藤澤利喜太郎『算術教科書』上巻（第三版 1907，初版は 1896）p. 1
4) 藤澤利喜太郎『数学教授法講義筆記』（1900）p.131
5) 遠山　啓「集合・量・数―(3)」（『数学セミナー』1978，3月号）
6) 藤澤利喜太郎『算術條目及教授法』（1895）p. 139
7) 藤澤　前掲『算術教科書』p. 2
8) 中谷太郎「日本数学教育史 3」（『数学教室』No. 151）1966，6月号
9) 藤澤　前掲『数学教授法講義筆記』p. 58
10) 藤澤　前掲『算術教科書』p. 23
11) 藤澤　同上書　p. 33
12) 藤澤　同上書　p. 34
13) 藤澤　同上書　p. 35
14) 藤澤　同上書　p. 36
15) 藤澤　同上書　p. 35
16) 藤澤　同上書　p. 43
17) 藤澤　同上書　p. 44
18) 藤澤　同上書　p. 45
19) 藤澤　同上書　p. 48―50
20) 藤澤　同上書　p. 49
21) 藤澤　同上書　p. 50
22) 藤澤　同上書　p. 49
23) 藤澤　同上書　p. 49
24) 藤澤　同上書　p. 69
25) 藤澤　同上書　p. 70
26) 藤澤　同上書　p. 90
27) 藤澤は『数学教授法講義筆記』において，「暗算ハ教育上大層価値アルモノデ，精神鍛錬上ニ於テ大ニ役ニ立ツ」としてはいながらも「併シ余リ極端ニ走ツテ暗算ニ重キヲ置キ，過度ニコレヲ課セラルルノハ啻ニ生徒ヲシテ疲労セシムルノミナラズ却テ弊害ガ起」るとしており（p. 126―127）「概言スレバ暗算ハ筆算ヲ助クルヲ目的」としている。
28) 藤澤　前掲『算術教科書』p. 24

29) 藤澤　前掲『数学教授法講義筆記』p. 58—59
30) 藤澤　前掲『算術教科書』p. 24—25
31) 藤澤　同上書　p. 36
32) 藤澤　同上書　p. 36—37
33) 藤澤　同上書　p. 51
34) 藤澤　同上書　p. 52
35) 藤澤　同上書　p. 53
36) 藤澤　同上書　p. 53
37) 藤澤　同上書　p. 76
38) 藤澤　同上書　p. 76—77
39) 藤澤　同上書　p. 78
40) 藤澤　同上書　p. 83
41) 藤澤　前掲『数学教授法講義筆記』p. 198
42) 藤澤　前掲『算術教科書』p. 244
43) 藤澤　前掲『算術條目及教授法』p. 193—194
44) 藤澤　前掲『数学教授法講義筆記』p. 203
45) 藤澤　前掲『算術教科書』p. 270
46) 藤澤　同上書　p. 270—272
47) 藤澤　前掲『数学教授法講義筆記』p. 204
48) 藤澤　同上書　p. 124—143
49) 藤澤　前掲『算術教科書』p. 15
50) 中谷太郎は「小数よりも分数を先行させる英米流儀が圧倒的に流行していた（小数先行もあった）当時にあってずい分思い切った提言であったのである」（「日本数学教育史 3」『数学教室』No. 152, 1966, 7月号）としているが，日常生活という面から見ればむしろ当然であった。
51) 藤澤　前掲『算術條目及教授法』p. 2—3
52) 藤澤　同上書　p. 4
53) 藤澤は「算術初歩」（尋常小学校から高等小学校の半ば程度の算術）と「算術」（高等小学の終りから尋常中学の初年における算術）とを区別しているが，「算術初歩ト算術トハ相待ツテ，生徒ニ将来社会ニ立チ各種ノ事業ニ従事スルニ必要ナル算術的知識ヲ与フルモノナリ」（前掲『算術條目及教授法』p. 105）としているように両者とも日常生活が第一義となっている。
54) 寺尾　寿『中等教育算術教科書』上巻（1888）緒言 p. 11
55) 藤澤　前掲『数学教授法講義筆記』p. 56
56) 藤澤　前掲『算術條目及教授法』p. 139
57) 寺尾　前掲『中等教育算術教科書』p. 1
58) ここで「天下り」と書いたが，「数と量」の関係を，天下りでない形で関連づける作業は，この時期にあっては成功例が存在していなかったのである。（須田勝彦「算数教科書論」『教授学の探究』第1号　北海道大学教育学部教育方法学研究室　1983）
59) 遠山　啓　前掲「集合・量・数—(3)」
60) 藤澤　前掲『数学教授法講義筆記』p. 133
61) 藤澤　前掲『算術教科書』p. 2
62) 中谷　前掲「日本数学教育史 3」
63) 藤澤　前掲『数学教授法講義筆記』p. 203
64) 『算術教科書』下巻　p. 1では，以下のようにして分数を数として認めている。

数トイフ辞ノ意味ヲ推シ拡メテ分数ヲモ数ノ中ニ入ルルト同時ニ，元来ハ二倍，三倍トイフガ如クニ整数倍

ノ場合ニ限リテ用キラレタル倍トイフ辞ノ意味ヲ推シ拡メ二分ノ一倍，一ト三分ノ二倍トイフガ如クニ分数倍又ハ帯分数倍トイフモ差支ナキコトトスベシ，同様ニ幾ツトイフ辞ノ意味ヲモ推シ拡メ，元ノ意味ナレバ幾部分又ハ幾ツト幾部分トイフベキヲ単ニ幾ツトイフコトトスベシ。

第II章　クニルリングの数え主義

II-1 『数へ主義　算術教授法真髄』について

数え主義の始まりはタンクとクニルリングの著書(Tanc; Das Rechner auf der Unterstufe 1884, Knilling ; Zur Reform der Rechenunterrichts 1884—1886)であり，この点は藤澤も指摘している。しかしながらクニルリングはその後考えを変えており，鈴木筆太郎が「直観的数へ主義」と名づけたように，前著では批判していた数図を積極的に認めている。そしてこの直観的数え主義は日本においては，佐々木吉三郎解説『数へ主義　算術教授法真髄』(上巻 1905，下巻 1906)として紹介されたものである。第II章ではこの著書の内容を紹介していくことにする。

構成は以下の通り。

〔上巻〕 前編　自然に適へる算術教授の心理学的基礎

第一章「数の真性」，第二章「数の門，類，種の最も必要なるものにつきて」，第三章「数直観，数観念及び数概念」，第四章「数ふること，測ること及び秤ること，並びに，十進的数系統及び十退的（小数）分割系統」

〔下巻〕 後編　自然に適ひたる算術教授法の建設

第一章「算術教授法の一般原則」，第二章「算術教授法の特殊原則」，第三章「自然に従へる算術教授法に用ひらるる直観方便及び教具」

下巻の最後には「総括」として従来の算術教授に対するクニルリングの立場が紹介されている[1]。それによると，算術教授の目的については従来の規則計算主義，形式的陶冶主義，事物計算主義を折衷したものであるとしている。

次に教材の選択，配列については，ペスタロッチ派においては能力の陶冶を目的とするために純粋数をその教材として選んでいたのに対し，事物計算主義では抽象数は小学校における題目とするものではないとし，事物の計算を主張した，という流れの後に出てきたクニルリングは，計算の熟達を主目的とする技術算において純粋無名の数を取り扱い，実用的計算においては実用的の内容を有する問題を取り扱い，十分に生活の準備を与える助けとし，更に科学的の計算においては児童に直接した周囲および実科的の教材より採った数を取り扱い，児童になるべく多方的興味を生ぜしめなければならない。そしてペスタロッチの四則順進主義，グルーベの数の多方的処分に対しては，5，10，100 等の自然的停止点に到るまでは一則を単位とするとしている。

また，教授の方法については，規則計算主義における注入的方法やペスタロッチによる直観方便物としての数図表の導入，ヘルバルトによる五段階教授に対して，三段説を立てている。

「総括」中の次の記述は興味深い。「以上算術科の諸問題について歴史的に研究して来ましたが，近頃二，三十年来今迄になかった新しい問題が起って来ました。それは何であるかと申しますと数の本質は如何ということであります。此の問題と共に起って来るのが数概念の成立問題であります。」[2] それまでにも数に関する哲学者らによる考察はあったが算術教授とは何らの関係がなかった。始めて数について論じたのはやはりペスタロッチであり，彼は数は全く経験的知果であるとした。これに対するクニルリングの見解は次節で紹介する。

II-2　数の概念

クニルリングは「数とは何か」に対する従来の見解を次の四つに分類する[3]。

①．数は物の外に立ち，物を超越するものである。数は不生不滅永久不変のものであり，物の根元である。

②　数は色形などど同じく物の属性の一つである。つまり数は現実に存在するがそれ自身独立して存在するものではない。むしろ物に附着せる性質である。

③　数は独立するものではなく，また他に附着する性質でもない。むしろ人が物を知覚し，識得する形式に過ぎない。したがって純主観的なものであり，この主観的形式に相当する実在物は外界にあることはない。

④　数は物と同一であり，物の多である。

この分類においては「自然数は神が作り給うた。その他は人の業である」とするクロネッカーや，「数ハ数ナリ，数ノ概念ハ外界ヲ離レテ存在スルモノナリ」[4]とする藤澤の見解は③に属するだろう。

これに対してクニルリングは③と④を合成融合した次の見解を出す。

⑤　始め，数は物の多（沢山）として考へらる。即ち二とは一つの物と尚ほ一つの物となり。三とは一つの物と，一つの物と，尚一つの物となり。茲に於いてか吾人は，数を物と同視せざるを得ざるに至る。然るに尚ほ詳細に考察するときは，吾人が数と見做す所の物は，現実的の（或は思念せられたる）関係即ち結合連絡一致される関係をさせるものなることを知るべし，結局数なるものは物たると共に特殊の関係にして，換言すれば，客観概念たると同時に関係概念なりと云はざるを得ざるなり[5]。

この二つの「客観概念」と「関係概念」は別々のものではないことは，㋐一という数関係は現実的のものである。㋑その他の数を形成するところの関係的総括的作用（時間的・空間的に離れている実在物，勢力や名誉に係わる外物の総量について，純粋に主観的な単に思念された個々の大きさの結合）にも，これに該当する現実のものが存在するというような現実性によって両概念が結合されるということによって説明されている[6]。

更にクニルリングは数概念の心理学的性質の考察を行っている。数概念の出現には少なくとも二つの精神的活動が必要である。まず客観概念としての数は「感覚及び知覚の複合よりいはば抽き離し抜き出す」という分解が必要であり，関係概念としての数はこれに対して「総括し結合する精神的活動」つまり結合が必要であり，この二つによって数概念は完成するとしている[7]。

以上のように数の概念を定義した後，クニルリングは「自然に適する」ような算術教授を行うために次のように数を分類する（次頁の図はクニルリングの分類を佐々木吉三郎が図示したもの）。

定数	第一門 主数	第一類	自然単位の数
		第二類	測定単位の数
		第三類	数学単位の数
	第二門 副数	第一類	順序数
		第二類	論理的雑多を示す数，種数及び類数，区分数
		第三類	運算数

(図，数の分類)[8]

まず，従来の分類を批判する。具体数と抽象数という分類は二様の見方であって異なる数の種類を示すものではない。また，定数と不定数という分類は，数はそれ自身定まっているのだからこの分類は正しくない。定数しか存在しないとしているのである[9]。

このような考えからまず定数を主数，副数に分類する。主数とは「自ら明瞭なる量及び大さの概念を有し従って算術の直接対象たり得る数」であり，副数とは「一般に算術に適する量又は大さの概念を表はさぬもの又は本統の数と連絡して始めて，算術に用ひらるべき数」のことである[10]。

主数は更に三つに分けられる。まず人，家，木，馬等を表わす自然単位の数と，メートル，キログラム等を表はす測定単位の数，そして，数学上，又は哲学上で言うところの数である[11]。しかし，数学単位の数は，「外界に在るにはあらず，ただ数学家及び哲学者の頭脳中にのみ存在する」ものであって，児童には不適当，無価値のものである[12]。また自然単位の数と測定単位の数は人為的作用（測定）をしたか否かによって分けられるから，起源においてすでに違うとしている[13]。

副数もまた三つに分けられる。まず第六，第百，第一回，第十回というような順序数，四科目，五官，六章など分量及び性質を異にする事物を示す論理的雑多を示す数，乗数，除数，分数の分母等の運算数である。この中で順序数は「多又は数を示す者にあらずして，ただ一物を示すに止まる」ものであるが，「其の物が他の物と共に或る系列又は順序の中に編入せられ居ることを示し，同時に其の物の存する地位を最も的確に示すもの」であり，「数ふることから生じたるもの」である[14]。

このような分類が正しいか否かは別として，クニルリングが現実の量を積極的に認めていることは確かであり，量を天下りに当てはめようとした藤澤の数え主義とは大きく違っていることがわかる。

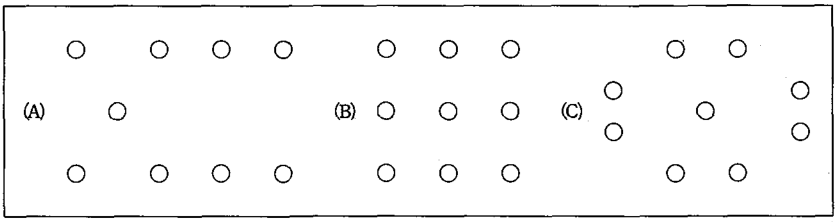
II-3　数概念の獲得

さて，以上のように数を定義したからには次はどうすればその数概念を得ることができるかが問題となる。クニルリングは数概念を得るためには，次の五つすなわち数直観，数観念，数え方，数系統，計算が必要である，としている。以下，これらのそれぞれについて見ていきたい。

i）　数直観

数直観は「物体の直観にして，直観としては，他の感官的知覚と異なる所なし。直観には時間の継起を要せず，又数ふるといふ特別の作用をも要せず，凡て有意的補助を要することなくして急突に意識中に現はれ来るもの」[15]である。ここで述べている直観とは，ペスタロッチらが述べていた直観と同じものであり，クニルリングも直観の必要性は認めている。「量の知覚を数へることに先を立てるを常とす」[16]るのである。

しかしながら，ただ単に直観しただけでは精細は数概念は得られない。なぜならば，「(一)吾人は多の個々の度を識らざるべからず」[17]すなわち与えられた量が33であるか，472であるかを正確に言わねばならないこと。「(二)同じ量にても種々の組み合せ（並べ方）を為し得るため其の様式に依りて，各特有の感官印象を生ずる」[18]こと。これは，下の図をただ直観しただけでは三者のいずれも同数であるということがわからない，ということである。



そして「(三)数の関係せしめられる物体は大さにつきても，形につきても，極めて相異なるものなること」[19]を考えなければならないからである。

つまり，ただ直観しただけでは表面的な知識を得るに過ぎない。「数える」ことが必要である。またこれと同様に連続量についても，ただ直観（ここでは「事物直観」としている）しただけではだめで「事物につきて根本的の知識を得んと欲せば或る幾何学的又は物理的の測定を為さ」ねばならない，としている[20]。

また，直観主義で使われる数図についても批判しており，数図による数の同時識得は数えること以前に出てくるものではない。「数図の場合に在りては内容（量）を識得すること少なく，却って其の一定せる形（配置）を認むる」[21]だけである。つまり数字が瞬間にその数を意識に呼び起すようなものであって，その意味で数図は量と数字との中間にあるものとしているのである。

以上の考察は数概念のうちの客観概念の側面であるが，関係概念を「自然単位又は自然物の多を結合して現実本来の数たらしむる特別の現実関係をも或る直観し得べき符号及び表出よりして推度することを得」[22]るとしている。

これらは従来の直観主義に対する批判として出て来たものと思われる。繰り返しになるが，直観はもちろん必要であるが，過重視してはいけないことを述べており，数図も直観を助けるために利用しなければならないとするのである。また，関係概念を直観させねばならないことも説いている。

ii） 数観念

観念とは「感官知覚及び直観が精神中に固執せられて，全く内的に再生したるもの」[23]であり，数直観が数の大略を認識し得るに過ぎないのに対して数観念では全く不明となる。

数観念は自然的数観念と人為的数観念とに分けられる。自然的数観念とは，「単に感官的なる知覚又は直観より生じたる数観念」[24]であって一，二，三，沢山，多数，夥多，または同数，

比較的多数及び小数などの観念である。この自然的数観念はことごとく漠然としたものであって，単に直観しただけではいかなる量も的確に認識することができないのと同様に，観念においても正確に思考し，記憶することができない。だから表面のみの観念だけで満足することはできない。ここに算術教授の難しさがある，とクニルリングは言っている。「各数につきて一々明かなる心像を浮ぶるを得ば，算術は稍々容易なるものとなり，誤りの生ずることも稀れになり，仮令入り込むことあるも，直に発見せられ修正せらるるに至るべきも，その到底不可能のことなり。」[25] と半ばあきらめているのである。

しかしながら「算術は因より国民学校の教科の中にて最も困難なるものなり。然れども其の困難なるは悟性を要求すること大なるがためにあらず。寧ろ其の反対に観念力（悟性）に依ること少なく，殆んど言語及び数字の記憶のみに依るがためなり。」[26] というような興味深い発言もしている。

人為的数観念とは「数ふるといふことを基礎として生じたる」[27] のもので，二，三，四の同時識得や均斉的に並べられた量（数図や数型）の把住識別のことであり，自然的数観念とはその本質を異にする。クニルリングは前著では数図の価値は極めて少ないとしていたが，ここではその考えを放棄しており，「数図は其れ自身有力なる記憶の支持者にして単に精神に浮べる心像を看取するのみにて，孰れの定理にても，直に思ひ出だ(ママ)すことを得しむるものなれば，数図は，児童をして器械的記憶の重荷を免れ得しむるものといふべし。」[28] と，積極的に認めているのである。

まず 1～4 までの数は単に○○○○や｜｜｜｜のように球または輪や線をまっすぐに配列すれば足り，しかもこの数範囲内の数え方，計算のあらゆる問題を解決することができる。

しかしながら 5 以上になると，直観性が失われるので，数図が必要になる。この数図を使うと，再び直観性を回復し，大なる数（5～20 まで少なくとも 5～10 まで）にまでも及ぼすことができる，としている[29]。ただし，「如何に考察を廻らすとも決して有らゆる計算問題の解決に適当する配列を案出すること能はざる」[30] としている。例えば，

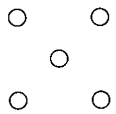
○　○　○　○

○　○　○　○

は 2 および 4 の乗除はできるが，3＋2，3＋4，などは説明できない。これは数図そのものの欠点であり，この点も「実に已むを得ざるなり」とあきらめているのである。

このような欠陥を持っていながらも，数図は算術教授において有益であり，これを利用する必要がある。そこで，数を正しく取り扱うための原則として次の四点を挙げている[31]。①「如何なる数図も，一列に四単位（点，輪，ボタン，盤球等）以上を含むべからず」，②「各数図は成るべく，目的に適せる外観を為さざるべからず。即ち一瞥して当該算数の真理を明確に認め得ざるべからず」，③「一個の数図を以て有らゆる計算の定理を展開すること能はず。されば特に直観的に明瞭に現はるるもの即ち一見して把住し識別し得らるる定理のみに限るべし」，④「数図の並列及び其の取り扱い方は，成るべく自然的なるべし。されば数図を適用し得る至当の範囲以上に出でて初歩の算術教授上唯一の基礎たらしめんとするが如きは，全然避くべきことなり」。

以上の四原則の考察から，5 を示す数図は次のようになる。



1～5までの数範囲は狭小であるが，少なくとも初めの二ヵ月間は，これで十分であるとしており，これが終わったら6～10までの数図について示すのである〔次頁を見よ〕。数図は鋲と盤で以下のように並べ，その横に数字を書いて説明すればよい[32]。（ただし，7を示す数図が欠けている）

以上の数直観，数観念は数概念を獲得する上において次の役割を果たすとしている。すなわち，数直観は数える際に，数観念は計算する際に必要なのである。

この二つは数が心の中にどのように痕跡を止めるものであるかという考察であるが，次は，数を発見する手順の考察である。

iii）数えること

まず「数ふるとは一つの発明にして之に依りて吾人は実際に与へられたる物体の量を経験するものなり」[33]と定義する。しかしながら，この定義では不十分であるため，次のような疑問が出てくる。「数ふることの発明は何処に成立するか，数ふることが，如何なる方法，技術に依りて，実際の量を経験せしむるか」。これに対しては「余が現に確信する所に依れば，数ふることは測ることの一として定義せらるべきものなり。而かも客観的に与へられたる一定の物体の系列又は名の系列を用ひて実数を測ることなり。例へば指にて数ふるは物体の系列を用ふるに基き，今日の形式の数へ方即ち言葉又は名にて数ふるは，名の系列を用ふるに基けり。」[34]として，この「測る」に言及している。①測るためには現実に存在する自然的標尺または人為的標尺が必要である。②測るには測られるべき物体がなければならない。③測ることはある感覚的働き，ある物的の作用においてのみ行うことができる。すなわち測るということは物体について物体によって行う行為，動作である。この三点は測ることの一つである数えることにも成り立つ。「数ふることも物を以て物につきて行ふ動作」[35]なのである。

さて，この数え方は次の三段階を経て発達してきたものである，としている。

まず目測による数え方である。クニルリングは，ここでプライエルの「児童の心」の中の実験を紹介している。これは小児（29ヵ月）が9個のケーゲルを「一ツ，一ツ，一ツ，一ツ，一ツ，モ一ツ，モ一ツ，モ一ツ，モ一ツ」と言いながら一つずつこれを並べたものであるが，これは物体について物体によって行う働きであり，「結果を約束する始めての企画にして各個の単位並びに其の総数を意識的に区別せんとする企画なり。之と同時に実際的事実的の測り方なり。小児が自ら附け加ふることに依りて作り出でたる自然的数系列を介して測ることなり」[36]としている。ただし，これでは不十分であり，次の段階が出てくる。

次は指による数え方である。目測による数え方では，4以上の数は不明瞭であり，5, 6, 7等を明らかに識別するには，生まれながらに所有している両手の指に一対一対応をさせていくものである。この根拠としては数詞の語源を挙げている。

そして，最後は，始め指による数え方に従属していたが次第にその主位を占めるようになった言葉による数え方である。この言葉による数え方の特徴を挙げると，①言葉による数え方もその本元は物について物によって行う物的作用，感覚的作用である。②数えるに際して行う感覚的の仕事は極めて明らかである。これは最も単純な一と一との合体から始まり，二に一足すときは三もまた了解される。③数えた量は系列が増長するに従って心眼にとっては不明のもの

○ ○	2 = 2
○ ○ ○ ○	2 + 2 = 4
○ ○ ○ ○ ○ ○	2 + 2 + 2 = 6
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	2 + 2 + 2 + 2 = 8
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10
○ ○ ○	3 = 3
○ ○ ○ ○ ○ ○	3 + 3 = 6
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	3 + 3 + 3 = 9
○ ○ ○ ○	4 = 4
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	4 + 4 = 8
○ ○ ○ ○ ○	5 = 5
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	5 + 5 = 10

となっていく。④数える際に思念に現われた各々は数的表示によって命名されなければならない。つまり一から始めた総和の各々に特別な名を与え，この名の系列を記憶して始めて数え方を利用することができる。⑤数えることは一個の経験で，しかも測ることによる経験である。この経験とは，㋐命名に先行する，㋑独立している，という特徴を持っている。⑥数え方は一定した数の言い表わし方に達するにとどまる。そしてその結果は単に名を発音するだけである。⑦数え方の結果は名，言葉のみに止まるが，この数の名は確実明瞭の量観念を与える，となっている[37]。

クニルリングは測り方（秤り方）についても触れており，尺度，標準を示すドイツ語のマース（Maß）の語源が，枡であることから度（長さ）量（容積）衡（軽重）のうちの量がまず第一に発生したとしているが，ここでは触れないことにする。

iv） 数系統

数えるだけでは数概念は得られない。そこで数系統（ここでは十進的数系統）が必要になる。「数系統は数ふること，特に指を用ひて発展し来れる，一より十に至る数を数ふることを基礎とす。」[38]というように，指によって数えることから発達してきたものであるが，数系統は大きな数を確実に，しかも短時間で算定することができるものである。その理由として，まず，百，千，萬，十萬，……などは単に「十進的倍加」によって得られるものである。これは下位の十単位は上位の一単位とみなすものである。次に百三十六，二千三百七十六等の数は，十進的の位を複合すること（十進的複合）によって得られる，としている。また，「十進的複合のみによりて，数概念を作る特種の方法は決して数へ方と混同すべからず」とし，「要するに量(ママ)概念は，十進法と複合との二方法によりて生ぜられるものなり」としている[39]。

そして数系統は数概念を創造する一定の方法であると同時に，すべての十進数を十個のアラビア数字で書き表わせるという「数の名を作る一定の方法」でもある[40]。この数系統は算術に対して次の四つの意義を持つとしている[41]。「一．僅少の名又は符号を以て大小を問はず凡ての量を言ひ表はすことを得しめ」，「二．数の全系列を容易に把住することを得しむ」，「三．各数を十，百，千等の関係を一瞥の下に認識することを得しむ」，「四．計算を可能ならしむる上に最大の意義を有する所にして，而もこの性質は，数系統より生じ来る特点の中にて，最も注目すべき価値ある者なり」。

小数（十退的分割系統）は16世紀に発明されたものである。これは「十づつに分つ」ことすなわち十分の一，百分の一，千分の一などの分割を示すものである。

藤澤は小数を十進法の逆であるとしたが，クニルリングはこのような説には反対しており，十進的数系統と十退的分割系統との区別を次のように行っている[42]。①「十進的数系統は数へ方より生じ，十退的分割系統は分割より生じたるものなり。」②「十退的分割系統は，其の対象につきても，十進的数系統と相異なり。」十進的数系統の対象は多，すなわち別個の大さであるが分割系統の対象は一単元，すなわち連続する大さ，例えば一つの線，面，体，重量などである。③「数系統にとりては，多は已に客観的に与へられたるものなり。さればただ十進的原理に従って，此の多に順序を与へ，又は組を作れば則ち足るなり。之に反し分割系統は先づ一単元を感覚的又は思想的に分ちて，部分の多即ち十分一，百分一，千分一等を人為的に作生せしめざるべからず。」④「数系統は，有らゆる種類の数に通用するものにて，其の中には主数並びに副数の両者を含めり。之に反して分割系統は分割し得る単位以外には適用し難きこと明らか」。⑤「数系統は，一単位（一全体）以上に上りて其の十進的倍加に達するものなれど，分割系統は，有

らゆる十退的部分を示して，一単位（一生体）以下に入るものなり。」⑥「数系統は次ぎ次ぎに大なる量に進むに反し，分割系統は，次第に小なる部分に退くものとす。」

v） 計　算

「物の量は絶えず変化しつつありて，或は増減し，或は分割せられ，或は組み合せらる。間断なく外界と交通しつつある吾人人間が，此の量及び大さの変化の結果を知り，以て吾人の云為行動を決すると否とは大に利害に関する所なり。」[43] これが計算の発見される原因だとする。計算とは既知の大さを変化することである。

計算は次の段階を経て発達した。まずは数えることのみによって算術問題を解く段階であるが，これは「純粋思考作用」によって解くことができず，また時間がかかり面倒であるなどの欠点がある。ただし，2+2=4，5−3=2 などは点，線，小石等を数えて知ったものであるから初歩の算術教授においてはこの解き方を使わなければならない[44]。

次は「単に以前の数へたる結果を回想して解く」[45] 段階である。この解き方は数えるという時間を要するわずらわしい方法を用いる必要がなく，ただちにその結果を確定し，発表することができる。しかしながら「純粋機械的」であり，計算としての特徴を欠いている。

そして，上の二つの段階を前提とする計算によって解く段階に至る。計算のみが持っている点は，二点挙げられている[46]。①「計算の方法即ち算法を他の算法より導き出すこと」たとえば割り算は掛け算から導き出されるなどである。②「数を，一位，十位，百位，千位等並びに整数，分位，厘位，毛位等の位に分ち，且つ十進的又は十退的の部位に謂はゆる小九々を（同時に又は継起的に）適用して計算の結果を知ること」。

①の例としては，3×2=6，3×3=9 などの掛け算はまず数えることによるときは三線を二度，三度と並べ書き，これを一から数えるのであるが，寄せ算から計算的に答を導き出す方法は数えることをせずに直に加える，すなわち 3+3，3+3+3 のように考えるのである。

②の例としては 527+236 が挙げられている。この場合は二数を百位，十位，一位に分解して各位ごとに（7+6，20+30，500+200）加えていく。

藤澤の数え主義では計算は数系列上の操作であり，二重の数え方が含まれていたが，クニルリングは前者については数系統を無視しているし，後者は例えば $4+3=7 \mid \frac{5,\ 6,\ 7}{1,\ 2,\ 3}$ のような数え方はせず，実際には四個と三個をあわせて一から数え始める，と批判している[47]。

以上の数直観，数観念，数え方，数系統，計算の五つによって数概念は獲得されるとしているが，数直観と数え方，数観念と計算の関係は不明瞭である。

II-4 教　具

ここではまず，数範囲の制限に触れた上で，計算盤と計算机を説明する。

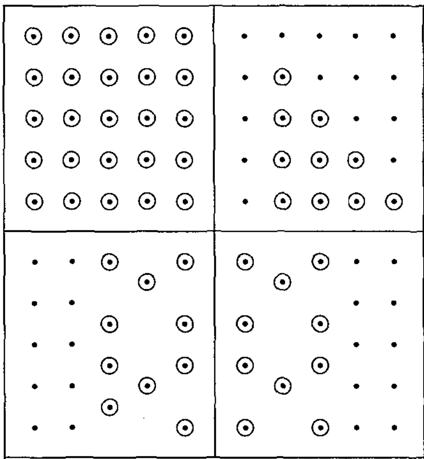
i） 数範囲

「各階段又は各練習に於ける材料は，或る心理学的の活動に依りて得らるるものなり。例へば数ふることに依り，数系統の開展に依り，又は寄せ算引き算等に依りて，其の材料は得らるるものなれど，一度かくの如き活動が始められたるときは，其の一時の自然的終局に達するまで，此の活動を続けざるべからず。」[48] としており，これから数範囲が定まる。すなわち①一方の手で数えるときは1〜5，②両手で数えるときには 10 が自然的休止点になる。③ 10 と基数との複合に依って得られるものがすなわち 11〜20，④十位で数えて 10 の十倍すなわち 100 まで，⑤百

位で数えて1000まで，⑥千位で数えて1000×1000すなわち1000000まで。このように，算術教授全般にわたって必ず有効な心理学的法則によって定めなければならないとしている。

ii）計算盤

1～20までの数範囲における数および計算運算を直観させるには図のような計算盤を用いる。(高さ1.1 m，幅1.3 m）また次のものも必要である。銀色の盤の小なるもの20個，大なるもの10個(前者を1ペニー貨，後者を2ペニー貨として使う)。ニッケル色の盤の小なるもの4個（5ペニー)，中形のもの2個（10ペニー)，大なるもの1個（20ペニー)。銀盤の10個（2マルク)。小形の金盤4個(半クーロン=5マルク)，大形のものを2個(1クーロン=10マルク)。



5＋1＝6	6＝5＋	6＋？＝10
5＋2＝7	7＝5＋	7＋？＝10
5＋3＝8	8＝5＋	8＋？＝10
5＋4＝9	9＝5＋	9＋？＝10
5＋5＝10	10＝5＋	

10＋10＝20

2×10＝20

20の$\frac{1}{2}$＝10

4×5＝20

20×$\frac{1}{4}$＝5

これらの教具は次のような順序で使う[50]。

(1) 1～5の数および計算運算の直観

㋐ 水平，垂直の配列によって数を作ること。

㋑ 数を比較すること。

㋒ 足して5にすること。

㋓ 5を任意の二数に分けること。

㋔ 足して2，3及び4とすること。

㋕ 2，3及び4の分解。

㋖ 既知の五つの組に従って1～5までの数を形成すること。

㋗ 1～5内のあらゆる加減の定則を発見して練習すること。

(2) 1～10内の数及び計算運算の直観

㋐ 5に1～5を足して6～10までの数を作ること。
㋑ この特種(ママ)な数形成法からただちに発生してくる各計算定則を展開，練習すること。
㋒ 分解，総合によって5を超加して寄せ算，引き算の問題を計算すること。
㋓ 5以内における寄せ算，引き算の定則。
㋔ 6～10の数の最も通常的な貨幣の並べ方を示し，これを認識することの練習。
㋕ 1～10の数範囲内における掛け算，割り算の定則。

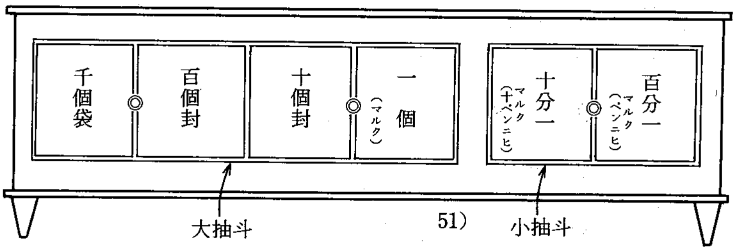
(3) 1～20以内の数および計算運算の直観

㋐ 即成の10と1～10の基数を単に複合することによって11～20までの数を作ること。
㋑ 11～20の数の書き方，読み方。
㋒ 特種(ママ)の数形成法から直接に生じ来た計算定則。
㋓ 20以内の寄せ算，引き算の定則。
㋔ 繰り上り，繰り下りのある寄せ算，引き算。
㋕ 10～20に至る数範囲における貨幣の並べ方。
㋖ 倍加，包含，分割。

(4) 売買，収支，両換，数え足しおよび仕払いの直観。

iii） 計算机

これは数系統や多位数，二等数の計算を直観させるための教具で，下図のようなものである。（この机は，低部の基台（机）と立つように装置された計算板から成っている。）



51)

この計算机の使用法は以下の通り[52)]。

(1) 十進的数系統の構成

まず教師が児童に大抽斗の空の区を示し，その中にマルク貨幣（計算盤を実際の大きさにしたもの）を入れて「御覧なさい。抽斗の第一区には一つ一つのマルク，すなわち一位があります。第二区には十個封（マルクを十個集めたもの）または十位を入れ第三区には百個封または百位入れ，……，第一区には何がありますか，第二区には，……，一個，十個封，百個封はどの抽斗にありますか。十個封は何マルクですか，……，十個封をお作りなさい。……，三十(七十，五十，二十)マルクでは十個封がいくつ作れますか。……」このような準備の後，十個封をくずして各位の関係を説明するのである。

(2) 多位数の計算の直観

ここでは寄せ算について述べる。まず教師が一人の生徒を呼び出し，$\begin{matrix}325\\274\\198\end{matrix}$と書かせる。この際に位をそろえて書くように注意する。次に教師は以下のように誘導する。「此の三つの数を一緒に数えましょう。一番下の数の下に水平の線をお引きなさい。みなさん，計算机のところをごらんなさい。——一位の面には一が五，一が四，一が八あります。一緒にするといくらです

か。——一が十七の中には，十がいくつありますか。——甲さん，一が十すなわち十はどうしたらよいでしょうか。（答，十個封にしなければなりません。）残りの七は，どの面におかねばなりませんか。（答，やはり一位の面におきます。）新たな十個はどこにおきますか。（答，十位の面におきます。……）」。

このようにして，一位から足していき，十になったら次の位に移らせている。掛け算（累加）も同様。割り算は一番高い位から分けていき，分けられないときは，下の位に移る（たとえば330を2で割るときはまず百個封三個を2で割るのであるが，このうちの百個封一個は割ることはできないので，これをくずして十個封十個にして，これを十位に置く）という説明になっている。

(3)　小数的（十退的）書き方の教授

これは計算机の右側の小抽斗も使い，最初に3マルク25ペニーという呼び方を示した後，1ペニーを$\frac{1}{100}$マルクとみなして3.25マルクとみなす見方に導く。

(4)　二位数（マルクとペニー）の計算運算の直観

なお，この他に分数および分数算を自発的に独立して直観させるための分割定規もある。

このような，数の概念に関する独自の見解や教具を積極的に利用するクニルリングの数え主義は，藤澤の独自に考え出した数え主義とは異なる。しかしながら，数図の限界を指摘していたり，数概念に関するクニルリングの見解が必ずしも実際の教授と一致していない点（例えば小数は分割から出てきたものであるとしていながらも，実際には，貨幣による二通りの示し方という天下りな教授となってしまっている）など，未完成のものであった。

蛇足ではあるが，このクニルリングの数え主義による（割合）分数は，戦後「和田理論」として1951年，1958年の指導要領に現われた[53]。

〈註〉

1）クニルリング原著，佐々木吉三郎解説『数へ主義　算術教授法真髄』下巻（1906）p. 373—390
2）同上書　p. 385
3）同上書　上巻（1905）p. 9—12
4）藤澤　前掲『算術條目及教授法』p. 139
5）クニルリング　前掲『数へ主義　算術教授法真髄』上巻　p. 12—13
6）同上書　p. 20—30
7）同上書　p. 19—20
8）同上書　p. 54
9）同上書　p. 42—44
10）同上書　p. 45
11）同上書　p. 46—50
12）同上書　p. 48—50
13）同上書　p. 88
14）同上書　p. 51
15）同上書　p. 149
16）同上書　p. 150

17) 同上書　p. 156
18) 同上書　p. 157
19) 同上書　p. 159
20) 同上書　p. 183
21) 同上書　p. 186
22) 同上書　p. 192
23) 同上書　p. 197
24) 同上書　p. 196
25) 同上書　p. 202
26) 同上書　p. 203
27) 同上書　p. 196
28) 同上書　p. 212
29) 同上書　p. 211
30) 同上書　p. 213
31) 同上書　p. 215—216
32) 同上書　p. 222—224
33) 同上書　p. 261
34) 同上書　p. 261
35) 同上書　p. 265
36) 同上書　p. 269—270
37) 同上書　p. 275—285
38) 同上書　p. 339
39) 同上書　p. 342—343
40) 同上書　p. 343
41) 同上書　p. 347
42) 同上書　p. 352—355
43) 同上書　p. 363
44) 同上書　p. 365—366
45) 同上書　p. 366
46) 同上書　p. 368—369
47) 同上書　p. 381—396
48) 同上書　下巻　p. 73—74
49) 同上書　p. 242
50) 同上書　p. 247—265
51) 同上書　p. 289
52) 同上書　p. 291—304
53) 遠山　啓　『教師のための数学入門　数量編』国土社 (1960) p. 262—263.　なお，遠山はクニルリングがクロネッカーの流れを汲んでいるとしているが，これは明確ではない。

第Ⅲ章　黒表紙教科書の内容

算術の最初の国定教科書は1900（明治33）年に公布された小学校令施行規則によって編集され，1905（明治38）年から使用された。この教科書は，黒い表紙であったために「黒表紙教科書」と呼ばれ，1934（昭和9）年まで，改訂はあったが，約三十年間にわたって使用された。

この黒表紙教科書には藤澤の影響が強く現われており，黒表紙教科書の理念・方法・内容を指向した，とされている[1]。

しかしながら，黒表紙教科書の内容には，児童の心理学的な考察も含まれており，必ずしも藤澤の意向がすべてではない。

ここでは第一期版（1905）の内容を見ていくことにする。高等二年までの教授事項は，次頁の表の通り。（なお，高等小学校算術書は教師用，児童用の二種類だか，尋常小学算術書は教師用のみである。）この数範囲の区分はクニルリングの数え主義と極めて類似している。

尋常小学算術書は教師用のみで，内容は示されてはいるが実際の教授は個々の教師に任されていた。だからこの算術教科書の内容がどのような意図を含んでいたかを断定するのは難しい。

第一学年の一番始めは以下のようになっている[3]。

Ｉ　10以下の数

〔一ツ二ツト唱フル数ヘ方〕

ヒトツ　フタツ　ミツ　ヨツ　イツツ　ムツ　ナナツ　ヤツ　ココノツ　トヲ

尋常一年

学期		第一	第二	第三
教授事項	数ノ節囲	拾以下	拾九以下	弐拾以下
	概要	数ノ唱ヘ方 数の書キ方 加減	数ノ唱ヘ方 数ノ書キ方 加減	数ノ唱ヘ方 数ノ書キ方 加減 乗除ノ基本観念

尋常二年

学期		第一	第二	第三
教授事項	数ノ範囲	百以下	百以下	百以下
	概要	数ノ唱ヘ方 数ノ書キ方 加減 附、符号（＋）、（－）、（＝）	乗法（九々） 附、符号（×）	除法 附、符号（＋）

尋常三年

学期		第一	第二	第三
教授事項	数ノ範囲	千未満	一万未満	一万未満
	概要	数ノ唱ヘ方 数ノ書キ方 暗算 筆算ノ加減	数ノ唱キ方 数ノ書キ方 暗算 筆算ノ加減 筆算ノ乗法	暗算 筆算ノ除法

尋常四年

学期		第一		第二	第三
教授事項	数ノ範囲	一般整数	小数	一般	一般
	概要	数ノ唱ヘ方 数ノ書キ方 暗算 筆算	唱ヘ方 書キ方 簡易ナル計算	度量衡貨幣及ヒ時ノ制大要 度量衡貨幣及ヒ時ノ計算	総復習

高等一年

学期		第一	第二	第三
教授事項	概要	整数及ヒ小数ノ加減乗除 十進諸等数	十進ナラサル諸等数	めーとる法度量衡 附、外国度量衡

高等二年

学期		第一	第二	第三
教授事項	概要	約数 倍数 分数	小数ト分数トノ関係 歩合算	四則応用問題

注　意 此授ケ方ハ次ノ如キ順ニ進ムベシ。

1. 実物ニ就キテ数フルコト。
2. 実物ヲ離レテ数フルコト。

実物ハ初ハ小石，計数器，手ノ指，等ヲ用ヒ，次ニ黒板ニ画キタル円，線，等ヲ用フベシ。数フベキ物ヲ黒板ニ画クニハ色白墨ヲ用ヒ，且其排列ヲ変化スベシ。是レ単調ノ弊ヲ避ケンガ為ナリ。練習方法次ノ如シ。

指定数ダケ生徒ニ指ヲ挙ゲシムルコト。
　　　　　　　円ヲ画カシムルコト。
　　　　　　　物ヲ取ラシムルコト。
　　　　　　　手ヲ拍タシムルコト。

又教師自ラ指ヲ挙ゲ，
　　　　円ヲ画キ，
　　　　物ヲ与ヘ，
　　　　手ヲ拍チ，生徒ニ之ヲ数ヘシムルコト等，

以後ノ教授法モ之ニ準ズ。

これは数の導入として1～10までの数を唱えるものである。実際の授業では教科書の記述の通りにまず数詞を唱え，その後に数えることによって集合の大きさを数として捉えさせる[4]というものもあり，これが数え主義の特徴とされているが，教科書にはまず「実物ニ就キテ数フルコト」とあり，唱えることと数えることが同時に行われることを意図したものと思われる。実物はまず小石，計数器，指などであるが，小石なら中條澄清の『小学尋常科筆算書』(1887)のように「石二ツハ一ツヲ二度集メタルモノナリ」[5]というような集合数を意識した教授も可能であるが，計数器ではこのような教授は難しく，一加えたものが次の数になる，という順序数による集合数への対応になる。しかしながら計数器による教授は以前にも行われている。

教授の順序は具体→抽象という形式であるが，使用する実物の順序も徐々に抽象へ移るための媒介となっている[6]。後の計算における欄外の単位もそのようになっている。これは藤澤が「方便」としているのと違い，積極的な実物の利用と考えられる。つまりここでは数詞の定着（数系列の獲得）という点では数え主義の特徴であるといえるが，教授の実際には数え主義の特徴といったものは見られない。

数え方の次には加法が教授される。まず5以下の数に2(3, 4, 5)を加えることであるが〔5以下ノ数ニ2ヲ足スコト〕(p. 8) の記述は以下の通り[7]。

1+2=	2+2=	3+2=
4+2=	5+2	

注　意 五ツ以下ノ各数ニ二ツダケ数ヘ足ス仕方ヲ教，兼ネテ前ニ授ケタル数ヘ方ヲ練習セシムルベシ，以下モ之ニ準ズ。

1+1=	1+2=	6+1=
2+1=	2+2=	7+1=
3+1=	3+2=	8+1=
4+1=	4+2=	9+1=

5+1=　　5+2=

注　意 此練習問題ハ，或ハ行ニヨリ，或ハ列ニヨリ，或ハ順ニ，或ハ逆ニ種々ニ交錯シテ授クベシ，以下モ此ニ準ズ。

ここでは数字や式は生徒に示されず，たとえば「一ツニ二ツ足セバ幾ツニナルカ」というように発問される。また，1を加えることがここの頁の前に入っていないが，既に数系列の獲得によって1を足せば次の数が求まることがわかっていることを前提としたのであろう。よって2を足すことは，数系列上で次の次の数を求める，という「数え足し」になる。中段の計算問題は，前回の復習であり，また，テーマの前提となるものである。種々に交錯して教授するように注意してあるが，排列全体を見ると結果が類推できるようになっている。また，一学年の終りに〔復習〕として挙げてある問題（p. 49）を見ると加算九九そのままであり[8]，数系列上の操作によって得た加法の結果を加算九々という定理として覚えさせようとしたものであることがわかる。（減法，乗法，除法も同様，ただし，乗法，除法は数範囲が制限されているために第一学年では未完成である。）

なお中谷太郎は数え主義によれば被加数一定でなければならず，教科書のような加数一定はおかしいとしているが[9]，数系列によって次の数………等を求める，とすれば別におかしくない。

教授の実際は，編纂趣意書によればまず「計算ノ初歩ハ実物ニ依リテ具体的ニ教授スル」が「児童ハ幾クハクモナクシテ抽象的ニ計算ヲ為シ得ルノ情態ニ達スルモノナレハ適当ノ時機ニ於テ実物ヲ離レテ計算セシメサルヘカラス」[10]というように数え方と同様に具体→抽象という形式をとっているが，教科書の一頁が一週間分に配当されているため，教師は様々な工夫が必要だった。

p. 9[11]の「同ジ数ヲ累加セシムル問題」は藤澤の言うところの「二ずつ，三ずつ」数えるもので，数系列を定着させるものであると同時に筆算の予備をなすものである。また「数ノ順序ヲ転換シテ加ヘシムル問題」は，結果として出てきた交換法則を覚えさせるものとなっている。

p. 11[12]は中に「6=5+　7=5+　8=5+　9=5+　10=5+　」というような問題が出てくる。発問は口頭で「六ツハ五ツニ幾ツ足シタルモノカ」というようにされるが，5を一つの停止点と考えており，クニルリングの数え主義に近いものである。ただし，p. 11以前においては5についての関心は薄いようであるが，五•二進法の一種と見ても良かろうと思われる。p. 15[13]においては次のように，10の分解も行っている。

6=5+　7=5+　8=5+　9=5+

10=9+　10=8+　10=7+　10=6+　10=5+

10=1+　10=2+　10=3+　10=4+

しかしながら，数系列によるとこのような数の分解は不可能である。実際は数え足しではなく，5または10の実物を使って教授していたと思われる。

数字の書き方を示した後で〔二数ノ大小ヲ比較スルコト〕という項がある[14]。これは次の減法の前提となるものであるが，注意には「相異ナル種々ノ二数ヲ数字ニテ示シ，先ヅ読マセ，然ル後ニ何レガ大ナルカヲ問フベシ」とあるように，ここでは実物を用いていない。つまり数系列による大小の比較になるが，これでは1から数え始めて先に呼ぶか否かで大小を判別することになってしまう。ここでは少なくとも実物による比較が必要であろう。

減法の場合も加法と同様で減数一定である。まず〔1又ハ2ヲ取ルコト〕から始まるが，配列は以下のようになっている[15]。

10−1＝	9+1＝	10−2＝	8+2＝
9−1＝	8+1＝	9−2＝	7+2＝
8−1＝	7+1＝	8−2＝	6+2＝
7−1＝	6+1＝	7−2＝	5+2＝
6−1＝	5+1＝	6−2＝	4+2＝
5−1＝	4+1＝	5−2＝	3+2＝
4−1＝	3+1＝	4−2＝	2+2＝
3−1＝	2+1＝	3−2＝	1+2＝
2−1＝	1+1＝		

注　意 引キ算ニ於テハ，常ニ減数ヲ残リニ足シテ結果ノ正否ヲ験セムベシ。

以後ハ数ヲ数字ニテモ与ヘ，又答ヲ数字ニテモ書カスベシ。

ここで 10−1＝　の後に出てくる 9+1＝　は，注意にある験算という意味と，10−1＝9 を導き出すための前提という二つの意味がある。なお，減法の導き方には，加法の逆として導くものと数系列を逆に数える方法，そして「取ルコト」とあるように実物を使う方法，の三通りがある。

3，4 等を引く場合には，「10−2−1＝　10−3＝　7+3＝　」とあるように，前回の結果を利用するもの，1 ずつ引くもの，加法の逆，実物と四通りになる。なお，5−3＝と 5−2＝　を縦に並べてあり，逆算関係にも注目している。「10−5＝　8−4＝　6−3＝　4−2＝　2−1＝　」は除法を意識したものであろう。

また，減法で注目すべき所は次の記述である。

〔零，相等シキ二数ノ差〕

0

注　意 10 ニ於テ用ヒタル数字 0 ハ零ト称シ，無ヲ表スニ用フルコトヲ，次ノ引キ算ニ就キテ教フベシ。

1−1＝	2−2＝	3−3＝
4−4＝	5−5＝	6−6＝
7−7＝	8−8＝	9−9＝
10−10＝		

0 導入の時期，教授の方法等に問題は残るが，黒表紙以前は 0 は記数法の際にその位に数字が入らない時に用いられるだけで，数としての 0 の説明がされたのは黒表紙が初めてである。

〔11 ヨリ 19 マデノ数ノ唱ヘ方〕では，

11＝10+1	12＝10+2	13＝10+3
14＝10+4	15＝10+5	16＝10+6
17＝10+7	18＝10+8	19＝10+9

注　意 是等ノ数ハ皆 10 ト 10 未満ノ端数トヨリ成ルモノナルコトヲ了解セシムベシ。

実物ノ数ヘ方モ，先ヅ 10 ダケ数ヘテ之ヲ一団トシ，次ニ残リノ端数ヲ数ヘ，然ル後ニ総数ヲ言フ様ニ練習セシムベシ。

となっている[17]。これも，十進構造を意識したもので，クニルリングの数え主義と類似している。そして，この十進構造はかなり徹底しており，加法においては「1+11＝1+10+1＝11+1」のような説明（p. 28）[18]や「9+2＝9+1+1」等の説明（p. 33），減法における「例ヘバ 13−8 ハ

成ルベク13即チ10+3ノ10ノ方ヨリ8ヲ引キ，残リノ2ニ3ヲ足ス様ニ計算セシムベシ」(p. 35)[20]というような減加法の説明，「20=10+10」という説明（p. 41)[21]などはみな十進構造に基礎を置いたものである。しかしながら，〔10ヨリ19マデノ数ノ書キ方〕が，唱え方の相当後（一頁一週間として四週間後）になった点は疑問が残る。

乗法は累加として定義される。ここでも九九が目標となるのであるが，数範囲の制限から完成はしない。ここでは編纂趣意書に「第一学年ニ於テハ数ノ範囲ヲ二十以下ニ限リテ四則ノ観念ヲ明カニシ且加法ノ根基タル二ツノ基数ノ寄セ算及ヒ其逆ノ計算ニ習熟セシムルコトトシ」[22]とあるように，乗法，除法の意味の説明にとどまっている。

除法は〔幾倍ナルカヲ索ルコト〕（p. 47）と〔等分スルコト〕（p. 48）すなわち等分除として[23]，つまり乗法の逆として説明されている。

第一学年における乗法，除法は，その意味を教えることが目的であるが，制限された数範囲の中では極めて中途半端であり，その必要性が見出せない。

第二学年に入ると数範囲は100まで拡大されるが十進構造に基礎を置いている点は変わりない。第二学年教師用書のp. 7は以下のようになっている[24]。

20=10×2	21=20+1	22=20+2	……
30=10×3	31=30+1	32=30+2	……
40=10×4	41=40+1	42=40+2	……
50=10×5	51=50+1	52=50+2	……
60=10×6	61=60+1	62=60+2	……
70=10×7	71=70+1	72=70+2	……
80=10×8	81=80+1	82=80+2	……
90=10×9	91=90+1	92=90+2	……

注　意　先ヅ10ノ集リハ其集レル箇数ニヨリテ二十，三十，……ト呼ブコト，次ニ10ノ集リニ10未満ノ端数ヲ合セタルモノハ其両部ノ名ヲ続ケテ（例ヘバ二十一，三十二ノ如ク）呼ブコトヲ教フベシ。

実物ノ数ヘ方モ，先ヅ10ヅツ集メテ其集リノ箇数ヲ数ヘ，次ニ残リノ端数アレバ，之ヲ数ヘ，然ル後ニ総数ヲ言フ様ニ練習セシムベシ。

やはり最初は実物から導入している。また計算練習の排列は以下の通り。①十の位の数の計算（例えば10+10=，90−10=，10×2，20÷2=等），②繰り上りのない二位数+基数（例えば11+1=等），③二位数+基数で繰り上ってちょうど一位が0となるもの（例えば19+1=等），④繰り下りのない二位数−基数（例えば19−1=等），⑤一位が0の二位数−基数（例えば20−1=等），⑥繰り上りのある二位数+基数（例えば19+2=等），⑦繰り下りのある二位数−基数（例えば21−2=等）。各々の排列は類推を促すようになっている。このような系統だった排列，順序は十進構造に基礎を置いているために出来るものであるが，藤澤はもちろん，クニルリングの数え主義でさえここまで具体的には示していない。なお，二位数+二位数，二位数−二位数も同様の排列になっている。

第二学期に入ると掛け算九々が教授される。〔2ノ掛ケ算ノ九々〕（p. 22)[25]では2×3=6と示したすぐ右に3×2=6が示されているが，これも結果として出てきた交換法則をそのまま覚えさせるものである。従って半九々になるが，これは藤澤が意図したものである。ただし〔復

習〕として p. 47 に排列されているものは総九々になっている[26]。

〔2 ノ掛ケ算ノ九々〕の後にすぐ〔2 ノ掛ケ算ノ逆〕が入る。（p. 23）[27] これは割り算の前段階をなす点は第一学年の場合と同様であるが，割り算は第三学期に入ってから教えられる。

割り算は掛け算の逆であることは「九々ノ声ニ依リテ計算セシムベシ」（p. 38）[28] とあることからも明らかであるが，等分除と包含除が一頁に入っているために(2本÷2＝と 2本÷2本＝という形で）教授し難かったのではなかろうか。

第一学年及び第二学年では筆算は教授されず暗算のみである。編纂趣意書では「暗算ト筆算トハ各々特長ヲ具フルモノナレハ本書ニ於テハ之ヲ配合シテ其長所ヲ利用スルコトヲ努メタリ，詳言スレハ暗算ハ記号等ノ便ヲ借ラス一々思考ニ訴ヘテ計算ヲ為スモノナレハ本書ハ之ヲ用ヒテ簡単ナル計算ヲ行ハシメ思考力ヲ錬磨シ計算ノ真義ヲ了解セシムルコトヲ期シタリ，然リト雖モ暗算ハ一般ノ算法ニアラサルカ故ニ其応用ノ範囲ハ意ヲ用ヒテ之ヲ限局セサルヘカラス，然ラサル時ハ徒ニ児童ヲ苦シムルニ至ルヘシ，之ニ反シテ筆算ハ思考ヲ要スルコト少々器械的ニシテ数ノ大小ハ計算ノ難易ト殆ト相関セス，即チ一般ノ算法ニシテ其応用ノ範囲ニ制限アルコトナシ。

故ニ本書ハ児童ヲシテ十分ニ之ニ習熟セシメテ迅速ニ而モ確実ニ諸計算ヲ為シ得ルニ至ラシメンコトヲ期セリ」[29] というように暗算と筆算を区別しているが，これは藤澤の指摘するところと一致している。[30]

ただし，数範囲が拡がるにつれて複雑になる計算体系を暗算でやらせるからといって，この教授が困難であると考えるのは早計である。計算問題はたとえば第二学年教師用書の p. 14 をみてみると，

〔基数ヲ寄スルコト其三〕

9＋2＝	19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89＋2＝
9＋3＝	19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89＋3＝
8＋3＝	18, 28, 38, 48, 58, 68, 78, 88＋3＝
⋮	…………………………………

というように[31] 類推のしやすいものとなっているからである。

つまり，暗算による計算体系は，①（数え主義によって）四則の意味を教え，②十進構造（数系統）を教え，③計算練習によって帰納的に出て来た結果を定理として教える（九々，繰り上り，繰り下り等）となる。そしてこれは「筆算ヲ助クルヲ目的」とするのである。[32] ここで問題となるのは帰納的に出て来た結果をそのまま覚えさせる点である。

第三学年で初めて筆算が出てくる。まず加法の指導過程は，①（一ツモ繰リ上ガラヌ場合），②（一桁ダケ繰上ガル場合），③（二桁トモ繰上ガル場合），④（或桁ノ和ガ丁度 10, 20, ……トナル場合）であり，減法の指導過程は①（何レノ桁モ引キ得ル場合），②（一桁ダケ引キ得ル場合），③（二桁トモ引キ得ヌ場合），④（特別ナル場合）「被減数ノ一ノ位ノ数字ガ減数ノヨリモ小ニシテ，且被減数ノ十ノ位ノ数字ガ 0 ナル場合」（ただし，加法•減法ともに千未満の数範囲である。）[33]

このように整然と配列された筆算体系は十進構造に基礎を置いていることによるもので，特

殊→一般の形式は水道方式によく似ている。乗法・除法の指導過程は以下の通り[34]。乗法……①（乗数ガ一位数ナル場合。）これは「各位ノ積ガ10未満ナル場合」（例. $\begin{array}{r}134\\ \times\ \ 2\\ \hline\end{array}$）と「或位ノ積ガ10以上トナル場合」（例. $\begin{array}{r}26\\ \times 2\\ \hline\end{array}$から$\begin{array}{r}153\\ \times\ \ 5\\ \hline\end{array}$）に分けている。以下は例のみを示す。②（名数ノ乗法），③（乗数ガ二位以上ノ数ナル場合）（例. $\begin{array}{r}304\\ \times\ 21\\ \hline\end{array}$，$\begin{array}{r}163\\ \times\ 30\\ \hline\end{array}$）。除法……①（法ガ一位数ナル場合）余りのないもの→余りのあるものの順になっている。以下も同様。②（法ハ二位数，商ハ一位数ナル場合），③（法ハ二位数，商ハ二位以上ノ数ナル場合），④（商ノ桁数ヲ見定ムルコト），④（名数ノ除法）ここで初めて包含除，等分除が説明される。

また筆算の教授においては簡便法を排除した（ただし高等小学校では教授された）。編纂趣意書では「本書ニ於ケル筆算ノ法則ハ最モ簡単ニシテ而モ最モ普遍ナルモノヲ授ケ之ヲ総テノ場合ニ適用セシムルコトトシ特殊ノ場合ニ応スル簡便法ノ如キハ努メテ之ヲ省キタリ，是レ他ナシ簡便法ノ如キモノヲ授クルトキハ法則ヲ複雑ナラシメ算法ニ習熟スルノ妨トナルコト大ナルヲ認メタルニ依ルモノナリ」[35]としていて藤澤の意図したものとなっている[36]が，卓見といえるだろう。

小数は第四学年で導入される。計算方法はいくつかの注意はあるが整数の計算と同じである。ここでは小数の導入を見ていく。第四学年教師用書のp. 17, 18では次のようにして導入している[37]。

（p. 17）

〔何分ノ何トイフ唱ヘ方〕

*$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{100}$, ……

$\frac{2}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{10}{10}$, $\frac{100}{100}$, ……

注　意　何分ノ何ト幾ツカニ等分シタルモノヲ幾ツカ集メタモノナルコト，及ビ二分ノ一ヲ半分，三分ノ一ヲ三分一（又ハミガー）ナドイフ唱ヘ方モ授クベシ。

*$\frac{1}{2}\times 2=$　$\frac{1}{2}\times 3=$　$\frac{1}{3}\times 2$　$\frac{1}{3}\times 3=$　$\frac{1}{4}\times 4=$　$\frac{1}{10}\times 5=$

10銭，　1銭，　1円，　1丈，　1尺，　1斗，

1升，　$\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, ……＝……

10ノ$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, ……＝　　12ノ$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, ……＝

〔小数ノ唱ヘ方〕

1分＝1，ノ$\frac{1}{10}$,　1厘＝1分ノ$\frac{1}{10}$,　1毛＝1厘ノ$\frac{1}{10}$,

2分＝1分×2,　2厘＝1厘×2,　2毛＝1毛×2,

3分＝1分×3,　3厘＝1厘×3,　3毛＝1毛×3,

………………　………………　………………

9分＝1分×9,　9厘＝1厘×9,　9毛＝1毛×9。

2分9厘＝2分＋9厘,　6厘3毛＝6厘＋3毛,

3分8厘6毛＝3分＋8厘＋6毛,　7分2毛＝7分＋2毛。

注　意 此所ニテハ分，厘，毛ノ字ヲモ授ケ，最後ニ分，厘，毛ナドノ集リテ成レルノ未満，端数ヲ小数トイヒ，小数ニ対シテ通常ノ数ヲ整数トイフコトヲ教フベシ。

100÷10＝	1÷10＝	1分×9＝	1分＋2厘＝	9毛＋1厘＝
10÷10＝	1分÷10＝	1厘×8＝	1厘＋4分＝	4分＋5毛＝
1÷10＝	1厘÷10＝	1毛×7＝	7厘＋8毛＝	6毛＋7分＝

* 此分数ノ書キ方ハ生徒ニ示スモノニアラズ。

(p. 18)

〔小数ノ書キ方及ビ読ミ方〕

.1	.11	.01	.111	.011	.101	.001
.2	…	.02	…	…	…	.002
.3	.45	.03	.234	.056	.708	.003
…	…	…	…	…	…	…
69	.99	.09	.999	.099	.090	.009

注　意 小数ヲ書クニハ分厘毛ノ数ヲ示ス数字ヲ順ニ左ヨリ右へ並ベテ書キ，其小数ナルコトヲ示スタメニ左端ナル分ノ位ノ数字ノ左ニ低ク一点（小数点）ヲ打ツ。

(以下略)。

分数よりも小数を先行させた点，呼び方を教えている点では藤澤の意図したところであるが，導入においては分割を利用している点は藤澤が意図した十進法の逆とは違い，クニルリングの意図に近いといえる。

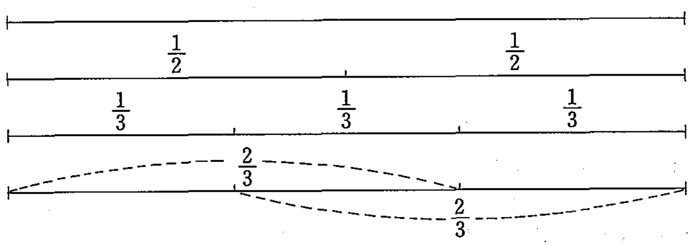
高等小学校になると教師用書と児童用書の二種になるが，児童用書があるおかげで教師の工夫は制限されざるを得なくなる。

分数は高等の第二学年から教授される。児童用書の p. 4，5 では〔分数の意義及び書き方〕としてまず

$\frac{1}{2}$　二分の一

$\frac{1}{3}$　三分の一

$\frac{2}{3}$　三分の二



$$\frac{1}{2}\times 2=1 \quad \frac{1}{3}\times 3=1 \quad \frac{1}{4}\times 4=1$$

$$\frac{1}{3}\times 2=\frac{2}{3} \quad \frac{1}{4}\times 3=\frac{3}{4} \quad \frac{1}{5}\times 4=\frac{4}{5}$$

とした後で

分数とは幾分の幾つと唱ふる数にして，1を幾つかに等分したるものの幾倍かのことなり。

というように二種類の定義をしているが，分数を割り算の商として定義し，方便として直線の分割を示している藤澤の『算術教科書』の導入[39]とは逆になっている。ともあれ分数は割合であり，分割の特殊な場合の小数からより一般的な分割という位置づけになる。

そして「数ノ種類（整数，小数，分数）ト計算ノ種類（加減乗除）トハ独立セルモノニシテ互ニ関渉スルコトナシ，是レ分数及ビ小数ニ関スル計算ノ規則ナリ」[40]と編纂趣意書で言っているのは，その後に「例ヘハ品物ノ単価ニ其数量ヲ乗スレハ其代価ヲ得ルコトハ其単価及ヒ数量ノ整数ナルト小数ナルト分数ナルトニ関セサルカ如ク」とあるように，量を排除して出来上った計算体系を量に天下りに当てはめようとした藤澤の意図と一致している。（分数においてはさすがに直観方便物として直線を分割した図を入れざるを得なかったが，計算の説明では示されていない。）

だから計算の体系は，加減法は整数の場合と同様に扱われているし，乗法，除法は分数の意義から導かれているのである。（例えば〔分数に分数を掛くること〕では「或数に分数を掛くるとは，その数を分母にて割り，これに分子を掛くることなり」(p. 20)[41]としているがこれは「幾つかに等分したるものの幾倍かのことなり」から来るものである。また÷分数の説明は「或る数を分数にて割るには，その分母分子を取り換へて得る分数をその数に掛けてよし」[42]であるが，例として$\frac{5}{7}\div\frac{2}{3}=\frac{5}{7}\times\frac{3}{2}$が示された後に験算として$\left(\frac{5}{7}\times\frac{3}{2}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{5}{7}$としていることからも掛け算の逆として導いていることがわかる。

しかしながら，分数が整数と違って「1を等分したるものの幾倍か」であることを指摘しておきながらも，実際には整数と同様に扱っている点には非常に無理がある。

児童用書は別として尋常小学校の教師用書の内容はかなり筋が通っており，注入的な方法でなく，教師による工夫が発起されればかなり成果を上げることができたのではなかろうか。

ただし，筆算四則の体系を一年間で教えるようになっているなどかなり「つめこみ」的であったことも事実である。これは算術の第一の目的である「日常生活」のために必要な知識がかなり盛り込まれていることのしわ寄せであり，目的論による限界が内容に現われたものだと思われる。

〈註〉

1) 中谷太郎「日本数学教育史 1」(『数学教室』No. 149，1966，4月号)
2) 『日本教科書大系　近代編　第十三巻　算数(四)』(1962) p. 4
3) 砂賀嘉治「教材論」(『算数・数学教育の最前線』明治図書　1984，p. 23)
4) 『日本教科書大系　近代編　第十二巻　算数(三)』(1963) p. 9
5) 後藤胤保「文部省著作　国定算術書使用上の注意」(『教育研究』第十二号，1905)
6) 前掲『日本教科書大系　近代編　第十三巻　算術(四)』p. 4
7) 同上書　p. 14

8) 中谷太郎「日本数学教育史11」(『数学教室』No. 162, 1967, 4月号)
9) 前掲『近代日本教科書教授法資料集成　第十二巻　編纂趣意書　2』p. 23
10) 『日本教科書大系　近代編　第十三巻　算数(四)』p. 4
11) 同上書　p. 5
12) 同上書　p. 6
13) 同上書　p. 6
14) 同上書　p. 6
15) 同上書　p. 8
16) 同上書　p. 8
17) 同上書　p. 9
18) 同上書　p. 10
19) 同上書　p. 9　なお，第2期（1910）以降は，減加法，減々法のどちらを使ってもよいとされている。
20) 同上書　p. 12
21) 前掲『近代日本教科書教授法資料集成　第十三巻　編纂趣意書　2』p. 26
22) 『日本教科書大系　近代編　第十三巻　算数(四)』p.14
23) 同上書　p. 17
24) 同上書　p. 21
25) 同上書　p. 27
26) 同上書　p. 21
27) 同上書　p. 25
28) 文部省編『尋常高等小学算術書編纂趣意書』(1905),『近代日本教科書教授法資料集成　第十三巻　編纂趣意書　2』p. 24
29) 藤澤　前掲『数学教授法講義筆記』p. 126—128
30) 『日本教科書大系　近代編　第十三巻　算数(四)』p 19
31) 藤澤　前掲『数学教授法講義筆記』p 128
32) 『日本教科書大系　近代編　第十三巻　算数(四)』p. 32—34
33) 同上書　p. 36—39
34) 前掲『近代日本教科書教授法資料集成　第十三巻　編纂趣意書　2』p 24
35) 藤澤　前掲『数学教授法講義筆記』p. 186
36) 『日本教科書大系　近代編　第十三巻　算数(四)』p. 45
37) 同上書　p. 77
38) 藤澤　前掲『算術教科書』上巻　p. 244—245
39) 前掲『近代日本教科書教授法資料集成　第十三巻　編纂趣意書　2』p. 24—25
40) 『日本教科書大系　近代編　第十三巻　算数(四)』p. 81
41) 同上書　p. 82

ま　と　め

黒表紙教科書の内容を構成している数え主義には二種類のものがあった。すなわち藤澤の数え主義とクニルリングの数え主義である。

藤澤の数え主義は，独自の数学論から出発して順序数によって有理数の体系を作り出した。この数え主義では計算（=数え方）は数系列上の操作という形になっており，また，十進構造の説明も単なる呼び方にとどまっており，心理学的な考察は少ない。

一方，クニルリングの数え主義は心理学的考察から直観主義に対抗して作り出されたもので

あり，むしろ直観主義を乗り越えたもの，とも見ることができる。ここでは数えることは数概念獲得の手段であり，これに数えた結果の暗記及び十進構造の理解によって計算へと発展するのである。また「自然に適へる教授法」という教授学的原則のもとでの数範囲の限定や教具の開発などは卓見であったといえるだろう。

黒表紙教科書の内容には上の二つの数え主義が含まれていると考えられるが，主にクニルリングの数え主義に似ており，藤澤の方は，黒表紙の方向を定めた，ということが主であった。しかし，個々の教材排列の首尾一貫性については，数え主義とは別のものであろうと思われる。

算術の目的は，小学校令施行規則にある三つが，西欧における算術教育の目的の変遷とも一致しているが，日本で独自に作り出されたものとも考えられる。ともあれ黒表紙教科書は日常生活という目的からは，ほぼ完成された教科書であったと思われる。

〔付　記〕

本稿は，1987年度の卒業論文「黒表紙教科書の内容構成の原理と黒表紙批判の形成」のうちの第Ⅰ章～第Ⅲ章に多少手を加えたものである。作成にあたっては，1987年度の専門演習で検討の場を相当もっていただいた。ここに記して感謝する次第である。