中学校数学カリキュラム再構成への試み

── 入門期の中学校数学を中心に　第2部　授業案編 ──

須田勝彦（北海道大学教育学部）
村守隆男（北海道大学大学院理学研究科）
高橋哲男（北海道大学大学院教育学研究科博士後期課程）
石川高行（北海道大学大学院教育学研究科博士後期課程）
西崎　結（北海道大学教育学部）
平賀沙織（北海道大学教育学部）

本誌掲載の須田勝彦「中学校数学カリキュラム再構成の試み ── 入門期の中学校数学を中心に第1部理論編」をもとに，次のような授業プログラム案を構成した。

中学校数学へ，ようこそ

算数がきらいだった人，
算数が好きだった人，
どっちでもなかった人のための数学入門

中学校数学 UNI＝TEXT シリーズ 1-1
単元Ⅰ「自然数と２つの演算」

1　もとになる自然数
2　十進法
3　数の加法（たし算）
4　数の乗法（かけ算）
5　分配法則
6　累加と累乗
7　ふたたび十進法

中学校数学 UNI＝TEXT シリーズ 1-2
単元Ⅱ「数・量・半直線」

1　分離量と連続量
2　分数
3　十進小数
4　メートル法

〔単元Ⅰ，単元Ⅱ　それぞれの表紙〕　ver. 0.1

以下授業における配布プリントを示す。ただし〔　　〕の部分は配布プリントには記さない。また，改ページの箇所，レイアウト等は未検討である。

単元Ⅰ　自然数と２つの演算

1　もとになる自然数

人の集まりを表す数，リンゴの集まりを表す数……などに自然数がつかわれる。

　1（いち）

　2（に）

　9（きゅう）

そして

0（れい）

これだけの数字があれば，どんな大きな数も表すことができる。

2　十進法

人の数がこれだけになったら

　10（じゅう）

10人に，1人ふえたら

10人に，2人ふえたら

10人に，10人ふえたら

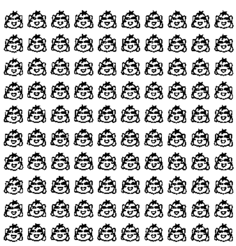
　

長いから2列にしよう。

→の目や口を書くのをやめたらタイルになる。

タイルで（　　）を表して見よう。

これが10列になったら



〔3桁のタイルを数で表す。〕

もっと練習しますか？　　YES →練習プリント

〔人がそれぞれ，人であることによって同一であり，他の人であることによって同一でないことを明示するため，100人分の顔写真などを実物として提示する。〕

1

3　数の加法（たし算）

3.1　加法（たし算）とは？

ものの集まりが2つある。　{　}（　）人　　{　}（　）人

この，2つのものの集まりをあわせたら，{　}（　）人

これを式にかくと

加法の結果を和という。

3.2　もとになる加法

0から9までの数字があればどんな数も表せた。だから，0から9までの加法がわかれば，どんな自然数の加法もできる。まず，加法九九の表を作ろう。

1+1 =　　　　1+2 =　　　　1+3 =

2+1 =

9+1 =　　　　9+9 =

やさしいけど，大切な加法

2+0 =　　　　{　}+{　}={　}

7+0 =　　　　0+4 =　　　　0+9 =　　　　0+0 =

Aがどんな数でも $A+0=A$，　$0+A=A$

3.3　もうどんな加法もできる

[繰り上がりのない加法のタイルを用いた計算]

+　　　　=

【練習】1

[繰り上がりのある加法のタイルを用いた計算]

もっと練習しますか？　　　　YES →練習プリントへ

3.4 加法の交換法則

加法はものの集まりをあわせた結果だから，
236＋142 も 142＋236 も同じ数になる。

(　　)＋(　　) も (　　)＋(　　) も同じ数になる。

〔各自 (　　) の中に適当な数を記入させ発表させる。〕

どんな数であっても，$A+B=B+A$
これを，加法の交換法則という。

加法の交換法則を使って，加法がまちがいないか，ためすことがある。
537＋286 = 823　　　286＋537 = 823　　　OK
【練習】 1 の加法を，交換法則を使ってためしてみよう。

3.5 加法の結合法則

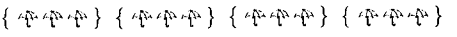
3 つ以上の加法も考えることができる。
$(A+B)+C \qquad A+(B+C)$
加法はものの集まりをあわせた結果だから，どちらも同じ答えになる。
これを，加法の結合法則という。
加法の結合法則を使って，$A+B+C+D+E$ のようなたくさんの数の加法を考えることができる。

4　数の乗法（かけ算）

4.1　乗法（かけ算）とは？

（かけ算のことを乗法という。同様にひき算を減法，わり算を除法という。それぞれの結果を積，差，商という。）

同じ数の「ものの集まり」がいくつかある。

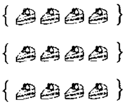


(A)　一つの「ものの集まり」あたり，いくつの「もの」（ケーキ，傘）があるか，
(B)　その集まりがいくつあるか，
がわかれば全体の個数（C）が決まる。

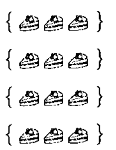
i）$A=4$，$B=3 \rightarrow C=($　　$)$
ii）$A=3$，$B=5 \rightarrow C=($　　$)$

4.2　乗法の交換法則

i）をたてに並べて



左はじのケーキは
左から２番目のケーキは
左から３番目のケーキは
右はじのケーキは



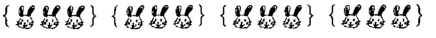
と考えると A（１あたり）＝3，B（いくつ分）＝4 となる。
同じケーキの集まりをちがう見方で見ているだけなのだから，
3 × 4 と 4 × 3 は同じ数だ。
タイルで考えると
〔3 × 4 と 4 × 3 をタイルで示す。〕

(　)×(　) も (　)×(　) も同じ数になる。

A，B がどんな数でも $A \times B = B \times A$
これを乗法の交換法則という。

4.3　乗法の結合法則

「ウサギには耳が2本ずつある，どのかごにもウサギが3わづつ入っている，カゴが4個ある，耳は全部で何本あるだろうか」という問題を考える。



2つの方法で考えて見よう。

i)

ii)

A，B，C がどんな自然数でも，$A\times(B\times C)=(A\times B)\times C$

これを乗法の結合法則という。

結合法則があるから，$A\times B\times C\times D\times E\times F$ のような乗法も考えることができる。

【問】 $3\times4\times5\times6\times7\times0$ を計算しよう。

5　分配法則

5.1　分配法則とは

次の問題を，2通りの方法で求めて見よう。「生徒が1列に4人ずつ，女子は5列，男子は3列並んでいる。生徒は全部で何人いるか。」

i)

ii)

A, B, C がどんな自然数でも $A\times(B+C) = (A\times B)+(A\times C)$ が成り立つ。これを，分配法則という。

【問】 上の問題のように，分配法則が成り立つことを説明できるような問題を作ってみよう。

乗法は交換法則が成り立つから，$(B+C)\times A = (B\times A)+(C\times A)$

5.2　乗法先行の原則

「一つの式に加法と乗法が混じっているときは乗法を先にする」という約束を乗法先行の原則という。

(1)　乗法先行の原則を使って次の計算をしよう。

$3+2\times5 =$　　　　$4\times5+3 =$

(2)　乗法先行の原則を使って分配法則を書いてみよう。

5.3　もとになる乗法

0から9までの数字があればどんな数をも表せた。0から9までの乗法がわかれば，どんな自然数の乗法もできる。

(1)　まず，乗法九九の表を作ろう。

$1\times1 =$　　　$1\times2 =$　　　$1\times9 =$

$2\times1 =$　　　$2\times2 =$

$9\times1 =$　　　　　　　$9\times9 =$

(2) **やさしいけど，大切な乗法**

$2\times1=$　　({　} が1つぶんで？　{　} が2つぶんで？)

$7\times1=$　　$1\times8=$　　$1\times9=$　　$1\times1=$

A がどんな自然数でも $A\times1=A$　$1\times A=A$

$2\times0=$　　({　} がなにもなくて？　{　} が2つぶんで？)

$7\times0=$　　$0\times4=$　　0×9　　$0\times0=$

A がどんな自然数でも，$A\times0=0$，$0\times A=0$

(3) **十進法のルールでは，**

$10\times1=$　　$10\times2=$　　$10\times3=$　　$\cdots10\times10=$

$100\times1=$　　$100\times2=$　　$100\times10=$

$\vdots$

(4) **結合法則を使えば**

$20\times4=(10\times2)\times4=10\times(2\times4)=10\times8=80$

5.4 もうどんな乗法もできる

たてがき計算

$$
\begin{aligned}
23\times6 &= (20+3)\times6\\
&= 20\times6+3\times6\\
&= 120+18=138
\end{aligned}
$$

$43\times2=$

もっと練習しますか？　　YES →練習プリント

6　累加と累乗

6.1　累加

同じ数を何こかたすことを累加（るいか）という。

$2+2+2+2+2$　　は　2　を　5こ　たしている。

$3+3+3+3+3+3$　は　　を　　こ　たしている。

累加の結果は乗法で求められる。

$2+2+2+2+2=2\times5=10$

$3+3+3+3+3+3=$

6.2　特別な累加

1）ただ2の時も，1こたした累加と見ることにする。

つまり $2\times\quad=$

2）2が一つもなくても，0この累加と見ることにする。

つまり $2\times\quad=$

6.3　乗法記号の省略

1）A を自然数とすると，$A+A+A=A\times3$ または $3\times A$ だが，文字で表された数との乗法は×を省略して $3A$ と書くことにする（$A3$ とは書かない）。

2）$B+B+B+B+B+B+B=$

3）$m+m+m+m+m=$

4）$y+y+y+y+y+y+y+y=$

5）文字で表されていない数の積は，乗法記号を省略することはできない。

$6+6+6+6=6\times4$，×を省略すると 64　　　これでは六十四と区別できない。

6）分配法則

$(3a)+(4a)=(a+a+a)+(a+a+a+a)=7a$

乗法先行の原則を使って

$(3a)+(4a)$ は $3a+4a$ と書いてもよい。$3a+4a=7a$

$5x+4x=$　　　　$6m+12m=$　　　　$3K+K=$

$3a+2b+a+b=$

$5x+2y+3z+15x+18y+17z=$

8

6.4 累乗

1）同じ数を何こかかけることを累乗（るいじょう）という。

$2\times2\times2\times2\times2$　は　2　を　5こ　かけている。

$3\times3\times3\times3\times3\times3$　は　　を　　こ　かけている。

2）累加のようなかんたんな書き方がほしい。

$2\times2\times2\times2\times2$ を 2^5 と書くことにする（2の5乗（じょう）と読む）。

3）$3^2=$　　　　$2^3=$　　　　$5^2=$　　　　$2^{10}=$

6.5 特別な累乗

1）ただ2の時も，2を1こかけた累乗と見ることにする。

つまり，$2^1=2$　　$3^1=3$　　$567^1=567$

A がどんな数であっても，$A^1=A$

2）2^0 はどうなるだろうか？　それはあとで考えることにする。

6.6 指数法則

1）　$(2^5)\times(2^3)$

$=(2\times2\times2\times2\times2)\times(2\times2\times2)$

$=2^8$　　（2^8 を計算すると　　　　）

2）a や b が0以外のどんな自然数でも $2^a\times2^b=2^{a+b}$

3）$3^4\times3^2=$　　　　$10^4\times10^5=$

6.7 累乗先行の原則

一つの式に×と累乗の記号があれば，累乗を先にするというきまりを累乗先行の原則という。

$2\times2^3=$　　　　$(2\times2)^3=$

$a^2\times a^3=$　　　　$a\times a^3\times a^4=$

7　ふたたび十進法

(1)　10，100，1000，10000 を 10 の累乗で表してみよう。

10 =　　　　　　100 =　　　　　　1000 =　　　　　　10000 =

(2)　365 は 300+60+5

$300 = 3\times100 = 3\times10^2$

$60 = 6\times10 = 6\times10^1$　だから，

$365 = 3\times10^2+6\times10^1+5$

(3)　いろいろな数を，(2)の方法を使って表してみよう。

(4)　十進法がなければ…その 1

十進法をもたない国に行ったとする。

0 から 9 までは同じ。

じゅう（十）は 10 とは書けないからＡと書いて「あけみ」と呼ぶ。

十一は 11 とは書けないからＢと書いて「よしこ」と呼ぶ。

十二は 12 とは書けないからＣと書いて「さゆり」と呼ぶ。

十三は 13 とは書けないからＤと書いて「ゆか」と呼ぶ。

十四は 14 とは書けないからＥと書いて「まい」と呼ぶ。

⋮

三十五は 35 とは書けないからＺと書いて「やよい」と呼ぶ。

三十六は 36 とは書けないからａと書いて「りな」と呼ぶ。

三十七は 37 とは書けないからｂと書いて「かよこ」と呼ぶ。

⋮

七十一は 71 とは書けないから甲と書いて「とめ」と呼ぶ。

⋮

この国の加法は

Z(やよい)$+a$(りな) = 甲(とめ)

このようにいくらでもたくさんの数字と読み方が必要になる。

いくらでもたくさんの加法をおぼえなければならない。

(5)　十進法がなければ…その 2

0 と 1 しかない国に行ったとする。

1）{　} は 0　　　{  } は 1

2）{  } は

3）

4）

これはけっこう簡単かも知れない。

単元II　数・量・半直線

1　分離量と連続量

1.1　分離量と連続量

人の集まり，リンゴの集まりなどのように，一つひとつが分離したものの集まりの大きさを $\boxed{\text{分離量}}$ という。

これに対して，長さや液量や重さ，時間など，つながっているものの大きさで，いくらでも小さいものがある，つまり最小のものが考えられないような量を $\boxed{\text{連続量}}$ という。

「長さや重さにはいくらでも小さなものがある」というのは本当だろうか。宇宙のすべてのものは究極の小さなつぶからできていて，それ以上小さなものがないなら，その究極の小さなつぶの直径が最小の長さと考えられないだろうか。そのつぶの重さが最小の重さ，光（最大の速さ）が最小のつぶを通過する時間を最小の時間とは考えられないだろうか。

このような問題は物理学で研究される。今のところ，まだそのような究極のつぶは見つかっていない。数学では，<u>いくらでも小さいものがある</u>，という立場をとっている。

1.2　連続量と自然数

A＿＿＿＿＿＿＿＿B　左のような図形を線分（せんぶん）AB という。

線分の長さは連続量である。連続量の代表として線分の長さを考えていこう。

(1)　同じ種類の連続量の加法

線分 AB の長さ＋線分 CD の長さは線分 AB のはしに，まっすぐ線分 CD をつなげた線分の長さを表す。

A＿＿＿＿＿＿＿B　C＿＿＿D

A＿＿＿＿＿＿＿BC＿＿＿D

違う種類の連続量の加法は考えることができない。（長さ＋重さなど。）

(2)　連続量の累加

線分 AB の長さを a とする。

A＿＿＿＿＿＿B

a

線分 AB のはしにまっすぐ線分 AB をつなげた線分の長さは…

A＿＿＿＿＿＿＿＿BA＿＿＿＿＿＿＿＿B

a　　　　　a

$a+a$ とあらわせる。

$a+a$ は $2\times a$，または乗法記号を省略して $2a$（「a の 2 倍」の意味）と書くことにする。

1

【練習】 定規とコンパスを使って，$4a$，$5a$，$1a$，$0a$ の長さを図に描いてみよう。

a

$4a$

$5a$

$1a$

$0a$

ものの集まりに｛　　｝を考えたのと同じように，長さも　　を考える。これをゼロ量という。ゼロ量を考えると，ゼロ量が最小の量になる。

$2a$ の3倍はどう表せるだろうか。

$$3\times(2a) = 2a+2a+2a = 6a = (3\times2)a$$

となり，量の自然数倍の計算は，結合法則を満たしている。

(3) 量の加法の，交換法則，結合法則を長さを使って説明しよう。

交換法則…$a+b=b+a$

a　　b

結合法則…$(a+b)+c = a+(b+c)$

a　　b　　c

(4) 分配法則 i　$3a+4a=7a$ となることを説明しよう。

a

(5) 分配法則 ii　$3(a+b)=3a+3b$ となることを説明しよう。

a　　b

1.3　連続量の大小関係

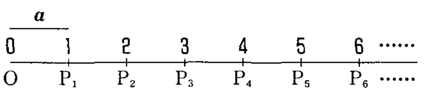
a, b がどんな長さでも, $a=b$, $a<b$, $a>b$ のどれか一つが成り立つ。($a \geqq b$ は「a は b より大きいか等しい」ことを表す。)

1.4　自然数と半直線

(1)　ある点から始まって一つの方向に無限に続く図形を半直線という。半直線を描いてみよう。

〔無限に続く図形は書けないこと, しかし考えることはできることを説明する。〕

(2)　ゼロ量ではない一つの長さ a を決めれば, $0a$, $1a$, $2a$, …などの長さが決まる。O から始まる半直線の上に, この長さを区切っていけば, 次のように点 O から始まり右方向に無限に続く半直線の上に, 点 O, P_1, P_2, P_3, P_4, …が等間隔に並ぶ。



半直線上の等間隔の点, O, P_1, P_2, P_3, P_4,…と自然数 0, 1, 2, 3, 4,…は 1 対 1 に対応する。

i) このような点と数との対応を数直線, O を原点, a を単位という。

ii) 点 P に対応する数を P の座標という。

【問】 点 P_1, P_2, P_3, P_4, O の座標をいってみよう。

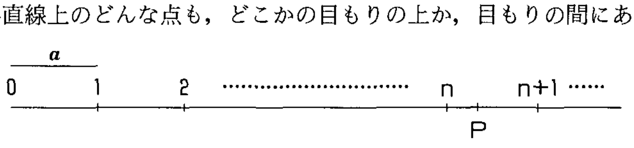
(3)　半直線上の点 P がどこにあっても, ある自然数 n があって, OP の長さは次の式で表すことができる。

$$na \leqq \mathrm{OP} < (n+1)a$$

また, 点 P の座標も次の式で表すことができる。

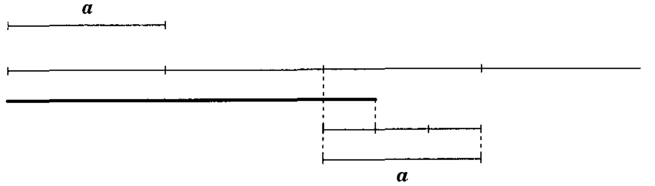
$$n \leqq \text{P の座標} < n+1$$

この半直線上のどんな点も, どこかの目もりの上か, 目もりの間にある。



2　分数

2.1　等分



連続量を単位 a のめもりではかってはんぱがでた。このはんぱは3つで a になるとする。この量を a の「3分の1」倍といい，$\frac{1}{3}\times a$ または $a\times\frac{1}{3}$ と書く。乗法記号を省略すると $\frac{1}{3}a$ となる。$\frac{1}{3}a$ は a を3等分したものだから，$\frac{1}{3}a$ を3倍すれば a になる。これを式で書くと $3\times\frac{1}{3}a=a$ となる。

【問】 $3a$ という量を3等分した量はどう表せるだろう。

【問】 a を4等分，5等分，1等分した量はどう表せるだろう。

4等分(　　　　)　5等分(　　　　)　1等分(　　　　)

【問】 $(a+b)$ を3等分した量はどう表せるだろう。

2.2　等分した量の自然数倍

【問】 $\frac{1}{3}a$ という量の0倍，1倍，2倍，3倍，4倍，5倍，6倍，7倍の量はどのように表せるだろう。

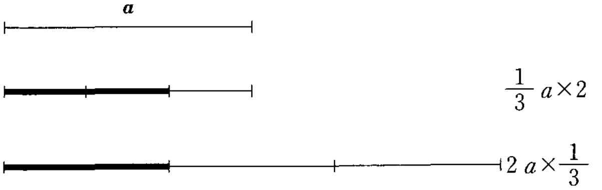
【問】 (1) $2a$ という量を3等分した量はどのように表せるだろう。

(2) $3a$ という量を3等分した量はどのように表せるだろう。

(3) $4a$ という量を3等分した量はどのように表せるだろう。

(4) a を0倍，1倍した量を3等分した量はどのように表せるだろう。

【問】 $\frac{1}{3}a\times2$ と $2a\times\frac{1}{3}$ は同じ量だろうか。



4

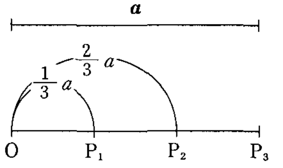
2.3　分数

aを2倍してから3等分しても，3等分してから2倍しても同じ量になった。

「2倍してから3等分」を一つの操作と見て$\frac{2}{3}$倍という。

「3等分してから2倍」を一つの操作と見て$\frac{2}{3}$倍という。

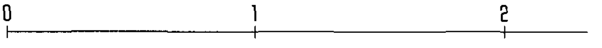
$\frac{2}{3}$の2を分子，3を分母という。$\frac{2}{3}$のような数を分数という。



このとき，OP_1の長さは$\frac{1}{3}a$　　P_1の座標は$\frac{1}{3}$

【問】(1)　$\frac{3}{3}$倍，$\frac{0}{3}$倍，$\frac{6}{3}$倍はaに対するどんな操作かいってみよう。

(2)　数直線の上で，数$\frac{0}{3}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{3}{3}$，$\frac{4}{3}$，$\frac{5}{3}$，$\frac{6}{3}$を表す点はどこにあるだろう。



(3)　次の分数の中で，自然数と同じ分数はどれだろう。

$\frac{8}{4}$，$\frac{6}{7}$，$\frac{2}{2}$，$\frac{5}{3}$，$\frac{15}{5}$

2.4　0等分，1等分

$a\times\frac{2}{3}$はaを2倍して3等分した量，つまり3倍すれば$2a$になる量だった。

【問】(1)　$a\times\frac{1}{1}$はどのような量だろう。

(2)　$a\times\frac{1}{0}$はどのような量だろう。

〔「0倍すればaになる量」だから，存在しないことを理解させる。〕

2.5　倍分

分数は大きさを変えずに表し方をかえることができる。

【問】$\frac{2}{3}$と同じ大きさの分数をたくさん見つけてみよう。

〔線分及びタイル図による説明〕

【問】（　）にはどんな数が入るだろうか。(このような操作を倍分という。)

$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{6}{9}=\cdots$　　　　　$=(\quad)=\cdots$

$\frac{4}{7}=\frac{8}{14}=\frac{12}{21}=\cdots$　　　　　$=(\quad)=\cdots$

【問】 $\frac{194}{291}$ と $\frac{2}{3}$ の大きさを比べてみよう。

2.6 分数の基本性質

i) 量 a を n 等分した量を $\frac{1}{n}a$ と書く。(n は0ではない自然数)

ii) (1) m 等分して n 倍した量と，n 倍して m 等分した量は同じになる。

(2) これを一つの操作と考えるとき，$\frac{n}{m}$ 倍と書く。

(3) $\frac{n}{m}$ を「分数」という。

iii) 分数は，倍分することで大きさを変えずに表し方をかえることができる。

$\frac{b}{a}=\frac{nb}{na}$ (a，n は0ではない自然数)

2.7 分数の加法と大小関係

(1) 分母が同じ分数の加法

$\frac{2}{7}a+\frac{3}{7}a$ は，「量 a を7等分して2倍した量」と「量 a を7等分して3倍した量」の和だから，合わせると「量aを7等分して5倍した量」となる。このように $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$ となる。$a+b$ は自然数の加法だから，自然数の加法の計算法則は分数の加法においてもすべて成り立つ。

【問】 次の3つの分数を，小さい順に並べてみよう。

$\frac{6}{13}$, $\frac{3}{13}$, $\frac{7}{13}$

(2) 分母がちがう分数の加法

$\frac{1}{2}a+\frac{3}{5}a$ は，分母がちがうので，そのままでは計算することができない。だが，分母を同じにすれば加法ができる。分母を同じにするには倍分すればよい。倍分して分母を同じにすることを通分という。

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}=\frac{5}{10}=\frac{6}{12}=\cdots$$

$$\frac{3}{5}=\frac{6}{10}=\frac{9}{15}=\frac{12}{20}=\cdots$$

10が共通の分母となることがわかる。

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}a+\frac{3}{5}a&=\frac{5}{10}a+\frac{6}{10}a\\&=\frac{11}{10}a\end{aligned}$$

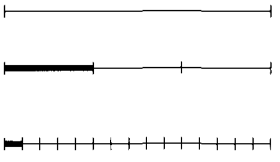
【問】 次の3つの分数を，小さい順に並べてみよう。

$\frac{3}{4}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{5}{2}$

2.8　分数の乗法

自然数の乗法 3×4 は { }×4 だった。これは {{ }×3}×4 である。だから，乗法は倍の合成と考えられる。そこで，分数の乗法も倍の合成と考えよう。

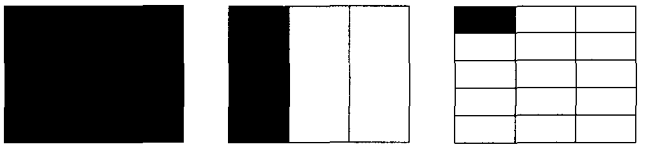
(1)　単位分数倍の合成



a

$a\times\frac{1}{3}$

$\left(a\times\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{5}$



a　　$a\times\frac{1}{3}$　　$\left(a\times\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{5}$

$$
\begin{aligned}
a\times\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}\right) &= \left(a\times\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{5}\\
&= a\times\frac{1}{3\times5}
\end{aligned}
$$

(2)　分数倍の合成

$$
\begin{aligned}
a\times\left(\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\right) &= \left(a\times\frac{2}{3}\right)\times\frac{4}{5}\\
&= a\times\left(\frac{1}{3}\times2\times\frac{1}{5}\times4\right)\\
&= a\times\left(\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}\right)\times2\times4\right)\\
&= a\times\frac{1}{3\times5}\times2\times4\\
&= a\times\frac{2\times4}{3\times5}
\end{aligned}
$$

7

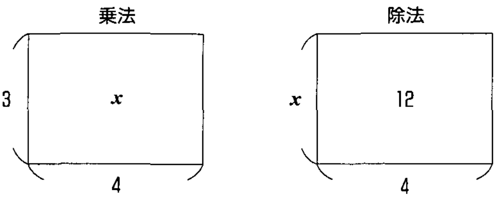
(3) 分数倍の逆

【問】 $(a\times\frac{3}{7})\times x = a$ となるような x を見つけてみよう。

a を「7等分して3倍」したのだから，それを元に戻すには「3等分して7倍」すればよい。だから，$\frac{3}{7}\times\frac{7}{3} = 1$ となる。このように，$x\times y = 1$ となるとき，「x は y の逆数」とか「y は x の逆数」という。

単位分数倍の場合も同じように考えられる。$\frac{1}{n}$ 倍したものを元に戻すには n 倍すればよい。$\frac{1}{n}\times n = n\times\frac{1}{n} = 1$ なので，$\frac{1}{n}$ は n の逆数であり，n は $\frac{1}{n}$ の逆数である。

(4) 乗法と除法

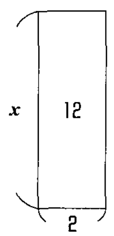


$3\times 4 = 12$　　　　　(　　　)

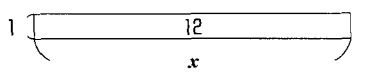
除法は $x\times 4 = 12$ となる x を求める計算で，$12\div 4 = 3$ となる。

【練習】 x を求めてみよう。

(1)

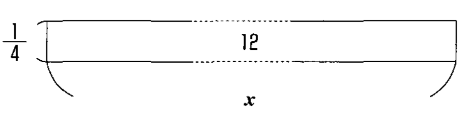


(2)



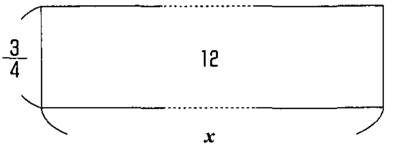
(5) 分数の乗法と除法

【問】 x を求める式を考えてみよう。



〔式が $12\div\frac{1}{4}$ であること，【練習】(2)から $x = 12\times 4$ であることを示す。〕

【問】 x を求める式を考えてみよう。



〔式が $12\div\frac{3}{4}$ であること，前問から x が $(12\times4)\div3$，つまり $12\times\frac{4}{3}$ であることを示す。実物大の具体物を用意する。分数の除法は逆数の積であることを理解させる。〕

2.9 分数の乗法の性質

〔次のような筋道でまとめる。〕

〔(1) 分数倍は自然数倍と等分の合成である。

(2) 自然数倍も等分も交換法則，結合法則が成り立つ。

(3) 自然数倍と等分はどちらを先にしても結果は同じになる。

(4) 自然数倍も等分も分配法則が成り立つ。

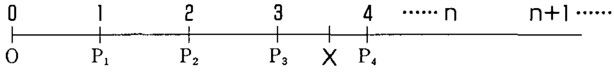
(5) ゼロ量の性質，単位量の性質。

(1)〜(5)から，分数の乗法は自然数の乗法のすべての法則が成り立つことがわかる。〕

9

3　十進小数

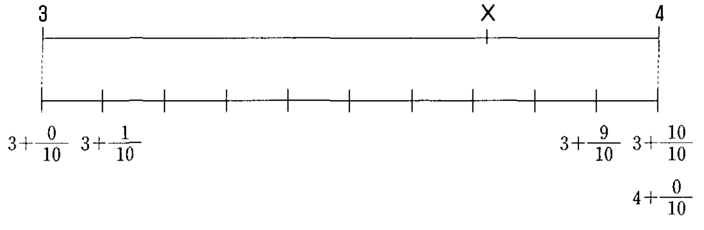
3.1　十進小数とは



数直線上の点 X はどのような数で表せるだろうか。

点 X が P_3 と P_4 の間にあったとする。

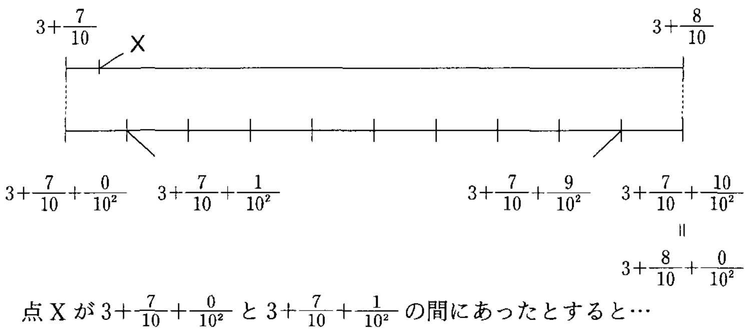
単位の長さを 10 等分してめもりを細かくする。このめもりを①のめもりとする。①のめもりで区切られた長さをあらわす分数は $\frac{1}{10}$ となる。①のめもりを分数であらわしてみよう。



点 X が $3+\frac{7}{10}$ と $3+\frac{8}{10}$ の間にあったとする。

【問】 0 から $3+\frac{7}{10}$ の間で，①のめもりで区切られた区間はいくつあるだろうか。

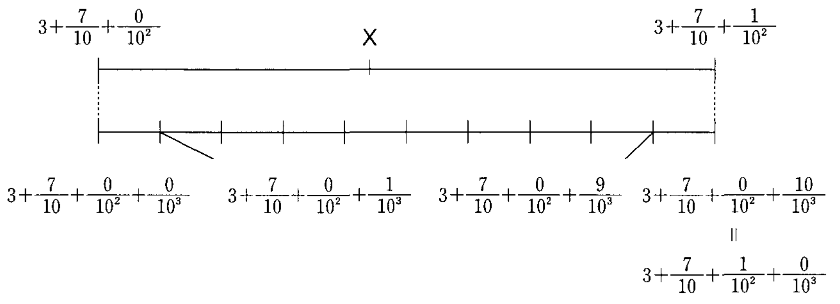
①のめもりをさらに 10 等分してめもりを細かくする。このめもりを②のめもりとする。このめもりで区切られた長さをあらわす分数は $\frac{1}{10^2}$ となる。②のめもりを分数であらわしてみよう。



点 X が $3+\frac{7}{10}+\frac{0}{10^2}$ と $3+\frac{7}{10}+\frac{1}{10^2}$ の間にあったとすると…

【問】 0 から $3+\frac{7}{10}+\frac{0}{10^2}$ の間で，(2)のめもりで区切られた区間はいくつあるだろうか。

②のめもりをさらに10等分してめもりを細かくする。このめもりを③のめもりとする。このめもりで区切られた長さを分数であらわすと $\frac{1}{10^3}$ となる。③のめもりを分数であらわしてみよう。



点Xが $3+\frac{7}{10}+\frac{0}{10^2}+\frac{4}{10^3}$ と $3+\frac{7}{10}+\frac{0}{10^2}+\frac{5}{10^3}$ の間にあったとすると…

【問】 0から $3+\frac{7}{10}+\frac{0}{10^2}+\frac{4}{10^3}$ まで，(3)のめもりで区切られた区間はいくつあるだろうか。

このようにめもりの等分をくり返していくと，3，$\frac{37}{10}$，$\frac{370}{100}$，$\frac{3704}{1000}$ というように，Xをあらわす数にいくらでも近づく数の列ができる。

もとの自然数めもりで点Xに対応する数は3

(1)のめもりで点Xを近似する数は $\frac{37}{10}$ この数を3.7と書く。

(2)のめもりで点Xを近似する数は $\frac{370}{100}$ この数を3.70と書く。

(3)のめもりで点Xを近似する数は $\frac{3704}{1000}$ この数を3.704と書く。

このように連続量の大きさを表現する方法を十進小数という。

数直線上のどんな点も十進めもりを使って，いくらでもくわしく近似できる。(有限小数)

数直線上の点を表す無限に続く十進小数を，実数という。

3.2 小数の加法・減法・乗法

i）小数の加法

【問】 次の加法を考えてみよう。

1.23 m+2.14 m ＝

十進小数の加法は自然数の加法にもどすことができるから，自然数の加法の法則はすべて成り立つ。a，b，c がどんな小数でも，

$a+b=b+a$ (交換法則)

$(a+b)+c=a+(b+c)$ (結合法則)

$a+0=0+a=a$ (0の性質)

ii）加法と同じように減法(引き算も)もできる。

7.45 m−3.24 m ＝

iii）乗法　　有限小数は分数であらわすことができるから，乗法の法則はすべて成り立つ。

4　メートル法

メートル法とは…

メートル法は，計量単位を統一するために，十進法によって作られた単位である。今では，多くの国でつかわれている。

長さの基本単位，メートル(m)は，最初は地球の子午線の北極から赤道までの長さの1千万分の1が1mであるとして決められた。だが現在は，クリプトン86原子の放射する光の波長をもとに決められている。

また，$\frac{1}{10}$ m を一辺とする立方体の体積を1リットル(ℓ)，約4℃の水の質量は1キログラム（kg)，と決められ，これが基本単位となった。

これらの基本単位の10倍や10^2倍，または$\frac{1}{10}$倍や$\frac{1}{10^2}$倍などを表す語がある。

テ　ラ：	$T = 10^{12}$	ピ　コ：	$p = \frac{1}{10^{12}}$
ギ　ガ：	$G = 10^9$	ナ　ノ：	$n = \frac{1}{10^9}$
メ　ガ：	$M = 10^6$	マイクロ：	$\mu = \frac{1}{10^6}$
キ　ロ：	$k = 10^3$	ミ　リ：	$m = \frac{1}{10^3}$
ヘクト：	$h = 10^2$	センチ：	$c = \frac{1}{10^2}$
デ　カ：	$da = 10$	デ　シ：	$d = \frac{1}{10}$

これらの語は，基本単位の記号とともに，一つの単位をつくる（Gm，Mmなど)。こういった記号を使うと，同じ量を単位をかえて表すことができる。

例

$$5000\ \mathrm{mg} = 5000 \times \frac{1}{1000} \times \mathrm{g} \qquad (\mathrm{m} = \frac{1}{1000}\ \text{だから})$$

$$= 5\ \mathrm{g}$$

このように，kやmを数そのものとしてみることができる。百分率を表す%も，$\frac{1}{100}$倍することと考えることができる。

【問】 $1\,\mathrm{km}^2$は何m^2だろう。

〔$k=1000$だから，$1\,\mathrm{km}^2 = 1 \times (1000 \times \mathrm{m})^2 = 1 \times (1000)^2 \times \mathrm{m}^2 = 10^6 \mathrm{m}^2$〕

【問】 10の0乗はどんな数だろう。