カリキュラム構築を展望した学習指導要領批判

―― 算数・数学を中心に ――

高　橋　哲　男
（北海道大学大学院教育学研究科博士後期課程）

目　次

は　じ　め　に

1998年7月に、教育課程審議会による「教育課程の基準の改善について」の答申がなされた。これを受けて、1998年12月には小学校と中学校、1999年3月には高等学校の新しい学習指導要領が告示された。小学校と中学校の学習指導要領は2002年度から全面実施、高等学校は2003年度から学年進行で実施されることになった。

告示以降、学習指導要領をめぐる多くの論文が研究雑誌に書かれるようになった。算数・数学の分野では、たとえば、『日本数学教育学会誌』に掲載の諸論文があげられる。その論調としては、解説的意味合いが強く、新学習指導要領の下でどのように教えればよいかという教師へのアドバイスを含んだものが多い。学習指導要領を批判する論文は少なく、しかも、ほとんどの場合、批判の焦点は学習項目の移動や削除という些末な部分に向けられている。

学習指導要領は、各学校がカリキュラムを編成する際の基準となるものである。したがって、学習指導要領批判は、よりよいカリキュラムを構築することを目的になされるべきである。しかし、『日本数学教育学会誌』に掲載の諸論文からは、いかなるカリキュラムを構想しての批判なのかを読みとることができない。結局のところ批判から得られる結論は、「内容が削除され、学力の低下が心配されるのであったら、これに対応する対策としては授業の質を変えることし

かないのもまた必然である」[1]という点につきている。今さら何を、の感がある。授業の質の改善は、学習指導要領の改訂とは無関係に、いかなる時にも求められるはずである。

本稿では、まず、新学習指導要領が設定する教育目的論に対して批判を加える。次に、教育内容・教材構成の視点から、学習指導要領にはカリキュラム構成の論理がほとんど存在しないことを、算数・数学教育を例にしながら明らかにする。最後に、現時点で構想される数学教育のカリキュラム構成論を、解析学・幾何学・代数学に分けて論じる。

新学習指導要領には、2つのキーワードがあるといえる。「ゆとり」と「生きる力」である。前者は、「完全学校週5日制」導入を契機とした授業時数の削減と「教育内容」の「厳選」となって現れる。「完全学校週5日制」の是非とそれによって本当に「ゆとり」が生まれるかについては、本稿の考察対象としない。削減される授業時数をどの教科にどれだけ割り振るべきかという問題も、範囲外とする。まず、「生きる力」の問題点の考察から始めよう。

1　教育目的論の視点

1.1 「生きる力」と教育の敗北主義

新学習指導要領のなかには「生きる力」の定義らしいものは見つからないので、それを知るためには、教育課程審議会の答申を読むのがよいと思われる。「生きる力」に関連しそうな部分を引用してみる。

- 教育においては、社会の変化を見通しつつ、これに柔軟に対応し得る人間の育成を期する必要がある。
- 学校教育は言うまでもなく、次代を担う子どもたちの教育を行う場であり、これからの社会の変化を見通し、その変化に適切に対応できる力を育成することもまた極めて重要である。
- 激しい変化が予想される社会において、主体的、創造的に生きていくためには、[中略]自ら考え、判断し行動できる資質や能力の育成を重視していくことが特に重要なこととなってくる。

社会の「激しい変化」を「見通し」、「柔軟に対応し」、「主体的、創造的に生きていく」力のことを、「生きる力」と考えてよさそうである。荒れ狂う自然の脅威の前に無力な原始的人類が、何とかしてサバイバルしていこうとしている姿が、重なって見えるような気がする。現に生きている児童・生徒に対して、わざわざ「生きる力」を身につけさせようとする意図は何だろうか。それを身につけなければ「死」に至ると言わんばかりである。

「われらは、個人の尊厳を重んじ、真理と平和を希求する人間の育成を期するとともに、普遍的にしてしかも個性ゆたかな文化の創造をめざす教育を普及徹底しなければならない」。教育基本法の前文に謳われたこの高らかな理想はどこへ行ったのか。答申には、確かに、「創造的」という言葉も見える。しかし、それはあくまでも、「激しい変化が予想される社会」におけるそれでしかない。梅原利夫は、「社会の変化を創り出しそれを担っていく主体に、私たち一人ひとり

1) 半田進「新しい学習指導要領と考えさせる授業の実践 —— 内容の削減には授業の質の改善によって対応しよう —— 」(日本数学教育学会『日本数学教育学会誌』第81巻第3号、1999年) 39頁。

がなりうるのだという側面が無視されている」[2]と述べている。この点に同意する。「創造的」という言葉には、社会そのものを創造的に変化させるという意図は、含まれていないのである。「社会の変化に柔軟に対応」すると言えば聞こえはよいが、それは、社会の変化に流されるままになるということでもある。教育基本法にある「個性ゆたかな文化」あふれるような、人類にとって望ましい未来を切り開き創造していこうとする人間を育てることこそが、教育の本来の目的ではないか。それを忘れ、「社会の変化に柔軟に対応」する人間を育てようとすることは、教育の敗北主義である。

1.2 知識を教えることの否定

教育の敗北主義は、知識を教えることを否定することによって現実化される。「単なる知識の伝達や暗記に陥りがちな内容」を「削除」しようとする。そして、「自ら考え、判断し行動できる資質や能力の育成」が重視される。算数・数学では、数学的見方や数学的思考力の必要性が強調されている。

これについては、「批判」も出されている。

> 今回の改訂で育成すべき学力として、新学力観にもとづく学力が考えられていたことは前述の答申の記述からも明らかであろう。つまり、知識の量や技術の習熟を重視した学力でなく、興味・関心や態度、考える力等、情意や思考力を中核とした学力である。この学力観自体、現在、大かたの人々に肯定的に受け入れられているものと考える。
>
> この情意や思考力を中核とした学力は、これからの数学教育にとっても重要である。しかし、この学力は、情意や思考力だけで成り立つものでない。より質の高い創造的な知識や技能がこの学力を構成するうえで不可欠である。よく言われる基礎的、基本的な知識や技能とは、このような創造的な知識、技能である。新学力観の提唱の過程で、情意や思考が過度に強調され、知識、技能が低く見られるような傾向があったとすれば反省すべきである。[3]

情意や思考を過度に強調することを批判し、知識・技能の不可欠さに言及しているあたりは、一見、頷けそうに思われる。しかし、ここでは、「創造的な知識」という言葉を問題にしたい。筆者には、創造的でない知識は存在しないように思われる。それでも仮に、そのような知識があると考えてみてもよい。しかし、教育の課題のひとつには、限られた時間のなかでどれだけ多くのことを教えることができるかということがある。したがって、教える知識はすべて、創造的なものであるべきである。ある知識を教えることが、その知識の外部の世界への目を自然と開かせる、あるいは、その知識を一般化した場合について自然に思いを致させる。知識を、そのようなものとして再定義する必要がある。[4]

---

2) 梅原利夫『指導要領をこえる学校づくり』新日本出版、1999 年、123 頁。

3) 山下昭「数学の学力をどう考え、どう維持するか」(日本数学教育学会『日本数学教育学会誌』第 81 巻第 1 号、1999 年) 28-29 頁。

4) このあたりの論述に際しては、須田勝彦「小学校高学年の数学教育の内容と相互関連について」(北海道大学教育学部教育方法学研究室『教授学の探究』第 13 号、1996 年) を参照した。

学習指導要領は、「自ら考え、判断し行動できる資質や能力」と「単なる知識」の二元論であった。山下は、「学力」を構成する「情意や思考力」と「創造的な知識」や技能の二元論のようである。結局どちらも違いがないのである。このような二元論はもうやめよう。真の意味での知識を教えることを、ためらってはならない。

1.3 「数学基礎」新設の意味

教育の敗北主義は、数学教育においては、数学を教えることを半ばあきらめようとする思想となって現れる。新学習指導要領によって高等学校に「数学基礎」が新設されることは、この思想のひとつの「結実」といえる。

「数学基礎」は、「数学Ｉ」との選択必修科目になっている。従来からある「数学Ｉ」の目標を見てみよう。「方程式と不等式、二次関数及び図形と計量について理解させ、基礎的な知識の習得と技能の習熟を図り、それらを的確に活用する能力を伸ばすとともに、数学的な見方や考え方のよさを認識できるようにする」。「活用する能力」、「数学的な見方や考え方のよさ」など、わからない言葉も多い。しかし、少なくとも、「方程式と不等式、二次関数及び図形と計量」という数学的概念が盛り込まれていることがわかる。一方、「数学基礎」の目標は、「数学と人間とのかかわりや、社会生活において数学が果たしている役割について理解させ、数学に対する興味・関心を高めるとともに、数学的な見方や考え方のよさを認識し数学を活用する態度を育てる」となっている。数学的概念が何もない。ついに、数学を教えることを放棄した科目が、教科としての数学の中に登場したのである。

しかし、この新科目「数学基礎」を歓迎する声もある。

- 上の答申［教育課程審議会の答申 —— 引用者］から見えてくるものは、数学の文化としての側面である。これをとおして、本来の数学を深めていくことができる可能性がある。数学は、その歴史が示すように本質を見極めつつ、抽象化していく中で育ってきたからだ。［「数学基礎」では —— 引用者］中学校からの連続性は維持しつつ、「市民の数学」ともいえる数学を行うことができるのではないか、という期待を持たせる。[5]
- 数学を苦手とする生徒たちも選択する「数学基礎」こそ、数学の文化的な側面である、数学の美しさを正面から取り上げることができるのではないでしょうか。[6]

両者に共通して登場する「数学の文化としての側面」あるいは「数学の文化的な側面」という概念は、数学の「文化的ではない」側面に対置されるものである。ところが、人類は世代交代を繰り返し知識の生産と伝達を行う歴史的存在であり、数学もまた人類の歴史的活動の中から生み出されたものである。数学は、まぎれもなく、人類の文化そのものなのである。したがって、その「文化的な側面」を云々することはナンセンスである。

「数学基礎」の「内容」は、次の３つからなるとされている。「数学と人間の活動」、「社会生活における数理的な考察」、「身近な統計」である。「数学と人間の活動」では、「数学における概念の形成や原理・法則の認識の過程と人間や文化とのかかわりを中心として、数学史的な話

---

5) 数学セミナー編集部「次期算数・数学カリキュラムはどうなるか」（『数学セミナー』1998 年 12 月号）76 頁。
6) 岡部恒治「新科目『数学基礎』に期待する」（『数学セミナー』1999 年 3 月号）40 頁。

題を取り上げるものとする」とされている。「数学史的な話題」とは、たとえば、アルキメデスが幾何学の問題を解くのに没頭するあまり兵士に殺されたという、逸話のようなものだろうか。それを生徒に伝えることによって、生徒の「興味・関心」を惹くことができるのならば、伝えることもよいであろう。生徒に、学問研究の崇高さを教え、戦争を憎む心を育てることさえできるかもしれない。しかし、それは、数学教育を何もしていないということに注意しよう。「数学史的な話題を取り上げる」とされている「数学基礎」は、生徒に数学を教えることを否定しているのである。まがりなりにも数学を教えようという「数学Ⅰ」とそれを否定する「数学基礎」とを並べて、選択必修としている。ここにも、二元論が顔を覗かせているのである。

2　教育内容・教材構成論の視点

2.1 「教育内容3割削減」論の再検討

上に述べたような二元論の背景にあるのは、おそらく、これまでの教育は知識を偏重して論理的思考力の育成を軽んじてきたという反省であろう。しかし、論理の連鎖によって構成されている学問的知識を教えたにも拘わらず論理的思考を身につけられないということは、本来あり得ない話である。だとすれば、知識を偏重してきたという前提を否定してみる必要がある。知識の教え方について反省してみるべきなのである。

しかし、現実は、教育方法を改善するというよりも、「教育内容」を削減する方向へと向かっている。「週5日制による総時間数の減や総合的な学習のための時間をとるために、数学の時間も他の教科同様14%減らされた。さらに、ゆとりをもって学習ができるようにと現在の30%の内容が減らされた」[7]「教育内容3割削減」という言葉もまた、新学習指導要領を飾る枕詞のようになっている。

授業時間数についてならば、それを計算する意義があるかどうかは別として、削減率を求めることはできるだろう。しかし、教育内容の3割削減とは、いったいどういうことだろうか。『数学セミナー』には、もう一桁「精確な」数字が見られる。「小学校では約31パーセントの内容が減ることになる」、「削減率は、中学校では約35パーセントである」[8]

この細かな数字は、1998年6月23日の『朝日新聞』のなかにも見られるのであるが、根拠となる計算式は示されていない。数学教育に大なり小なり関心を持つ人々が、根拠なき数字を無批判に受け入れてきたとすれば、滑稽である。「3割」の根拠は、おそらくは、学習指導要領の中に現れる教えるべき項目の数、あるいは、その項目に費やすべき「標準配当時間数」の合計から割り出されたのであろう[9] 前者ならば、項目の数を内容の量を表すものと考えている、その数認識・量認識がまったく理解できない。中学校から削除された「一元一次不等式」を「1」と数え、また、同じく削除された「円」も「1」と数えるとはどういうことであろうか。後者ならば、それはやはり単なる時間数の削減率にすぎなくなる。「教育内容3割削減」論は、できるはずのない教育内容の定量化によって立っているといえる。

---

7) 杉山吉茂「改訂学習指導要領に対しての基本的な考え」（日本数学教育学会『日本数学教育学会誌』第81巻第1号、1999年）19頁。

8) 数学セミナー編集部「次期算数・数学カリキュラムはどうなるか」（『数学セミナー』1998年12月号）74頁。

9) 『数学教室』には、「K社の配当時間表に基づいて計算」された削減率が載っている。新海寛「新しい世紀には新しい革袋が」（数学教育協議会『数学教室』1999年7月号） 9頁参照。

いや、そもそも、学習指導要領に書かれているのは単なる項目であって、そこにはもともと内容などなかったのである。したがって、その3割など考えられないのである。教育内容は、教育目的と教育方法双方から規定される。それを教えることが教育目的の達成につながること、そして、それを教えることが可能な事柄が、教育内容になり得る。標準時間数を頼りにしてその範囲内で教えられることを教えるのではなく、何が教えるに足る、また、教えるべき内容であるのかを、学習指導要領にある項目とは別に問い直す必要がある。

2.2 「基礎・基本」とは何か

教育課程審議会の答申には、「教育内容の厳選」の他に、「基礎・基本の確実な習得」を図るようにしなければならないとも書かれている。

「基礎・基本」という場合、なぜそれが基礎・基本足り得るかを言わなければならない。そして、それがどのような全体の基礎・基本かを言わなければならない。三角形の面積を求めることは、多角形の面積を求めるための基礎であろう。なぜなら、多角形の面積は、三角形に分割することによって求められるからである。しかし、三角形の面積を求めること自体が、直観的な面積概念と点や線分・三角形などの基礎概念とを理解して初めて認識される、応用的な活動である。そのように見ると、決して基礎とはいえない。

最も重要なのは、「基礎・基本」よりも、教育の力によって子どもたちをどのように変えたいのかという教育目的論である。次に重要なのは、目的を達成させるための教育内容論である。そして、最後に、その教育内容のなかから最も本質的で中軸をなす概念が抽出される。この概念が、「基礎・基本」である。初めから「基礎・基本」が重要なことがらとして存在するわけではない。そして、教育内容全体の教授を通して教育目的が達成されるのであるから、「基礎・基本の確実な習得」のみを図ろうとするのであれば、それは本末転倒した論理といえよう。

学習指導要領の小学校第3学年の「内容」のなかに、次の文がある。「3位数の加法及び減法の計算の仕方を考え、それらの計算が2位数などについての基本的な計算を基にしてできることを理解すること」。自然数の加法の計算を教えるとは、あらゆる自然数同士の加法の計算ができるようにすることである。しかし、自然数は無限であり、教える時間は有限である。したがって、限られた時間の中で、子どもに「どんなに大きな自然数の足し算でも、時間さえかければできる」という認識を形成することが目標になる。その認識は、「1位数同士の加法と繰り上がりの原理」が自然数の加法の計算の基本であるという認識を媒介として、得られるものである。3位数の加法における基本は、1位数同士の加法と繰り上がりの原理である。「2位数などについての」計算が基本的なのではない。

しかし、学習指導要領にはこのような認識が見られない。第2学年には、「2位数までの加法及びその逆の減法の計算の仕方を考え、それらの計算が1位数などについての基本的な計算を基にしてできることを理解し、それらの計算が確実にできること」とある。2位数については第2学年で扱ったから、第3学年ではそれを基本として3位数の加法・減法を考えさせる、ということであろう。ここから察すると、4位数については3位数を基本として、5位数については4位数を基本として、加法や減法を行うということになる。これでは、すべての自然数の計算が、それ以上の桁数の計算の基本ということになり、基本は増える一方である。基本は少なければ少ないほどよいという、基本についての本質的理解が欠けている。

むろん、「あらゆる自然数同士の加法の計算ができるようにする」といっても、そこには、無

限の概念が介在してくる。学習指導要領が、「第2学年では2位数まで、第3学年では3位数まで」と桁数を限定しているのは、好意的に解釈するならば、無限の概念を避けたものとも考えられる。しかし、無限は、数学のカリキュラムのなかで、いずれは獲得してもらわなければならない概念である。有限桁の自然数の加法の中には、「1位数同士の加法と繰り上がりの原理」が繰り返し現れる。その事実を通して、無限についての素朴な感覚を与えることは可能であろう。「第2学年では2位数まで、第3学年では3位数まで」と限定することは、無限という数学的に重要な概念に接近するチャンスを失わせることになるのである。むしろ、2位数以上の加法を扱うのであれば、ある程度の桁数まで一度に扱った方がよい。計算が実際に合っているかどうかは、ほとんど問題にならない。「どんなに大きな自然数の足し算でも、時間さえかければできる」ことを認識するために、遊びとして、5桁や10桁程度の自然数の足し算を最後に扱ってみるというのもよいのではないだろうか。

中学校の学習指導要領から削除された、2次方程式を解くための解の公式についても、同様のことがいえる。解の公式を扱うことをやめ、簡単な因数分解の公式を用いて解くことのできる2次方程式のみを扱おうというのである。あらゆる2次方程式を解くことを可能にする解の公式こそが、2次方程式の学習において獲得されるべき基本であろう。「数量、図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め」るという、学習指導要領が掲げる目標から見ても、この点は明らかな改悪である。

2.3 数学史の有効性

「数学史的な話題を取り上げる」とされている「数学基礎」に対する批判を先に述べたが、数学史あるいは数学史研究の有効性は、必ずしもないわけではない。

子どもの科学的概念の理解とそれにともなう知的喜びの獲得のためになるならば、利用可能なことはすべて利用するべきである。これは、教授学の根本的原理である。数学が人類の歴史の中で誕生してきた以上、数学教育において数学の誕生してきた歴史を顧慮することは、あってしかるべきである。数学教育においてある概念を教えようとする際、その概念が歴史的に誕生する直前の状況に児童・生徒をおき、その概念を生み出した数学者と同じ思考過程をたどらせるようにするという教育方法は、有効である場合がある。児童・生徒を数学誕生の物語の中におくという方法である。数学史あるいは数学史研究の数学教育における有効性は、それらがこのような形で数学教育に取り込まれる限りにおいて存在する。

例えば、高等学校の数学IIの対数関数を考えてみよう。これの「内容の取り扱い」には、「対数計算は扱わないものとする」とある。「対数計算」が具体的にどのようなことを指すのかは、説明がない。しかし、対数と計算を切り離しては、対数関数の本質を伝えることは不可能である。それは、ネピアによる対数発明の歴史を見れば明らかになる。大航海時代、航海の安全のために、天文学の発展がヨーロッパ社会の課題となっていた。天文学者たちは、天体の位置から船の位置を求めるために、桁の多い数の乗除とその平方根や立方根を求めるような複雑な計算を繰り返していた。ネピアは、このような乗除や開法計算をより簡単な加減の計算に還元できないかという問題意識と取り組む中で、対数を発明したのである。[10]

教科書では、普通、対数関数は指数関数の逆関数として定義される。逆関数を考える必然性

10）志賀浩二『数の大航海 —— 対数の誕生と広がり ——』日本評論社、1999年、特に68-71頁参照。

をともなわない、空虚な定義なのである。しかし、対数発明の数学史から見ると、対数関数は対数関数として独自の必然性をもって定義されるべきであるということが、より一層明らかになる。「指数現象を見るメガネとしての対数関数の指導」[11]は、この点を考慮して構成されており、対数関数の本質に迫る授業案である。

3　算数・数学カリキュラム構成論の視点

3.1　比例を軸とした解析学

学習指導要領に対する批判を建設的なものとするためには、あるまとまった領域の教育内容を、その教材とともに、教授プログラムの形で提示することが必要であると考える。個別の教授プログラムを作成する論理は、その教科の全体的カリキュラムから規定される。とはいえ、その全体的カリキュラムの提示は、教授学の完成とほとんど同義であろう。ここでいうカリキュラムは、理念的カリキュラムである。理念的であるから、その実現可能性は、個別の教授プログラムの確定に依存する。以下では、小学校から高等学校までの算数・数学教育において、どのような理念的カリキュラムが、どのような具体的教授プログラムをともないながら、現実的カリキュラムになりつつあるかを見てゆく。

まず、解析学の分野では、比例がカリキュラムの中軸を占める概念である。等速運動における速さのような内包量概念を基礎として、小学校で正比例関数を教えることができる。中学校では、一般の1次関数と2次関数が扱われる。1次関数では、y の増加量が x の増加量に比例する。2次関数は、加速度が時間に比例する等加速度運動を表現する関数である。そして、高等学校で学ぶ微分法は、関数を1次関数で近似しようとする方法である。

学習指導要領には、このような比例を軸としたカリキュラム編成の理念は見られない。中学校第3学年の「内容」の「数量関係」の部分には、「具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数 $y=ax^2$ について理解するとともに、関数関係を見いだし表現し考察する能力を伸ばす」とある。第2学年で扱われる1次関数についての記述を見ると、「関数 $y=ax^2$」が「一次関数」に、最後の「伸ばす」が「養う」になっているだけである。2次関数は、1次関数とは違う関数というだけの扱いといえる。2次関数が比例の目で見られるとき、その道は微積分へと続いてゆく。[12] 小学校から高等学校までの解析学を、比例の概念で貫いたカリキュラム構築は、実現可能性のあるものとして魅力的である。

今後は、個別の教授プログラムを確定していく課題のほか、小学校の早い段階から比例の概念を扱う可能性を探る作業が残されていると言えるだろう。比例の出発点は内包量といった考えを、洗い直す必要があるのではないかという問題である。小学校2年生で学ぶ乗法の世界は、素朴な比例感覚の上に成立する。また、「数は量の倍変換である」という立場[13]からは、数そのものと比例の関係も問題になってくる。このことは、「数とは何か」という数学教育の根本問題と切り結ぶ難しい課題である。

11) 数学教育協議会『数学教室』1999年3月号、8-41頁参照。

12) 大田邦郎「高等学校における微積分の初歩としての二次関数の指導過程」(『北海道大学教育学部紀要』第40号、1982年) 参照。

13) 田村二郎『量と数の理論』日本評論社、1978年参照。

3.2 変換の幾何学

幾何学のカリキュラム編成の基本原理と考えられるものは、F.クラインの思想である「幾何学はある変換群による不変性を追究する学問である」[14]に求められる。さしあたり、小学校高学年における合同変換群と相似変換群の指導が考えられる。[15]新学習指導要領では、線対称・点対称が中学校第1学年、三角形の合同が第2学年、三角形の相似が第3学年で扱うものとされた。小学校でも楽しく教えることが可能な教授プログラムの存在は、学習指導要領のこの部分についての改訂が改悪であったことを示している。楽しみを先送りする必要はないのである。

しかし、今後の課題も多い。そのひとつは、合同変換群と相似変換群の教授プログラムを中心に据えながら、中学校及び高等学校における幾何教育の展開を考えることである。中学校においては、有理数とその平方根からなる数の世界と結びついた三平方の定理、及び、円が教材となろう。これらが変換群の立場からどのように教授プログラムとして具体化されるかは、未知数である。そして、高等学校における、1次変換群の指導方法の確立の問題がある。現行の学習指導要領では、行列は扱われるが1次変換は扱われない。新学習指導要領では、数学Cの「内容」に、「行列の概念とその基本的な性質について理解し、[中略] 連立一次方程式を解くことや点の移動の考察などに活用できるようにする」と書かれている。1次変換が復活したと考えられ、この点は改善といえる。高等学校で扱われる平面上の1次変換は、一般の線型代数への入り口となる。線型代数を豊かな幾何学的イメージとともに教えるということは、代数のみならず幾何教育の課題でもある。[16]

もうひとつの課題は、小学校高学年での合同変換群・相似変換群の指導を可能とさせるような、その前段階の教育内容・教材構成である。幾何学は紙の上の学問なのではなく、物理的空間についての学問なのであることを理解させたい。そのなかで、点や直線、平面などの概念が直観的に獲得されればよい。H.フロイデンタールは、次のように述べている。

> 幾何学とは空間の理解である。そして、それは子どもの教育についてのことなので、子どもが生活し、呼吸をし、活動する空間を理解することである。よりよく生活し、呼吸をし、活動するために、子どもたちが知り、探検し、征服しなければならないような空間である。われわれは、この空間に慣れすぎて、それがいかに重要であるかということと、それがわれわれが教えているものであるのだということをイメージできなくなっているのではないか？[17]

先に述べたクラインの思想は卓越している。合同変換群（その部分群である平行移動群や回転群も含まれる）と相似変換群の教授プログラムも、この思想に基づきながら作成された。「変換群による不変性の追究」が、小学校から高等学校までの幾何教育のカリキュラム全体の構成

14) F.クライン「エルランゲン・プログラム」(『現代数学の系譜7』共立出版、1970年) 277-278頁参照。

15) 前田輪音「合同変換の授業プランとその授業記録 ――『鏡による図形の移動』の改訂 ――」(北海道大学教育学部教育方法学研究室『教授学の探究』第12号、1994年)、及び、前田輪音「授業書『ホモセティー』と授業記録 ―― 幾何教育における相似変換の指導の一環として ――」(北海道大学教育学部教育方法学研究室『教授学の探究』第12号、1994年) 参照。

16) 線型代数の教育内容構成論については、拙稿「文系大学生を対象とする線型代数の教育内容構成論」(『北海道大学教育学部紀要』第77号、1998年) 参照。

17) H. Freudenthal, Mathematics as an Educational Task, Dordrecht, 1970, p. 403.

原理として、相当な有効性をもつことは疑いないであろう。しかし、それが限界性をもつこともまた疑いないのである。

3.3 代数学

代数学は、演算の定義された集合の性質を研究する学問である。代数学の指導においては、まずこのことを忘れないようにしたい。「数」の「代」わりに文字を使うのが代数学だとすれば、なぜ「代」わりにしなければならないのかが疑問になる。「数で間に合うのになぜわざわざ文字にして、難しくするのか」。児童・生徒がこのように考えて文字を嫌いになるのは、代数学の定義の誤りに由来するのではないだろうか。

現行の学習指導要領では、小学校で、正の有理数（分数）の四則演算が完結する。新学習指導要領においても、この点は変更されなかった。中学校では負の数が導入され、数の範囲が拡張される。有理数全体のなかでの演算法則も学習されるが、教科書では、その「説明」は、「小学校で習ったのと同様に」という形をとる。とてもまともな説明とはいえない。中学校での負の数の導入が中学校数学のつまずきの主な要因になっていることから、中学校数学入門期の代数の教授プログラムの作成が、差し迫った課題と考えられる。[18]

また、中学校では、正の数の平方根という形で実数が導入される。しかし、実数は正の数の平方根のみではないので、このような導入方法は実数概念の豊かな理解を妨げるおそれがある。2次方程式の実数解になりうる数として正の数の平方根が導入されるという、事情はわかる。しかしながら、高等学校数学までに「実数とは何か」を教えたいという目標があるなかで、正の数の平方根がこのような形で位置づくのかどうかは、検討されなければならない。

「代数学は、演算の定義された集合の性質を研究する学問である」というのは、代数学のカリキュラム構成においてひとつの軸となる命題であろう。しかし、それは、解析学における比例や幾何学における変換群などと比べると、弱々しい軸である。教授プログラムの作成に対してどれほど大きく貢献することができるかは、未知数なのである。そのような場合、その教育内容と方法において比較的成功している数学の他の領域から、利用できるものを探すことが重要である。以下では、解析学のカリキュラム構成の軸たる比例の世界から抽出される概念である比の、代数学指導における意味づけを試みてみよう。

小学校第6学年の「内容」の「数量関係」には、「簡単な場合について、比の意味を理解できるようにする」とある。そして、「内容の取扱い」には、「具体的な場面を通して数量の関係を調べ、等しい比があることを理解する程度とするとともに、比の値は取り扱わないものとする」とある。「等しい比」は理解させるが、「比の値」は取り扱わないというのである。「比の値 $\frac{a}{b}$ と比の値 $\frac{c}{d}$ が等しいとき、比 a：b と比 c：d が等しい」と定義するのが自然であろう。しかし、比の値を扱わないのであれば、このような定義はできない。もちろん、ad＝bc のとき a：b＝c：d と定義すれば、比の値を使わずにすむ。しかし、それはあまりにも寂しい話である。「比の意味」も貧しいものとなってしまうだろう。

a と b が同種の量のとき、その比 a：b は倍になり、異種の量のとき、a：b は内包量になる。「比の意味」を明らかにするためにも、比はこのように、量的な説明をともなって教えられるべ

18) この点については、本誌に掲載されている「中学校数学カリキュラム再構成の試み —— 入門期の中学校数学を中心に ——」を参照のこと。

きである。量の概念を媒介として、a：b=c：dからa：c=b：dへと行き着くこともできる。しかし、分数と似たところのある比をわざわざ教える目的は、量の概念を離れてa：b=c：d⇔a：c=b：dを使いこなすことではなかろうか。比は、小学校までの比例の総まとめ的意味をもつほか、中学校へ向けた本格的な代数学への第一歩となる教材である。[19]

おわりに

新学習指導要領には、教育の敗北主義がはびこっている。豊かな未来を創造する人間の育成を放棄し、また、知識を教えることを否定する方向へと向かっている。「ゆとり」のために、教育「内容」が大した根拠もなく削除されたり移動されたりしている。「〜については取り扱わないものとする」や、「深入りしないものとする」という「内容の取り扱い」に関する制限が、学習すべき内容のまとまりを歪めている。これは、学習指導要領がカリキュラム構築への展望をもたないことに由来する。

算数・数学においては、「数学的な見方」や「論理的思考」が重視され、学問としての数学を教える立場は無視されようとしている。あるいは、事態はもっと深刻かもしれない。高等学校に新設される「数学基礎」は、「数学史的な話題」提供の場になるだけかもしれない。高校生に学問としての数学を教えることを否定した結果、「数学的な見方」や「論理的思考」さえも教えられなくなる可能性が生じてきたのである。学習指導要領は、自らが内包する矛盾に気づいていない。

しかし、筆者は、オプティミスティックにこの状況を捉えたいと考える。「数学的な見方」や「論理的思考」を身につけさせようという目標の中に、学問としての数学を教える可能性を見いだす。数学は「数学的な見方」から生まれるのであるし、数学そのものが「論理的思考」の結果の塊である。したがって、「数学的な見方」や「論理的思考」を教えたいのならば、数学を教えることが最善・最短の道なのである。同様に、「数学史的な話題」を提供したければ、数学を教えればよい。「数学史的な話題」の中心に位置づくものは、ある数学者の生きた時代背景や人生などではなく、他ならぬ数学なのだから。

19)「本格的な」と断るのは、例えば加法の結合法則 $(a+b)+c=a+(b+c)$ や交換法則 $a+b=b+a$ もまた代数学の基本法則だからである。自然数の加法を教える時には、加法の結合法則と交換法則も教えなければならない。したがって、代数学は、小学校1年生からすでに始まっているとも考えられるのである。