数学教育史の中の分数

―― 授業書「新しい数―分数（改訂版）」の歴史的位置付け ――

岡　野　　　勉
（新潟大学教育人間科学部）

目　　次

0．はじめに

(1) 銀林氏による論評の問題点

『数学教室』2001年6月号に，筆者の文責による授業研究「授業書『新しい数―分数(改訂版)』による分数の導入―《商分数の論理》と《分割分数の論理》の区別と統一を基本的観点として」を発表した[1]。これは，1998年11月，新潟県巻町立越前小学校4年生を対象として実施された実験授業の結果に関する報告，分析，評価を内容とするものである。発表にあたっては，授業書の第1章「新しい数―分数」の前半部分（主として，長さの測定を通して分数の導入・定義を行う）に主要な対象を限定した[2)3)]。

副題に示したように，私たちの授業づくりの最もオリジナルな点は，「《商分数の論理》と《分割分数の論理》の区別と統一」という観点を設定した点，この観点を，単位分数から一般の真分数，仮分数への定義の拡張に適用した点にある。この観点を設定した理由は，教育内容（ここでは分数の定義）の論理的構造に関する分析結果にある。そして，この観点の必要性と重要性は，実験授業を通して，子どもたちによって証明された。もちろん，適用の具体的な方法については問題がなかったわけではなく，この点については今後の課題として残されている。ここまでの内容については上記の授業研究において報告した通りである。

その後，『数学教室』2001年8月号に，銀林浩氏による論評「6月号の実践『分数の導入』を評する」が掲載された[4]。早々に筆を執って頂いたことには感謝する。しかしながら，その内容は極めて粗雑であり，十分な検討に基づいて執筆されたものとは考えにくい。その理由について次に述べる。

先に述べたように，われわれは，分数の導入過程における重要な観点として，「《商分数の論理》と《分割分数の論理》の区別と統一」という観点を設定した。これに対して，銀林氏は，両者の「等価性に固執しているところが，かなりイデオロギッシュで理解を難しくしている点がある」と論評している。

これは表現の不適切さを除けば，正当な内容を含んでいる。われわれは，確かに，上記の観

点に「固執」している。先に述べたように，この観点の設定と適用は，われわれの授業書の最もオリジナルな点である。しかしながら，銀林氏の論評においては，この点について，「異議がある」と述べられているだけであり，その具体的な内容，理由については何も述べられていない。最もオリジナルな点であるにもかかわらず，その重要性にふさわしい扱いがなされていない。これが第一の理由である。なお，上記の「理解を難しくしている」は意味が不明である。誰にとって「難しい」のか，明確に述べられていない。

第二に，上記の点に関連するが，われわれの授業書の基本的性格に関する理解が不適切である。授業過程に関する具体的な検討も行われているが，基本的な理解が不適切なため，検討の対象においても，観点においても，重要な問題点が含まれている。

銀林氏は，「内容は要するに，２段階までの互除法による分数の指導」という理解を示し，その上で，「互除法の導入としては最も荒っぽい授業」，「互除法の論理が貫徹」していない，などの批判を行っている。

６月号の授業研究において，われわれは，「量の測定」という観点から，従来の「互除法２段階」における「測定方法を互除操作に限定する必要は特にない」という立場を示した。そして，そのような立場から，従来の「互除法１段階」，「互除法２段階」については，「測定１段階」，「測定２段階」と呼ぶことを提案した。上記の立場，提案に示されているように，われわれは，「互除法の論理」を「貫徹」させることなど全く考えていないのである。

連続量の測定において生じた端下量の数値化については，①互除法の発想を活用し，端下量によって単位量を測定する方法，②単位量を等分割して端下量を測定する方法が考えられる。銀林氏の論評においては，両者の区別が重要視され，われわれの授業書は①を「貫徹」させようとするもの，これに対して，銀林氏の立場は②を重要視するものと位置付けられている。この点は次の記述に端的に現れている。「私は岡野氏とは逆に，試行錯誤的に単位量を等分割して分母を見付け出す経験こそが，分数を本当に理解させるのに不可欠だと思っている」（傍点は岡野）。

基本問題はこの点には存在しない。上記①②のいずれか一方を唯一の測定方法とする立場は一面的である。両者の区別にのみ注目し，その連関を見ようとしていないからである。このような立場にもとづく議論が意味ある成果を生み出すとは考えにくい。われわれは，「測定」という概念によって両者を統一的に把握することが重要であると考えている。

銀林氏の論評においては，授業書の問題１（従来の「互除法１段階」）および問題４（従来の「互除法２段階」）の授業に関する具体的な検討が行われている。先に述べた，「測定」に関するわれわれの見方については，６月号においては，問題１および問題４の授業過程を対象とする分析において示している。しかしながら，銀林氏の論評において，この点についてはまったく無視されており，もっぱら，授業の否定的側面が強調されている。

第三に，最近の分数論議との関係について，「提案者達がこれらの論争をどう検討し，評価したのかは，定かではない」と述べている。特集のテーマから外れるため，この点に関する具体的な説明は行っていない。報告の全体を通して読者に考えて頂くことを期待したからである。ただし，関連する点については，部分的にではあるが，指摘している。例えば，先に述べた「測定」概念の位置付けに関連して，小島順氏の次の指摘を引用した。「互除法的測定は，小学校算数の範囲では，測定の一般的方法であり得ない」。

第四に，分数を定義する方法，すなわち，《分割分数の論理》，《商分数の論理》について，わ

れわれの定義を批判している。

《分割分数の論理》を単位分数の自然数倍$\left(\frac{b}{a}=\frac{1}{a}\times b\right)$とした点について，「これだと西欧流の単位分数主義と区別が付かない」，「『a等分してb倍する（÷a×b)』というのが正確なのではないのか？」。《商分数の論理》に対しては，「『bをa等分する』を何の前提もなく，『a個分でbになる（x×a＝bの解)』と同一視しているのはいかがなものか？」と批判している。そして，総括的に，「用語というものは，通常と同じに使って欲しい」と述べている。

これは根拠不十分な批判である。銀林氏による定義だけが「正確」で「通常」な定義なのか？「西欧流の単位分数主義と区別が付かない」ことにより，どのような問題点が生じるのか？そもそも，分数の定義について，「通常」，「正確」な方法が共通認識として成立しているのか？最近の分数論議は，まさにこの点に対する問題提起なのではないのか？ —— これらの疑問が直ちに生じる。

根拠不十分な「通常」，「正確」と同じか否かが問題なのではない。基本的な概念に関する定義を明確に示しているか否かが問題なのである。また，《商分数の論理》に対する批判においては，どのような「前提」が必要なのかが不明である。なお，この点に関連して，われわれは，授業書の次の改訂において，《商分数の論理》に関する2通りの表現および両者の同一性を示す問題を作成し，それにもとづく実験授業を行っている。その結果等については別の機会に報告したい。

(2) 小論の課題

小論においては，上記4点のうち，第一の点，すなわち，「《商分数の論理》と《分割分数の論理》の区別と統一」という観点に関連する内容を扱う。先に述べたように，この観点は分数の導入過程において重要な観点であると同時に，私たちの授業づくりにおける最もオリジナルな点であるからである。

この観点の必要性について，6月号の授業研究においては，教育内容の論理的構造，実験授業の結果という観点から述べた。小論においては，歴史的な角度から，この観点に関する考察を試みる。第一に，「《商分数の論理》と《分割分数の論理》の区別と統一」という観点が日本の数学教育の歴史においてどのように扱われてきたかという問題を設定し，それに対する回答の一端を示す(第1章，第2章)。第二に，それを通して，私たちの授業書の歴史的な位置を示す（第3章)。

小論の全体を通して，「イデオロギッシュに固執している」という批判の空しさを示し，それによって，銀林氏の論評に対する生産的な反論とする。

なお，小論は，筆者がこれまでに行ってきた教育内容構成史に関する研究成果の一部を，上記の課題設定に従って再構成したものである。従って，小論の第1章および第2章には，その内容において，既発表論文[5]との間に重複が存在する。この点について，あらかじめお断りしておく。

1．《商分数の論理》と《分割分数の論理》の区別と統一による分数論
—— 明治検定期の算術教科書に見る，その歴史的源流 ——

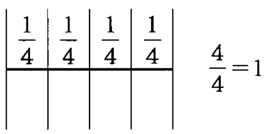
『数学教室』6月号の授業研究において，筆者は，先の観点について次のように述べた。「このような内容を教えようという観点は，現在，ほとんど見られません。これに対して，明治検

定期の教科書には，『分数二様の意義』としてこの内容が位置付けられていました」。

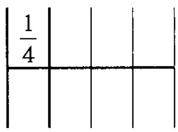
ここで述べたように，明治検定期（1886（明治19）年から1904（明治37）年まで）の算術教科書においては，分数の導入過程にこの観点が設定され，多様な方法による説明が試みられていた。

中条澄清『小學高等科筆算書』（1887（明治20）年）[6]においては，《分割分数の論理》$\left(\frac{b}{a}=(1\div a)\times b\right)$により，「一物ヲ若干等部ニ分チタル一部若クハ一部以上ノ部数ヲ分数ト名ルナリ」として分数が定義された後，長さを用いた次の説明がある。それにより，$\frac{3}{4}=\frac{1}{4}\times 3=3\div 4$が示され，さらに，それを通して，《分割分数の論理》と《商分数の論理》$\left(\frac{b}{a}=b\div a\right)$の同一性が示されている。

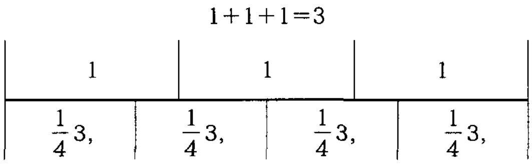
第1図



第2図



第3図



第4図

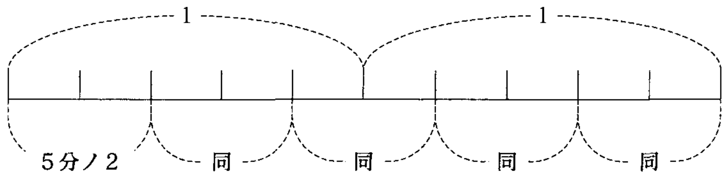
左図［上図のこと一岡野］ノ如キ直線ノ長サヲ1個トスレハ，第1図ハ$\frac{4}{4}$ニシテ，其分数1個即チ4分ノ1ノ長サハ第2図ノ如シ。第1図ノ3倍ハ即チ3個ニシテ，之ヲ4等部ニ分チタル1部ハ第3図ノ如シ。故ニ，第4図ニ於テ$\frac{3}{4}$ノ値，即チ長サハ，第3図ノ4分ノ1，即チ3個ヲ4等分シタル1，即チ4分ノ1ノ3倍ナルコト明カナリ。

同理ヲ以テ金一円ノ四分ノ三ノ値ハ金三円ノ四分ノ一（中略）ニテ七十五銭ナリ。此他推シテ知ルヘシ。

樺正董『開発算数學』（1891（明治24）年）[7]における次の記述も，同じ観点にもとづくものである。

定義　或単位ヲ幾ツカニ分チ其幾倍カニ当ルモノヲ示ス数，4分ノ3トカ7分ノ6トカ云フモノヲ分数ト云フ。（中略）

注意　5分ノ2ハ，前ノ定義ニ依リ，或単位ヲ5等分シタル一部ヲ2ツナリ。然レドモ，又，或単位ノ2ツヲ5等分シタルモノト云フコトヲ得ベシ。次図ノ如シ。



また，次の引用においては，上記の観点の重要性が明確に指摘されている。

(注意)　右［「分数二様の意義」—岡野］は分数の観念中，最も必要なることの一なれば，充分に之を会得せしむるまでは，決して次へ進む可からず。(中略)已に分数の二通りの意義が，全く同一なることを理解せば，是より以後は，場合に依りて，都合のよき方の意義に随ひて説明すべし。仮分数を帯分数に改むる仕方の説明の如きは，第二の意義に随へば，何の造作もなく理解せしむることを得ん。

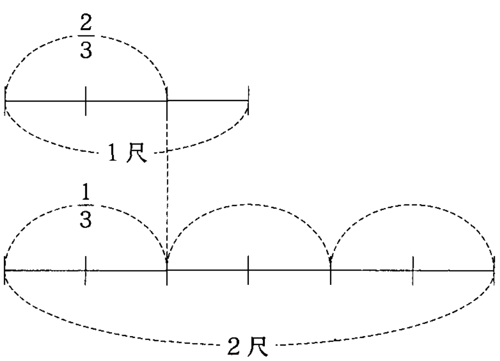
これは，学海指針社『小學算術』(1901（明治 34）年)[8]からの引用である。稲垣作太郎『新算術』(1898（明治 31）年)[9]においても，この観点の重要性が次のように記されている。

分数ハ又除法ノ一種ト見做スベキモノナルヲ以テ，毎ニ之ト連絡シ，以テ其基礎ヲ強固ナラシムベシ。分数ハ其成立ニ二様アルヲ以テ，(中略)故ニ特ニ之ヲ掲ゲテ観念ヲ確実ナラシメントス。

多様な説明が試みられている教科書として，金港堂『高等算術教科書』(1901（明治 34）年)[10]が注目される。

この教科書においても，まず，《分割分数の論理》にもとづく定義が行われている。それに続いて，次の問題と解説がある（「分数ノ二ツノ意義」)。

二．一尺ヲ三等分シタルモノ二ツト，二尺ヲ三等分シタルモノ一ツトハ，何レカ長キカ。
答．相等シ。



解．一尺ヲ三等分シタル一部分ハ二尺ヲ六等分シタル一部分ニ等シ。故ニ，二尺ヲ三等分シタル一部分ハ一尺ヲ三等分シタル二部分ノ和ニ等シ。即チ，一尺ノ三分ノ二ト二尺ノ三分ノ一トハ相等シ。

「三」においては，演算によって表現される数の関係に依拠した，代数的な説明が試みられている（(　) は原文)。

三．一ノ五分ノ三ト三ヲ五分シタル一部分トハ何レカ大ナルカ。相等シ。

解．一ノ五分ノ一ハ，三ノ五分ノ一ノ三分一ナラサルベカラズ。故ニ，一ノ五分ノ一ノ三倍$\left(\frac{3}{5}\right)$ハ三ノ五分ノ一ニ等シ。

四．二．及ビ三．ニヨリテ考フルトキハ，分数ノ他ノ解釈ヲ得。即チ左ノ如シ。分数トハ分母ヲ以テ分子ヲ割リタル一部分ヲ表ハス。

上記のまとめに続いて，次の問題もある。これは，任意の分数について，その意味を，《分割分数の論理》と《商分数の論理》を用いて説明することを求める問題である。

五．左ノ諸分数ノ意味ヲ夫々二様ニ解釈セヨ。

1．$\frac{4}{15}$　2．$\frac{3}{25}$　3．$\frac{19}{57}$

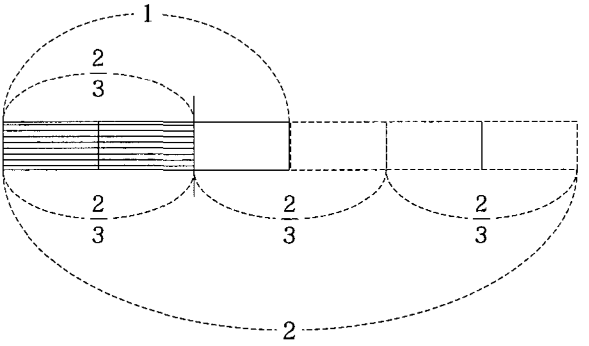
解．1．一ヲ十五分シタル一部分ヲ四ツ合セタル大サノ数ト解釈シ，或ハ四ヲ十五分シタル一部分ヲアラハス数ト解釈ス。

長澤亀之助・後藤胤保『小學算術教科書』(1902 (明治 35) 年)[11] においても，分数は，まず，《分割分数の論理》により，次のように定義されている。

27．一を幾ツかに等分したる一分，或は幾分を**何分ノ何**と唱へ，これを**分数**と云ふ。

28．一を等分したる数を**分母**と云ひ，その一分を幾ッか取りたる数を**分子**と云ふ。

そして，この定義を用いる例題に続いて，次のように，《商分数の論理》が導入され，《分割分数の論理》との同一性が示されている。



例へバ，$\frac{2}{3}$ ノ如キハ「一ヲ三ッニ等分シ，ソノ二ッヲ取リタルモノ」トモ，或ハ「二ヲ三ニテ割リタルモノ」トモ解釈スルコトヲ得可シ。

又，$\frac{4}{7}$ ノ如キハ「一ヲ七ッニ等分シ，ソノ四ッヲ取リタルモノ」トモ，又「四ヲ七ッニ等分シタルモノ」トモ，解釈スルコトヲ得可シ。

29．分数は分子を分母にて割たるものとも解釈するを得。

上記の引用は，この観点の説明に関して，明治検定期の算術教科書が到達した一つの水準を示している。

2．《分割分数の論理》を主要な意味，《商分数の論理》を副次的な意味とする分数論の形成 ――国定教科書，「わかるさんすう」に見る分数論とその批判――

明治検定期の算術教科書において，「《商分数の論理》と《分割分数の論理》の区別と統一」という観点は，分数の導入過程における重要な観点として位置付けられ，多様な方法による説明

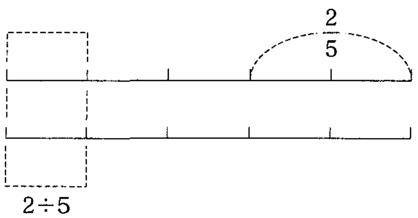
が試みられていた。《分割分数の論理》によって，単位分数，真分数に関する定義を行った後においてではあるけれども，直ちに，《商分数の論理》が導入され，《分割分数の論理》との同一性が示されていた。

しかしながら，このような成果は，国定教科書以降，現在に至るまで，継承されていない。まず，第３期国定教科書（改訂版）『尋常小学算術書』（通称：黒表紙教科書）について見る[12]。

この教科書においても，分数は，《分割分数の論理》$\left(\frac{b}{a}=(1\div a)\times b\right)$により，次のように定義されている。「一般ニ分数トハ１ヲ幾ツカニ等分シタルモノヲ幾ツカ集メタルモノナルコトヲ授ケ，（中略）其ノ意義ヲ説明スベシ」。そして，性質，大小関係，四則演算に関する内容の後に，《商分数の論理》$\left(\frac{b}{a}=b\div a\right)$が位置付けられている。ただし，ここで《商分数の論理》を導入する主要な目的は，それを，分数→小数の変形方法の根拠として用いることにある。「分数ハ分子ヲ分母ニテ割リタル商ト見得ルヲ以テ，分数ヲ小数ニ直スニハ分子ヲ分母ニテ割ルベシ」。

黒表紙教科書においては，《分割分数の論理》を主要な意味とし，《商分数の論理》を副次的な意味とする分数論が形成されている。この分数論において，両者は，２つの論理として区別されるのみであり，その同一性については内容に含められていない。そして，この分数論は，現在に至るまで根強く継承されているのである。

もっとも，このような分数論に対する批判は，当時においても行われていた。福本重次郎は，「分数に二つの意義がある」，例えば，「$\frac{2}{5}$は$1\div 5\times 2$とも考えられるし，又，$2\div 5$の結果とも考えられる」と述べている。そして，「常識的に実験的にこの両意義の一致を図をもって表示することもできます」と述べ，線分の長さによる説明方法を示している。



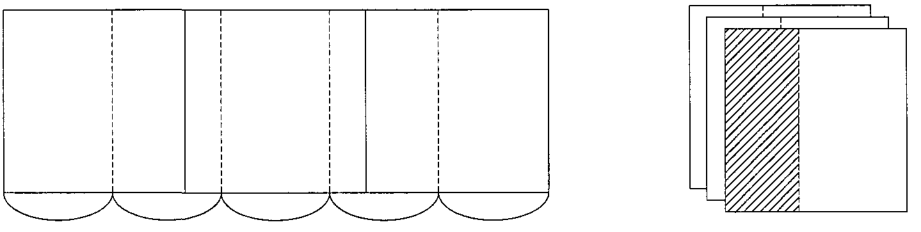
さらに，この観点から，「現今一般の分数教授を見ますと，この分数の第二意義である所の$2\div 5=\frac{2}{5}$という考えが甚だしく不徹底なようであります」と批判している[13]。黒表紙教科書による限り，《商分数の論理》が「甚だしく不徹底」になるのは当然の結果であった。

福本が指摘した問題点は，第４期国定教科書『尋常小学算術』（通称：緑表紙教科書）においても継承されている。この教科書においては，《商分数の論理》の導入について，次のように解説されている。「割算で，整数の商が得られない場合に，その商を表わす数として，分数を用いるという応用的意味を付加するわけである」[14]。《商分数の論理》は，あくまで，「応用的意味」として「付加」されるに過ぎないのである。

戦後においては，遠山啓が『数学教室』創刊号に発表した論文「分数と量」[15]が注目される。遠山は次のように述べている。

「分数は二つの意味をもっている。たとえば$\frac{3}{5}$は$\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$であると同時に，$3\div 5$なのである」。そして，この観点から，当時の分数指導を次のように批判している。「$\frac{3}{5}=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+$

$\frac{1}{5}$ の方は生活単元学習でくり返し説明されているから，どの子どもにも徹底しているが，3÷5の方はそれほど徹底していないようである」。「分数を単位分数の和としてのみ考えるやり方は古代エジプトの方法である。古代エジプトのやり方を20世紀の今日まで真似する必要はないはずである」。そして，「分数の二つの意味が，数理の系統の中で結節点のような重要性を持っている」のだから，「$3 \div 5 = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ となることを，あざやかに印象深く子どもに学ばせればよい」として，面積を用いた説明方法を提案している。



遠山の批判は，直接には，生活単元学習にもとづく，当時の学習指導要領，教科書に向けられたものだった。しかしながら，次に見るように，『わかるさんすう』においても，遠山の主張は具体化されていない。

『わかるさんすう4』[16] においては，連続量の測定において端下量が生じる場面が設定されている。この端下量を数値化するために，端下量によって単位量を測定する方法（互除操作）を示し，この方法を適用した結果，端下量は「3つぶんで1」になることが示される。次に，「はんぱの大きさは1を3等分した大きさです」と，端下量の表現が改められる。そして，これらの表現にもとづいて，$\frac{1}{3}$ が定義される。「この大きさを『3分の1』といい，$\frac{1}{3}$ と書きます」。しかしながら，一般の真分数については，もっぱら，《分割分数の論理》により，次のように定義される。「$\frac{1}{5}$ が2つぶんの大きさを『5分の2』といい，$\frac{2}{5}$ と書きます」。仮分数の説明も《分割分数の論理》によっている。

《商分数の論理》が導入されるのは，「わり算と分数」においてである。この項目は，真分数の導入，定義に続き，帯分数・仮分数とその相互変形，同分母分数の加法・減法までの内容が指導された後に位置付けられている。この項目の目的は次の通りである。「整数÷整数の商が分数で表せることを理解させ，整数÷整数の商を分数で表すことができるようにします」。そこでは，《分割分数の論理》を用いて，《商分数の論理》$\left(\frac{b}{a} = b \div a\right)$ が導かれ，$7 \div 8 = \frac{\square}{\square}$ など，個別的な数値に対してこの論理を適用する問題が与えられる。

『わかるさんすう』においても，分数の定義は，《分割分数の論理》が基本とされている。《商分数の論理》については，緑表紙教科書と同じく，「応用的意味を付加する」という位置付けに止まっている。ここにも，国定教科書において形成された分数論が継承されているのである。遠山が主張した，2つの論理の区別と同一性を「あざやかに印象深く子どもに学ばせ」るという観点は設定されていない。

3．授業書「新しい数—分数（改訂版）」の立場

日本の数学教育史において，「《商分数の論理》と《分割分数の論理》の区別と統一」という観点がどのように位置付けられてきたかという問題に対する回答の一端を見てきた。この観点

の位置付け，説明における多様な工夫の試みという点において，明治検定期の算術教科書は注目に値する。しかしながら，その後における歴史の展開において，この時期の成果が継承・発展されることはなかった。国定教科書において新たな分数論が形成され，それが今日に至るまで継承されることになるからである。『わかるさんすう』も例外ではない。その結果，現在においても，《商分数の論理》は「甚だしく不徹底」なままである。最近の分数論議のきっかけとなったテープ問題は，歴史的に形成されてきた，このような問題状況の具体的な現れである。

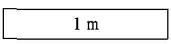
授業書「新しい数ー分数（改訂版）」は，先に紹介した明治検定期の算術教科書における成果を継承するとともに，次の意味において，それを発展させることを意図している。

明治検定期の算術教科書において，「《商分数の論理》と《分割分数の論理》の区別と統一」に関する説明は，《分割分数の論理》にもとづいて，単位分数，一般の真分数に関する定義を行った後に行われていた。しかしながら，実は，分数の導入過程において，この観点が重要になるのは，単位分数の定義を一般の真分数へと拡張する局面においてなのである。「３つ分で１になる大きさ」（「１を３等分した大きさ」）という $\frac{1}{3}$ の定義から，「$\frac{1}{3}$ が２つ分の大きさ」という $\frac{2}{3}$ の定義が一意的に導かれるわけではないからである。$\frac{2}{3}$ の定義については，一方的に与えるのではなく，「問題」として子どもたちに示すことが必要である。授業においては，多様な表現の可能性とそれによる定義の方法について考えることが課題となる。遠山のいう「数理の系統の中の結節点」はここにある。授業書の問題２はこのような意図にもとづいている。今回の改訂にあたって，われわれは，この観点を，仮分数への拡張に対しても適用することを試みた。これが問題３である。

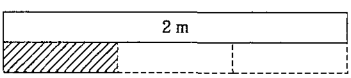
問題２

３つ分で１ｍになる長さを $\frac{1}{3}$ ｍというのでした。

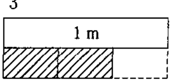
それでは，$\frac{2}{3}$ ｍはどのような長さだと思いますか。



㋐　３つ分で２ｍになる長さ



㋑　$\frac{1}{3}$ ｍが２つ分の長さ



・３つ分で２ｍになる長さは，$\frac{1}{3}$ ｍが２つ分の長さと同じです。

・$\frac{2}{3}$ ｍの３のことを分母，２のことを分子といいます。

3

問題３

(1)　$2\frac{2}{3}$ ｍは３つ分で何ｍになるでしょう。

予　想

ア．$6\frac{2}{3}$ ｍ

イ．４ｍ

ウ．８ｍ

エ．その他

(2)　$2\frac{2}{3}$ ｍは□つ分で□ｍになる長さです。

だから，$2\frac{2}{3}$ ｍ＝$\frac{\square}{\square}$ ｍ

ヒント

$\frac{2}{3}$ ｍはどのような長さだったか。

思い出してみよう。

4

このような内容構成によって，はじめて，「分数の二つの意味」を「あざやかに印象深く子どもに学ばせ」る可能性が拓かれるのである。『数学教室』6月号において報告した実験授業の結果は，このことを示している。

4．おわりに

数学教育協議会において，国定教科書について検討されることは多い。それに対して，明治検定期の算術教科書については，中谷太郎氏による研究[17]があるのみで，その内容についてはほとんど知られていない。最近，分数論議がさかんに行われているが，その対象は定義に集中している。筆者は，最近，この時期の教科書を対象とする内容分析を進めている。その結果によれば，定義についてはもちろんのこと，その他の内容，内容構成の基本的観点などについても，この時期の教科書は，現在に対して貴重な検討材料を提供している[18]。この点については別の機会に報告したい。

《註》

1) 新潟県数学教育協議会（文責：岡野勉）「授業書『新しい数―分数（改訂版）』による分数の導入―《商分数の論理》と《分割分数の論理》の区別と統一を基本的観点として」数学教育協議会編『数学教室』No.595，国土社，2001年6月。
2) 後半部分を含む研究の全体については次を参照。岡野勉・大田邦郎・山川健太郎・神戸康寿「分数の教育内容・教材構成に関する実験的研究―授業書『新しい数―分数（改訂版）』と実験授業によるその検証」北海道大学大学院教育学研究科教育方法学研究室編『教授学の探究』第18号，2001年。
3) 改訂版による授業は，その後，1999年1月，宮城県・多賀城東小学校3年生を対象として，佐藤敬行教論によって，同11月～12月，新潟県・巻南小学校3年生を対象として，立石由美教論によって，2002年11月～12月，北海道・恵庭市立柏小学校4年生を対象として，酒井義信教論によって，それぞれ実施されている。酒井教論による授業については次に報告されている。同「『算数たのしい学習プリント』4年の「分数」による授業記録」『教授学の探究』第20号，2003年。
4) 銀林浩「6月号の実践『分数の導入』を評する」『数学教室』No.597，国土社，2001年8月。
5) 岡野勉「明治検定期算術教科書における分数の導入過程―意味付け・説明の方法に注目して」『教育方法学研究』第25巻，1999年。同「明治検定期算術教科書における分数の教育内容構成―第Ⅰ期・前期における定義から加法・減法までを対象として」『カリキュラム研究』第10号，2001年。
6) 中条澄清著『小學高等科筆算書』巻之二，修静館，1887（明治20）年。なお，小論において引用する明治検定期算術教科書は，東京書籍㈱付設教科書図書館「東書文庫」または国立教育政策研究所教育情報研究センター教育図書館所蔵。
7) 樺正董編『開発算数學』訂正版，巻之一，中田書店，1891（明治24）年。
8) 学海指針社編『小學算術』巻二，高等科教員用，1901（明治34）年。
9) 稲垣作太郎編纂『新算術』巻一，教師用，上原書店，1898（明治31）年。
10) 金港堂書籍編輯『高等算術教科書』巻二，教員用，1901（明治34）年。
11) 長澤亀之助編纂・後藤胤保補修『小學算術教科書』高等小学校教員用2年，開成館，1902（明治35）年。
12) 『尋常小学算術書』第5学年教師用，文部省，1927（昭和2）年。
13) 福本重次郎『算術教授における体験と批判』，モナス，1927（昭和2）年。なお，図については一部に修正を加えた。
14) 『尋常小学算術』第4学年教師用上巻，文部省，1938（昭和13）年。
15) 遠山啓「分数と量」『数学教室』創刊号，新評論社，1955年2月。

16) 遠山啓・銀林浩編『わかるさんすうの教え方4』，むぎ書房，1983年。
17) 中谷太郎「日本数学教育史8，9」『数学教室』No.159，160，国土社，1967年1月，2月。
18) 最近の研究成果として次を参照。岡野勉「明治検定期算術教科書における教育内容構成原理の変容過程ー第Ⅰ期・後期および第Ⅱ期における，分数の性質，大小関係，加法，減法を対象として」『カリキュラム研究』第11号，2002年。同「明治検定期算術教科書における分数乗法の教育内容構成ー第Ⅰ期・前期の教科書を主要な対象として」『数学教育史研究』第2号，2002年。

《謝辞》

小論の執筆にあたり，北海道大学大学院教育学研究科教育方法学研究室数学教育研究グループのみなさん，新潟県数学教育協議会のみなさんには，報告の機会を設けて頂き，貴重なご意見，ご指摘を頂きました。記して感謝申し上げます。

《付記》

小論は，数学教育協議会編『数学教室』No.612，614，616（2002年11月，2003年1月，3月）に掲載された「数学教育史の中の分数(1)〜(3)」に加筆，訂正を加えたものである。なお，『数学教室』No.613（2002年12月）には，銀林浩「岡野勉氏『数学教育史の中の分数(1)』を評する」が掲載されている。

小論は，2001〜2002年度，科学研究費補助金（基盤研究(c)(2)）「教科書に見る科学教育の基礎・基本ー日本の公教育成立・形成期に限定して」（研究代表者：須田勝彦）による研究成果の一部である。