



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	明治検定期算術教科書における演算の分類と順序の構成 : 第Ⅰ期・後期および第Ⅱ期の教科書における分数乗法・除法を対象として
Author(s)	岡野, 勉
Citation	教授学の探究, 21, 153-179
Issue Date	2004-01-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/13646
Type	departmental bulletin paper
File Information	21_p153-179.pdf



明治検定期算術教科書における演算の分類と順序の構成

—— 第Ⅰ期・後期および第Ⅱ期の教科書における分数乗法・除法を対象として ——

岡 野 勉

(新潟大学教育人間科学部)

目 次

0. はじめに	153
(1) 本研究の目的	153
(2) 対象の設定	154
(3) 先行研究との関連	155
(4) 研究の到達点	155
(5) 課題の設定	156
(6) 方法の設定	157
(7) 本論文の構成	158
1. 第Ⅰ期・後期の教科書に見る、系統的な教育内容構成に対する部分的変容の進行	160
(1) 教育内容に関する分類の詳細化	162
(2) 教育内容の分類に関する視点の逆転	165
(3) 乗数、除数に関する整数、分数の分類に対応した独自の教育内容構成	167
2. 第Ⅱ期の教科書に見る、学校算術における分数論の原型の形成	170
(1) 乗数、除数に関する整数、分数の分類による教育内容構成	171
(2) 分数の定義に関する説明の一環として位置付けられた教育内容構成	174
(3) 分数の性質との関連付けによる教育内容構成	176
3. おわりに	178

0. は じ め に

(1) 本研究の目的

今日、教科教育の「基礎・基本」が問われている。「基礎・基本」の内容は、学習指導要領の項目に対する恣意的な削除、統合によって構成することはできない。人類がこれまでに蓄積してきた科学、技術、芸術等の文化遺産の最も基礎的な理論、概念、法則を、「すべての子どもに理解可能」な順序構造に従って再編成すること、それにもとづく教育内容・教材構成によって、「楽しい授業」が実現可能であることを実証することが必要である¹⁾。

「基礎・基本」は、上記の意味において、教授学研究によって実証的に解明されるべき対象として存在している。同時に、「基礎・基本」は歴史的な性格を備えている。日本における近代教育の開始以降、現在に至るまで、「基礎・基本」は、学校教育のカリキュラム編成、教育内容・教材構成によって、さらに、それにもとづく授業を通して、歴史的に形成されてきた。教科書は、その最も具体的な存在形態である。

本研究の目的は、上記の意味における、歴史的存在としての「基礎・基本」の内実を、教科書内容の分析を通して、具体的な形で解明することである²⁾。

本論文は、上記の研究の一環として、明治検定期に発行された算術教科書におけるカリキュラム編成、教育内容構成の全体像を解明することを目的とする。

(2) 対象の設定

明治検定期は、明治 19 年における教科書検定制度の開始から明治 37 年における国定教科書制度への移行までの、20 年足らずの短い期間である。しかしながら、この時期に発行された算術教科書の内容は、教授学研究の対象として、きわめて魅力的な特徴を備えている。

算数・数学教育の歴史は、「学問としての数学」を志向する立場とそれを否定する立場の相互対立および相互浸透の過程として記述することができる³⁾。この観点から、明治検定期は、2 つの立場の対立が初めて出現した時期として位置付けられる。

明治検定期においては、寺尾寿⁴⁾と藤澤利喜太郎⁵⁾の出現により、「学問としての数学」を志向する立場と「日用の算術」を志向する立場の対立の明確化、前者に対する後者の根本的な批判、という過程が進行した。その結果、「日常の計算」「数量的知識」「思考の精密化」という 3 つの目的が確定されるとともに、今日の学校算術の原型を成す教育内容構成の基本的な枠組みが形成された^{6),7)}。

学校教育の課程・内容については、「小学校ノ学科及其程度」(1886 (明治 19) 年)、「小学校教則大綱」(1891 (明治 24) 年)、「小学校令施行規則」(1900 (明治 33) 年)などの法令が、その基準として定められていた。ただし、これらの法令による規制はきわめて大綱的なものであった⁸⁾。今日と比較した時、当時の教科書づくりには、かなりの自由が存在していたことが予想される。

明治検定期については、それを規定する法令、制度を指標とする立場から、「初期」「中期」「後期」に区分されている⁹⁾。これに対して、本研究においては、教科書における教育内容構成を指標とする方法を採用する。これにより、次の時期区分を仮説として設定する。

- ① 第 I 期：学問の系統に従った教育内容構成が成立する前期 (明治 19 年頃から明治 26 年頃まで) およびそれに対する部分的な変容が進行する後期 (明治 27 年頃から明治 34 年頃まで)。
- ② 第 II 期：第 I 期とは全く異質な教育内容構成原理が出現し、それにより、学校算術の原型が形成される時期 (明治 34 年頃から国定教科書の成立前まで)。

教育内容については、日本における近代教育の開始から現在に至るまで、算術教育の最も主要な教育内容として位置付けられてきた、有理数 (整数、分数・小数) とその四則演算を対象とする。

本研究においては、明治検定期の教科書を対象としているが、教科書については、検定に合格したものを含め、検定不合格のもの、合否が不明のもの、すべてを対象とする。これは、本研究の目的が、構想に終わったものも含め、当時における算術教育のカリキュラム編成、教育内容構成の全体像を解明する点にあり、当時の学校教育をめぐる歴史的、社会的、政治的諸要因との関連については、主要な研究対象としていないことによる。従って、当時における教科書検定の内実、教科書執筆者の経歴、学問歴、教科書の採択・使用状況等についても、本研究の対象からは除外する¹⁰⁾。ただし、検定合格が確認されている教科書については、引用の際にその点を注記する¹¹⁾。検定意見については、その内容が教科書における教育内容構成と重要な関連を持つと判断される場合に限り、対象とする。

(3) 先行研究との関連

先行研究において、この時期の教科書は、その多様性によって特徴付けられている。例えば、松原元一によるコメントを次に引用しておく。「今日の数種類しかない検定本に比較して、その数においても、体裁の自由さ、編集方針の多彩なことに驚くのである」¹²⁾。

先に、われわれは、当時の教科書づくりにおける「自由」の存在を予想した。松原のコメントは、この予想と一致するように見える。ただし、この点に関連して指摘しなければならないのは、松原による上記の特徴付けにおいては、その根拠となるべき教科書内容の分析結果が示されているわけではない、という点である。明治検定期の教科書については、その内容に関する分析を欠いたまま、「自由」「多彩」等の表現による、抽象的あるいは一般的な評価だけが行われている。

これに対して、中谷太郎による研究は注目に値する。中谷は、中条澄清著『小學尋常科筆算書』(1887(明治20)年)、竹貫登代多著『高等小學算術教科書』(1894(明治27)年)など、『日本教科書大系』に収録された教科書を対象とする内容分析を行っている。そして、その結果により、例えば、前者の乗法指導については、「問題の中ではあるが、計算法則を意識させようとしている点が注目される」、後者については、演算に関して、寺尾寿編纂『中等教育算術教科書』(1888(明治21)年)と同様の定義が行われているが、「寺尾が強調した量や変じ得べき量ということばはどこにも見当たらない。まさに量抜き寺尾のまねといえよう」等の指摘・評価を行い、総括的に、「当時の学問と教育の距離の大きさが痛感される」と評価している¹³⁾。

資料上の制約は否定できないけれども、学問と教育の関係に基本的な視点を設定している点、そこから、教科書における教育内容構成の論理を分析の対象としている点が注目される。本研究は、上記2点において、中谷の研究の延長線上に位置付くものであり、その成果を継承・発展させることを意図するものである。

この他、先行研究としては、当時における教科書検定の実態を算術教科書を素材として検討した國次太郎による一連の研究¹⁴⁾、「四則併進」主義にもとづく教授細目、教科書の分析を行った大島仁太郎の研究¹⁵⁾などがある。しかしながら、全体として、この時期の教科書に関する研究は乏しく、教科教育に関する通史の中には、この時期の教科書に関する記述をまったく欠落させているものも見られる。しかしながら、このような研究の現状は、この時期の教科書が内容分析に値しないものであることを示すものではなく、逆に、現在においても積極的な継承・発展を図るべき内容を備えていた。この時期の教科書内容の分析を通して、その多様性を具体的に示すとともに、今日的な視点にもとづく評価を行うことは重要な課題である。

(4) 研究の到達点

上記の構想により、これまで、分数の教育内容構成を主要な対象とする教科書分析が進められている。分数は、数学的概念として多様な意味を内包している。「[分数については]“子どもにどう教えるか”という問題のまえに、“教師は分数をどう考えるか”という根本問題が存在しており、それについて意見がわかれている」。「クラインがいうように、分数には関係・操作・量という三つの意味があり、そのなかのどれを中心にして分数の指導体系をうちたてていくかという大きな問題がある」([]内は引用者。以下同じ)^{16),17)}。

(3)において述べたように、本研究の課題は、明治検定期の算術教科書が備えていたと予想される《多様性》を、具体的な教育内容構成の論理として解明する点にある。分数を主要な分析

対象としたのは、それが、この課題にとって有効な教育内容であるという予想による。整数、小数に関する教育内容の構成、さらに、それらを構成要素とする、算術教育におけるカリキュラム編成の全体像の解明については、今後の課題として残されている。

分数の教育内容構成を主要な対象とする教科書分析の結果によれば、第Ⅰ期・前期の教科書においては、今日においても積極的に継承すべき重要な特徴を見ることができる。例えば、分数の定義、性質、大小関係、四則演算のそれぞれについて、ひとまとまりの教育内容を構成するという教育内容構成原理、「《分割分数の論理》と《商分数の論理》の区別と統一」という観点にもとづく分数の定義とその説明、すべての操作が揃ったアルゴリズムを早期に位置付けた加法・減法の計算体系の構成（「水道方式」の歴史的源流としての位置付けが可能である）、整数乗法との《連続性》にもとづく分数乗法の意味の説明などである。これらの特徴は、この時期の教科書が「学問としての数学」を志向する立場を採用していたことを示している¹⁹⁾。

第Ⅰ期・後期、第Ⅱ期においては、「日用の算術」を志向する立場が出現し、「学問としての数学」を志向する立場との間で、相互対立および相互浸透の過程が進行する。この過程の進行によってもたらされた教科書内容の特徴として、次の 2 側面が注目される¹⁹⁾。

第 1 の側面は、学校算術における分数論の原型の形成である。この側面は、直接的には、教科書における教育内容構成の複雑化として現われる。具体的には、教育内容に関する分類の詳細化、複数学年に渡る内容の分散、説明における直接的な必要性にもとづく個別的な関連付けなどが教科書内容の全般に渡って進行する。それにより、第Ⅰ期・前期の教科書が備えていた重要な特徴の多くが失われる。例えば、「分数化法」というカテゴリーの解体・消滅、《同分母・異分母の別》を基本的観点とする加法・減法の計算体系の構成、整数の性質を包摂した教育内容構成、定義の拡張（真分数→帯分数・仮分数）および分数の性質（約分、通分）との関連付けによる加法・減法の計算体系の構成などである。これらの特徴は、《分数の加法・減法を最も主要な教育内容とし、それに関する説明の必要性に応じて、分数の性質、整数の性質を従属的に位置付ける》という教育内容構成原理にもとづく。これは、第Ⅱ期の教科書において出現した、異質な教育内容構成原理に他ならない。

上記の特徴は、歴史的には、「既成の学問をそのまま授業に下ろすことを否定した上で、子どもの実態に合致し、無理なく学んでいくことができるような順序体系を模索する作業」²⁰⁾の結果であった。同時に、それは、当時における算術の「成績(最)不良」(現代的な表現によれば「学力低下」)問題に対する具体的な提案としての性格を備えていた。

第 2 の側面は、個別的な教育内容構成における進歩である。例えば、分数の定義およびその説明における上記の観点の継承・発展、加法・減法の計算体系構成における異分母分数の場合の重視、乗法に関する一般的な計算規則を示そうとする観点の具体化などである。これらの特徴については、第Ⅰ期・前期の教科書が備えていた、「学問としての数学」を志向する立場にもとづく教育内容構成の継承・発展として評価することができる。

なお、一部の教科書についてはあるけれども、上記の評価が、個別的な教育内容構成についてだけでなく、教育内容構成の全般について成立する可能性がある²¹⁾。この点に関する検討は、今後の課題として残されている。

(5) 課題の設定

本論文においては、第Ⅰ期・後期の教科書における「模索」を経て、第Ⅱ期の教科書におい

て形成された、学校算術における分数論の原型について、その新たな側面を解明することを課題とする。具体的には、乗法、除法に関する分類の観点と順序の構成を、その根拠・理由としての教育内容構成原理とともに、解明する。

先に見たように、学校算術における分数論の原型に関しては、分数の定義、性質、大小関係、加法、減法までの教育内容構成に限定する形で、具体的な特徴の解明・整理が行われている。その結果にもとづいて、上記の教育内容構成に関しては、《分数の加法・減法を最も主要な教育内容とし、それに関する説明の必要性に応じて、分数の性質、整数の性質を従属的に位置付ける》という原理の存在が指摘されている。

上記の成果に加え、本論文においては、新たな対象として、分数乗法、除法に関する教育内容構成を設定する。それにより、学校算術における分数論の原型が備えていた新たな側面に関する解明を行う。本論文の成果と上記の成果に関する総合的な考察を通して、学校算術における分数論の原型について、その全体像を解明する可能性が拓かれる。

(6) 方法の設定

上記の課題に接近するために、本論文が採用する方法は、教科書内容の分析(単に、「教科書分析」と記すこともある)である。ここでは、そのための視点を設定する。

教科書分析の視点としては、(1) 演算の種類に関するもの、(2) 演算の対象に関するもの、(3) 演算の結果に関するもの、の3種類を区別することが必要である。

演算の種類に関する視点としては、㉔《乗法、除法の分類》を設定する。この視点により(乗法、除法)の分類が行われる。

演算の対象に関する視点として、第1に、㉕《整数、分数の分類》を設定する。これにより、(分数、整数)、(整数、分数)、(分数、分数)の分類が行われる。第2に、(分数)については、㉖《真分数、帯分数の分類》を設定する。第3に、㉗《整除の関係》を設定する。視点㉗によれば、例えば、《整数×分数》の場合について、《被乗数と乗数の分母との関係》について、次の分類が行われる。①前者が後者の倍数(ex. $28 \times \frac{5}{7}$)、②互いに素(ex. $7 \times \frac{3}{5}$)、③1以外の公約数を持つ(ex. $36 \times \frac{5}{54}$)。

演算の結果に関する視点としては、㉘《整数、分数の分類》、分数については、㉙《真分数、帯分数の分類》、㉚《くりあげの有無》、㉛《約分の有無》を設定する。

なお、《約分》については、演算の結果を得る過程において行われる場合もある。そもそも、《約分の有無》は《演算の対象となる数における整除の関係》によって生じる。従って、視点㉛に加えて、視点㉚を設定することは不要であるという見方も成立する。ただし、教科書によっては、特に演算の結果について、《約分の有無》を分類の観点とするものが存在する。このような教科書の特徴を明確に示すためには、演算の結果に関する視点として、視点㉛を設定することが必要になる。

上記の視点のうち、何を基本的とし、何を副次的とするか。それぞれの視点にもとづいて分類された内容を、どのような順序に従って構成するか。これらの問題に対する回答の結果が、教科書における教育内容構成として、具体的に現われる。

第1期・前期の教科書においては、「学問としての数学」を志向する立場が採用されており、学問の系統に従った教育内容の構成が行われていた。分数については、定義、性質、大小関係、

四則演算について、それぞれ、ひとまとまりの教育内容が構成されていた。乗法、除法に関する教育内容の分類と順序については、先に設定した視点により、次のように記述される²²⁾。

第 I 期・前期の教科書においては、分類においては、㊸演算の種類に関する《乗法、除法の分類》が基本的な観点、㊹演算の対象に関する《整数、分数の分類》が副次的な観点として設定されていた。順序については、上記の分類にもとづき、(乗法) → (除法) が基本的な順序、(分数、整数) → (整数、分数) → (分数、分数) が、副次的な順序を構成していた。なお、一部の教科書については、上記に加え、㊺演算の対象となる分数に関する《真分数、帯分数の分類》の観点が設定され、(分数、分数) についてのみ、部分的に適用される場合が存在する。

これに対して、第 I 期・後期および第 II 期の教科書においては、上記の特徴がどのような形で変容しているか。この点に、本論文における教科書分析の基本視点を設定する。

(7) 本論文の構成

上記の点に教科書分析の基本視点を設定したとき、先に述べた時期区分との関連から、本論文においては次の 2 点が課題となる。第 I 期・後期の教科書における、学問の系統に従った教育内容構成に対する部分的変容の進行、第 II 期の教科書における、学校算術における分数論の原型の形成により、それぞれの時期において、第 I 期・前期の教科書において採用されていた分類の観点と順序の構成が、どのように変容したか、その諸相と内実を具体的な形で解明すること、同時に、変容の根拠・理由としての教育内容構成原理を解明することである。

上記の課題設定にもとづき、本論文の内容を次の順序に従って構成する。

第 I 期・後期の教科書における部分的変容を具体的に示す事実として、次の 3 点に注目する。第 1 に、教育内容に関する分類の詳細化、第 2 に、分類に関する観点の逆転、第 3 に、乗数、除数に関する整数、分数の分類に対応した独自の教育内容構成である。これらの変容は、いずれも、分数乗法、除法に関する教育内容構成の範囲内においてのみ、すなわち、分数に関する他の教育内容構成とは独立した形で進行したものであり、この意味において、まさに“部分的”な性格を備えていた。第 1 章においては、上記 3 点について、その内実を具体的に解明すると同時に、その根拠・理由としての教育内容構成原理に関する解明を試みる。

第 II 期の教科書においては、第 I 期・後期の教科書における部分的変容が継承されると同時に、新たな特徴が付与される。それにより、教育内容構成の複雑化がさらに進行する。第 2 章においては、具体的な特徴として次の 3 点に注目する。次の 3 点は、相互に関連し合いながら、学校算術における分数論の原型の重要な特徴を構成している。

第 1 の特徴は異質な教育内容構成原理の出現である。第 II 期の教科書においては、第 I 期・後期の教科書において見た、《乗数、除数に関する整数、分数の分類に対応した独自の教育内容構成》について、その形式的な側面のみが継承されている。第 2 に、第 I 期・後期の教科書における分類の観点を継承しながらも、それに加える形で、特に、演算の結果に注目した分類の観点が新たに設定されている。第 3 に、乗法、除法に関する教育内容が、定義の拡張（真分数 → 帯分数・仮分数）、分数の性質（約分）等、分数に関する他の教育内容と関連付ける形で、構成されている。第 2 章においては、上記 3 点について、その内実を具体的に解明する。

第 3 章においては、第 2 章における教科書分析の結果、その存在が明らかになった、異質な教育内容構成原理に焦点を当てる。特に、《分数の定義、性質の延長としての説明可能性にもとづいて、2 つのまとまりを構成する》という原理について、それが、乗法、除法に関する教育

内容構成原理であると同時に、分数の教育内容構成に関する一般的、根本的な原理、すなわち、学校算術における分数論の基本原理解である可能性を示す。

本論文において用いた教科書は、東京書籍附設教科書図書館「東書文庫」および国立教育政策研究所教育研究情報センター教育図書館所蔵のものである。原文はすべて縦書きであるが、引用にあたっては、横書きに直すとともに、部分的に現代の字体・記法に改め、必要に応じて句読点を補った。引用部分に関するページ数の注記は省略した。また、教育内容、教育内容に関する分類の観点、教育内容構成原理を表現する重要な用語には〈 〉を付した。

〈註〉

- 1) このような観点にもとづく研究成果として次がある。板倉聖宣『たのしい授業の思想』仮説社、1988年。高村泰雄編著『物理教授法の研究——授業書方式による学習指導法の改善』北海道大学図書刊行会、1987年。高村泰雄・丸山博『環境科学教授法の研究』北海道大学図書刊行会、1996年。須田勝彦「数学教育における基礎・基本」日本教育方法学会編『教育方法 29 総合的学習と教科の基礎・基本』図書文化、2000年。
- 2) 数学、自然科学、言語の各教科領域において、このような目的にもとづく研究が進められている。須田勝彦「明治初期算術教科書の自然数指導——塚本明毅『筆算訓蒙』を中心に」、大野栄三「明治期物理教科書における力の概念の取り扱い」、大竹政美「師範学校編『小學讀本』における科学教材の分析の試み——『科学に関する識字能力』の観点から」北海道大学教育学部教育方法学研究室編『教授学の探究』第15号、1998年。大野栄三「物理教育における教科内容の非伝統的組織化についての考察」『教授学の探究』第20号、2003年。
- 3) 須田勝彦「量概念をめぐって」『教授学の探究』第11号、1993年。
- 4) 寺尾寿編纂『中等教育算術教科書』敬業社、1888（明治21）年。
- 5) 藤澤利喜太郎『算術条目及教授法』三省堂書店、1895（明治28）年。
- 6) 須田勝彦「算数の教科書のあり方——算術から数学へ」柴田義松編『教科書』有斐閣、1983年。
- 7) 学校算術の原型の形成に関連する重要な歴史的要因として、佐藤英二は、寺尾寿らによる「理論流儀算術」、藤澤利喜太郎の算術教育論に加え、和算家を担い手とする数学教育の潮流である「三千題流」の動向に注目している。同「藤澤利喜太郎の数学教育理論の再検討——『算術』と『代数』の関連に注目して」『教育学研究』第62巻第4号、1995年。
- 8) 歴史的には、これらの法令による規制は、教育目的の明確化、教育内容規定の詳細化、「教授細目」作成の義務付けなどの形により、強化されてきた。稲垣忠彦『明治教授理論史研究——公教育教授定型の形成』評論社、1966年（増補版、1995年）、306～308ページ。なお、本研究は、この時期における教授理論を、教科書における教育内容構成の論理として、解明することを目的としている。当時、欧米から導入された、「開発主義」、「ヘルバルト主義」等にもとづく教授理論、日本の教育実践における、その具体化等との関連については今後の課題としたい。
- 9) 海後宗臣・仲新編『近代日本教科書総説（解説編）』講談社、1969年、330～344ページ。
- 10) 採択状況については、次にその一覧表が掲載されている。中村紀久二（研究代表）「教科書変遷研究資料 5 明治検定期教科書採択府県別一覧——明治33年8月『小学校令施行規則』制定以後」、（平成7年度文部科学省科学研究費補助）教科書の編纂・発行等教科書制度の変遷に関する調査研究、1996年、14～15ページ。
- 11) この点については次による。「算数教科書総目録」『日本教科書大系 近代編 第14巻 算数(5)』講談社、1964年。
- 12) 松原元一『日本数学教育史 II 算数編(2)』風間書房、1983年、104ページ。
- 13) 中谷太郎「日本数学教育史 8, 9」『数学教室』No.159, 160, 1967年1月, 2月, 国土社。
- 14) 例えば次を参照。國次太郎「検定制度の成立と算術教科書」佐賀大学教育学部『研究論文集』第24集(II), 1976年。同「教科書検定制度と算術教科書——明治20年代前半を中心に」佐賀大学教育学部『研究論文集』

- 第 25 集 (II), 1977 年。
- 15) 大島仁太郎「明治中期の算数教育——四則併進時代とその後」『十文字学園女子短期大学紀要』第 9 号, 1977 年。
 - 16) 遠山啓「量の分数」『遠山啓著作集 数学教育論シリーズ 5 量とは何か I』太郎次郎社, 1978 年, 138 ページ [初出は『数学教室』1959 年 7 月]。
 - 17) 遠山の指摘する「大きな問題」に対するわれわれの提案については, 次を参照。岡野勉・大田邦郎・山川健太郎・神戸康寿「分数の教育内容・教材構成に関する実験的研究——授業書『新しい数—分数 (改訂版)』と実験授業によるその検証」北海道大学大学院教育学研究科教育方法学研究室編『教授学の探究』第 18 号, 2001 年。須田勝彦・酒井義信「学習プリント『倍と分布』と授業記録」『教授学の探究』第 19 号, 2002 年。
 - 18) 詳細については次を参照。①岡野勉「明治検定期算術教科書における分数の教育内容構成——第 I 期・前期における定義から加法・減法までを対象として」『カリキュラム研究』第 10 号, 2001 年。②同「明治検定期算術教科書における分数乗法の教育内容構成——第 I 期・前期の教科書を主要な対象として」『数学教育史研究』第 2 号, 2002 年。
 - 19) 詳細については次を参照。③岡野勉「明治検定期算術教科書における分数の導入過程——意味付け・説明の方法に注目して」『教育方法学研究』第 25 巻, 1999 年。④同「明治検定期算術教科書における教育内容構成原理の変容過程——第 I 期・後期および第 II 期における, 分数の性質, 大小関係, 加法, 減法を対象として」『カリキュラム研究』第 11 号, 2002 年。⑤同「明治検定期算術教科書における演算の意味と規則に関する説明——第 I 期・後期および第 II 期における分数乗法を対象として」日本カリキュラム学会第 13 回大会, 自由研究発表, 2002 年 7 月, 九州大学。なお, 本論文の序章には, 部分的にはあるが, 上記①~⑤との間に重複が存在する。この点について, あらかじめお断りしておく。
 - 20) 須田勝彦「基礎・基本を問うための方法の問題——明治期の教科書から何を学ぶか」同 (研究代表)『教科書に見る科学教育の基礎・基本——日本の公教育成立・形成期に限定して』平成 13~14 年度科学研究費補助金 (基盤研究 (C) (2)) 研究成果報告書, 2003 年 3 月, 6 ページ。
 - 21) この点については次の教科書が目される。長澤龜之助編纂・後藤胤保補修『小學算術教科書』(修正再版), 高等小学校教員用, 2 年, 開成館, 1902 (明治 35) 年, 東書文庫所蔵。
 - 22) 乘法については, 前掲 18) ②を参照。除法についても, 分類と順序は概ね同じである。

1. 第 I 期・後期の教科書に見る, 系統的な教育内容構成に対する部分的変容の進行

本章において分析対象とする教科書の目次から, 関連する部分の項目を次に引用する (すべて東書文庫所蔵)¹⁾。なお, 本論文においては, 目次の項目にもとづき, 必要に応じて, その下位項目, 教科書の記述等を引用しながら, 分析を進める。

① 田中矢徳・金澤長吉著『高等小學算術教授書』巻之二 共益商社, 中央堂 1893 (明治 26) 年
分数: 分数ノ性質/分数化法/分数加法/分数減法/分数乗法/分数除法/分数雜題

② 渡辺政吉編『高等小學新體算術』巻一, 巻二 教師用 金港堂書籍 1895 (明治 28) 年
巻一: 分数: 分数の解釈/分数の書き方及び読み方/分数の種別/分数公則/分数化法/約分法/分数に固有の分母の倍数なる分母を有せしむること/通分法/相異なる分数の値を知ること
巻二: 分数の続: 分数加法/分数減法/分数乗法/分数除法

- ③ 竹貫登代多著『^{高等}算術教科書』卷之一，卷之二 教師用 共益商社 1894（明治27）年
 卷之一：分数 上：分数ノ名称 分数ノ意義／約分及通分 約分 通分
 卷之二：分数 下：分数加法並減法 同分母分数加法並減法／異分母分数加法並減法
 分数乘法並除法 分数乘法第一類及除法第一類
 分数乘法第二類及除法第二類
 分数乘法第三類及除法第三類

- ④ 稻垣作太郎編纂『新算術』卷一，卷二 教師用 上原書店 1897，1898（明治30，31）年
 卷一：分数：分数の意義／分数の計へ方記法及種類／分数の値 二様の意味，分数の値の変化，
 分数の化法／分数加減法／分数乗除法 整数を以て分数を乗除する法／簡易なる異分母分数の加減
 法
 卷二：分数の続：異分母なる分数の加減法／分数乘法／分数除法

まず，第Ⅰ期・前期の教科書の特徴が継承されている教科書として，田中矢徳・金澤長吉の教科書(①)について見る。この教科書において，「分数乘法」，「分数除法」は，それぞれ，次の下位項目から構成されている(〈 〉内には，例題に対応する教育内容を記した。「混分数」「分数」は，それぞれ，帯分数，真分数を意味する)。

- | | |
|--------------------|-------------|
| (1) 分数ニ整数ヲ乗スル法 | 《(分数×整数)》 |
| (2) 整数ニ分数ヲ乗スル法 | 《(整数×分数)》 |
| (3) 分数ニ分数ヲ乗スル法 | 《(分数×分数)》 |
| (4) 混数ニ分数又ハ混数ヲ乗スル法 | 《(帯分数×帯分数)》 |

- | | |
|---------------------|-------------|
| (1) 分数ヲ整数ニテ除スル法 | 《(分数÷整数)》 |
| (2) 整数ヲ分数ニテ除スル法 | 《(整数÷分数)》 |
| (3) 分数ヲ分数ニテ除スル法 | 《(分数÷分数)》 |
| (4) 混数ヲ分数又ハ混数ニテ除スル法 | 《(帯分数÷帯分数)》 |

田中・金澤の教科書(①)における分類の観点と順序の構成は次の通りである。

第1に，演算の種類に関する④《乘法，除法の分類》の観点から，(乘法)→(除法)が基本的な順序を構成している。第2に，乗法，除法の各演算については，演算の対象に関する⑧《整数，分数の分類》の観点から，(分数，整数)→(整数，分数)→(分数，分数)の分類と順序が構成されている。第3に，各演算の下位項目(4)に示されているように，(分数，分数)についてのみ，演算の対象となる分数について，⑨《真分数，帯分数の分類》が観点として設定され，(真分数)→(帯分数)の順序が構成されている²⁾。

すでに指摘したように，上記の特徴は，学問の系統に従った教育内容構成の，分数乘法，除法に関する分類の観点と順序の構成における具体的な形態に他ならない。これは，第Ⅰ期・前期の教科書が備えていた共通の特徴であった。そして，歴史的には，上記の特徴が「既成の学問をそのまま授業に下ろす」ものとして批判の対象となり，「子どもの実態に合致し，無理なく

学んでいくことができるような順序体系を模索する作業」が開始される³⁾。第 I 期・後期の教科書における, 第 I 期・前期の教科書に対する部分的変容の進行は, 上記の意味における「模索」の開始を意味するものであり, その内容を解明することが本章の課題である。

この点を具体的かつ直接的に示す事実として注目されるのは, 竹貫登代多の教科書 (③) における項目「分数乗法並除法」, 稲垣作太郎の教科書 (④) における項目「分数乗除法」である。稲垣の教科書において, 「分数乗法」「分数除法」は項目として設定されている。「分数乗除法」は, これに加えて設定されている新たな項目である。また, 目次の項目としては現れていないけれども, 渡辺政吉の教科書 (②) においても, 特に「分数乗法」の下位項目において, 部分的変容が進行している。

第 1 章においては, 上記の項目を主要な対象として, そこにおける教育内容構成の特徴を, 分類の観点と順序の構成の 2 つの側面から解明する。

(1) 教育内容に関する分類の詳細化

渡辺政吉の教科書 (②) において注目されるのは, 《教育内容に関する分類の詳細化》である。まず, この教科書における「分数乗法」, 「分数除法」の下位項目を次に示す(なお, 下記において, 「実」は被乗数, 「法」は乗数を意味する)。田中矢徳・金澤長吉の教科書 (①) における下位項目と比較した時, 特に「分数乗法」において, 分類の詳細化が進行している。

(1) 真分数に整数を乗ずること	(《真分数×整数》)
(2) 混分数に整数を乗ずること	(《帯分数×整数》)
(3) 整数に真分数を乗ずること	(《整数×真分数》)
(4) 整数に混分数を乗ずること	(《整数×帯分数》)
(5) 真分数に真分数を乗ずること	(《真分数×真分数》)
(6) 実法両数の一つ若しくは二つとも混分数なる場合	(《帯分数×真分数》, 《真分数×帯分数》, 《帯分数×帯分数》)

(1) 整数にて分数を除すること	(《分数÷整数》)
(2) 分数にて整数を除すること	(《整数÷分数》)
(3) 分数にて分数を除すること	(《分数÷分数》)

渡辺の教科書 (②) においては, 次の 3 点において, 田中・金澤の教科書 (①) の特徴が継承されている。第 1 に, 演算の種類に関する④《乗法, 除法の分類》の観点から, (乗法)→(除法)が基本的な順序を構成している。第 2 に, 乗法, 除法の各演算については, 演算の対象に関する⑤《整数, 分数の分類》の観点から, (分数, 整数)→(整数, 分数)→(分数, 分数)の分類と順序が構成されている。第 3 に, 演算の対象となる分数に関する⑥《真分数・帯分数の分類》の観点から, (真分数)→(帯分数)の順序が構成されている。

渡辺の教科書 (②) において特徴的な点は, 第 3 の観点⑥が, (分数, 分数)だけでなく, (分数, 整数), (整数, 分数)を含めた, 乗法に関するすべての分類に対して適用されている点である。その結果, 上記の項目(2)(4)に見られるように, 《帯分数を含む乗法》に関する独自の項目が設定されている。

除法については、乗法とは異なり、《帯分数を含む除法》に関する独自の項目は設定されていない。しかしながら、上記(1)～(3)の項目に対応する教科書内容においては、《帯分数を含む除法》が例題または練習問題として与えられている。従って、項目としては設定されていないけれども、分類の観点と順序の構成に関する限り、除法についても、概ね、乗法と同じ方法が採用されていると見ることができる。

上記の特徴を、田中・金澤の教科書(①)と比較してみよう。田中・金澤の教科書においては、項目(4)において、《帯分数×帯分数》の問題が「例題」として与えられ、計算方法について、「先ツ混数ヲ仮分数ニ化シ、之ニ分数乗法ヲ施」すと説明されている。《帯分数を含む乗法》に関する説明はこれがすべてである。《帯分数×整数》、《帯分数×真分数》など、《帯分数を含む乗法》については、すべて、この計算方法を適用すればよい。田中・金澤の教科書においては、このような観点から、《帯分数を含む乗法》に関する詳細な分類、項目の設定等は必要ないものと考えられていた。除法についても、この点は同じである。渡辺の教科書(②)における分類の詳細化は明らかである。

教育内容に関する分類の詳細化は、竹貫登代多の教科書(③)において、さらに進行している。

竹貫の教科書においては、第1に、演算の対象に関する⑧《整数、分数の分類》が基本的な観点、演算の種類に関する④《乗法、除法の分類》が副次的な観点として設定されている。分類の観点は第1期・前期の教科書と同じであるが、適用の順序が逆転している点が注目される。第2に、特に、演算の対象に関する⑩《整除の関係》とでも表現すべき新しい観点が設定されており、この観点にもとづいて詳細な分類が行われている。第1の特徴については(2)において見る。ここでは、第2の特徴について見る。

例えば、「分数乗法第二類」(《整数×分数》)に関する分類と順序について、次の説明がある。「実ノ数ヲ法ノ分母ニテ除シ盡シ得ルモノヲ授ケ、而シテ、次ニ其除シ盡シ能ハザルモノヨリ、遂ニ進ンデ実ノ数ト法ノ分母トニ公約数アルモノニ及ボスベシ」(「教授要旨」)。この説明においては、分類の観点として、被乗数と乗数の分母に関する⑩《整除の関係》が設定され、次の順序が構成されている。①前者が後者の倍数(ex. $28 \times \frac{5}{7}$)、②互いに素(ex. $7 \times \frac{3}{5}$)、③1以外の公約数をもつ(ex. $36 \times \frac{5}{54}$) (() は教科書において与えられている例題である。以下同じ)。

上記の分類と順序は、除法においても適用されている。例えば、「分数除法第二類」(《整数÷分数》)においては、分類の観点として、被除数と除数の分子に関する⑩《整除の関係》が設定され、次の順序が構成されている。①前者が後者の倍数(ex. $15 \div \frac{5}{7}$)、②互いに素(「法ノ分子ニテ実ノ数ヲ除シ盡スコト能ハザルトキ」)(ex. $3 \div \frac{5}{7}$)、③1以外の公約数をもつ(「実ノ数ト法ノ分子トニ公約数ヲ有スルトキ」)(ex. $36 \div \frac{48}{49}$)。

上記に加え、①②③の各分類に対応する練習問題においては、(真分数) → (帯分数)の順序が適用されている。竹貫の教科書においては、第4の観点として、演算の対象となる分数に関する⑨《真分数、帯分数の分類》が設定されているのである。

次に、第5の観点として、演算の結果に関する⑨《真分数、帯分数の分類》も設定されており、部分的にはあるが、適用されている。「実ノ分母ト法ノ数トニ公約数ナキモノニシテ其積ノ真分数トナルモノ(ex. $\frac{2}{7} \times 3 = \frac{6}{7}$)ヲ授ケ、而シテ、次ニ、其積ノ帯分数トナルモノ(ex. $\frac{4}{5} \times 3 =$

$\frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$ 」(「教授要旨」)。

竹貫登代多の教科書においては、演算の対象に関する⑩《整数、分数の分類》が基本的な観点として設定されている点に加え、演算の対象に関する⑪《整除の関係》、⑫《真分数、帯分数の分類》、演算の結果に関する⑬《真分数、帯分数の分類》など、多様な観点が設定され、それにもとづく詳細な分類が行われている。

一般に、教育内容に関する分類の観点が多様に設定されることは、教科書における進歩の条件たり得る。しかしながら、一般的な概念形成への見通しを欠いた分類の詳細化は、分類のための分類に陥り、その結果、教育内容が、細分化された個別的な内容の単なる集合体となる可能性と危険性を有している。

竹貫の教科書は、この点に関する具体的な事例を提供している。この点に関連して、次に、この教科書において、一般的な概念形成の課題がどのように考えられているかを見る。

この教科書においては、上記において見た詳細な分類に加え、各分類に対応する形で、その計算方法が具体的かつ詳細に説明されている。例えば、《整数×分数》について、上記の分類⑬に対応する計算方法の説明を見よう。なお、教科書において、下記の引用は「注意」として記されており、それを適用する問題群が例題として与えられている(()内は引用者による)。

実ノ数ト法ノ分母トニ公約数ヲ有スルトキ(ex. $36 \times \frac{5}{54}$)ハ、先ヅ、仮ニ×ノ符号ヲ以テ実(36)ノ数ニ法ノ分子(5)ヲ乗ジタル形ヲ示シ($\frac{36 \times 5}{54}$)、以テ其整数ニ分数ヲ乗ジタルモノトナシ、而シテ実ノ数(36)ト法ノ分母(54)トノ公約数ヲ悉ク省キ、然ル後チ、公約数ヲ省キタル実ノ数($\frac{2}{3}$)ニ法ノ分子(5)ヲ乗ズルモノナルコトヲ教フベシ($\frac{2 \times 5}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$)。

まず、この教科書において、《整数×分数》については、「分数ヲ以テ整数ニ乗ズルト云フハ、其整数ヲ其分数ノ分母ノ数ニ分チテ其一ヲ其分子ノ数ダケ相集ムルノ意ナルコトヲ会得セシメ」と記述されている。計算規則($x \times \frac{b}{a} = (x \div a) \times b$)が記述されているだけであり、それが成立する根拠・理由に関する説明は全く行われていない。《整数×分数》の計算規則として最も一般的な規則であるにもかかわらず、その「意」を「会得セシメ」するための説明の論理を欠いている。

次に、そもそも、上記の引用において示された計算方法は、上記の計算規則との関連において説明されるべき性格を備えている。上記の計算方法は、《整数×分数》に関する一般的な計算規則を分類⑬に適用した結果として得られる、個別的な計算方法なのである。しかしながら、上記の引用において行われているのは、一般的な計算規則との関連付けを欠いた、単なる個別的な計算方法に関する説明に過ぎない。

竹貫の教科書においては、《整数×分数》に関する個別的な計算規則・方法が、それらの相互関係に関する明確な説明を欠いたまま、並列されているに過ぎない。

小倉金之助は、竹貫登代多が教師を務めていた私学である「攻玉舎」の「専修数学科」について、「[東京物理学校と比較して] 攻玉舎の方がいわゆる問題解法に深入りしたと、いい得るかと思う」と指摘している⁹⁾。本節において分析対象とした教科書は、高等小学校の教科書であり、攻玉舎の教科書ではない。しかしながら、「問題解法」への「深入り」という指摘に関する

限り、この教科書においても、その具体的な形態を見ることができる。

(2) 教育内容の分類に関する観点の逆転

田中矢徳・金澤長吉の教科書(①)においては、乗法、除法に関する教育内容の分類の観点としては、演算の種類に関する④《乗法、除法の分類》が基本的な観点、次に、乗法、除法の各演算においては、演算の対象に関する⑥《整数、分数の分類》が副次的な観点として設定されていた。この点は渡辺政吉の教科書(②)においても継承されている。これに対して、竹貫登代多の教科書(③)においては、上記2つの観点の関係が逆転し、演算の対象に関する⑥《整数、分数の分類》が基本的な観点、演算の種類に関する④《乗法、除法の分類》が副次的な観点とされている点が特徴的である。(1)において見た特徴と合せて考えるならば、竹貫の教科書(③)において、演算の対象に関する分類が特に重視されていることは明らかである。

上記の特徴は、「分数乗法並除法」という独自の項目の設定として現われている。この項目の内容に関する説明を、次にまとめて引用する。

整数ヲ以テ分数ニ乗ズルモノ、之ヲ分数乗法第一類トナス。	(《分数×整数》)
整数ヲ以テ分数ヲ除シ、(中略)其商ニ分数ヲ得ルモノ、之ヲ分数除法ノ第一類トナス。	(《分数÷整数》)
分数ヲ以テ整数ニ乗ズルモノ、之ヲ分数乗法第二類トナス。	(《整数×分数》)
分数ヲ以テ整数ヲ除スルモノ、之ヲ分数除法ノ第二類トナス。	(《整数÷分数》)
「分数に分数を乗ずる」ものを「分数乗法第三類」とする。	(《分数×分数》)
「分数を分数にて除する」ものを「分数除法第三類」とする。	(《分数÷分数》)

上記の引用に示されているように、竹貫の教科書(③)においては、まず、(分数、整数)→(整数、分数)→(分数、分数)という分類(「類」と順序が構成される。次に、各分類に対して、(乗法)→(除法)の分類と順序が適用される。その結果、設定された6つの項目が、上記の引用に見られる、「分数乗法並除法」の下位項目を構成している。

上記の分類と順序に関連して注目すべき第1の要因は、この教科書における分数除法の定義である。竹貫の教科書において、分数除法は、分数乗法の逆演算(教科書の表現によれば「還元」として定義されている。上記の特徴は、定義によって示されている2つの演算の関係を、教育内容構成の順序において直接的に具体化した結果である。関連する記述を次に引用する。

<p>整数を分数にて除する方法を教ふるには、先づ、左の如く、黒板に $21 \times \frac{5}{7} = 15$ と記して、15は21に $\frac{5}{7}$ を乗じたるもの(中略)なることを会得せしめ、而して後ち、上の如く $15 \div \frac{5}{7}$ と記して、$15 \div \frac{5}{7}$ を指し、コレハ幾何に $\frac{5}{7}$ を乗ずれば15になるか、(中略)といふことを示すものなることを教へ(略)。</p> <p>注意 左ノ第(1)ノ問ヒノ如キ式 $(15 \div \frac{5}{7} = 21)$ ハ、$\frac{5}{7}$ ニ幾何ヲ乗ズレバ15ニナルカト云フ意ヲ示スモノ、即チ乗法第一類ノ還元トモ見做スコトヲ得ルモノナルコトヲモ、亦、教フベシ。</p>
--

竹貫の教科書において、分数乗法、除法に関する教育内容は、演算の対象に関する⑥《整数、

分数の分類》の観点にもとづいて、個別的な内容（「類」）へと分類されている。そして、このような形で分類された個別的な内容が、除法の定義を媒介として、相互に関連付けられている。

次に、この教科書においては、《乗法、除法によって表現される分数の性質》が教育内容として構成されていない。この点は、上記の特徴に関連して注目すべき、第 2 の、そして、より重要な要因である。この内容に対応する項目として、田中・金澤の教科書 (①) においては「分数ノ性質」、渡辺の教科書 (②) においては「分数公則」が設定されていた。まず、田中・金澤の教科書 (①) に従って、関連する内容を含めた形で、《乗法、除法によって表現される分数の性質》を次に整理する。

第一 分子ニ某整数ヲ乗スルハ、同数ヲ分数ニ乗スルニ同シ。	$(\text{ex. } \frac{2 \times 2}{5} = \frac{2}{5} \times 2)$
第二 分子ヲ某整数ニテ除スルハ、同数ニテ分数ヲ除スルニ同シ。	$(\text{ex. } \frac{4 \div 2}{5} = \frac{4}{5} \div 2)$
第三 分母ニ某整数ヲ乗スルハ、分数ヲ同数ニテ除スルニ同シ。	$(\text{ex. } \frac{3}{4 \times 2} = \frac{3}{4} \div 2)$
第四 分母ヲ某整数ニテ除スルハ、同数ヲ分数ニ乗スルニ同シ。	$(\text{ex. } \frac{3}{8 \div 2} = \frac{3}{8} \times 2)$
第五 分母子ニ同シ整数ヲ乗スルモ、分数ノ値ハ変スルコトナシ。	$(\text{ex. } \frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2})$
第六 分母子ヲ同シ整数ニテ除スルモ、分数ノ値ハ変スルコトナシ。	$(\text{ex. } \frac{6 \div 2}{8 \div 2} = \frac{3}{4})$

田中・金澤の教科書 (①) において、上記の内容は、「分数ノ性質」として、分数の定義、記法、種類（真分数、仮分数・帯分数）の直後に位置付けられていた。上記の内容は、分数乗法、除法に関する教育内容との関連を有しているけれども、乗法、除法とは独立に、分数の定義から直接的に導くことが可能である（「第一」～「第四」）。さらに、そこから、分数の最も本質的な性質（「第五」、「第六」）を導くことが可能である。そして、この内容とその位置は、分数乗法に関する教育内容構成の順序に対して、重要な関連を有している。

田中・金澤の教科書 (①) においても、竹貫の教科書 (③) においても、分数乗法に関する説明の論理は同じである $(\frac{b}{a} \times \frac{d}{c} = (\frac{b}{a} \div c) \times d = (\frac{b}{a \times c}) \times d = \frac{b \times d}{a \times c})$ 。従って、いずれの教科書においても、説明の過程において、 $\langle \frac{b}{a} \div c = \frac{b}{a \times c} \rangle$ に関する説明の必要性が生じる。

この点に関連して、田中・金澤の教科書 (①) においては、四則演算に進む以前に、上記の内容が位置付けられている。従って、 $\langle \frac{b}{a} \div c = \frac{b}{a \times c} \rangle$ については、上記の内容「第三」を用いることにより、次の説明が可能である。「3 分之 2 = 5 分之 4 ヲ乗ストハ、3 分之 2 ヲ 5 分セシモノヲ 4 ツ集ムルコトニテ、即チ 4 倍ヲ求ムルコトナリ。而シテ、3 分之 2 ヲ 5 分スレハ $\frac{2}{3 \times 5}$ トナリ」。

これに対して、竹貫の教科書 (③) においては、そもそも、《乗法、除法によって表現される分数の性質》が教育内容として構成されていない。従って、《分数×分数》について、田中・金澤の教科書 (①) において見た説明を行うことは不可能である。これを行うためには、教育内容構成の順序として、《分数×分数》の前に、《分数÷整数》を位置付けることが必然的な要請となる。先に見た順序の構成は、この要請に応えた結果である。

田中・金澤の教科書 (①) においては、《乗法・除法によって表現される分数の性質》を含めた形で、《分数の性質》に関するひとまとまりの教育内容が構成され、それが四則演算の前に位

置付けられている。これにより、乗法についても、除法についても、ひとまとまりの教育内容を構成する可能性が導かれるのであり、教科書においてもそれが実現されている。

これに対して、竹貫の教科書(③)においては、そもそも、《分数の性質》に関する教育内容が構成されていない。構成されているのは、《約分》(「第六」)のみであり、《乗法・除法によって表現される分数の性質》(「第一」から「第四」までの内容)については教育内容として構成されていない。このような内容構成による限り、そして、先に見た、分数乗法に関する説明の論理による限り、乗法、除法に関するひとまとまりの教育内容を構成することは不可能なのである⁶⁾。

第Ⅰ期・前期の教科書は、《分数の定義、性質・大小関係、四則演算のそれぞれについて、ひとまとまりの教育内容を構成する》という原理にもとづいていた。これまでに見てきた竹貫登代多の教科書(③)の特徴は、この教科書における上記の原理の後退を具体的かつ明確な形で示している。

(3) 乗数、除数に関する整数、分数の分類に対応した独自の教育内容構成

稲垣作太郎の教科書(④)において注目されるのは、「分数乗法」「分数除法」に加える形で、「分数乗除法」が、新しい項目として設定されている点である。この項目においては、《分数×整数》、《分数÷整数》に関する、ひとまとまりの教育内容が構成されている。上記3項目における教育内容構成の全体を次に示す。

(1) 整数を以て分数を乗除する法	《分数×整数》《分数÷整数》
(2) 整数に真分数を乗ずる法	《整数×分数》
(3) 真分数に真分数を乗ずる法	《分数×分数》
(4) 混分数に真分数又は混分数を乗ずる法	《帯分数×真分数》、《帯分数×帯分数》
(5) 整数を真分数にて除する法	《整数÷分数》
(6) 真分数を真分数にて除する法	《分数÷分数》
(7) 混分数を真分数又は混分数にて除する法	《帯分数÷真分数》、《帯分数÷帯分数》

「分数乗除法」の設定は、直接的には、演算の対象に関する分類の観点として、⑧《整数、分数の分類》が設定されていることを意味する。この観点から、まず、(分数、整数)の分類によって、ひとまとまりの教育内容が構成されている。そこにおいては、演算の種類に関する分類の観点④《乗法、除法の分類》により、(乗法)→(除法)の順序が構成されている。このような分類と順序は、先に見た竹貫登代多の教科書(③)と同じであり、教育内容においても、「分数乗除法」は「分数乗法第一類及分数除法第一類」と同じである。

ただし、竹貫の教科書(③)とは異なり、稲垣の教科書(④)においては、上記の分類と順序が、分数乗法、除法に関する教育内容構成の全般に対して適用されているわけではない。この点は、「分数乗法」、「分数除法」(上記の項目(2)~(7))の下位項目に示されている。これらの項目における分類の観点と順序の構成は、上記とは逆である。まず、演算の種類に関する④《乗法、除法の分類》の観点から、(乗法)→(除法)の順序が構成され、次に、各演算においては、

演算の対象に関する⑧《整数, 分数の分類》の観点から, (整数, 分数) → (分数, 分数) の順序が構成されている。

稲垣作太郎の教科書 (④) においては, 分類の観点と順序の構成において, 2つの異なった方法が採用されている。この点は, 田中矢徳・金澤長吉 (①), 渡辺政吉 (②), 竹貫登代多 (③) の教科書には見ることができない, 稲垣の教科書 (④) に独自の特徴である。

上記の特徴は, どのような教育内容構成原理を根拠・理由として生じたのか。次に, この点に関する解明を試みる。

まず, この教科書においては, 「分数乗除法」について, 次の説明がある。

整数ヲ以テ分数ヲ乗除スルコトハ, 分数ノ計へ方及値ノ変化ノ場合ニ於テ, 既ニ其端緒ヲ示シアレバ, 其等ノ復習ニ依テ自ラ会得セラルベシ。

上記の引用にある「端緒」とは, まず, 《分数の定義》であり, 次に, 《乗法, 除法によって表現される分数の性質》である。後者については, 前者から直接的に導くことが可能である。両者の内容を, 次にまとめて示す。

一つのものをも幾つにも等分し, 其一部或は幾部の集りたるものを幾分の幾つと云ひ, 之を分数と云ふ (「分数の意義」)。

分数を計ふるには, 総て其等分したる数と, 其集めたる数とに, 計ふるものにして (略) (「分数の計へ方記法及種類」)。

一 一数を以て分数の分母を除し, 或は分子に乗るときは, 其数を分数に乗ずるに同じ。
例へば, $\frac{1}{4}$ の分母 4 を二除して $\frac{1}{2}$ となせば, 元の分数の二倍となり。 $\frac{1}{4}$ の分子 1 を二倍して $\frac{2}{4}$ となせば, 元の分数の二倍となる。(中略)

二 一数を以て分数の分母に乘じ, 或は分子を除るときは, 其数を以て分数を除するに同じ。
例へば, $\frac{2}{4}$ の分母 4 を二倍して, $\frac{2}{8}$ となせば, 元の分数の半分となり, $\frac{2}{4}$ の分子 2 を二除して $\frac{1}{4}$ となせば, 元の分数の半分となる (「分数の値の変化」)。

次に, 《乗法, 除法によって表現される分数の性質》(上記の一, 二)を用いて, 《分数×整数》《分数÷整数》に関する説明が行われる。《分数×整数》に関する説明を次に引用する。

1. 分数ノ値ノ変化ノ場合ニ於テ, 一数ヲ分数ニ乗ズルニハ如何ニスルト云ヒシカ。
2. $\frac{1}{3}$ ト $\frac{2}{3}$ 及 $\frac{2}{5}$ ト $\frac{4}{5}$ トノ大サヲ較ブレバ如何。
両方トモ, 後ノ分子ノ二倍ニシテ, 其分数ノ値モ亦二倍ナリ。
3. $\frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7}$ ハ幾何。…… $\frac{6}{7}$ …… $\frac{6}{7}$ ヲ $\frac{2}{7}$ ニ較ブレバ其大サ如何, …… 三倍。

然ラバ, $\frac{2}{7}$ ノ分子ヲ三倍シタルモノハ, 又其分数ノ三倍トナルナリ。

- 一 整数を真分数に乗ずるには, 分子に乗ずべし。

例へば, $\frac{2}{7} \times 3 = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}$

〔注意〕分母ヲ除スルモ可ナルコトハ, 暫ク止メ置クモノトス。蓋シ一時ニ多様ニ渉ルハ却テ理解ヲ害スルノミナラズ, 分母ノ整除シ難キ場合アルヲ以テナリ。

《分数×整数》《分数÷整数》については、乗数、除数が整数であるため、分数の定義・性質の延長として、比較的容易に説明可能である。稲垣の教科書(④)においては、この点が注目され、教育内容構成の順序として直接的に具体化されている。その結果、特に、《分数×整数》《分数÷整数》について、ひとまとまりの教育内容(「分数乗除法」)が構成されたのである。なお、上記の「注意」においては、先に、渡辺政吉(②)、竹貫登代多(③)の教科書について見た、教育内容に関する分類の詳細化に対する、この教科書の立場が示されている。

次に、《整数×分数》《分数×分数》および《整数÷分数》《分数÷分数》については、分数を乗数、除数とする点において新しい内容を含んでおり、分数の定義・性質の延長とは異なる、独自の論理にもとづいた説明が必要になる。この点にもとづいて、分数を乗数、除数とする乗法、除法については、各演算別に、ひとまとまりの教育内容(「分数乗法」、「分数除法」)が構成されたのである。そこにおいては、分数乗法の意味について、整数乗法の意味に関する説明の論理との《連続性》にもとづいた、統一的な説明が行われている⁷⁾。

分数乗法、除法に関する教育内容を、《分数の定義、性質の延長として説明可能な内容》と《分数の定義、性質の延長とは異なる、独自の論理にもとづく説明が必要になる内容》という、2つのまとまりによって構成する。これが、稲垣作太郎の教科書(④)における教育内容構成原理となっている。

この原理は、第II期の教科書における教育内容構成原理の解明において、重要な意味と位置を備えている(第2章)。同時に、この原理については、分数の教育内容構成に関する一般的、根本的な原理を含んでいる可能性がある(第3章)。

〈註〉

- 1) 教科書検定については、次の版および時期において、すべて合格している。①は明治27年5月、②は明治29年3月、③は、生徒用書については明治27年7月訂正版により同月、教師用書については明治32年5月修訂版により同年6月、④は、生徒用については明治32年3月訂正4版により同月、教師用については同年10月。「算数教科書総目録」「日本教科書大系 近代編 第14巻 算数(5)」講談社、1964年、78～84ページ。なお、③については、「検定時代中期を代表する筆算教科書」として、児童用書が次に収められている。『日本教科書大系 近代編 第12巻 算数(3)』講談社、1963年。
- 2) 「混数ニ分数又ハ混数ヲ乗スル法」において、例題として与えられているのは《帯分数×帯分数》のみである。《帯分数×真分数》《真分数×帯分数》については練習問題として与えられている。「混数ヲ分数又ハ混数ニテ除スル法」についてもこの点は同じである。
- 3) ここで、次の問題が生じる。なぜ、学問の系統に従った教育内容構成が批判の対象となったのか?この点に関連して、批判の論理をその根拠・理由とともに解明すると同時に、批判の妥当性を検討することも重要な課題である。そのためには、例えば、本論文において対象とした教科書の内容に直接的に関連する当時の言説、教科書による教育実践の報告等を対象とすることが必要である。ただし、この点については今後の課題とする。
- 4) 渡辺の教科書(②)において、《帯分数を含む乗法》について、特に、田中・金澤の教科書(①)と異なる説明が行われているわけではない。「混分数に整数を乗ずるには、先づ混分数を仮分数に化し、然る後、真分数に整数を乗ずる手続を行ふべし」。
- 5) 小倉金之助『近代日本の数学』、著作集2、勁草書房、1973年、273ページ。
- 6) 《乗法、除法によって表現される分数の性質》に関する教育内容を構成していない場合においても、分数乗法の説明において独自の論理を構成することによって、分数乗法、除法について、ひとまとまりの教育内容を構成することは可能である。第I期・後期においても、例えば、《分数×分数》について、量(線分の長さ)

を用いた説明を行うことにより、《分数÷整数》を前提とすることなく、《分数×分数》を説明している教科書が見られる。石川富三郎著『^{高等}算術教科書』第一、生徒用、神戸書店、1893(明治 26)年、東書文庫所蔵。

7) 稲垣の教科書(④)においては、説明の基本的観点が次のように記されている。「分数ノ加減乗除ハ、毎ニ之ヲ整数ノ加減乗除ト対照シ、其間数理上ノ差異ナキコトヲ認知セシムルヲ必要トス」。「広ク法ト云フコトヨリ考フレバ、整数タルト分数タルトニ於テ、意味ノ異ナルコトナシ」。この観点から、乗法の意味については次のように説明されている。「乗法ニ於テ、積ハ、法ガ単位(1)ヲ含ムダケ、実ヲ含ムモノナリト云ヒ得ベシ」。この点を含め、第Ⅰ期・後期および第Ⅱ期の教科書における分数乗法の説明については、次において報告している。岡野勉「明治検定期算術教科書における演算の意味と規則に関する説明——第Ⅰ期・後期および第Ⅱ期における分数乗法を対象として」日本カリキュラム学会第 13 回大会、自由研究発表、2002 年 7 月、九州大学。

2. 第Ⅱ期の教科書に見る、学校算術における分数論の原型の形成

第Ⅱ期の教科書においては、第Ⅰ期・後期の教科書における部分的変容が継承されると同時に、新たな特徴が付与される。それにより、教育内容構成の複雑化がさらに進行する。第 2 章においては、具体的な特徴として次の 3 点に注目する。次の 3 点は、相互に関連し合いながら、学校算術における分数論の原型の重要な特徴を構成している。

第 1 の特徴は異質な教育内容構成原理の出現である。第Ⅱ期の教科書においては、第 1 章において見た、稲垣作太郎の教科書(④)における教育内容構成原理が継承されている。ただし、この点に関連して注意しなければならないのは、第Ⅱ期の教科書においては、分数乗法の意味に関する説明に関して、稲垣の教科書において構成されていた《独自の論理》が失われる点である。

具体的に見よう。稲垣の教科書における教育内容構成原理は、分数乗法、除法に関する教育内容を、《分数の定義、性質の延長として説明可能な内容》(《分数×整数》《分数÷整数》)と《分数の定義、性質の延長とは異なる、独自の論理にもとづく説明が必要になる内容》(《整数×分数》《分数×分数》、《整数÷分数》《分数÷分数》)という、2つのまとまりによって構成する点にある。同時に、後者においては、分数乗法の意味について、整数乗法の意味に関する説明の論理との《連続性》にもとづいた、統一的な説明が行われている点が重要である。これに対して、第Ⅱ期の教科書においては、“ X の $\frac{b}{a}$ ”の概念の導入により、説明の論理が著しく簡略化される¹⁾。その結果、稲垣の教科書における教育内容構成原理については、そこに含まれていた《独自の論理》が失われ、《乗数、除数に関する整数、分数の分類による教育内容構成》として、その形式的な側面だけが継承される形になる(2-1)。

この点に関連して、第Ⅱ期においては、演算の結果に関する⑩《約分の有無》を分類の基本的観点とする教科書が出現する。この点についても、稲垣作太郎の教科書における教育内容構成原理の形式的側面をさらに強調し、《2つのまとまりによる教育内容構成》としてのみ、その継承を図った結果として位置付けることが可能である(2-3)。

第 2 の特徴は、第Ⅰ期・後期の教科書における分類の観点が継承されると同時に、それに加える形で、分類の観点が新たに設定されている点である。特に、⑨《くりあげの有無》、⑩《約分の有無》など、演算の結果に関する分類の観点が新たに設定されている。そして、これらの観点を含め、複数の観点が組み合わされた形において設定、適用されることにより、教育内容

に関する分類の詳細化がさらに進行する。同時に、分類された個別の教育内容が、複数の項目に分散する形で構成される。第Ⅰ期・前期の教科書に見られた、ひとまとまりの数学的概念に対応した、ひとまとまりの教育内容構成から、詳細に分類された個別的教育内容の単なる集合体へと、教科書内容が変容するのである(2-(1), (2), (3))。

第3の特徴は、乗法、除法に関する教育内容が、定義の拡張(真分数→帯分数・仮分数)、分数の性質(約分)等、分数に関する他の教育内容と関連付けられた形で、構成されている点である。この特徴は、第Ⅰ期・後期の教科書における部分的変容が、乗法、除法に関する教育内容構成の範囲内に止まっていた、その意味において、まさに、“部分的”な性格を備えていた点と対照的である(2-(2), (3))。

第2章においては、上記3点について、その内実を、教科書の記述に即して具体的に示す。分析対象とする教科書の目次から、関連する項目を次に引用する(所蔵機関は、⑤⑥は東書文庫、⑦は国立教育政策研究所)²⁾。

⑤ 学海指針社編『小學算術』巻二 高等科教員用 1901(明治34)年

第一編 分数：記法及加減／分数乗除／仮分数帯分数／整数を仮分数に改むる方法、帯分数を仮分数に改むる方法／整数の性質／前課の続／最大公約数／約分／前課の続／最小公倍数／通分の予備／通分／常分数の寄算及引算／帯分数の寄算及引算／帯分数引算の続／前課の続

第二編 分数及小数の続：分数掛算第一及分数割算第一／前課の続／分数掛算第二／前課の続／分数掛算第三／掛算の続／分数割算第二／前課の続／分数割算第三／前課の続

⑥ 金港堂書籍株式会社編纂『高等算術教科書』巻二、巻三 教員用 1901(明治34)年

巻二：分数：分数ノ観念記数法及ヒ命数法／簡易ナル加減乗除／約分／練習雜問／帯分数ノ加減乗法／仮分数ヲ帯分数ニ化スル法／整数若クハ帯分数ヲ仮分数ニ化スル法／化法雜問／除法／四則雜問／小数ヲ分数ニ化スル法／分数ヲ小数ニ化スル法／分数雜問

巻三：分数：整数ノ性質／通分／加法／減法／加減混題／乗法／加減乗混題／除法／分数四則雜問

⑦ 中島吉太郎・堀越源次郎編纂『高等科小學算術書』巻二、巻三 教師用 吉川半七発行

1901(明治34)年

巻二：分数：分数ノ意義、讀ミ方、書方／分数ノ化法／寄セ算(同分母ノ場合)／引キ算(同分母ノ場合)／掛ケ算／割リ算

巻三：分数ノ続：倍数ト約数／公約数ト最大公約数／約分／寄セ算ノ二(和ノ分母子ニ公約数ヲ有スベキモノ)／引キ算ノ二(差ノ分母子ニ公約数ヲ有スルモノ)／掛ケ算(積ノ分母子ニ公約数ヲ有スベキモノ)／割リ算ノ二(商ノ分母子ニ公約数ヲ有スルモノ)／最小公倍数／通分／寄セ算ノ続／引キ算ノ続

(1) 乗数、除数に関する整数、分数の分類による教育内容構成

学海指針社の教科書(⑤)においても、金港堂の教科書(⑥)においても、乗数、除数に関する整数、分数の分類による教育内容の構成が行われている。これにより、《分数×整数》《分

《数÷整数》が第1のまとまりを, 《整数×分数》《分数×分数》および《整数÷分数》《分数÷分数》が第2および第3のまとまりを, それぞれ, 構成している。ただし, 学海指針社の教科書(⑤)において, 分数乗法の意味に関する説明は“ $x \times \frac{b}{a} = (x \div a) \times b$ ”である。他方, 整数乗法の意味に関する説明は《同数累加》によって行われている。説明の論理における《連続性》は失われている。稲垣作太郎の教科書(④)における教育内容構成原理の形式的な側面だけが継承されている³⁾。これが第1の特徴である。

第2に, それぞれのまとまりにおいては, 稲垣の教科書において設定されていた分類の観点が継承されていると同時に, それに加える形で, 新しい観点が設定され, それにより, 教育内容に関する分類の詳細化がさらに進行している。同時に, 詳細に分類された教育内容が, 複数の項目に分散する形で, 構成されている。

上記2点の特徴を, 学海指針社の教科書(⑤), 金港堂の教科書(⑥)を対象として, 具体的に示す。

第1の特徴に関連して, 学海指針社の教科書(⑤)においては, 《分数×整数》《分数÷整数》に関するひとまとまりの教育内容が構成されており, それが, 分数乗法, 除法に関する教育内容における第1のまとまりを構成している。対応する項目は「分数乗除」「分数掛算第一及分数割算第一」である。その下位項目に関する説明を次に引用する(番号は引用者による)。

- (1) 簡易なる掛算及割算を授く。但, 何れも分数の意義よりして, 直ちに了解せらるゝものたるべし。故に, 割算は分子が除数の倍数なるものに限るべし。(「分数乗除」)
- (2) 分数に整数を掛けること。是は已に前編に於て授けたる所なれども, 尚, 復習かたがた之を課し, 特に未だ授けざる, 帯分数に整数を掛ける法を教へて, 之を練習せしむ。(「分数掛算第一及分数割算第一」)
- (3) 分数を整数で割ること。分数を整数で割ることは, 前編に於て其の端緒だけを授けたれども, 其は只分子が法の倍数なる時のみなりしなり。本課に於ては, 一般の分数, 特に帯分数を整数で割ることを教ふるものとす。(「分数掛算第一及分数割算第一」)

上記の項目における教育内容を, 構成の順序に従って次に列挙する。

- (1) 《真分数×整数》
- (2) 《真分数÷整数》(分子が整数の倍数である場合)
- (3) 《帯分数×整数》
- (4) 《真分数÷整数》(分子と整数が互いに素である場合)
- (5) 《帯分数÷整数》

上記において, 先に指摘した第2の特徴の具体的な形態を見ることができる。項目(2)(4)に見られるように, 特に, 《真分数÷整数》について, 被除数の分子と整数に関する①《整除の関係》の観点が設定され, それにより, ①前者が後者の倍数(ex. $\frac{4}{9} \div 2$), ②互いに素(ex. $\frac{2}{5} \div 3$)の分類と順序が構成されている。そして, ①が「分数乗除」に, ②が「分数掛算第一及分数割算第一」に, それぞれ分散されている。前者においては, 「分数を割るには, 分子を割れば可なり」として個別的な規則が, 後者においては, 「分数を割るには, 常に法を分母に掛ければ可なり」とし

て一般的な規則が、それぞれ、説明される。

上記の構成を、稲垣作太郎の教科書(④)と比較してみる。稲垣の教科書においては、《分数÷整数》についても、項目「分数乗除法」においてひとまとまりの教育内容が構成されていた。計算規則についても、「多様ニ渉ルヲ避ケントスル」観点から、「整数にて真分数を除するには、其の分母に乗ずべし」として、一般的な規則だけが説明されていた。学海指針社の教科書(⑤)における教育内容に関する分類の詳細化、複数項目に渡る教育内容の分散は明らかである。

金港堂の教科書(⑥)においても、《分数×整数》《分数÷整数》に関する教育内容が第一のまとまりを構成している。ただし、この教科書において特徴的な点は、分類の観点として、演算の結果に関する⑩《約分の有無》が設定され、特に(真分数、整数)による乗法、除法に対して、この観点が適用されている点である。これにより、この教科書においても、学海指針社の教科書(⑤)とは異なる形態において、教育内容に関する分類の詳細化、複数項目に渡る教育内容の分散が進行している。

次に、分数乗法、除法の教育内容構成における第2および第3のまとまりについて。学海指針社の教科書(⑤)において、上記のまとまりに対応する項目は、それぞれ、「分数掛算第二」「前課の続」「分数掛算第三」、「分数割算第二」「前課の続」「分数割算第三」である。上記6項目における教育内容の構成を次に示す(番号は引用者による)。

- | | |
|---|------------------------|
| (6) 掛算の中、最も簡易なる場合、即ち、整数に分数を掛けて其答がやはり整数となるもの、練習。 | (《整数×真分数=整数》) |
| (7) 整数に常分数[真分数]を掛けて、其答が分数となるもの。 | (《整数×真分数=分数》) |
| (8) 整数に帯分数を掛けて、其答が整数となるもの。 | (《整数×帯分数=整数》) |
| (9) 整数に帯分数を掛けて、其答が帯分数となるもの。 | (《整数×帯分数=帯分数》) |
| (10) 常分数に常分数を掛けること。 | (《真分数×真分数》) |
| (11) 帯分数に常分数若しくは帯分数を掛けること。 | (《帯分数×真分数》, 《帯分数×帯分数》) |

- | | |
|-----------------------------------|------------------------|
| (12) 常分数にて他の数[整数]を割ると云ふことの意義、其練習。 | (《整数÷真分数》) |
| (13) 整数を帯分数にて割り、答が整数となるもの。 | (《整数÷帯分数=整数》) |
| (14) 分数にて帯分数を割ること。 | (《帯分数÷真分数》, 《帯分数÷帯分数》) |

上記の項目に明らかのように、第2および第3のまとまりにおいても、教育内容に関する分類の詳細化、複数項目に渡る教育内容の分散が進行している。

まず、(整数、分数)、(分数、分数)の各分類において、演算の対象となる分数に関する⑨《真分数、帯分数の分類》の観点が設定され、(真分数)→(帯分数)の順序が構成されている⁵⁾。この点は、上記の項目(6)(7)(8)(9)、項目(10)(11)の区別として現れている。なお、稲垣作太郎の教科書(④)においても、同じ観点は設定されていた。ただし、その適用は(分数、分数)に限定されており、(整数、分数)には適用されていない。(整数、分数)については、「整数に真分数を乗ずる法」、「整数を真分数にて除する法」だけが説明されていた。

次に、演算の結果に関する⑩《整数、分数の分類》の観点が設定されている。この点は、項目(6)(8)および項目(7)(9)の区別として現れている。特に、《整数×真分数》、《整数×帯分数》に対して、この観点が適用され、各分類において、(整数)→(分数)の順序が構成されている。こ

の観点は、演算の対象ではなく、演算の結果に注目する点において、新しい観点である。

なお、金港堂の教科書(⑥)においては、特に、演算の結果に関する⑩《整数、分数の分類》の観点は設定されていない。

(2) 分数の定義に関する説明の一環として位置付けられた教育内容構成

学海指針社(⑤)、金港堂(⑥)の教科書においては、分数乗法、除法に関する教育内容の一部が、分数の定義およびその拡張に関する説明の一環として位置付けられている。

まず、学海指針社の教科書(⑤)について、上記の特徴を見る。この教科書においては、《分割分数の論理》 $\left(\frac{b}{a} = \frac{1}{a} \times b\right)$ により、真分数について、分数の定義が行われた後、直ちに、《定義の延長として説明可能な四則演算》が説明される。その内容は、同分母・真分数の加法 $\left(\text{ex.} \frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7}\right)$ 、減法 $\left(\text{ex.} \frac{11}{15} - \frac{7}{15}\right)$ 、《真分数×整数》 $\left(\text{ex.} \frac{1}{5} \times 3\right)$ 、《真分数÷整数》 $\left(\text{ex.} \frac{4}{9} \div 2\right)$ である。それにより、「先づ、分数と云ふもの、観念を与へ、兼ねて極めて簡易なる加減乗除を授け、以て、其観念をして、愈々明瞭正確ならしめ」ることが目的とされている(「記法及加減」「分数乗除」)。

「分数乗除」の項目から、関連する記述を次に引用する。上記の目的は、「注意」において、具体的かつ明確な形で記されている。

第二課 分数乗除

(本課の目的) 簡易なる掛算及割算を授く。但、何れも分数の意義よりして、直に了解せらるゝものたるべし。故に、割算は分子が除数の倍数なるものに限るべし。

第一時 教授及練習

(予備) 予備として、 $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{10}$ 等の意義を云はしめ、或は之を図上に顕さしめ、而して後に次の心算を課す。

- (1) 5分の1の3倍, (2) 7分の2の3倍, (3) 10分の3の2倍, (4) 11分の2の5倍,
(5) 13分の4の3倍。

(注意) 右の心算も、亦、児童が已に充分に分数の意義を了解し居らば、何の苦もなく答ふることを得べし。若し能はざるならば、是即ち未だ分数の観念を明瞭に与へ得ざりし証なり。従つて、前課に於ける教授は全く失敗に終りたることを知るべし。

(教授) 分数に整数を掛けるには、整数を分子に掛ける。

例一 21分の4の5倍は幾何。 $\frac{4}{21} \times 5 = \frac{20}{21}$

(練習) (1) $\frac{3}{25} \times 4 = \frac{12}{25}$ (2) $\frac{7}{29} \times 4 = \frac{28}{29}$ (3) $\frac{7}{19} \times 2 = \frac{14}{19}$ (以下略)

第三時 教授及練習

(予備) 予備として心算を課すること、第一時の如くすべし。(1) 9分の4の半分, (2) 11分の6を3にて割れ, (3) 9分の8の4にて割れ。

(教授) 分数を割るには、分子を割れば可なり。されども、分子が割り切れざること多し。其は後に至りて學ぶべし。

例二 50分の27を9にて割れ。 $\frac{27}{50} \div 9 = \frac{3}{50}$

(練習) (14) $\frac{25}{31} \div 5 = \frac{5}{31}$ (15) $\frac{28}{41} \div 7 = \frac{4}{41}$ (16) $\frac{39}{47} \div 13 = \frac{3}{47}$ (以下略)

金港堂の教科書(⑥)において特徴的な点は、《分数×整数》《分数÷整数》に関する教育内容が、定義の拡張(真分数→帯分数)の一環として位置付けられている点である⁹⁾。

この教科書においても、まず、《分割分数の論理》により、真分数について、分数が定義される。次に、直ちに、《定義の延長として比較的容易に説明可能な四則演算》が説明される(「簡易ナル加減乗除」)。「同分母ナル真分数ノ加減及ビ整数ヲ以テ真分数ヲ乗除スルコトヲ授ケ、其ノ方法ニ習熟セシムルト同時ニ、益々、分数ノ觀念ヲ正確ナラシメントスルニ在リ」(「要旨」)。この点については、先に見た学海指針社の教科書(⑤)と同じである。

金港堂の教科書(⑥)においては、上記の観点、帯分数に対して適用されている点の特徴的である。すなわち、帯分数の導入後においても、直ちに、《定義の延長として説明可能な四則演算》が説明される。その内容は、帯分数を含む同分母の加法、減法、《帯分数×整数》、《帯分数÷整数》である(「帯分数ノ加減乗法」「除法」)。「同分母ナル帯分数ノ加法・減法及ビ帯分数ニ整数ヲ乗ズルコトヲ授ケントス」(「要旨」)。関連する記述を次に引用する。

$$\text{二. } 3\frac{2}{7} \times 3 = 9\frac{6}{7}$$

此ノ方法ハ、先ツ整数ノ部分ヲ倍シ、次ニ分数ノ部分ヲ倍シテ、其ノ和ヲ求ムベシ。

之レ、3箇7分ノ2ハ、3ト7分ノ2トノ和ナルヲ以テナリ。13ヲ3倍スルニハ、先ツ10ヲ3倍シ、次ニ3ヲ3倍シテ、其ノ和ヲ求ムルト同様ナリ。

$$\text{三. } 3\frac{2}{7} \div 4 = \frac{3 \times 7 + 2}{7} \div 4 = \frac{23}{7} \div 4 = \frac{23}{28}$$

カカル除法ハ、皆、一旦仮分数ニ直シテ後、割ルベシ。

$$\text{四. } 7\frac{3}{5} \div 2 = \frac{38}{5} \div 2 = \frac{19}{5} = 3\frac{4}{5}$$

分数に限らず、数の定義は、その中に四則演算を含む。従って、数概念の形成においては、何らかの形で演算を用いることが必要になる。学海指針社(⑤)、金港堂(⑥)の教科書においては、上記の意味における数概念と四則演算との関連を、教育内容構成において直接的かつ具体的な形で示すことが試みられている。

この点に関連して注目されるのは、特に金港堂の教科書(⑥)において、《分数の定義》に関する教育内容構成において、分類の詳細化、複数の項目に渡る内容の分散が行われている点である。この点は、稲垣作太郎の教科書(④)との比較において明らかである。

稲垣作太郎の教科書(④)においては、《分数の定義》について、単位分数、真分数、仮分数・帯分数を含む形で、ひとまとまりの教育内容が構成されている(「分数の意義」)。そこから、《乗法、除法によって表現される分数の性質》が導かれ(「分数の値の変化」)、次に、それにもとづいて、《分数×整数》《分数÷整数》が説明される(「分数乗除法」)。

これに対して、すでに見たように、金港堂の教科書(⑥)においては、《分数×整数》《分数÷整数》に関する教育内容が、定義の拡張(真分数→帯分数)に関する説明の一環として位置付けられている。そこにおいては、《分数の定義》に関する教育内容が、単位分数、真分数、帯分数という個別的な内容に分類されている。同時に、単位分数、真分数については「分数ノ觀念記数法及ビ読み方」、帯分数については「帯分数ノ觀念」として、複数の項目に分散する形で教育内容が構成されている。

金港堂の教科書 (⑥) においては, 分数乗法, 除法についても, 分数の定義についても, 教育内容に関する詳細な分類, 複数の項目に渡る分散が行われている。そして, 分類された個別的な教育内容に関する関連付けが個別的な形で行われている。

(3) 分数の性質との関連付けによる教育内容構成

中島吉太郎・堀越源次郎の教科書 (⑦) において特徴的な点は, 教育内容に関する分類の基本的観点として, 演算の結果に関する⑩《約分の有無》が設定されている点である。この点は, 教科書における項目の名称に, 具体的かつ明確な形で示されている。関連する項目は次の 4 項目である。「掛ケ算」, 「割り算」, 「掛ケ算 (積ノ分母子ニ公約数ヲ有スベキモノ)」, 「割り算ノ二 (商ノ分母子ニ公約数ヲ有スルモノ)」。

この教科書においては, 第 1 に, 上記の観点⑩にもとづいて, (約分なし) → (あり) の順序が構成されている⁷⁾。第 2 に, 各分類においては, 演算の種類に関する④《乘法, 除法の分類》の観点から, (乘法) → (除法) の順序が構成されている。第 3 に, 各演算においては, 演算の対象に関する⑧《整数, 分数の分類》, ⑨《真分数, 帯分数の分類》, 演算の結果に関する③《くりあげの有無》など, 多様な観点が数多く観点が設定されている。特に, 演算の結果に関する分類の観点として③《くりあげの有無》が設定されている点は, この教科書に独自の特徴である。そして, 上記の観定の適用により, 教育内容に関する詳細な分類と順序の構成が行われている。

上記の特徴を具体的に示すために, 項目「掛ケ算」に対応する教育内容の構成について次に見る。教科書において例題として示されている問題のタイプを, 計算方法の説明 (「運算」) および計算方法 (「規則」「注意」) とともに, 教育内容構成の順序に従って, 次に示す。

$$(1) \text{ 真分数} \times \text{整数} = \text{真分数} : \frac{1}{5} \times 3 = \frac{1 \times 3}{5} = \frac{3}{5}$$

真分数ニ整数ヲ掛ケルニハ, 分子ト整数ノ積ヲ分子トシ, 元ノ分母ヲ分母トスル分数ヲ作ルベシ。

$$(2) \text{ 整数} \times \text{真分数} : 4 \times \frac{2}{17} = \frac{4 \times 2}{17} = \frac{8}{17}$$

$4 = \frac{2}{17}$ ヲ掛ケルト云フ語ニ二義アリ。即 4 ヲ 17 等分シタルモノヲ 2 倍スル意味ト, 4 ヲ 2 倍シタルモノヲ 17 等分スル意味トナリ。

$$(3) \text{ 真分数} \times \text{整数} = \text{仮分数 (くりあげ・あり)} : \frac{5}{7} \times 6 = \frac{30}{7} = 4\frac{2}{7}$$

積ガ仮分数トナラバ, 帯分数ニナシ置クベシ。

$$(4) \text{ 帯分数} \times \text{整数} = \text{帯分数 (くりあげ・なし)} : 4\frac{1}{3} \times 2 = (4 \times 2) + \left(\frac{1}{3} \times 2\right) = 8 + \frac{2}{3} = 8\frac{2}{3}$$

帯分数ニ整数ヲ掛ケルニハ, 整数部ト整数ノ積ニ, 分数部ト整数ノ積ヲ寄スベシ。

$$(5) \text{ 帯分数} \times \text{整数} = \text{帯分数 (くりあげ・あり)} :$$

$$4\frac{2}{15} \times 13 = (4 \times 13) + \left(\frac{2}{15} \times 13\right) = 52 + \frac{26}{15} = 52 + 1\frac{11}{15} = 53\frac{11}{15}$$

$$(6) \text{ 真分数} \times \text{真分数} : \frac{2}{7} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{7 \times 5} = \frac{8}{35}$$

真分数ニ真分数ヲ掛ケルニハ, 分子ノ積ヲ分子トシ, [分母ノ積を] 分母トスル分数ヲ作ルベシ。

$$(7) \text{ 帯分数} \times \text{真分数} : 1\frac{2}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{7}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{21}{40}$$

帯分数ニ真分数ヲ掛ケルニハ, 帯分数ヲ仮分数ニシテ, 真分数ハ真分数ヲ掛ケル時ノ如クスベシ。

$$(8) \text{ 帯分数} \times \text{帯分数} : 2\frac{3}{4} \times 3\frac{2}{7} = \frac{11}{4} \times \frac{23}{7} = \frac{253}{28} = 9\frac{1}{28}$$

二ツノ帯分数ヲ掛ケルニハ, 各ヲ仮分数ニナシテ掛クベシ。又, 積ハ帯分数ニナシ置クベシ。

上記は、第1に、観点㉑により、演算結果に関する(約分なし)、第2に、観点㉒により、(乗法)に分類された教育内容の全体である。上記における分類と順序については、概ね、次のように説明できる。

第1に、演算の対象に関する㉑《整数、分数の分類》の観点から、全体が、(分数、整数)(分数、分数)に分類されている(項目1)2)3)4)5)、項目6)7)8)。「整数×真分数」(項目2)については、「真分数×整数」の逆として、(分数、整数)に含められていると予想される。第2に、上記の各分類においては、まず、演算の対象に関する㉑《真分数、帯分数の分類》の観点から、(真分数)→(帯分数)の順序、次に、演算の結果に関する㉑《くりあげの有無》の観点から、(くりあげなし)→(くりあげあり)の順序が、それぞれ、構成されている。

中島吉太郎・堀越源次郎の教科書(7)においては、分類の観点についても、順序の構成についても、その具体的な形態は、学海指針社(5)、金港堂(6)の教科書と異なる。ただし、第1に、分数乗法、除法に関する教育内容が2つのまとまりによって構成されている点、第2に、多様な観点の設定により、教育内容に関する分類の詳細化がさらに進行している点、第3に、分類された教育内容が複数の項目に渡って分散する形で構成されている点において、共通の特徴を見ることが出来る。この特徴に関連して、中島・堀越の教科書(7)においては次の説明がある。「本書ハ起り得べき総テノ場合ヲ吟味攻究シテ難易繁簡ヲ熟考シ、以テ教授心理ノ原別ニ遵ヒ、其ノ先後ヲ定メタレバ、教授ハ容易ニシテ、児童ニハ学ビ易カルベシ」(「第4編 分数」の序文)。

第I期・前期の教科書が「既成の学問をそのまま授業に下ろす」ものとして批判の対象になり、第I期・後期の教科書においては、「子どもの実態に合致し、無理なく学んでいくことができるような順序体系を模索する作業」が開始された。第1章において見た、第I期・前期の教科書における系統的な教育内容構成に対する部分的変容の進行は、その具体的な現れに他ならない。そして、この「模索」は、第II期の教科書において、上記3点を特徴として備えた、学校算術における分数論の原型として、一つの到達点に至ったのである。

〈註〉

- 岡野勉「明治検定期算術教科書における演算の意味と規則に関する説明——第I期・後期および第II期における分数乗法を対象として」日本カリキュラム学会第13回大会、自由研究発表、2002年7月、九州大学。ただし、分数除法については、今後の課題として残されている。
- 教科書検定については、次の版および時期により、すべて合格している。⑤は、児童用は明治33年12月訂正版により34年1月検定、教員用は明治34年9月検定。⑥は、児童用は明治34年9月訂正版により同月検定、教員用も同月検定。⑦は明治34年9月訂正版により同月検定。「算数教科書総目録」『日本教科書大系 近代編 第14巻 算数(5)』講談社、1964年、86～88ページ。なお、⑤については、「検定時代後期の代表的な教科書」として、児童用書が次に取められている。『日本教科書大系 近代編 第12巻 算数(3)』講談社、1963年。
- 金港堂の教科書(6)における、整数乗法の意味に関する説明の論理については未見である。従って、この指摘については、さしあたり、学海指針社の教科書(5)に限定したものとしておく。
- 金港堂の教科書(6)においては、分類の観点として、演算の結果に関する㉑《約分の有無》を設定することにより、(真分数、整数)については、その乗法、除法が、《約分》の前後に分散する形で、位置付けられている。まず、《約分なし》の場合について、①《真分数×整数》 $\left(\text{ex. } \frac{2}{5} \times 2\right)$ 、②《真分数÷整数》 $\left(\text{ex. } \frac{24}{25} \div 4\right)$ (「簡易ナル加減乗除」)、次に、《約分あり》の場合について、③《真分数×整数》 $\left(\text{ex. } \frac{7}{72} \times 2\right)$ 、④《真分数÷

- 整数) (ex. $\frac{16}{17} \div 6$) (「約分」)。なお, 上記の分類と順序は (帯分数, 整数) に対しては適用されていない。この内容に関連する項目 (「帯分数ノ加減乗法」, 「除法」) は, すべて, 《約分》の後に位置付けられている。
- 5) 上記の項目においては, 概ね, この分類と順序に従っているものの, すべてのタイプが教育内容として構成されているわけではない。例えば, 《整数×真分数》, 《真分数÷真分数》は省かれている。また, 《整数÷帯分数》については, 結果が整数になる場合に限定されている (項目⑬)。いずれの点についても, 理由に関する説明は行われていない。
 - 6) 金港堂の教科書 (⑥) においては, 「仮分数」の用語は見られるものの, 定義は行われていない。
 - 7) 「掛ケ算」「割リ算」(巻二) においては, 演算結果に対する《約分》が必要になる場合も, 問題として与えられている。ただし, この場合については, 「[積は] 此ノ処ニテハ約サズニ置クベシ」と注記されている。

3. お わ り に

稲垣作太郎の教科書 (④) において, 分数乗法, 除法に関する教育内容は, 乗数, 除数に関する整数, 分数の分類に対応する形で構成されていた。具体的には, 《分数×整数》《分数÷整数》が第 1 のまとまりを, 《整数×分数》《分数×分数》, 《整数÷分数》《分数÷分数》が第 2 のまとまりを, それぞれ, 構成していた。分数乗法, 除法に関する教育内容を, 《分数の定義, 性質の延長として説明可能な内容》と《分数の定義, 性質の延長とは異なる, 独自の論理にもとづく説明が必要になる内容》という, 2つのまとまりによって構成する。これが, 稲垣の教科書における教育内容構成原理となっていた。この点に関連して重要な特徴は, 第 2 のまとまりにおいて, 分数乗法の意味に関する説明が, 整数乗法の意味に関する説明の論理との《連続性》にもとづいて, 統一的な形で行われていた点である。この論理が, 稲垣の教科書において構成されていた《独自の論理》に他ならない (第 1 章)。

第 II 期の教科書においては, “ X の $\frac{b}{a}$ ” の概念の導入により, 分数乗法の意味に関する説明の論理が著しく簡略化され, 稲垣の教科書に含まれていた《独自の論理》が失われる。その結果, 《乗数, 除数に関する整数, 分数の分類による教育内容構成》という, 稲垣の教科書が備えていた形式的な側面だけが第 II 期の教科書へと継承される (第 2 章)。

稲垣の教科書における教育内容構成原理については, 乗法, 除法だけでなく, それを含む, 分数の教育内容構成に関する一般的, 根本的な原理, すなわち, 学校算術における分数論の基本原則として位置付ける可能性が存在する。そこで, 次に, 乗法, 除法から分数の教育内容構成全般へと対象を拡張し, 主として目次の項目を直接の対象とする分析を通して, この可能性の一端を示す (第 3 章)。

まず, 稲垣作太郎の教科書 (④) において, 目次の項目は, 「分数」(巻一) および「分数の続」(巻二) という 2つのまとまりによって編成されている。これは, 分数の教育内容を構成する 2つのまとまりに対応している。

第 1 のまとまり (「分数」) において構成されている教育内容は, 第 1 に, 《分数の定義, 性質》(「分数の意義」, 「分数の計へ方記法及種類」, 「分数の値」) であり, 第 2 に, 《同分母分数の加法, 減法》, 《整数を乗数, 除数とする乗法, 除法》である (「分数加減法」, 「分数乗除法」)。「分数乗除法」の内容についてはすでに見た。「分数加減法」は, 「整数に分数を加減する法」および「同分母なる分数の加減法」によって構成される。前者は帯分数の定義そのものであり, 後者は分数の定義の延長として説明可能である¹⁾。この点が, 四則演算の一部であるにも関わらず, これ

らの内容が第1のまとまりに位置付けられている根拠である。第3に、一定の制限を加えた上で、《異分母分数の加法、減法》についても、教育内容として構成されている（「簡易なる異分母分数の加減法」）。

第2のまとまり（「分数の続」）において構成されている教育内容は、《通分》、《異分母分数の加法、減法》、《分数を乗数、除数とする乗法、除法》である（「異分母なる分数の加減法」、「分数乗法」、「分数除法」）。《異分母分数の加法、減法》に関する説明には《通分》が必要であり、《分数を乗数、除数とする乗法、除法》については、特にその意味に関して、整数乗法、除法の意味に関する説明の論理との《連続性》にもとづいた、統一的な説明が必要になる。この点を根拠として、上記の内容については、《分数の定義、性質の延長とは異なる、独自の論理にもとづく説明が必要になる内容》として、第2のまとまりに位置付けられている。

次に、金港堂の教科書⑥においても、目次の項目は、「分数」（巻二）、「分数」（巻三）という2つのまとまりによって編成されている。前者については「分数ノ初歩」という表現も用いられている。それぞれのまとまりについては次の説明がある。「本學年〔巻二〕ニ授クル所ハ、分数ノ觀念・記数法・命数法・同分母ナル分数ノ加減・整数ヲ以テ分数ヲ乗除スルコト・約分及ビ小数ト分数トノ關係ニ限ル。異分母ナル分数ノ加減及ビ分数ヲ以テ他ノ数ニ乗除スルコトハ、次學年〔巻三〕ニ譲ルベシ」。《独自の論理》の存在を別にすれば、稲垣の教科書における教育内容構成原理が継承されている。この他、学海指針社の教科書⑤においても、分数の教育内容は、「分数」（第一編）、「分数の続」（第二編）という2つのまとまりによって構成されている。ただし、2つのまとまりが同じ巻（巻二）に位置付けられている点、後者の内容が乗法、除法に限定されている点において、相違点が含まれている。

すでに指摘したように、第II期の教科書において、《分数の加法、減法》に関する計算体系は、《同分母、異分母の別》を基本的観点とし、（同分母）→（異分母）の順序に従って、構成されていた²⁾。《分数の定義、性質の延長として説明可能な内容》と《分数の定義、性質の延長とは異なる、独自の論理にもとづく説明が必要になる内容》という2つのまとまりによって教育内容を構成するという原理を、分数の教育内容構成に関する一般的、根本的な原理とするならば、上記の観点と順序による計算体系の構成については、その一つの系として位置付けることが可能である。

《註》

- 1) この点については、教科書において、次のように記されている。「混分数ノ成立ニ就テノ觀念明確ナラバ、整数ニ分数ヲ加減スルコトハ自ラ會得セラルベシ」。「分数ノ意義及成立ニ就テノ觀念明確ナラバ、同分母ナル分数ノ加減法ハ自ラ會得セラルベシ」。
- 2) 岡野勉「明治検定期算術教科書における教育内容構成原理の変容過程——第I期・後期および第II期における、分数の性質、大小関係、加法、減法を対象として」『カリキュラム研究』第11号、2002年。

《謝辞》

本論文の作成にあたり、北海道大学教育学部教育方法学研究室数学教育研究グループのみなさんには、報告の機会を与えて頂き、貴重な助言を頂きました。教科書の閲覧に際しては、東京書籍附設教科書図書館「東書文庫」、国立教育政策研究所教育研究情報センター教育図書館にお世話になりました。記して感謝申し上げます。