授業書「新しい数－分数」（改訂２版）による授業

岡　野　　　勉
（新潟大学教育人間科学部）

佐　藤　敬　行
（宮城県多賀城市立多賀城東小学校）

目　　次

０．は　じ　め　に

授業書「新しい数－分数」は，1976 年，北海道大学教育学部教育方法学研究室数学教育研究グループにおいて，大田邦郎を中心として作成された授業書である[1]。1997 年以降，今日に至るまで，研究グループは，実験授業を実施すると同時に，授業の結果に関する分析・評価，授業書の改訂に関する議論を継続的な形で進めてきた。

まず，1997 年 12 月，宮城県・多賀城東小学校３年生を対象として，佐藤敬行教諭が，授業書「新しい数－分数」の一部を用いた授業を行った[2]。1998 年 11 月，その成果をもとに，授業書「新しい数－分数」（改訂版）を作成し，新潟県・越前小学校４年生を対象として，立石由美教諭が授業を実施した[3][4]。その後，授業の結果にもとづく改訂を加えながら，1999 年１月，宮城

(1) 大田邦郎「小学校の分数指導についてのいくつかの問題」『数学教室』No.277，1976 年３月。同「小学校の分数指導における新しい試み ―― 導入から加減算までの授業書とその解説」北海道大学教育学部教育方法学研究室編『教授学研究シリーズ』第３号，1978 年３月。

(2) 岡野勉・大田邦郎「量の測定にもとづく分数の導入」『教育方法学研究』第 24 巻，1998 年。

県・多賀城東小学校3年生を対象として佐藤敬行教諭が，1999年11月～12月，新潟県・巻南小学校3年生を対象として立石由美教諭が，それぞれ，授業を実施した。その後，2002年度からの学習指導要領の施行に対応する形で，北海道地区数学教育協議会においては，『算数たのしい学習プリント』の全面的な改訂が行われた。分数（第4学年）については，佐藤敬行が，その時点までに得られた研究成果をふまえた形で，執筆を行った[(5)]。それにより，2002年11月～12月，北海道・恵庭市立柏小学校4年生を対象として，酒井義信教諭が授業を実施した[(6)]。

なお，授業書「新しい数－分数」は，分数の定義，性質，大小関係，加法，減法に関する内容を含んでいるが，上記においては，特に，定義の部分（授業書の第1章「新しい数－分数」）が主要な研究対象となっている。

今回，紹介するのは，2003年11月～12月，宮城県・多賀城東小学校5年1組（総計35人）を対象として，佐藤敬行教諭が行った授業である。授業は，分数の定義，性質，加法・減法の一部，分数と小数との関係について行われた（全23時間)。この内，分数の定義に関する授業は全10時間に渡って実施された。小論においては，分数の定義に関する授業の内，特に改訂を加えた部分に焦点を当てる(全4時間)。評価テストは実施したが，結果に関する分析については省略する。

小論においては，まず，授業書の基本的立場に関する説明を，実験授業を通して明らかになった改訂の基本的な方向性，授業者による感想との関連，授業書に対する批判への反論を含めた形で，行う（第1章)。次に，授業の結果に関する報告を行うと同時に，それに関する分析・評価および子どもの感想文の紹介を行う(第2章)。終わりに，今回の授業によって明らかになった改訂の課題を整理する（第3章)。

小論は，研究グループおよび執筆者間の討論にもとづき，第1章については岡野，第2章については佐藤，岡野，第3章については岡野が，それぞれ，主として執筆した。

1．授業書「新しい数－分数」（改訂2版）の基本的立場

(1) 授業書「新しい数－分数」（改訂2版）の特徴

今回の授業の特徴は，そこにおいて，上記の研究成果の多くを含んだ形で改訂を加えた授業書が用いられている点にある。改訂における基本的な方向性は，授業書の最もオリジナルな特徴である，《商分数の論理》と《分割分数の論理》の区別と統一として分数を説明するという観点 —— 初等数学としての分数論を志向する立場による分数の定義，説明 —— を，さらに具体

---

(3) 岡野勉・大田邦郎・山川健太郎・神戸康寿「分数の教育内容・教材構成に関する実験的研究 —— 授業書『新しい数－分数』(改訂版)と実験授業による検証」北海道大学大学院教育学研究科教育方法学研究室編『教授学の探究』第18号，2001年。

(4) 新潟県数学教育協議会・新潟サークル（文責：岡野勉）「授業書『新しい数－分数』（改訂版）による分数の導入 —— 《商分数の論理》と《分割分数の論理》の区別と統一を基本的観点として」『数学教室』No.595，国土社，2001年6月。

(5) 佐藤敬行「分数」北海道地区数学教育協議会・算数プリント編集委員会編『[21世紀版] 算数たのしい学習プリント』4年，共同文化社，2002年。

(6) 酒井義信「『算数たのしい学習プリント』4年の「分数」による授業記録」北海道大学大学院教育学研究科教育方法学研究室編『教授学の探究』第20号，2003年。

化，明確化する点に設定されている。この点について次に見る。

授業書「新しい数－分数」において，教育内容構成の基本的観点は次の３点に設定されていた。

(1) 連続量を測定する際に生じる端下量の表現として分数を導入する。

(2) 基本的には，互除法の発想を活用し，端下量によって単位量を測定する方法を採用する。

(3) それによって導かれる《商分数の論理》を指導過程に明確に位置付け，《分割分数の論理》と統一する。

授業書「新しい数－分数」(改訂版) においては，上記の観点を継承すると同時に，次の２点において改訂を加えた。

第一に，上記の観点(2)に関連して，端下量の表現における測定方法を，互除法による方法(互除操作) に限定する立場に修正を加えた。特に，従来の用語による「互除法２段階」において，はんぱ②によってはんぱ①を測る方法 (互除操作) に加え，はんぱ②によって単位量 (１m) を測定する方法，および，はんぱ①のａ倍がｂmに等しくなると予想し，その自然数ａ，ｂを求める方法を，指導過程に位置付けた。用語においても，「互除法１段階」，「互除法２段階」を改め，「測定１段階」，「測定２段階」とした。これは，小島順の次の指摘に同意したことによる。「互除法的測定は，小学校算数の範囲では，測定の一般的方法であり得ない」(7)。

第二に，上記の観点(3)は，この授業書の最もオリジナルな特徴である。授業書「新しい数－分数」において，この観点は，単位分数から一般の真分数へと定義を拡張する局面においてのみ，適用されていた。授業書「新しい数－分数」(改訂版) においては，これに加え，一般の真分数から仮分数・帯分数への定義の拡張に際しても，この観点の適用を試みた。

授業書「新しい数－分数」(改訂２版) は，第二の方向による改訂の延長線上に位置付けられる。上述したように，改訂２版において，われわれは，《商分数の論理》と《分割分数の論理》の区別と統一として分数を説明するという観点 —— 初等数学としての分数論を志向する立場による分数の定義，説明 —— の，さらなる具体化，明確化を試みた。具体的には次の３点による。

第一に，分数の定義を拡張する「問題」に対応する形で，新たに「練習」を設定し，定義の定着を図ることを試みた。

授業書「新しい数－分数」(改訂版) においては，単位分数の定義を行う問題１に続く形で，練習１が設定されていた。その目的は，問題１において個別・具体的な数値を用いて行った単位分数の定義 ($\frac{1}{3}$m$\Longleftrightarrow$《３つで１mになる長さ》または《１mを３等分した長さ》) を，異なる数値を備えた複数の具体例に対して適用する点，それを通して，定義の一般性を明確にする点に設定されていた。

今回の改訂においては，これに加え，単位分数について行った定義を一般の真分数へと拡張する問題 (問題２)，および，一般の真分数について行った定義を帯分数・仮分数へと拡張する問題 (問題３) のそれぞれに対応する形で，練習１と同じ目的による問題 (練習) を新たに設定した。これらの問題においても，《商分数の論理》，《分割分数の論理》による２通りの定義を行うと同時に，両者の同一性を示すことが重要な課題となる。２通りの定義は，一般の真分数

(7) 小島順「小学校算数における分数の導入」松下佳代・松井幹夫・小島順・上垣渉『数教協ゼミナール48 分数指導の新しい方向をもとめて』数学教育協議会研究局，1997年，50ページ。

については，次のように行われる。$\frac{2}{3}$m⟺Ⓐ《３つで２mになる長さ》または《２mを３等分した長さ》，Ⓑ《$\frac{1}{3}$mが２つ分の長さ》（問題２）。

第二に，分数の大小比較を，分母が等しい場合および分子が等しい場合に限定して行う問題を新たに設定した（問題４）。

上記の場合に関する限り，定義に依拠することにより，比較的容易に大小関係を導くことが可能である。従って，この問題において重要な点は，大小関係に関する規則を導き，それを定式化することよりも，依拠する定義によって２通りの方法による比較が可能であることを示す点にある。従って，授業においては，まず，比較の対象となる分数に対して，《商分数の論理》，《分割分数の論理》を正しく適用することが求められる。なお，小論においては扱わないが，一般の大小関係については，授業書の第４章「通分」に位置付けられている。

第三に，《商分数の論理》に関連して，《等分》を用いた《商分数の論理》，すなわち，$\frac{b}{a}$m⟺《ｂｍをａ等分した長さ》に注目し，分数と整数除法との関連を示す問題を設定した。《ｂｍをａ等分すること》は整数除法ｂ÷ａの意味に他ならない。この点については３年生において学習済みである。この内容を媒介として，$b \div a = \frac{b}{a}$を導くのである（問題５）。次に，この規則を，異なる数値を備えた複数の具体例に対して適用し，その一般性を明確にする（練習）。

この内容については，『算数たのしい学習プリント』においても設定している。ただし，そこにおいては，問題の順序が，① 12ｍ÷３，② ８ｍ÷３，となっていた。しかしながら，①については，整数除法によって商（４ｍ）が得られるため，分数を用いる必然性が発生しない。授業の結果により，「先に割り切れないものを分数で表し$\left(8 \div 3 = \frac{8}{3}\right)$，その後に割り切れる問題を分数でも表せること$\left(12 \div 3 = \frac{12}{3}\right)$を理解させる」形に順序を変更する必要性が指摘されていた[8]。今回の授業書は，この順序を採用している。

同じ内容は教科書においても設定されている。そこにおける説明の論理は次の通りである[9]。まず，《２ｍを３等分した長さ》がどのように表現されるかを問う。次に，テープ図により，それが，《$\frac{1}{3}$mが２つ分の長さ》に等しいことを示す。《$\frac{1}{3}$mが２つ分の長さ》については$\frac{2}{3}$mと表現されることから，《２ｍを３等分した長さ》についても$\frac{2}{3}$mと表現できることを示し，結論として，$2\text{m} \div 3 = \frac{2}{3}\text{m}$を導くのである。この説明においては，《分割分数の論理》を媒介として《商分数の論理》が導かれている。この説明においては，学校数学としての分数論，すなわち，《分割分数の論理》を主要な意味，《商分数の論理》を副次的な意味とする分数論が明確な形で具体化されている。なお，『わかるさんすう』においても説明の論理は同じである[10]。

(2) 授業者の感想との関連

上記による改訂の必要性については，これまでの授業を実施した授業者の感想においても指摘されていた。

授業書（改訂版）による授業（1998年）を実施した立石由美は，「この授業書による授業全体を振り返って，むずかしい，指導が困難だと感じられた点はどのような点でしょうか？」とい

(8) 酒井義信，前掲(6)，71ページ。

(9) 例えば，次を参照。『小学校算数』第５学年（下巻），学校図書，2002年，25～26ページ。

(10) 遠山啓・銀林浩編『わかるさんすうの教え方４』麦書房，1983年，309ページ。

う質問に対して，「一番最初の定義のところが，やっぱり一番むずかしいなぁと思った」と答えている。そして，その「習熟」を図るために，「宿題」または「ドリル」の形で，「類似問題をいっぱい出」す必要性を感じた，しかしながら，「そういう考えでいかないっていうことが分かったときに，『あぁ，どうしようかなぁ』と。これが一番むずかしかった」と述べている(11)。

この発言は，直接には，単位分数の定義（問題１）について，その定着を図る問題の必要性を指摘するものである。しかしながら，定義の定着を図る必要性は，一般の真分数の定義についても，仮分数・帯分数の定義についても，単位分数の場合と同様あるいはそれ以上に存在する。先に述べたように，単位分数の定義については，その定着を図るための問題（練習１）が設定されている。上記の発言が，それに関する授業を行った上での発言であることを考えれば，その必要性は明らかである。

この点については，『算数たのしい学習プリント』による授業（2002年）を実施した酒井義信も，次のように指摘している。「子どもの感想を見ると，せっかく理解したのに練習問題がないと『つまらない』と感じている子がいる。（中略）１，２題は練習問題があるといいのではないか（問題３，問題４）」(12)。なお，ここで，「問題３」とは，一般の真分数について行った定義を帯分数・仮分数に拡張する問題である。「問題４」とは，《等分》を用いた《商分数の論理》に注目する問題である。授業書（改訂２版）においては，後者は問題５となっている。

(3) 授業書に対する批判への反論

授業書（改訂版）による授業の報告に対しては，銀林浩による批判が行われている(13)。ここでは，その後において実施された授業の成果にも依拠する形で，この批判に対する反論を行う。それにより，この授業書の基本的な立場に関する，より明確な説明を行うことにする。

第一に，授業書（改訂版）においては，端下量に対する互除操作により，単位分数について，２通りの表現による定義を行う。$\frac{1}{3}\mathrm{m} \Longleftrightarrow$《３つで１ｍになる長さ》または《１ｍを３等分した長さ》（問題１）。この定義においては，２通りの表現の同一性を示すことが課題となる。この点について，銀林の批判においては，「無造作」な「同一視」であり，「それこそ子どもにとってむずかしいところなのではないか？」と疑問が示されている。

しかしながら，両者の同一性については，互除操作の結果を記したテープ図により，明確な形で示すことが可能である。改訂版による授業においても，この点に関する理解において子どもが困難を感じているとは考えにくい。『わかるさんすう』においては，単位量にあたる紙を「はんぱの大きさでおりかえす」活動を通して，「はんぱ」は「ちょうど３つぶんで１になります」，

---

(11) 新潟大学教育人間科学部教育実践研究室編『授業書「新しい数－分数」（一部改訂版）による分数の授業づくり』1998年度第II期「教育実践研究演習」報告書，未公刊，1999年，135ページ。

(12) 酒井義信，前掲(6)，71ページ。

(13) 銀林浩「６月号の実践『分数の導入』を評する」『数学教室』No.597，国土社，2001年８月。これに対する筆者の反論については次を参照。岡野勉「数学教育史の中の分数（1）～(3)」『数学教室』No.612，614，616，2002年11月，2003年１月，３月，国土社。岡野勉「数学教育史の中の分数――『新しい数－分数』（改訂版）の歴史的位置付け」北海道大学大学院教育学研究科教育方法学研究室編『教授学の探究』第20号，2003年。これに対する銀林浩の反論が次において行われている。銀林浩「岡野勉氏『数学教育史の中の分数(1)』を評する」『数学教室』No.613，2002年12月，国土社，90～93ページ。ここでは，この反論を主要な対象とする。なお，短い文章なので，以下においては，引用部分に関するページ数の注記を省略する。

逆に，「おり目をつけて，ひろげてみる」活動を通して，「1を3等分した大きさです」と説明されている[14]。鈴木一巳は，両者の同一性については，授業において，子どもが自力で発見可能であり，「そんなのあたりまえだよという声がでる」と報告している[15]。

第二に，授業書（改訂版）においては，真分数を，《商分数の論理》と《分割分数の論理》の区別と統一として定義する（問題2）。この点が，銀林による批判の対象となっている。「どだい新しい概念を導入する際に，2つの意味を同時に教えることは教授学のイロハに反している」。「だから遠山さん監修の『わかる算数』でも，(2)の商分数は少しあとの方にまわされている。遠山さんが強調していたのは，タイルや食パンを2枚重ねて3等分する証明法で，（中略）改めて遠山式証明法が簡明ですぐれているのを痛感した」。

この批判に対しては，少なくとも，次の3点が問われなければならない。第一に，単位分数から一般の真分数への定義の拡張において，論理的な飛躍を子どもに強いることの問題性であり，第二に，「商分数は少しあとの方にまわされている」ことの問題性である。上記2点は，《分割分数の論理》を主要な意味，《商分数の論理》を副次的な意味とする伝統的・常識的な分数論——学校数学としての分数論に起因する。従って，第三に，この分数論それ自体の問題性が問われなければならない（これらの問題点については教科書も同じである）。

上記の問題点については，すでに反論済みなので，ここでは繰り返さない[16]。ここでは，上記，第二の問題点に関連して，『算数たのしい学習プリント』による授業（2002 年）を実施した酒井義信の感想を引用しておく[17]。「商分数は少しあとの方にまわされている」ことの問題性が，授業を実施する当事者によって指摘されている。

> ここ［第5学年］で，分数の②の意味［《商分数の論理》］を指導しようとしても，子どもたちは①の意味［《分割分数の論理》］だけが分数の意味だと思いこんでいるので，②の意味をあとから付け加えるのは，至難の業なのである。私の授業を見て，5年生に②の意味を指導しようと試みた同僚が，「やはり，子どもたちは割合分数のように考えてしまう。」と語っていたのが，印象に残っている。分数の二つの意味を，分数の導入時にしっかり指導することの重要性をあらためて痛感した。

授業においても，「$\frac{2}{3}$mはどのような長さだと思いますか」という問いに対して，直ちに挙手があり，2通りの考え（Ⓐ《3つで2mになる長さ》，Ⓑ《$\frac{1}{3}$mが2つ分の長さ》）が発表されたこと，その後の思考（11 分程度）においても，「全然考えられないという人」は 33 名中，3名であったことが報告されている。この点について，次の感想が述べられている。「すぐに（中略）出てこないと思っていたが，子どもたちから1時間目の言葉の約束（単位分数の定義）をもとに答えが出されたのにびっくりした」[18]。

遠山啓は，数学教育研究における「論理」の性格およびその重要性について，次のように指摘している[19]。

---

(14) 遠山啓・銀林浩編『わかるさんすうの教え方4』1983 年，麦書房，283 ページ。

(15) 鈴木一巳「分数の授業（その2）」『数学教室』No.486，1992 年5月，国土社，66 ページ。

(16) 岡野勉，前掲(13)，「数学教育史の中の分数（1）～(3)」。

(17) 酒井義信，前掲(6)，38 ページ。ここで，「割合分数のように考えてしまう」とは，《2mのテープを3等分した長さ》を$\frac{1}{3}$mと考える思考のことである。

(18) 酒井義信，前掲(6)，53 ページ，67 ページ。

(19) 遠山啓「数学教育の基礎」岩波講座『現代教育学9 数学と教育』1960 年，8～9ページ。

数学教育のなかで多くの落伍者を出している教材をひろい出してみると，論理的でありすぎることが原因ではなく，反対に，論理に統一性がなく，論理の飛躍している個所であるといってよいだろう。つまり，論理的でありすぎるのではなく，論理的でないことに問題があるのである。したがって，数学教育のなかにあるこのような断層を埋め，論理的統一性をつくり上げていくことは数学教育のための必要条件である。

《３つで１ｍになる長さ》(または《１ｍを３等分した長さ》) という単位分数$\left(\frac{1}{3}\mathrm{m}\right)$の定義から，《$\frac{1}{3}$mが２つ分の長さ》という真分数$\left(\frac{2}{3}\mathrm{m}\right)$の定義が一意的に導かれるわけではない。酒井の報告は，授業における子どもの反応を通して，この点の正当性を裏付けている。単位分数から真分数への定義の拡張においても，教育内容は論理的に構成されなければならない。「商分数は少しあとの方にまわ」す方法は，この要請に応えたものではない。

第三に，上記に関連して，銀林の批判においては，子どもの知的好奇心，理解可能性が著しく低く見積もられている。この点は，「むずかしかった」，「わかりにくかった」，「たいへんだった」という，子どもの感想に対する否定的かつ一面的な評価として現れている。銀林の批判においては，これらの感想について，「分数の多様な意味を一度にぶつけられた困惑を物語っているように思える」と評価されている。これに対して，われわれによる評価は次の通りである。「この『むずかしさ』を消極的に評価する必要はないと思います。高度な教育内容を学ぶことに対する積極的な評価が行われていると見るべきでしょう」[20]。

われわれが報告したように，「クラス(18名)の約半数にあたる８名の子どもが『むずかしさ』を指摘してい」[21]たことは事実である。銀林の批判においては，この点が注目されている。しかしながら，この点にのみ注目し，それを「困惑」とする評価は一面的である。そもそも，分数の２つの意味および両者の同一性を教育内容とする授業なのだから，このような感想が出されること自体，自然な結果なのである。同時に，「むずかしさ」を含めた形で教育内容を理解していることを示す事実として，積極的な評価に値する。これに加えて，問題にしなければならないのは，「むずかしさ」に対する子どもの評価である。この点については，次の２点が注目される。第一に，授業後の感想文において，「楽しい」と書いた子どもが，18名中，７名存在していた。第二に，子どもの感想文において，「むずかしい，楽しい」と「かんたん，楽しい」の組み合わせは存在しても，「むずかしい，楽しくない」の組み合わせは見られなかった[22]。われわれの評価は，この事実を根拠としている。これに対して，銀林の評価においては，この事実それ自体が無視されている。

これは，教授学研究の基本的立場に関する問題である。われわれの教授学において，「新しい概念を導入する際に，２つの意味を同時に教えること」は不可能であるという基本命題は存在しない。われわれの基本的立場は次の点にある。分数の２つの意味および両者の同一性は教育内容として最も本質的なものである。従って，分数の導入過程においては，この点を明確に位置付けた形で教育内容・教材を構成することが重要である。そして，それは決して不可能では

(20) 新潟県数学教育協議会・新潟サークル，前掲(4)，40～41ページ。
(21) 新潟県数学教育協議会・新潟サークル，前掲(4)，40ページ。
(22) 新潟県数学教育協議会・新潟サークル，前掲(4)，38ページ，40～41ページ。

ない。この立場において，われわれは，子どもの知的好奇心，理解可能性を高く見積もっている[23]。この点は，銀林による批判の立場との基本的な対立点を構成している。

第四に，銀林の批判は，教育実践研究の基本的観点から「教師の使命」にまで及ぶ。「もちろん子どもが難しいと感じたからといって，一概に否定すべきものでもないが，少なくとも『どこが』『なぜ』難しかったかを分析して，指導案を改善することは教師の使命であろう」。「教育実践の検討でもっとも大事なことは，いうまでもなく，子どもがどんな反応をしたかを明らかにして，そこから教訓を汲み取ることである。ところがふしぎなことに，岡野氏の論考においてはその肝心な点にはほとんど触れられていないのである」。

われわれは，子どもの知的好奇心，理解可能性を高く見積もると同時に，授業においてそれを実現するために必要な教育内容・教材構成のあり方を具体的な形で解明することを研究課題としている。そのための研究方法として，教育内容・教材を授業書の形に具体化すると同時に，実験授業を通して，その妥当性を検証する方法を採用しているのである[24]。従って，授業の結果にもとづいて，授業書における教育内容・教材構成の問題点を解明し，改訂の方向性を探る。これは，研究の目的それ自体に含まれる当然の営みである。ただし，そのことは，必ずしも，教育内容の水準を下げることを意味するものではない。

上記の立場から，改訂版による授業の報告においても，改訂の必要性，方向性について，数点にわたる指摘を行った。例えば，最も多くの子ども（18名中，11名）が「むずかしかった」「わかりにくかった」と感想を述べた問題（問題3）については，次のように指摘している。なお，引用の前半部分は，先に述べた改訂の基本的方向性と同じ内容を含むものであるが，銀林による批判の基本的な問題点を明らかにするために，次に引用しておく[25]。

> 授業書では，問題2において，真分数について2通りの定義を行った後，その十分な定着を図らないまま，問題3において，その定義を，帯分数・仮分数に拡張して適用することを求めています。問題3の「むずかしさ」の最も大きな原因はこの点にあると考えられます。今後，問題2に続いて，真分数の定義を定着させるための練習問題を追加することが必要でしょう。「分」に関する無用な混乱を招く原因を除去することも必要です。

不思議なことに，銀林の批判において，上記の指摘は全く無視されている。その上で，批判の対象が，教育実践研究の基本的観点，「教師の使命」にまで拡張されている。これは，学問的な批判，討論における基本的な態度に関する問題である。学問的な論争が成立するためには，たとえ不十分ではあっても，また，見解の相違が存在しても，まずは，批判の対象を全体として理解しようとする態度が必要不可欠である。銀林の批判は，そのような誠実さを欠いている。

---

(23) この点に関連して，次も参照。酒井義信，前掲(6)，63～64ページ。連続量（長さ）の測定において，互除操作の繰り返しが有限回で終了するか？ 無限に続くか？ を問う問題に対する興味深い討論の様子が報告されている。

(24) この点については次を参照。高村泰雄「授業書方式による教授過程の基礎理論」同編著『物理教授法の研究――授業書方式による学習指導法の改善』北海道大学図書刊行会，1987年，3～18ページ。

(25) 新潟県数学教育協議会・新潟サークル，前掲(4)，40ページ。

2．授業書「新しい数－分数」(改訂２版) による授業

第２章においては，授業書「新しい数－分数」(改訂２版) による授業の結果に関する報告および授業の結果に関する分析・評価を行う。授業は，2003年11月～12月，宮城県・多賀城東小学校５年１組 (総計35人) を対象として，同校教諭・佐藤敬行によって実施された。第２章においては，分数の定義に関する第１章「新しい数－分数」の内，今回の授業書において特に改訂を加えた部分に対象を限定する (授業時間にして４時間)。

今回の授業における特徴の一つは，第５学年の子どもが対象となっている点である。子どもたちは，第４学年において，教科書の内容・方法に従った形で，分数の授業を受けている。今回の授業は，部分的にはその内容に関する復習を含みながらも，基本的には，新たな観点から分数を学習する形で実施された。授業においては，教科書による分数の説明を含め，分数に関連して，子どもたちがすでに獲得していると見られる概念が出現している。指導過程におけるこの概念の位置付けは，授業の分析・評価において重要な観点となるだろう。

以下においては，《解説》，《授業記録》，《コメント》の順序により，授業書とその内容に関する説明，対応する授業記録の紹介，授業の結果に関する分析・評価を行う。なお，《コメント》については末尾の (　) 内に対応する著者名を記した。

(1)　一般の真分数に対する定義の拡張

まず，連続量 (長さ) の測定の際に，単位量では測り切れない端下量が生じる場面を設定する。そのような場合における測定方法として，互除法の発想を活用し，端下量で単位量を測定する方法を導く。ここでは，測定が１回で終わるように教材を構成しておく (「測定１段階」)。それにより，単位分数の定義 —— $\frac{1}{3}$m⟺《３つで１mになる長さ》または《１mを３等分した長さ》—— を行い (問題１)，その定着を図る (練習)。その後，分数の歴史，小数との違いに関する読み物を与え，教育内容体系における分数の位置付けを行う (お話「分数と小数」)。

次に，上記の定義を一般の真分数へと拡張する。《商分数の論理》による定義 (商分数的定義) と《分割分数の論理》による定義 (分割分数的定義) の２通りが考えられる。授業においては，まず両者を区別し，次にその同一性を示す (問題２)。問題２および練習に関する授業を見る。

> **【問題２】** それでは，$\frac{2}{3}$mはどのような長さだと思いますか。
> (ことばや図を書いて下さい)　　　1 m
>
> 2

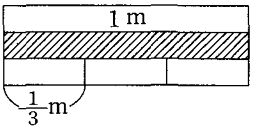
《解説》

単位分数の定義から論理的には，B．商分数的定義《３つで２mになる長さ (２mを３等分した長さ)》が出やすいはずだが，これまでの経験から決してそうはならない。なぜか，A．分割分数的定義《$\frac{1}{3}$mが２つ分》の方が多く出る。日常生活の中ですでに経験的に使っているということだろう。今回は，特に４年生で分割分数的定義をしっかり学習しているので，なおさらである。Aしか出ない時は，$\frac{1}{3}$mの定義に戻ってBを導く。そして，２通りの定義が事実と

しても論理として同じ長さであることを明らかにする。その後で，３ページを配付し，まとめを読む。

なお，問題１において行った単位分数の定義については，下記の形にまとめ，授業においていつでも見ることができる場所（今回の授業の場合は黒板の上の壁）に貼っておく。

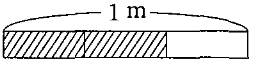
$\frac{1}{3}$m：３つで１ｍになる長さ（１ｍを３等分した長さ）



《授業記録》

Ｔ：$\frac{2}{3}$mとはどのような長さだと思いますか？言葉で考える。また，テープ図で書く。班で相談していいよ。

Ｃ：相談（約５分）の結果，ほとんどの班が，《１ｍを３等分した長さの２こ分》を発表した（下図を板書）。この他に発表されたのは，《３ｍを２等分した長さ》。



《コメント》

いきなり班相談をさせたのはまずかった。勢いの強い子に従うとか多数派になびく傾向があり，少数派や個性的な意見が潰されてしまう。実際，机間巡視していたら，数名，《３つで２ｍになる長さ》あるいは《２ｍを３等分した長さ》と考えた子がいた。しかし，その意見は出て来なかったし，指名しても言わなかった。班相談は，みんなが分からなくてどうしようもないような場面，あるいは，定着・習熟課題の教え・教えられの場面に限った方がよい（佐藤）。

《授業記録》

Ｔ：（$\frac{1}{3}$mの定義を指して）出発点はこれですよ。どなたか，何か気が付いてくれませんか？

Ｃ：…

Ｔ：あゆみ，$\frac{1}{3}$mっていうのは，どういう長さだっけ？

Ｃ：３つで１ｍになる長さ。

Ｔ：かっこ？

Ｃ：１ｍを３等分した長さ。

Ｃ：ああ／Ｃ：わかった！／Ｃ：わかんない（つぶやき）。

Ｔ：みなさんは，昨日，これ（$\frac{1}{3}$mの定義），納得していますよね。

Ｃ：うん。

Ｃ：（つぶやき。聞き取り不能）

Ｔ：何だって，ひろと？

C：おれは何も言ってないけど，あゆみが言ってた。

T：じゃあ，あゆみ，何か言えや。

C：えー，あのー，3つで…

T：($\frac{1}{3}$mの定義を指して)$\frac{1}{3}$mが3つで1mになる長さなんだから，$\frac{2}{3}$mは？3つで…，何だって？

C：2mになる長さ。

T：かっこ？

C：2mを3等分した長さ。

T：という風にならないですか？ 昨日，これでいいって言ったんだべ？ いかがですか？

C：あ，なる（つぶやき)。

T：じゃあ，大きい声で，もう一度，あゆみ，言ってください。$\frac{2}{3}$mは？

C：3つで2mになる長さ，2mを3等分した長さ。

T：ほんとかや？ あゆみ，自信あるか？

C：えー？

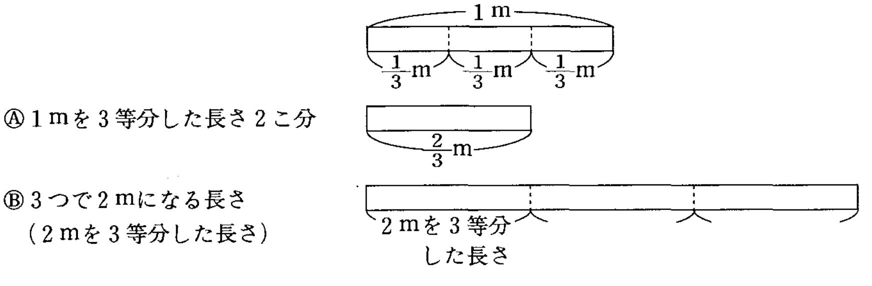
T：3つで2mになる長さ（2mを3等分した長さ）(板書)

問答しながら，黒板に，それぞれのテープを作る（下図)。

T：何か気付きませんか？

C：わかったんだけど，言えない。

T：ずらして書いてみますか？（2本のテープを近付け，左端を揃える。下図)。



T：何か気が付いたことは？

C：…

T：気付いた人，どれくらい？

C：挙手数名。

T：これしかいないのか？

C：何で？どういうこと？

T：はい，どうぞ。

C：紫のテープは（聞き取り不能)

C：あ～あ！（驚いた様子)

T：あ～あ！って言ってますけど。今，言われて，初めて気付いた人は？

C：半数以上。

T：言われる前に気付いた人は？

C：11人。

T：えー？ どうして？ 本当かや？ たまたまでないの？ 理屈として，同じ長さになるの？

C：あぁ，なる。

T：どうぞ，説明してください。

C：だって… うーんと… （説明できない様子）。

T：じゃあ，時間とりましょうね。理屈として同じ長さだと言えるの？考えてごらん。相談していいですよ。紫のテープは$\frac{1}{3}$mが2つの長さですよ。緑のテープは2mを3等分した長さですよ。問題は，$\frac{1}{3}$mが2つの長さと2mを3等分した長さが同じ長さになりそうだ。なぜか？――その理屈を考えてください，ということです。どうぞ。

C：相談（約3分）。

T：どんな話した？7班は？

C：考え中で，何も出てきませんでした。

T：8班は？

C：1mを3等分した長さの2こ分が，どうやったら2mになるか？ ということで，その長さが3つ集まるから2mになる，という話をしました。

T：なんでわかったの？

C：図を書いたらそうなった。

T：あぁ。わかった。1mを3等分した長さの2こ分（紫のテープ）を3つ集めたら2mになる。っていうことは，3つ集めると2mになる長さ，つまり2mを3等分した長さだべ。そういう説明だね。ところが，1mを3等分した長さの2こ分（紫のテープ）を3つ集めて本当に2mになるのか？――っていうのは，ちょっと心配な話だね。

C：うん。

T：ぴったり2mになれば，3つ集めて2mになる長さ。なんだ，2mを3等分した長さのことだべ,っていう話になるね。1班はどんな話しました？

C：2mのちょうど半分が1mだから，1mの3分の2…，

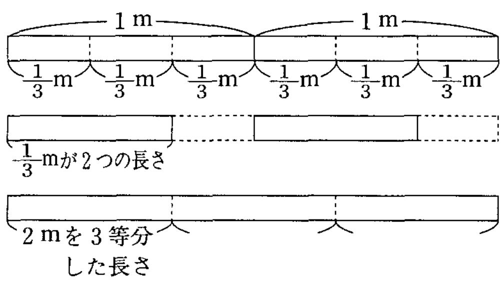
T：1mの3分の2，っていうのが，まだわかんないんだよ。

C：1mを3等分した2つの長さが，それをやったら，ひとつあまるでしょ？それで，また1m…

T：これやったら，って，何やるの？

C：それで，また1mがまた来たら，今度…（聴き取り不能）2mを3等分した長さになる。

T：こいつ（1mテープ）をもう一つ，くっつけるか？ こうした方がいいのか？（下図を作成）。



Ⓐ1mを3等分した長さ2こ分

Ⓑ3つで2mになる長さ
（2mを3等分した長さ）

T：それで，もう1回，さっきの説明してみて。

C：1mが1つだったら1つ余るけど，また1つくっついたら，ちゃんとなるから，2mになっ

て，で，３つに分ければ…。

C：わかった（つぶやき）。

T：やってること，わかる？こっち（右側の１ｍテープ）でも，同じこと，考えるんだべ。

C：ああ，余った長さを足すんだ（つぶやき）。

T：これ，ひとつ(右側の１ｍテープの下に，左端を揃えて，紫テープを置く。前ページの図参照)。あと，こいつとこいつ（残ったテープ２本分。図の点線部分）で，紫になるんだべ。

C：わかった（つぶやき，２名）。

C：だから，２ｍを３等分した１つの長さと１ｍを３等分した２つ分の長さが一緒になるんじゃないかな？ って話が出ました。

T：子どもの説明を繰り返す。

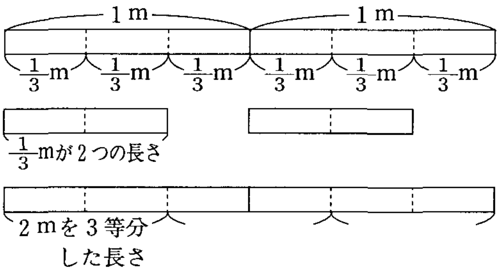
T：２班は？

C：２ｍをちょうど半分にすると １ｍと１ｍになって，その１ｍを３等分して，その２つ分は$\frac{1}{3}$mが２つ分の長さと同じになったから…

T：ここで，半分にしちゃうんだべ。それで，こちら側を見ると(１ｍのテープ２本それぞれに，３等分の目盛りを記入する)，こういうことなんだな。

Ⓐ１ｍを３等分した長さ２こ分

Ⓑ３つで２ｍになる長さ
（２ｍを３等分した長さ）



T：１班と逆に行きましたね。１班は，こっち（１ｍを３等分した２つの長さ）から出発して，もう１ｍをくっつけて，$\frac{1}{3}$mが２つ分，こっちでも２つ分，残ったので，$\frac{1}{3}$mが２つ分になりますよね。ということは，これが３つで２ｍになる。つまり，２ｍを３等分した長さと一致しちゃうんだよ，というのが１班の説明だよな。

T：２班の説明は，こっち(２ｍを３等分した長さ)から行きましたね。２ｍを半分にしたら，１ｍだね。それを３等分すると，きれいに，こういう風になる。だから，２ｍを３等分した長さって，結局，$\frac{1}{3}$mが２つ分の長さになっちゃうんだよ。そういう説明ですね。

T：３班さんは？

C：紫のテープで緑のテープ（２ｍ）を測ってみたら…

T：見た感じ同じ長さになりそうだ，っていう話ね。それはそれでいいですね。４班さんは？

C：３班とだいたい同じで，だいたいの考えで測ってみて，たぶん同じになるだろう。

T：はい。５班さんは？

C：緑のテープ(２ｍ)を，紫のテープと同じ長さに切って，そうすると３等分になるから，だから同じ。

T：実は，それって，これとこれ，同じだっていうのを最初から使っているんだよな。確かに同じになりそうなんだけれども，それを理屈で説明したら，どういう風になるかな？ってことでは，３つの班は，間違っちゃいないけれども，ちょっと違う。

T：6 班さんは？

C：2 mの図と 1 mの図を書いて，どっちも 3 等分に分けて，そうすると，1 mの 3 分の 2 の長さが 2 mの 3 分の 1 の長さにあたっていることがわかった。

T：なりそうなんだけどね。なぜか？っていう話がむずかしいところだね。1 班さんの説明と 2 班さんの説明，どちらか，わかってもらえばいいんですね。

T：結論は何だかわかりますか？ 3 つで 2 mになる長さ（2 mを 3 等分した長さ），これ，大丈夫なのか？$\frac{2}{3}$mの説明として。

C：（しばらくして）いいんじゃないですか（つぶやき，1 名）。

T：1 mを 3 等分した長さ 2 こ分，これ，$\frac{2}{3}$mの説明として大丈夫ですか？

C：たぶん（つぶやき，1 名）。

T：そこが問題なんだな。これね，どっちでいくかな？ 3 つで 1 mになる長さ，1 が 2 に変わるだけだから，っていう意味では，これから出発すれば，どっちがいいんですか？上と下で。

C：…

T：1 が 2 に変わったらどうなるか？って聞いてんでしょ？これは。

C：うん。

T：だから，これに従えば，これとこれ，どっちが自然なんですか？上（1 mを 3 等分した長さ 2 こ分）と下（3 つで 2 mになる長さ）と。

C：下（1 名）。

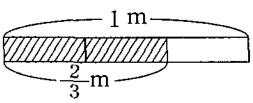
T：下の方でしょ？下なんですよ。うん。ただし，上でも大丈夫なんだよね。なぜかって言うと，<1 mを 3 等分した長さ>って書いてあるんだけれども，ここに，抜けてるんだな。何て書くの？（続いて，1 つを記入する）。これが抜けてるんだよな。ここんところを 2 にすれば，これ（1 mを 3 等分した長さ 2 つ）でしょ？ わかります？

T：つまり，結論としては，この 2 つの長さは同じ長さだってことを，今，確かめたわけですから，どっちも使えますよ，どっちでもいいですよ，っていう話なんですよ。

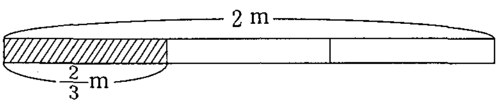
T：（プリント 3−1 を配付し，まとめを読む。3 m を 2 等分した長さについて，数値の順序の誤りを確認する。まとめを拡大して黒板の上の壁に貼る。）

$\frac{2}{3}$mについては，次の 2 通り考えることができます。

A：$\frac{1}{3}$m（1 mを 3 等分した長さ）が 2 つ



B：3 つで 2 mになる長さ（2 mを 3 等分した長さ 1 つ）



・ $\frac{2}{3}$mの，3 のことを 分母（ぶんぼ），2 のことを 分子（ぶんし） といいます。

3 − 1

《コメント》

《１mを３等分した長さ２こ分》が圧倒的に多く出される点については予想済み。この子たちは４年時にそのように学習して来たというだけでなく，普段の生活の中で見聞きしていると思われる割合分数の考え方からも，分割分数的定義が自然である。

それでも，この問題の目的はしっかり達成された。特に，２通りの定義の同等性を両方向から論理的に説明できたのは見事である。

ただし，３ページのまとめは書き方を変えた方がよい。

第一に，単位分数の定義から，より自然に出てくるのは商分数的定義なのだから，A，Bの順序を逆にし，Aを商分数的定義，Bを分割分数的定義にした方がよい。

第二に，商分数的定義のうち，除法的定義をカッコ内に書いたが，これについては乗法的定義と並列させた方がよい。これに対応する形で，単位分数の定義についても，乗法的定義と除法的定義を並列させる。

第三に，分割分数的定義については，単純に，《$\frac{1}{3}$mが２つの長さ》とした方がよい。

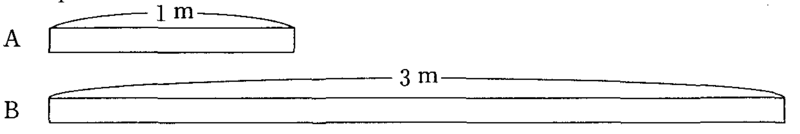
このようにまとめを変えれば，授業での用語の使い方などが微妙に変わってくるだろう。これに加えて，両者の統一を示す図を書き込んでおいた方がよいかも知れない（佐藤)。

《解説》

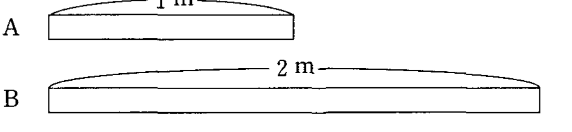
①②は定義の定着のための練習である。ここで，２通りの定義に基づいて作った長さが確かに同じになることを確認してもらう。③は，１mをはみ出すから，やや難しい。Bに助けられて，Aに$\frac{1}{2}$mを付け足せばよいことに気付いてほしい。ここで，さりげなく，$\frac{3}{2}$m＝1$\frac{1}{2}$mを確認しておくのもよい。④では，$\frac{3}{3}$m＝１mを確認する。

<練習>　次の分数を，２通りの考えでテープ図で示しなさい。
（正確でなくてよい）

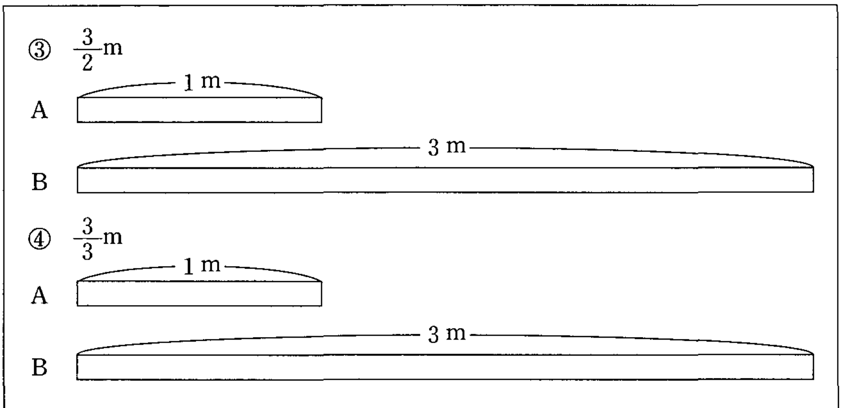
① $\frac{3}{4}$m



② $\frac{2}{5}$m



3－2



4 － 1

《授業記録》

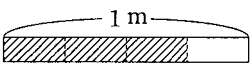
T：$\frac{3}{4}$m，これは，Aの考え方は 1 mを出発点，Bの考え方は 3 mを出発点にします。はい。考えてください。長さはだいたいでいいです。(プリント 3 － 2 の拡大図を黒板に貼付する)。

C：考える（約 2 分)。

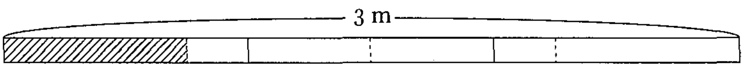
T：たったこれだけの時間で，どの程度なのか，調べます。一度，ストップしてみてください。この時間の中で①ができていないということは，それは，時間がいくらあっても仕方ないということですからね。問題は，$\frac{3}{4}$mを，Aの方法で，Bの方法で，書き込みなさい，ということですね（$\frac{2}{3}$mについて，2 通りの定義を確認する)。

T：1 mを何等分ですか？　　　C：4。

T：4 等分ですから，こうなりますね。4 等分した長さ，3 つ分ですね(図に記入)。これがA。



T：Bの考え方は，3 mを 4 等分するんですね。これを 4 等分してください。長さはこれです(拡大図に記入)。結果は同じですね。



T：そこで，聞きます。今日は 34 人ですね。Aで当たっている人。

C：ほとんど全員が挙手。

T：B，こうなっている人。　　　C：挙手 17 人。

T：Aよりは少ない。はい，どうぞ。

C：②③④を考える（テープ切れる。以下，授業者による補足)。

①では，Bの典型的誤答は《3 mの$\frac{3}{4}$》。②では，Aはほとんど全員，Bも 30 人近くが正解。誤答はやはり《2 mの$\frac{2}{5}$》。③では困っている子が何人もいた。最初，Aが分からないので，Bを正しく書き，それを参考にして，1 mに$\frac{1}{2}$mを付け足した子が多かったようだ。「Aの場合，$\frac{1}{2}$mが 3 つだよね。2 つで 1 mになっちゃうね。あと 1 つ付け足さなきゃならない。従って…」と説明する。④はスムーズ。「つまり，$\frac{3}{3}$m＝1 mということね」。

《コメント》

やはり，１問ずつ区切って取り組ませた方がよかった。①のＢでの《３ｍの$\frac{3}{4}$》という回答は，定義に定位したものではなく，割合分数的考え方にもとづくものである。この回答(誤答)については，あらかじめ想定済みであるべきで，ここで，しっかり修正すべきだった。この点が不十分だったので，以後，何度も，この回答が現れる結果となってしまった。今後の課題である。また，プリントにテープ図を書き込まず，どんなテープが必要か考えさせるのもよいかも知れない（佐藤)。

《任意の長さ（Ｘｍ）をａ等分したｂ倍の長さ》を$\frac{b}{a}$ｍとする思考（佐藤の表現によれば「割合分数的考え方」)が現れている。この思考によれば，まず，単位量ではなく，示された量全体を１と考える。次に，それに対するａ等分およびｂ倍操作の結果を$\frac{b}{a}$と考え，最後に，単位(m)を付けるのである。この思考においては，$\left(X\times\frac{b}{a}\right)$ｍと$\frac{b}{a}$ｍが未分化な形で混在しており，明確な区別が成立していない。

分数の授業は，全体として，定義とこの思考との相互対立を本質的な契機として含んだ形で進行する。従って，この思考については，その内容を明確な形で示すと同時に，授業における定義との違いを説明することが必要かつ重要になる。そして，この説明については，一度行えばそれで十分というわけではなく，おそらく，授業全体を通して行うことが必要である。

授業の進め方についても，次の順序が考えられる。(1) 分数の定義について，２通りの方法による言語表現を行う。(2) 次に，それをもとに，必要なテープ図について考える。(3) テープ図による表現を行う。(4)　２つのテープ図が同じ長さを表現していることを確認する。なお，プリントに記入するのは，基準となる１ｍのテープ図だけで充分だろう。また，(4)のためには，テープ図が，ある程度の正確さを備えていることも必要だろう（岡野)。

(2)　帯分数・仮分数に対する定義の拡張

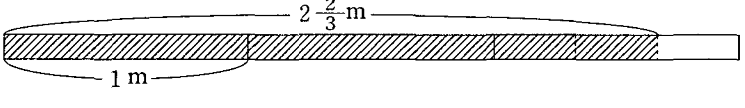
問題２において，一般の真分数について行った定義の，帯分数・仮分数への拡張を図る。帯分数・仮分数について，《商分数の論理》と《分割分数の論理》の区別と統一を行う（問題３)と同時に，その定着を図る（練習)。

【問題３】

①　$2\frac{2}{3}$ｍのテープを３本つなげると，何ｍになるでしょうか。

予想

ア　$6\frac{2}{3}$ｍ　　イ　４ｍ　　ウ　８ｍ　　エ　その他（　　　　）



4－2

《解説》

①は同分母分数のたし算を必要としない。２ｍを３つつなげたら６ｍになる。問題は，$\frac{2}{3}$ｍ

を３つつなげたらどうなるか，である。$\frac{2}{3}$mのテープを３本つなげた図を書いて，"$\frac{2}{3}$mが３つで２m"を見つけるかも知れないが，実は，商分数的定義により，$\frac{2}{3}$mは《３つで２mになる長さ（２mを３等分した長さ）》なのだから，これを３つつなげたら２mになるのは自明である。

②では，まず，①で分かった$\frac{8}{3}$mは《３つで８mになる長さ》を書き込む。そうして，再び，商分数的定義に立ち返って，《３つで８mになる長さ》は$\frac{8}{3}$mであることに気付いてもらう。さらに，分割分数的定義にも立ち返って，$\frac{8}{3}$mは《$\frac{1}{3}$mが８つ分》であることにも気付いてもらう。かなり理屈っぽいから，ていねいに扱うことが必要であろう。

商分数的定義を活用することで，分数は分母の数だけ集めれば整数になることが分かり，そして，定義にのみ基づいて，帯分数を仮分数に直すことができる。商分数的定義の有効性の１つがここにある。

なお，計算によって変換する方法については，第２章「分数のヘンシン　その１」において，分割分数的定義を活用して扱う。

《授業記録》

はじめ，相談無しで考えてもらい（約２分），予想（第１回）が出揃ってから，班での相談を入れた（約２分）。その後，再び，予想（第２回）を聞いた。結果は表の通り。第２回の予想をとった後で理由を聞いた。

	第１回	第２回
ア．$6\frac{2}{3}$m：	17人	12人
イ．４m	１人	０人
ウ．８m	12人	17人
エ．その他 ①　24m	１人	０人
②$6\frac{6}{9}$m	１人	５人
③$7\frac{1}{3}$m	－	１人
無回答	２人	０人

Ｔ：$6\frac{6}{9}$mの人，お願いします。
Ｃ（エ）：$2\frac{2}{3}\times3=6\frac{6}{9}$だから。
Ｔ：なるほどね。すっきりしてますね。みなさん，動揺したな。
Ｃ：してない／Ｃ：なんで，って感じだった／Ｃ：全然しねぇ（つぶやき）。
Ｔ：アの人，どうしてこういうふうに考えたのか，教えてください。
Ｃ（ア）：$\frac{2}{3}$の方は変わらないと思います。それで，$2\times3=6$になった。
Ｔ：だから，$6\frac{2}{3}$mということですね。次は，ウですね。なんで，これが８mになるの？
Ｃ(ウ)：３本つなげると，だから，２mを３本つなげると，６mになって，その余った２個が，３本つなげるやつと足せば，２mになるから，それで８m。

T：ああ，なるほど。言ってること，わかる？

C：わかんない（つぶやき)。

C(ウ)：２mが３個あるから，2×3=6で，６mでしょ。あまりも同じだから，2×3=6で，その６を３で割って２にして，２m+6m=8m。

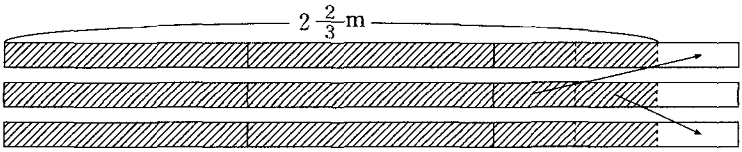
C：わかんない（つぶやき)。

T：わかる？ 図，書いた人いるか？ どういうふうに書いた？

C：縦に書いた。

T：（黒板に下図を書く)。この図を書いた人，何人くらいいますか？

C：５人。



T：それで？

C(ウ)：１mが６本あるから６mになって，あと，$\frac{2}{3}$が３個あるから$\frac{6}{3}$になって，$\frac{3}{3}=1$だから，$\frac{6}{3}=2$になるから，６と２を足して，８m。

C：おお，すげえ／C：わかった（つぶやき)。

T：$\frac{2}{3}$mが３つで何mか？ってことですね。図から，$\left(\frac{1}{3}\text{m}\right)$ひとつ，ふたつ，みっつ。これで？これをこっちに持って行ったら？（上図の矢印)

C：１m。

T：これ$\left(\frac{1}{3}\text{m}\right)$をこっちに持って行ったら？（上図の矢印)

C：１m。

T：（もう一度，説明する)。だから，２mになる。ということは，６mと２mだから，３本つないだ長さは，みんなで？

C：８m（数名)。

T：ウに○を付ける。

T：次に，エの$6\frac{6}{9}$mはどういう長さかというと(図を書く。１mのテープ図を９等分し，６つ分に斜線を入れる)，２mが３つで６mは大丈夫ですね。問題は，$\frac{2}{3}$mは３つで$\frac{6}{9}$mになるかどうか，という話です。試しに，$\frac{6}{9}$mを作ってみました。上(問題の図にある$\frac{2}{3}$m）との比較で，これ（$\frac{2}{3}$m）を３つ集めて，これ（$\frac{6}{9}$mのテープ図）になりますか？

C：ならない（数名)。

T：実は，$\frac{6}{9}$mって何や？

C：$\frac{2}{3}$m（１名，つぶやき)。

T：実は，これは(C：$\frac{2}{3}$m)でしょ。$\frac{2}{3}$mを３つ集めたら$\frac{2}{3}$mと同じ長さになる。変ですね？

C：変ですね（１名，つぶやき)。

T：変でしょ。つまり，2×3=6はよさそうだけども，$\frac{2}{3}\times 3=\frac{6}{9}$はどうも危ないという話ですね。わかんないもん。やってないから。

T：ということで，つまり，実際に，$\frac{6}{9}$mを作ってみました。しかし，これは，よくよく見たら，$\frac{2}{3}$mです。一つ分しか，かけていない。やっぱり違う，というお話です。ア$\left(6\frac{2}{3}\mathrm{m}\right)$も，2 m 3 つで 6 m はいいんだけれども，$\frac{2}{3}$mを 3 つ集めたら$\frac{2}{3}$mという話にはなりませんね。従って，ここでの正解はウということになるのです。
T：…が（強く）…，が…，図を書いてみなきゃ，わかんないのか？
C：ちがう。できるよ／C：計算でできるよ，ちゃんと（つぶやき）。
T：計算しなきゃ，わかんないのか？
C：え！／C：は？
T：計算は一切いらないで，わかるのです。
C：本当に？
T：（貼付してある$\frac{2}{3}$mの定義を指す）。こっち見る，A，B。気付いた人，いますか？
C：3つで2 m。あ，わかった（つぶやき，1名）。
T：計算しないんだよ。
C：一切，何もしないの？ たしざんも何もしないの？
T：しません。はい。ひろと君，どうぞ。
C：$\frac{2}{3}$mって，3 つで 2 mってことだから，その通り。
T：$\frac{2}{3}$m，3 つで 2 mになる長さ（板書）。だべ？気が付いた？
C：あー／C：わかった。
T：3 つで 2 mになる長さを$\frac{2}{3}$mって言うんだべ？ だから，3 つ集めたら 2 mになるんだべ。あぁーっていう人，何人くらいいますか？
C：挙手 4 人。
T：3 つ集めると 2 mになる長さを$\frac{2}{3}$mという。この長さは 3 つで 2 mになる長さだ。だって，これは，もう説明のしようがない。だって，そうなんでしょ。そうやったんでしょ？
T：じゃあ，ゆうき君，$\frac{2}{3}$mは 3 つ集めると 2 mになるということを，あなたの言葉で，計算なしで，説明してみてください。
C：…
T：さき，何か言いたかったんだべ。
C：まちがっているかも知れないけど，最初の 2 mが…
T：言いようねえべ（笑）。わかった人には言いようないんだよな。だって，3 つで 2 mになる長さを$\frac{2}{3}$mと言ったんだから，この長さは 3 つ集めたら 2 mになるんだよな。あたりまえの話なんだよな。何とも言いようがない。はい。半分わかったような気がする人も含めて，どれ位いますか？
C：18 人（総計 35 人）。

《コメント》

分配法則と同時に，$\frac{2}{3}$mの定義が問題になる。発表は，いずれも，《$\frac{1}{3}$mが 2 つ分の長さ》に依拠したものである。《3 つで 2 mになる長さ》に依拠する方法については，授業者から示されたヒントによって気が付く形になっている。特に問題があるわけではないが，最初から，2

通りの方法に気付かせるためには，プリントには，次のヒントを記しておいた方がよいだろう。「$\frac{2}{3}$mはどのような長さだったか？思い出してみよう」。このヒントは，次の②においても有効である（岡野）。

《授業記録》

Ｔ：これには続きがある（プリント５－１を配付し，問題を板書）。

> ②　$2\frac{2}{3}$mは，□つで□mになる長さだから，$2\frac{2}{3}\text{m}=\frac{\square}{\square}\text{m}$
>
> また，$2\frac{2}{3}$mは$\frac{1}{3}$mが□つの長さ。
>
> ５－１

Ｔ：$2\frac{2}{3}$mは３つで８ｍになる長さでしたね。だから，$2\frac{2}{3}$mは何分の何ｍ？
Ｃ：３分の（つぶやき，１名。授業者が発言を制止）。
Ｔ：□の中にあてはまる数を考えてください。
Ｃ：考える（約１分）。
Ｔ：$\frac{8}{3}$mと入っている人，どれくらいいますか？
Ｃ：14人。
Ｔ：３つで２ｍになる長さが$\frac{2}{3}$mなんだから，３つで８ｍになる長さ，これは$\frac{8}{3}$mですね。つまり，こういう形の分数が，こういう形の分数になっちゃった，という話ですね。こういう形の分数（$2\frac{2}{3}$m）を何と言うんですか？
Ｃ：帯分数。
Ｔ：じゃあ，こういう形（$\frac{8}{3}$m）の分数は？
Ｃ：仮分数。
Ｔ：と呼ぶのは４年生でやったね。つまり，何の計算もしないで，帯分数を仮分数に直すことができるんですよ，という話なんです。そして，もう一つ，また，$2\frac{2}{3}$mは$\frac{1}{3}$mが？
Ｃ：８つ／Ｃ：８の長さ（2，３名）
Ｔ：みんなで，さん，はい。
Ｃ：８つの長さ（小さい声）。
Ｔ：という話だよね。

《コメント》

子どもたちがしっかり分かったとは言いがたい。問題が結構難しいのは確かだけれど，もう少していねいに進めることができなかっただろうか。例えば，商分数的定義に基づいて，$\frac{2}{3}$mは《３つで２ｍになる長さ》に気付いてもらう場面。授業者一人がくどくど説明すると，かえって分からなくなる，という心配から，あえてしなかったが，やはり，問題２の場面に戻って，$\frac{2}{3}$mの２通りの定義を振り返る必要があったかも知れない。何しろ，この子どもたちは分割分数的定義だけはしっかり入っているのだから。不十分な点は次の練習をやることで補おう（佐藤）。

＜練習＞ □にあてはまる数字を書きなさい。

① $1\frac{4}{5}$mは，□つで□mになる長さだから，$1\frac{4}{5}\text{m}=\frac{\square}{\square}\text{m}$

② $3\frac{1}{2}$mは，□つで□mになる長さだから，$3\frac{1}{2}\text{m}=\frac{\square}{\square}\text{m}$

5－2

《解説》

問題3の結果を受けて解いていく。①の場合，まず，分数部分に着目して，$\frac{4}{5}$mは《5つで4mになる長さ》。次に，整数部分について，1mは5つで5m。4m＋5m＝9m。従って，$1\frac{4}{5}\text{m}=\frac{9}{5}\text{m}$となる。②についても論理は同じである。子どもたちとの問答を通して，1問ずつ，ていねいに扱うことになるだろう。

この後，帯分数・仮分数，真分数，そして，単位分数の用語を説明しておく。

《授業記録》

T：練習問題があります。一切，計算をしません(問題を板書する)。ヒントは，$2\frac{2}{3}$mの場合は，3だけ集めたら，分数の部分は2mになってくれますね。$\frac{4}{5}$mは，何ぼ集めると，ぴったり，何mかになるんでしょうか？

C：考える（約1分）／C：全然，わかんない（つぶやき）

T：これは，時間をかけてもわかりませんから…，りょうは，何て書いた？

C：5つで9mになる長さ。

T：他に？

C：5つで6mになる長さ。

T：他に？

C：…

T：5つで6mになる長さの人，手をあげてください。

C：2人。

T：5つで9mになる長さと書いた人は？

C：19人。

T：まず，$\frac{4}{5}$mの部分に注目してみましょうよ。いくつ集めると，ぴったり何mになりますか？ これは，19人以外の人で，答えてください。

C：今，わかりました。5つで7。

T：なんぼ？ 5つ集めたら，7になるの？ $\frac{2}{3}$mというのは3つ集めたら2mになるんでしょ？じゃあ，$\frac{4}{5}$mは5つ集めたら？他に？

C：…／C：わかんない（つぶやき）。

T：$\frac{2}{3}$mというのは…（定義の確認）。じゃあ，$\frac{4}{5}$mは？ 5つ集めれば？

C：7／C：なんで？／C：2？

T：じゃあ，19人の人。5つで？

C：4。

T：5つで4mになる（板書)。気が付きましたか？ 数字が違うだけだよ。心配だから，テープ図，書いている人，いますよね。いいですよ。それを書いて確かめてみるの，大事ですからね。この人は，なんで間違えたかと言うと…，今の問題はこれ($1\frac{4}{5}$m)全部なんだから，こっち側（整数部分）も5つ集めろや。1mを5つ集めると？

C：5m。

T：5mだべ。ですから，全部で5つ集めると，5m＋4m＝9m。5つで9mになる長さだから？従って，ここは？ 仮分数に直すと？ 書いてください。

C：$\frac{9}{5}$m。

T：$\frac{9}{5}$mと書いた人，どれくらいいますか？

C：挙手多数。

T：今度はだいじょうぶですね。それでは②に行きましょう。

C：全然わかんないよ（つぶやき)。

T：(約2分後）あいは何て書いてあるの？

C：2つで7m。

T：他に？

C：…

T：2つで7mと書いてある人，どれくらいいますか？

C：挙手24人。

T：$\frac{1}{2}$mは2つ集めれば1mだよな。あぁ，そうか，2つ集めるのね。問題にしているのは，これ$\left(3\frac{1}{2}\text{m}\right)$全体だから，3mを2つ集めたら6mでしょ。従って，合わせて7m。つまり，$3\frac{1}{2}$mは2つで7m。

T：違っている人，どういう風に違っているか，教えてください。

C：2つで10。

T：なんで10にしたの？

C：2×3=6，2×2＝4で，10にした。

T：2×2=4が違ってるんだよね。あとは？

C：…

T：はい。じゃあ，みんなで次に行きましょう。従って，$3\frac{1}{2}$mは？ みんなで，さん，はい。

C（数名)：2分の7m。

T：はい。

C（みんなで)：2分の7m。

T：ほとんど，整数の計算しかしてませんが，それで，帯分数を仮分数に直すことができました。

C：先生，意味わかんない（つぶやき)。

T：2つで7mになるのはなぜ？

C：知らない（個別に説明を受ける)。わかった。

T：プリント6−1を配付し，まとめを読む。

・1より大きい分数の場合は，2通りの書き方があります。

$2\frac{2}{3}$ のような書き方を 帯分数（たいぶんすう） といいます。

$\frac{8}{3}$ のような書き方を 仮分数（かぶんすう） といいます。

・$\frac{2}{3}$ のような，1より小さい分数を 真分数（しんぶんすう） といいます。

・$\frac{1}{3}$ のような，分子が1の真分数を 単位分数（たんいぶんすう） といいます。

6－1

《コメント》

①で19人，②で24人が正解なので，一応大丈夫とは言えるが，なお，つぶやきで分かるように疑問を持っている子がいる。$1\frac{4}{5}$mなり，$3\frac{1}{2}$mなりのテープ（あるいはテープ図）を実際に操作して，確かに，《5つで9m》，《2つで7m》になることを繰り返し示すことが必要なのかも知れない（佐藤）。

$1\frac{4}{5}$mについて，《5つで6mになる長さ》，《5つで7mになる長さ》と答えている子どもが数名いる。論理については不明であるが，少なくとも，整数部分を5倍することを忘れた結果でないことは確かであろう。問題3に関する理解の程度にもよるが，「数字が違うだけ」であることを明確にするためには，練習においても，ヒントを含め，記述の形式を問題3と同じ形式にした方がよいのかも知れない。

帯分数→仮分数の変形に重点が置かれ，仮分数に対して《分割分数の論理》を適用する過程が欠落している。例えば，$\frac{9}{5}$mについて，《$\frac{1}{5}$mが9つ分の長さ》であることの確認が行われていない。この点についても，プリントに明記することが必要である。2通りの定義を確認した後，両者の同一性を示す。テープ図は，その際に必要かつ有効である（岡野）。

(3) 分数の大小比較（同分母の場合，同分子の場合）

【問題4】どちらの分数が大きいでしょうか。図を書いて確かめてから，大きい方に○をつけなさい。

① $\frac{3}{5}$m

$\frac{2}{5}$m

② $\frac{3}{5}$m

$\frac{3}{4}$m

6－2

・分母が等しい分数では，分子が大きい分数の方が大きい。

$\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$

・分子が等しい分数では，分母が小さい分数の方が大きい。

$\frac{3}{5} < \frac{3}{4}$

<練習>　どちらの分数が大きいでしょうか。不等号（ふとうごう）（<，>）を書き入れなさい。

① $\frac{2}{7}$　$\frac{5}{7}$　　② $\frac{2}{13}$　$\frac{2}{15}$

③ $2\frac{5}{9}$　$2\frac{5}{7}$　　④ $3\frac{5}{8}$　$2\frac{6}{8}$

⑤ $\frac{13}{11}$　$\frac{15}{11}$　　⑥ $3\frac{2}{5}$　$4\frac{2}{7}$

7－1

《解説》

ここでは，同分母の場合と同分子の場合だけを扱う。一般の大小関係については第４章「通分」において扱う。

実は，この場合については，図を書かなくても，定義により，論理的に結論を導き出すことが可能である。

① 同分母の場合について。分割分数的定義により，同じ$\frac{1}{5}$mが３つ分と２つ分では，３つ分の方が長い。商分数的定義により，同じ５等分するなら，２mを５等分するより，３mを５等分する方が長い。

② 同分子の場合について。分割分数的定義により，同じ３つ分なら，$\frac{1}{5}$mの３つ分より$\frac{1}{4}$mの３つ分の方が長い。商分数的定義により，同じ３mを等分するなら，５等分するより４等分した方が長い。

論理的には確かに上記の通りであるが，図を書いて確かめた上で，この論理を確認する。従って，図については２通り（分割分数的定義によるものと商分数的定義によるもの）考えられる。両方出させたい。

問題４を終えた後で，プリント７－１を配付してまとめを読み，<練習>により，定着を図る。

《授業記録》

T：どちらの分数が大きいでしょうか？(① $\frac{3}{5}$m，$\frac{2}{5}$mと板書)。大きい方に○を付けるんですよ。ただし，テープ図を書いて確かめてから，判断してください。テープ図はいい加減でいいです。相談はなしですよ。

C：考える（約４分)。

T（途中で)：いろいろあるから，いいですね。

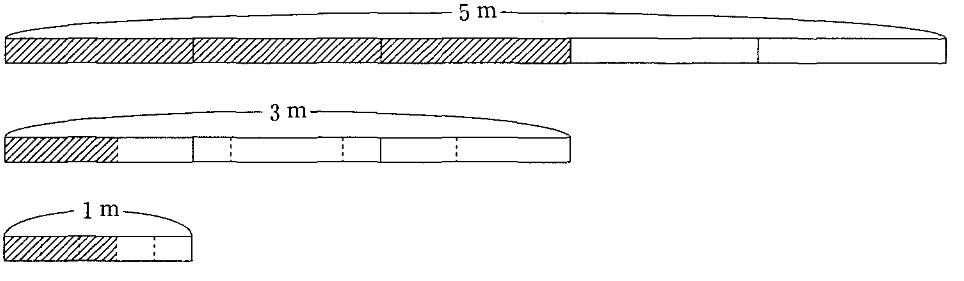
T（途中で)：簡単そうで，簡単でないかも知れないね。

T：紹介しましょうね（$\frac{3}{5}$mについて，子どものテープ図を板書)。

C：ア.

イ.

ウ.



T：どれが１mだか，書いとかなきゃ，だめですよ。他の図の人，いますか？

C：…

T：予想分布をとる。ア．20人，イ．３人，ウ．11人。

T：それでは，全体で行きましょうね。説明してもらいますか。人数が少ない方から行きます。３人の人から。

C：（$\frac{2}{3}$mの定義を指して）Bの図（３つで２mになる長さ）みたいにして…

T：Bの図みたいにやったら，こうなったのね。はい。しばたさん。

C：5つで3mになるから…

T：5つで3mになるんだから，こう（イの図）なんだ。じゃあ，次，11人の人。ゆうすけ。

C：5こで1mで…

T：5こで1mで…。5こで1mって何て言うのや？

C：…

T：5こで1mって，こいつ（テープ図）だべ。ひろ，何ていうのや？

C：…

T：11人の人，手をあげて。5こで1mの長さ，何ていうのや？みさき。

C：$\frac{1}{5}$

T：ゆうすけくん，それで？

C：$\frac{1}{5}$mが3つあるから$\frac{3}{5}$m。

C：拍手（数名）／C：分かりやすい（つぶやき）。

T：これは，どれ使ったのや？ひろ。

C：A。

T：20人の人，多数派。説明してください。あずささん，どうぞ。

C：5個で5mで，$\frac{1}{5}$の1が1つで1mある。$\frac{3}{5}$の3で3mある。…あ，忘れた。

T：他の人。おい，多数派だよ。がんばって。

C（別の子）：5mの一つを1mにして，5分の…$\frac{3}{5}$だから…

T：理由はわかってるんだけどね。どう言えばいいのかね。はい，どうぞ。

C（別の子）：5mを3等分して…

T：5mを3等分しているかい？ 5mを何等分してますか？最初。どうぞ。

C：$\frac{3}{5}$mの分母は5mと思って，5mのうちの3つ分。

T：（しばらく考えて，）これ（アの図の斜線部分）何mや？

C：3m。

T：そうだよね。 3mって$\frac{3}{5}$mかい？

C：…ん？…

T：だって，これ，$\frac{3}{5}$mだって言ってるんだべ？ 20人の人は。ここからここまで（アの図の斜線部分）が$\frac{3}{5}$mだって言ってるんだべ？ そうなんでしょ？ だから，この図を書いたんでしょ？ そうだよね？

C：うん（小さい声）。

T：まさとは？

C：えぇ？その5あるでしょ？（聴き取り不能）

T：少なくとも，これ(アの図の斜線部分)，3mだよね。3mの長さを$\frac{3}{5}$mをなんて言っていいのかい？って問題だよね。20人の人は，何で，この図を書いたかと言うと，決して，5mを3等分した長さというふうに，上下(分母と分子)ひっくり返して考えた訳ではないんですよ。いい？ でも，最初に，5mの図，与えてないんだよね。与えてれば，「の付き分数」で明確なんだけども，与えてないのに，あえて5mを書いて，その3つ分ね。$\frac{3}{5}$は5つのうちの3つだよね。だから，5つmの3つmを$\frac{3}{5}$mって考えたんだよね？ だべ？ あずさ，そうだべ？うん。20人はそう考えたのさ。

T：これはおもしろいんだけれども，$\frac{3}{5}$mっていうのは，結局，Aか，Bか，なんだよね($\frac{2}{3}$mの定義を指す)。先週からの授業の流れで，5 mの3つ分を$\frac{3}{5}$mっていう話はどこにも出てきませんね。ということで乗り切るしか，ここでは，ない。後の方で解決するんだよな。ということで行きましょうね。

T：結局，正解は？

C：３人の方と11人の方。

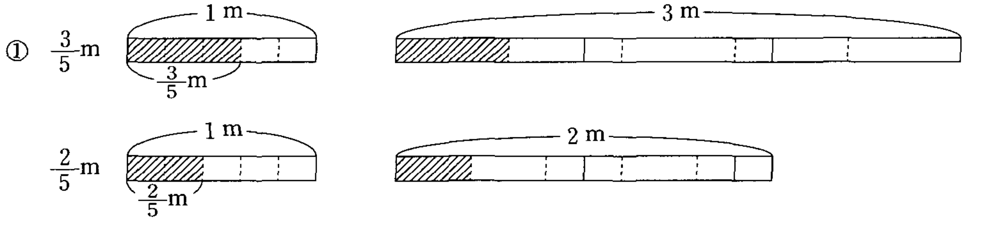
T：うん。これ (ウ) は，図はへたくそだけれども，３mを５等分した長さと同じ長さですね。正解はこっち（イ，ウ）なんですよ。図から言って，３mが$\frac{3}{5}$mと同じっていう話はおかしい,っていうのはわかりますね。今のところは，それで，がまんしておいてください。

T：そうすると，あらためて，$\frac{2}{5}$mの図を書いてください。20人の人はあぶないですね。この（イ，ウ）どちらかのパターンであればいいですよ。このパターン（ア）の人はちがってますから，直してください。

C：考える（約３分)。

T：（途中で）20人の人は①も書き直さなきゃだめだよ。書き直すのは２種類ですよ。ここは３mとか，ここは５mとか，書いとかないと，わかんないんです（班での相談を指示する)。

T：（約４分後）書いてあるのは，２通りあるはずなんですよ（下図を板書し，説明しながら，予想分布を確認する)。



C：左側の図（分割分数的定義）は33人。右側の図（商分数的定義）は５人（重複あり)。

T：いずれにしても，分母が同じときは，$\frac{1}{5}$が３つと$\frac{1}{5}$が２つでは，$\frac{1}{5}$が３つある方が長いですね。３mを５等分するのと，２mを同じ５等分するのでは，どっちが長いですか？同じ５等分だから，出発点が長い方が長いでしょ？ 結論は，要するに，こういうこと(板書の$\frac{3}{5}$mに○を付す）なんですが，そこに辿り着くのには，２通りの方法がある，というお話です（左側の図がAパターン（分割分数的定義)，右側がBパターン（商分数的定義）であることを確認する)。要は，分母が同じ時は，分子が大きい方が分数としては大きい，というお話です。

T：(②に進む)。まず，$\frac{3}{5}$mについてだけ，まず，Aパターンのテープ図，次に，Bパターンのテープ図，２通り書いてください。

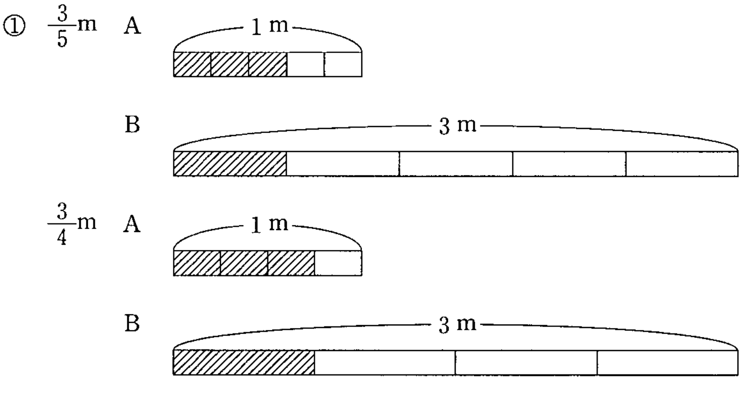
C：(考える)。

T：３ページの練習問題と同じことなんだよ。

C：あーあ，そっか！ 先生，それ，先に言ってよ。

T：(約８分後)じゃあ，見てください。($\frac{2}{3}$mの定義を指して)Aパターンはこれだよな。$\frac{2}{3}$mは１mを３等分した２つでしょ。だから，$\frac{3}{5}$mは１mを５等分した３つなのさ（テープ図に

斜線を入れる)。これがAパターンなんですよ。Aパターン，これでちゃんとできている人，どれくらいいますか？
C：ほぼ全員が挙手。
T：ほぼ大丈夫ですね。問題なのは，Bパターンって言うのは，$\frac{2}{3}$mは，2mを3等分した長さ一つ分です。$\frac{3}{5}$mは3mを5等分した長さになりますね(子どもの3mのテープ図が短すぎることを注意)。ですから，こんな感じですか(5等分の目盛りを付し，一つに斜線を入れる)。Bパターン，こういう風に書けている人，どれくらいいますか？
C：ほぼ全員が挙手。
T：はい。OK。これが，$\frac{3}{5}$mの2通りの書き方です。実は，これ，3ページの練習問題でやっているんだよね。
T：次は$\frac{3}{4}$mですね。これも，Aパターン，Bパターン，2通りの図を書いてください。
C：書く（約6分)。
T：はい。Aパターンは1mを4等分した長さ3つ分ですね。ですから，こういう風になりますね（テープ図に斜線を入れる)。こういう風になっている人は？
C：ほぼ全員が挙手。
T：Bパターンは3mを4等分した長さですね(テープ図に斜線を入れる)。こうなっている人は？
C：ほぼ全員が挙手。



T：ほぼ大丈夫ですね。問題は，較べ方は，Aパターンで較べると，$\frac{3}{5}$mは1mを5等分したやつ3つと，$\frac{3}{4}$mは1mを4等分したやつ3つでは，どっちが大きいんだ？ 同じ3つだけれど，$\frac{1}{5}$と$\frac{1}{4}$では4等分した方が大きいですね（C：うん（つぶやき))。ですから，分子が同じ場合は分母が小さい方が大きいべ。いいですか？ それよりは，Bパターンの方がわかりやすいですね。3mを5等分した大きさと，同じく3mを4等分した大きさでは，どっちが大きいですか？ 分ける数が大きい方が小さくなる。分ける数が小さい方が1人分は大きい（テープ切れる。以下，授業者による補足)。従って，$\frac{3}{4}$mの方が大きい。どちらの考え方でも$\frac{3}{4}$mの方が大きい（プリント7－1を配付して，まとめを読む)。

《コメント》

まず予想とその理由を聞いた後，図を書かせた方がよかったかも知れない。何人かの子が論理的に正解を見い出すかも知れない。その上で，図で確かめるという手順もある。

それにしても，①の$\frac{3}{5}$mの図で，《５ｍを５等分した３つ分の長さ（５ｍの$\frac{3}{5}$＝３ｍ)》を書いた子が20人もいるのは極めて残念である。これは，定義，特に商分数的定義が定着していないことを示している。定義の定着のためには，このプリントのどこかを変えなければならない。

考えられることの第１は，問題２の＜練習＞（プリント３－２，４－１）の改訂である。プリントには，あらかじめ，A，B，どちらについても，図(①の場合は１ｍと３ｍのテープ図)を示しておいたが，この親切が，かえって，"Ｂでは３ｍの長さから出発する"という意識を薄れさせた可能性がある。端の方に，基準となる１ｍの長さを示すだけでよかったかも知れない。これに加えて，問題の数を増やして，問題４において用いられる数値を全て扱っておくことも考えられる。

第２に，この問題（問題４）を，問題２の＜練習＞（プリント３－２，４－１）の直後に移すことも考えられる。A, B, 両方の考え方でテープ図を書いた直後に，この問題に取り組むのである。そうすると，問題４では，再びテープ図を書く必要がなく，問題２の＜練習＞で確認したテープ図をそのまま使うことができる。

第３に，問題数を増やすことも必要かも知れない。問題４では，真分数の範囲内での同分母分数，同分子分数同士の比較しか出題していないが，ついでだから，１と，真分数，仮分数，大きさ１の分数$\left(\text{ex.}\frac{3}{3}\right)$との比較も付け加えたい。

第４に，上記，第２によれば，問題３と問題４の順序を入れ替える結果になる。その場合においては，＜練習＞においては，帯分数の比較（③④⑥）を止めた方がよいかも知れない。問題１において扱うとはいえ，改めて帯分数の用語を説明するのは問題４の後においてである。そのかわり，問題４において１との比較を付け加えるならば，その練習課題も付け加える必要がある（佐藤)。

上記による改訂の必要性は確かに存在する。しかしながら，上記の改訂を行っても，なお，全体を１と見る思考――例えば，$\frac{3}{5}$mを《５ｍを５等分した３つ分の長さ》と考える思考が出現しなくなる状態を想定することはむずかしいのではないか。そもそも，この問題の目的は，分数の大小比較を通して定義の定着を図る点にある。従って，最初から定義が定着している状態を想定することは，現実的でないと同時に，この問題の目的それ自体を否定することにもなる。全体を１と見る思考に対しては，それとの対比を通して定義の意味をより明確にする材料として，積極的な形で指導過程に位置付けることが必要であろう。

この点に加え，指導過程においては，言語による定義の定式化を最初に位置付けることが必要である。明確な形で定義が定式化されたならば，大小関係については容易に導くことが可能であり，従って，テープ図は不要となる。少なくとも，最初からテープ図による表現を求めることは，全体を１と見る思考を出現させる要因となるだろう。なお，テープ図による表現を行う際には，どのような場合においても，基準となる１ｍのテープ図をプリントに記入しておくことは必要不可欠である（岡野)。

(4) 商の分数表現

《等分》を用いた《商分数の論理》，すなわち，$\frac{b}{a}$m$\Longleftrightarrow$《ｂｍをａ等分した長さ》に注目し，

分数と整数除法との関連を示す。《bmをa等分すること》は，整数除法b÷aの意味に他ならない。この点については3年生において学習済みである。この内容を媒介として，$b \div a = \frac{b}{a}$を導く（プリント7－2）。次に，異なる数値を備えた複数の具体例に対して上記の規則を適用し，その一般性を明確にする（プリント8－1）。

【問題5】

① 3人姉妹（しまい）がいます。おばあさんから黄色いリボンを8mもらったので，仲良く同じ長さずつ分けることにしました。1人どれだけの長さのリボンをもらうことができるでしょうか。

答え（　　　　）

② 3人姉妹は次の日，おじいさんから赤いリボンを12mもらいました。今度も仲良く同じ長さずつ分けることにしました。赤いリボンは1人どれだけの長さをもらうことができるでしょうか。

答え（　　　　）

7－2

《解説》

問題5においては，商分数的定義により，わり算の結果（商）を直ちに分数表示できることを扱う。①においては，式を考えずに，直ちに1人分を問う。8mを3等分した長さだから，商分数的定義に基づけば，$\frac{8}{3}$mである。その後で，1あたりを求める問題だから，という説明により，式8m÷3を導き，従って，$8\text{m} \div 3 = \frac{8}{3}$mと結論する。②においては，①の結果を参考にして，$12\text{m} \div 3 = \frac{12}{3}\text{m} = 4$mを導く。その後，プリント8－1を配付し，まとめを読む。さり気なく文字を使った一般的式表現を行っている。子どもたちの中にはぎょっとする子もいるだろう。「aやbはどんな数でもいい。例えば…」などと説明してあげればよい。

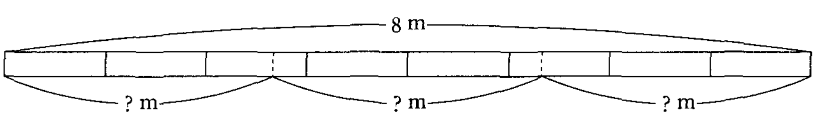
《授業記録》

3分程度，相談無しで取り組ませた後，予想を全て発表させ，分布（第1回）をとった。次に，理由を発表し，それに関する若干の討論の後，予想分布（第2回）を取った。次に，議論が出尽くした後で，最後の予想分布（第3回）を取った。その結果を，理由とともに次の表に示す。なお，理由は，第1回の予想発表において発表したものである。

第1回の予想発表（理由を含む）に対する授業者のコメントおよび子どもの討論から，記録を開始する。

予　想	理　由	予想分布		
		第１回	第２回	第３回
① $\frac{3}{8}$m	８ｍのリボンを３人で分けたから	２人	２人	１人
② $\frac{8}{3}$m	８ｍのリボンを３人で分けたから	２人	６人	９人
③ ２ｍあまり２ｍ	８ｍ÷3=2 あまり２	２人	０人	－
④ $2\frac{1}{3}$m	２ｍずつ分けて２ｍ残るから，これを３人で分けると$\frac{1}{3}$m	２人	２人	０人
⑤ $2\frac{2}{3}$m	あまり２ｍを３人で分けると，ひとり分は$\frac{2}{3}$mだから，２ｍと$\frac{2}{3}$m	７人	15人	20人
⑥ $\frac{1}{3}$m	１ｍを３つに分けた１つ分だから	11人	５人	３人
⑦ $2\frac{2}{6}$m	あまり２ｍを６等分した２つ分だから	１人	１人	０人
⑧ 無回答		６人	０人	－

Ｔ：(第１回の予想①②に対して) 同じ考えで２通り出ている。どうしてだろうねえ。
Ｔ：(同じく③に対して) あまりの２ｍを分けてあげないなんて，もったいないねえ。
Ｃ：$\frac{1}{3}$m (⑥) の11人に対してなんだけど，２ｍはどこにいったんですか？
Ｃ：え，いいんじゃない？ (つぶやき)
Ｃ：それは，８ｍを３個に分けたんだから，２ｍは３個に分けたうちに入っているんだから，それでいいんじゃないか？
Ｃ：わかんない。
Ｔ：(８ｍに３等分の目盛りを付した図を板書して) 11人の人は，みんな，？ｍが$\frac{1}{3}$mなんでしょ？ あ，そ。どこかで，これが$\frac{1}{3}$mだっていう話，出てきたかい？って言う話でしょ。？ｍが１人分だって事は確かだよね。



Ｔ：もっと何かしゃべりたい人？
Ｃ：$\frac{3}{8}$m (①)ってさ，３人で割り切れないよ。
Ｔ：８ｍを３等分したんだから，$\frac{3}{8}$mだよってことだよね。
Ｔ：(ここで，予想分布 (第２回) をとる)。もうちょっと，これは正しいと思う。これは間違いだと思う。ここ，こうだから，ってお話してくれませんか？

C：似てるものがある。$2\frac{2}{3}$と$2\frac{2}{6}$／C：そうそう，似てるんだよ／C：って言うか同じなんだよ。

C：ちがう。それは一緒じゃないよ。

T：$2\frac{2}{3}$mと$2\frac{2}{6}$m，同じか？っていう問題ですね。

C：同じのあるよ。

T：(板書，$\frac{2}{6}$m，$\frac{2}{3}$m）同じ長さだと思う人。

C：5人。

T：違うと思う人。

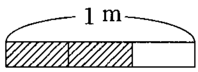
C：多数。

T：違う派に聞くけど，どっちが大きいの？

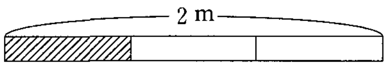
C：$\frac{2}{3}$m

T：そこんとこ，考えようよ。言葉と図でね（子どもたちとやり取りしながら，次を確認)。

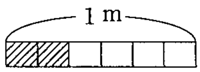
$\frac{2}{3}$m　A：1mを3等分した長さ2つ



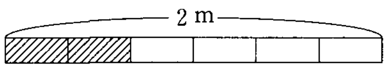
B：3つで2mになる長さ（2mを3等分した長さ）



$\frac{2}{6}$m　A：1mを6等分した長さ2つ



B：2mを6等分した長さ（1つ)



T：同じ長さですか？

C：違います。

T：どちらが長いの？

C：$\frac{2}{3}$

T：$\frac{2}{6}$mと$\frac{2}{3}$mは同じか？と言うと，ちがった。$\frac{2}{3}$mの方が2倍長いでしょ。気が付いた？

T：改めて，もう一回，自分の考えはどうなんですか？ 今の議論をふまえて。

C：先生，$2\frac{2}{3}$mと$\frac{8}{3}$mは一緒の長さ。

C：$2\frac{2}{6}$と$2\frac{1}{3}$も同じだよ。約分…

T：そうなの？ふーん(とぼけている)。同じでないの？という話ですが，もう一度，自分の考えを明らかにしてください。予想変更，大いに結構ですよ（予想分布（第3回）をとる)。

T：結論が出てきましたよね。ひろとは，がんばってますね。$\frac{1}{3}$mってどんな長さ？

C：1mを3等分した長さ1つ。

T：というふうにやってんだよね（テープ図の$\frac{1}{3}$mに斜線を入れる)。

C：ああ，そうか。

T：それから，$\frac{3}{8}$mは，Bで言えばどんな長さ？ 3mを8等分した長さですよ。逆だね。という話で，落ち着いた先が，$2\frac{2}{3}$mと$\frac{8}{3}$mが正解，ということですね。

C：先生，$2\frac{1}{3}$mは？

T：これ，０人。わかったんだよね。２mを３等分したら，$\frac{1}{3}$mでなくてって，$\frac{2}{3}$mだっていうことでわかったんだよね。ですから，$2\frac{2}{3}$mと$\frac{8}{3}$m，どっちも正しいんだけれども，５秒で答えられるのはどっちなんですか？

C：$\frac{8}{3}$

T：こっちでしょ。だって，８mを３等分するんだもん。それは$\frac{8}{3}$mということになるでしょ。ところで，みなさん，誰かがやってましたね。これは１人分を求める問題だよね。計算する必要ないから，式は書いてないけど。ところが，計算した人いるんですね。どんな計算ですか？ みんなで？

C：8÷3（数名)。

T：８m÷3($\frac{8}{3}$mの左側に板書)。この計算をして，２余り２だとか，ぐちゃぐちゃ，やってましたね。これも正しいんだよね。結果，どうなるかは別にして。(８m÷3＝$\frac{8}{3}$mを指して)ここから，何がわかるんですか？単位を省略しますか。8÷3＝（板書)。

C：あぁ，ほんとだ。

T：8÷3＝なんぼ？

C：2.6666…

T：(ずっこける) そんな計算，しなくていい，って言ってるんですよ。なんぼですか？

C：２

C：2.6666…じゃないの？

T：なんで，そんな計算すんの？

C：2.7／C：２あまり２。

T：他にないの？誰も？

C：はい。$\frac{8}{3}$

T：だべ？ ちがいます？ 8÷3＝$\frac{8}{3}$（板書)。

C：ちがってない。だって…（つぶやき。聴き取り不能)

C：全然ちがいません。

T：なんなんだ，これは。12mを７人で分けたら，こういう式だよな。12m÷7。一人分，何mになるの？

C：ちょっと待って。

T：待たなきゃなんないの？

C：はい。$\frac{12}{7}$m

C：あぁ，わかった／C：仮分数だ（つぶやき)。

T：だって，12mを７等分した長さは何ぼや？ これで考えるんだよ($\frac{2}{3}$mの定義，２mを３等分した長さを指す)。

C：$\frac{12}{7}$（つぶやき)。

T：$\frac{12}{7}$だべ？ ちがいます？

C：全然ちがってない。

T：全然ちがわないでしょ？ 12mを７等分するんだから，$\frac{12}{7}$mでしょ。

C：そういうことね（つぶやき)。

T：はい。287 mのテープを35人で分けると，1人何mもらえるの？ 287 m÷35（板書)。
C：$\frac{287}{35}$m
T：つまり，こういう答になる。$2\frac{2}{3}$mも正解ですが，$\frac{8}{3}$mの方が考えなくてすむので，いいですね。
T：次に行きます。②，読んでください。（C：読む）はい。書いてください。一人でね。
C：②を解く（約1分)。
T：(人数を聞きながら回答を板書する)。$\frac{12}{3}$m（26人)，4 m（6人。$\frac{12}{3}$m＝4 mを含む)。
T：①をやってますから，すなおに，$\frac{12}{3}$mって行きますよね。ところが，わりざんで求めれば，12 m÷3=4 mになるね。左辺を分数で表せば$\frac{12}{3}$mになる。実は，$\frac{12}{3}$mって4 mでもあるんですね。分数で表されているものの中にも，整数ぴったんこのものもあるんですよ，って話ですね。つまり，$\frac{12}{3}$m=12 m÷3＝4 m（板書）という話ですね（プリント8－1を配付し，まとめを読む)。

> ①から，8 m÷3＝$\frac{8}{3}$m
> ・わり算の答え（商）は，分数で表すことができます。
> 　一般に，わり算と分数の間には，
> 　　$a \div b = \frac{a}{b}$（a，bは整数……ほんとは整数でなくてもよい）
> 　という関係があります。
> ②から，$\frac{12}{3}$m＝4 m
> ・仮分数の中には整数と同じ大きさのものがあります。
>
> 8－1

《コメント》

やはり，商分数的定義が定着していなくて，割合分数の考えが出ている。「$\frac{1}{3}$mの11人に対して，2 mはどこにいったんですか？」という問いに対する，「それは，8 mを3個に分けたんだから，2 mは3個に分けたうちに入っているんだから，それでいいんじゃないか？」という答え方はそれを如実に示している。どのように修正すればいいのだろうか。プリント11ページのお話「量分数と割合分数」をもっと前に位置付けることも1つの方法かも知れない（佐藤)。

「割合分数の考え」による回答は④⑥⑦に見られる。同時に，予想分布における総数は，14人（第1回)，8人（第2回)，3人（第3回）である。「割合分数の考え」は，授業を通して，徐々に「修正」されている。この点にも注目する必要がある。

問題5は，《等分》を用いた《商分数の論理》に注目する問題であり，《倍》を用いた《商分数の論理》に注目する問題3と逆の関係にある。問題3，問題5によって，2通りの表現が，両者の関係と同時に確認され，《商分数の論理》に関する理解が成立する。従って，問題5については，問題3の後に位置付けるべきである（岡野)。

＜練習１＞　商を分数で表しなさい。

① $3 \div 4 =$　　　② $10 \div 7 =$

③ $6 \div 18 =$　　　④ $48 \div 5 =$

＜練習２＞　次の仮分数を整数に直しなさい。

① $\frac{8}{4}$m $=$　　　② $\frac{10}{2}$m $=$

8－2

《解説》

＜練習１＞は $a \div b = \frac{a}{b}$，＜練習２＞は仮分数の整数表示，それぞれ，定着のための練習問題である。＜練習２＞の考え方は２通りある。１つは，$\frac{8}{4}$m＝８m÷4＝2m（商分数的定義）。もう１つは，$\frac{1}{4}$mが４つで１m，８つあるのだから，そこから４つのかたまりは２つ作れる（$8 \div 4 = 2$），従って，２m（分割分数的定義）。

《授業記録》

＜練習１＞①に対して$\frac{4}{3}$と答えた子が10人いた。３mを４等分した図を示して，改めて，$a \div b = \frac{a}{b}$を確認した。②以降および＜練習２＞については，特に問題なく進んだ。

《コメント》

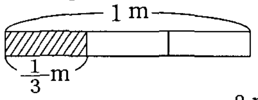
＜練習１＞の問題だけ単位が付いていない。数ではなく量の問題として，単位(m)を付けた方がよいかも知れない（例えば，①については，３m÷４＝ とする）（佐藤）。

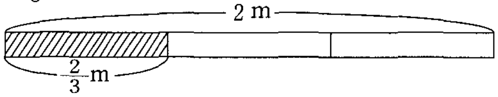
(5) 量分数と割合分数

量分数と割合分数

$\frac{1}{3}$mは，３つで１mになる長さ（１mを３等分した長さ）でした。

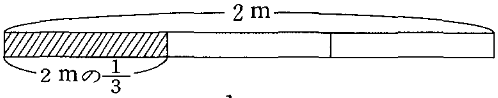
また，$\frac{2}{3}$mは，３つで２mになる長さ（２mを３等分した長さ）でした。





このような分数を　量分数（量を表す分数）　とよぶこともあります。
量分数には，普通は単位がつきます。

ところで，２mを３等分した長さを“２mの$\frac{1}{3}$”ということがあります。



＜問い＞　①“２mの$\frac{1}{3}$”は何mですか。

②“３mの$\frac{1}{3}$”は何mですか。

②“５mの$\frac{1}{3}$”は何mですか。

このような分数を　割合分数（割合を表す分数）　とよぶことがあります。
割合分数には単位がつきません。“～の$\frac{1}{3}$”という言い方をするので，
の付き分数　とよぶこともあります。

このプリントで学習する間は，量分数だけを考えます。

11

問題５に続いて，量の測定において，端下量で単位量を測定する方法を１回適用しても，さらに端下量が生じる場面を設定し，もとの長さを数値化する方法について考える（「測定２段階」）（問題６）。次に，一般に，量の測定の際に，新しい端下量でそれ以前に生じた端下量を測定する方法（互除操作）の繰り返しが有限回で終わるか，無限に続くかを問う。両者がともに考えられること，前者の場合，その量は分数（一般には有理数）によって表現可能であること，後者の場合には新しい数（無理数）が必要になることを話し，教育内容体系における分数の位置付けを示す（研究問題）。その後，お話「量分数と割合分数」に進む。

このプランでは割合分数を扱わないが，日常生活の中で使っている現実がある。どこかで説明しておいた方が，かえって量分数の理解もよいと思われる。ただし，プラン全体における位置付けについては検討を要する。すでに述べたように，もっと前，例えば，一般の真分数に関する定義（問題２）の後に位置付けた方がよいかも知れない。その際，$\frac{2}{3}$mに関する次の表現を，両者の同一性とともに，確認する。２mの$\frac{1}{3}$（＝（１m×２）÷３），１mの$\frac{2}{3}$（＝（１m÷３）×２）。

(6) 子どもの感想

問題3に関する授業終了後，問題1，問題2について，「これまでにやってきた問題は4年生の復習だと思いましたか」と聞いた後，1回目の感想を書いてもらった。

問題1：復習だと思った（14人)，何か違うと思った（17人)。

問題2：復習だと思った（1人)，何か違うと思った（23人)，考えなかった（8人)。

感想文では，「分からない，むずかしい，頭がいたくなる，もうやめようよ」という悲痛な叫びがある中で，次のような記述が見られる。なお，［　］には，子どもが付けた題名の内，感想文の内容を端的に表現する特徴的な題名のみを記した。

◆ いつもの算数より頭を使いました。

◆ ［分数はむずかしい］ 先生の話で，“ボー”としているとだんだんわかんなくなって，（なんでこーなるの～）と思った。(頭を使わなきゃできない！）でも～大変。やっぱり分数はむずかしいよ。

◆ ［頭が痛い］ 問題3で，むずかしくて頭が痛かったです。(どー考えても，全然頭に思いつかないなあー，頭が痛い～！！）と私は思いました。でも，先生に答えややり方を言われたら，スッと頭が痛くなくなりました。(なーんだ，そうか)。私は思いました。でも，次の練習問題でまた頭痛...。(あ～，頭が痛い！！)と何度も思いました。1問目の先生の説明じゃ分からなかったけど，2問目の先生の説明でようやく納得。また，あっさり頭痛がなくなり，スッとしました。(フゥ～やっと分かった)と私は思いました。そして算数おわり。(やっと終わった～）と私は思いました。

◆ ぼくは，最初，「うわーめんどっちぃー」と思っていました。でも，やってるうちにだんだん分かって来て，びみょうにおもしろいなーと思って来ました。分かんない時には，なんかおもしろくねーなー，みたいな感じになる。簡単なやつ，むずかしいやつ，あるから，頭があーやってこうやって，「ん～」分かんない，なんて時もあるけど，簡単なやつがあると，ちょっとだけラッキー(でも，はずれてるときの方が多い)。でも，本当にこれやってっと，なぜかおなかが減る。でも，当たってるとうれしいです。

◆ 僕は，最初，この勉強をして，「4年にやったのに，こんなにわからないものかー」と思いました。最初にやった「分数の復習」は何がなんだか分かりませんでした。(中略) 次にやった練習問題は，ちゃんとできたけど，次の「何本つなげると」という問題は，最初は全部分からなかったけど，あとから班の人が教えてくれたので分かりました。これからも，「分数」をがんばっていきたいと思います。

◆ ［楽しい分数の授業］ この算数の授業は，なんかいろいろな案が出ておもしろかったです。あと，4年生の時にやったのをもっとくわしくできて，よかったです。帯分数を仮分数に直す問題が出て，ちょっとわかんなかったです。だけど，だんだん分かってきて，楽しかったです。私は算数がきらいです。だけどちょっぴり好きになりました。この分数の問題を，もっとわかるようになりたいです。

◆ ［じごくの算数プリント］ 私は，この算数の勉強をした時，「何これー，全然わかんなーい。どーやんの？小数だの分数だのあまりだのって，なにこれ？ 初めからこんなにむずかしいのやって続くの」と思った。でも，「りくつ」とか「考え」とか「図」とかしてったら，なんか，「へぇ～こーゆーことか。なんだ！」と思ったけど，先生に「説明してみろ！」と言われた時は，頭がこんがらがってきて，説明してる人を見てると（聞いていると)，「な

んで説明できるの？」と同時に「なるほど…」と思った。これから，もっとむずかしくなるだろうけど，それも「りくつ」といっしょに，「わかっていきたいな～♡」と思う（知っていきたいと思う）。

◆ ［うれしい］ この分数の授業の時，分数の計算はくもんでやったけれど，図を求めるのはやらないから，できるとこはおもしろいけど，できない時，なぜか頭が痛くなった？でも問題がわかるのは，やっぱり，うれしい。

◆ けっこう楽しい授業で，頭もけっこう使うけど，まだ続くらしい。でも，この授業けっこう好きです。でも，少し疲れることもある。例えば，分数の計算。分数の計算てみょうにむずかしくてたいへん（ほんとは分数きらい）。とてもできない問題もあるけど，この授業は好きです。

◆ この勉強してると頭がイタイ！たくさん頭使うから，なにがなんだか，さっぱりわかんなくなる。「もう絶対！やりたくない！」と言いたいけど，やってみるとあんがい楽しい。もう一度やりたいような，やりたくないような…。でもやりたい！って思う方が多い（なんてお世辞言ってみたり）。本当のところ…やりたくないな～～ハハハハハ！

◆ ［つづく？］ ぼくは，この小数，分数のプリントをして，最初は，「なんでこれ？意味わかんねぇ～」と思って頭がショートしそうになりました。でも，先生が，「班で相談しろー」とか言ってるうちに，だんだん分かるようになってきて，そう簡単に頭がショートしなくなりました。さらに，この勉強を，今日もして，ウハウハ分かるようになりました。でも，いつまでこのウハウハが続くか分かりません。それでもがんばって続けたいです。無理のないように。これからもやると言ってるので，理解して，がんばりたいです。

◆ 僕は基本的に算数が大好きです。その中で図形や分数が一番好きです。どうして好きかというと，たし算やわり算みたいに簡単じゃなくて，ややこしいからです。簡単なのは解くのにすぐ終わってしまいます。ややこしいのはやりがいがあると思ってます。みんなは「ややこしい＝めんどくさい，いやだ」と思っていると思います（特に男）。こういうのは，今，おぼえると，大人になっても使えるし，便利だと思っています。だから，分数の授業の感想は「楽しい」です。

◆ この分数プリントで，私は，こっちの方がわかりやすいと思いました。教科書の方では，あれ？と思って忘れちゃうけど，プリントの方は，わからないところを見れて，ちゃんと図も書いてあるから，「あっ，そっかー」という感じで，すぐに理解できる（まあ，見ても分からない時も）。でも，プリントにした方がわかりやすいと思うし，先生の話を聞きながらプリントや図を見れるのはいいと思う。プリントだとノートにまとめなくてすむし，楽しいからいいと思います。

◆ ［意味不明な自分］ 3日間授業して「意味不明だ～～…」って思っとったけど，今は，「なんとかそういう意味なのか…」と思ったのさ（初めてかもしれない）。この頃，ラクガキの回数へったのさ！へったのよ！少し集中力がわきました。

◆ 2日目はつかれてもうやりたくないと思ったけれども，まだやるのかと思ったら，まだやるらしい。つかれるよー。けれど，おもしろい。

◆ ［なんなんだこれは？］ 最初の分数のプリントを見た時（説明を聞いた時），頭の中はなっなんだこれは！？っていうような感じだった。他の人がいろいろ言っている中で，えっわかんの！？っとずっと思っていた。最初のプリントが終わった時は，こんな時間がこれ

からずっと続くんだ，いやだなぁ～っと思ったりしていた。話し合いの時，よくわからなかったけど，自分が考えたことを取りあえず言ったりした。たった11年の人生だけど，こんなにわからなかったことは「1年生の友達作り」の時とほとんど同じくらい（やっぱり友達作りの方がムズかしいかな？）。はっきり言ってこうさけびたかった。あ――なんなんだぁ。このプリント達は，たぶん10年後も机のかたすみに残っていると思う（自分は分からなかったことをいつまでもとっとくタイプだと思う）。

3．おわりに

第２章において行った授業分析・評価を通して，授業書「新しい数－分数」（改訂２版）における改訂の課題が明らかになった。そこには次の３つが含まれる。第一に，授業書全体における教育内容構成の順序に関する課題，第二に，授業書における個別の問題（練習を含む）の記述方法に関する課題，第三に，個別の問題に対応する指導過程の構成に関する課題。

第３章においては，まず，上記，第一に対応して，改訂の課題を具体化した形で作成されるであろう授業書を想定し，そこにおいて構成されるべき教育内容の順序を整理する[26]。この整理は，授業書（改訂２版）における順序を基調とし，それに，第２章において指摘した順序の変更を加えた形で行う。従って，問題の番号は第２章のものとは必ずしも一致しない。

次に，上記，第二および第三に対応して，個別の問題に関する記述方法および指導過程の構成に関する課題を整理する。その際，授業書の問題全てを対象とするのではなく，第２章における分析によって改訂の必要性が明らかになった問題に，対象を限定する。

まず，授業書における教育内容については，下記の順序によって構成することが必要である。

(1) 量の測定から，単位分数に関する次の定義を導く。$\frac{1}{3}$m⟺《3つで１mになる長さ》または《１mを３等分した長さ》（問題１）。

(2) 単位分数に関する定義を一般の真分数に拡張する。「$\frac{2}{3}$mとはどのような長さか？」を問い，次の定義を導く。$\frac{2}{3}$m⟺Ⓐ《３つで２mになる長さ》または《２mを３等分した長さ》（《商分数の論理》），Ⓑ《$\frac{1}{3}$mが２つの長さ》（《分割分数の論理》）。テープ図により，両者の同一性を示す（問題２）。

(3) 分母が等しい場合および分子が等しい場合に限定して，分数の大小比較を行う。比較の対象となる分数について，《商分数の論理》，《分割分数の論理》による２通りの定義を確認する。それにより，２通りの方法による比較の可能性を示す（問題３）。

(4) (2)において行った一般の真分数に関する定義を，仮分数・帯分数に拡張する。まず，$2\frac{2}{3}$mについて，それが《３つで８mになる長さ》であることを示し，そこから，$\frac{8}{3}$mを導

(26) この整理においては，今回の授業書において特に改訂を加えた部分に対象が限定されている。この整理において対象となっているのは，授業書「新しい数－分数」（改訂２版）の第１章「新しい数－分数」の前半部分の一部である。具体的には，(1)～(7)に続いて，(8)「測定２段階」に関する問題６，(9)量の測定における互除操作の繰り返しについて，その有限，無限を問う研究問題により，分数の定義に関する指導過程の前半部分が終了する。後半部分を含めた指導過程の全体構想については，さしあたり，次を参照。岡野勉・大田邦郎・山川健太郎・神戸康寿「分数の教育内容・教材構成に関する実験的研究――授業書『新しい数－分数』（改訂版）と実験授業による検証」北海道大学大学院教育学研究科教育方法学研究室編『教授学の探究』第18号，2001年，６ページ。

く(《商分数の論理》)。次に，$2\frac{2}{3}$m$=\frac{8}{3}$mについて，それが，《$\frac{1}{3}$mが 8 つの長さ》であることを導く(《分割分数の論理》)。その後，テープ図により，両者の同一性を示す(問題 4)。

(5) 《倍》を用いた《商分数の論理》((4)) に対して，《等分》を用いた《商分数の論理》に注目する。それにより，分数と整数除法との関係を示す。《 8 mを 3 等分した長さ》は，整数除法《8 m÷3》の意味であると同時に，$\frac{8}{3}$mである(《商分数の論理》)。この点を示すことにより，8 m÷3=$\frac{8}{3}$mを導く。(4)とあわせて，《商分数の論理》による 2 通りの表現(《 3 つで 8 mになる長さ》，《 8 mを 3 等分した長さ》) および両者の同一性を示す (問題 5)。

(6) 上記(1)~(5)においては，それぞれの問題に続く形で，異なる数値を備えた複数の具体例を示す。問題によって導かれた定義，規則を複数の具体例に対して適用することにより，定義，規則の一般性を明確に示す (練習)。

(7) 示された量全体を 1 と見る思考に対しては，その論理を明確にすると同時に，授業書による定義である，量の大きさを表現する数としての分数の定義との違いを説明する。この点については，問題 2 に続く形で，「お話」による説明を行うと同時に，定義に関する授業全体を通して説明を行うことが必要である。

次に，個別の問題に関する記述方法および指導過程の構成については，次の 4 点による改訂が必要である。

(1) 真分数の定義 (問題 2) については，《商分数の論理》と《分割分数の論理》の同一性を示すテープ図を授業書に記入する。

(2) 真分数の定義の定着 (問題 2 の練習) については，基準となる 1 mのテープ図を示すと同時に，次の順序に従って指導過程を構成する。① 分数の定義について，2 通りの方法による言語表現を行う。② それをもとに，必要なテープ図について考える。③ テープ図を用いて長さを表現する。④ 2 つのテープ図が同じ長さを表現していることを確認する。

(3) 帯分数・仮分数への定義の拡張 (問題 4) については，全体を通して，真分数に関する定義 (問題 2) を用いることが重要である。授業書には，この点をヒントとして記す。

(4) 帯分数・仮分数に関する定義の定着 (問題 4 の練習) については，① 問題の記述方法を，可能な限り，問題 3 と同じ形式にする。② 《分割分数の論理》を指導過程に位置付け，それによる定義を問う問題を授業書に明記する。③ ②により，《商分数の論理》，《分割分数の論理》，2 通りの論理による定義を行うと同時に，テープ図により，それぞれに対応する長さおよび両者の同一性 —— 例えば，$1\frac{4}{5}$mについては，《 5 つで 9 m になる長さ》であると同時に，《$\frac{1}{5}$mが 9 つ分の長さ》であること —— を示す。

上記による改訂を加えた形で授業書を構成し，実験授業による検証を進めることが今後の課題となる。

序章において述べたように，小論においては，定義に関する授業の後半部分 (主としてタイルを用いて定義の定着を図る部分) および授業後に実施した評価テストを，対象から除外している。分数の授業は，示された量全体を 1 と見る思考と定義との相互対立を本質的な契機として含む。この観点からは，授業の結果に対して，全体を 1 と見る思考が克服され，授業書による定義が獲得されているか否かが問われなければならない。上記 2 点に関する分析・評価，およびそれを含めた総合的な考察により，この問題にアプローチすることが可能となるだろう。今後の課題としたい。