



Title	11. 振動周波数分析装置の試作
Author(s)	堀田, 宏; HOTTA, Hiroshi
Citation	北海道大学地球物理学研究報告, 10, 135-142
Issue Date	1963-03-25
DOI	https://doi.org/10.14943/gbhu.10.135
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/13854
Type	departmental bulletin paper
File Information	10_p135-142.pdf



11. 振動周波数分析装置の試作

堀 田 宏

(北海道大学理学部地球物理学教室)

— 昭和 37 年 9 月受理 —

I. ま え が き

複雑な振動を研究するために、周波数分析をする事が多い。その方法として digital に計算機で解析する場合も多いが、analogue な周波数分析装置も、便利である。この種の装置には電氣的なフィルターを使うものとか、機械的なフィルター即ち、振子の共振を使うものが考えられる¹⁾。電氣的なフィルターを使う周波数分析装置は音響関係等でよく使われている²⁾。地震波の研究には数 10 c/s 以下 1 c/s 前後の解析が必要であるが、市販の装置は周波数範囲が可成り高くて役立たないとか、また周波数によって選択度が異なる等のものである。そこで次の様な条件を充す装置を試作した。

- a) 周波数範囲は 1 c/s 乃至それ以下まで使える。
- b) 選択度が充分高く、同調周波数に対して選択度及び増幅度が変らない。
- c) 安定である。

特に (b) の条件は振動の解析に重要な意味がある³⁾。

II. フィルター

(a) の条件を充す為に、 R と C の組合せによるフィルターを、使う事にした。今 1-a 図の様な R と C の組合せを考えると A 端の電圧 e_A は

$$e_A = \frac{1}{1+j\omega CR} \cdot e_{in} = (X+iY) e_{in} \quad (1)$$

$$X = \frac{1}{1+(\omega CR)^2}, \quad Y = \frac{-\omega CR}{1+(\omega CR)^2} \quad (2)$$

$$\left(X - \frac{1}{2}\right)^2 + Y^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2, \quad \tan \frac{\phi_A}{2} = \frac{Y}{X} = -\omega CR \quad (3)$$

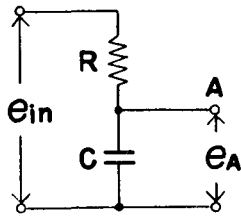
の関係がある。 $X+iY$ をベクトル図で表わせれば 1-b 図の如くである。従って、(1) は次の如く書ける。

- 1) R. TAKAHASHI; A Responce Computer, Priliminary Report, Proc. 3rd Japan Nat. Cong. Appl. Mech. (1953), 373.
- 2) A. PETERSON; Instruments for Noise Measurements, Handbook of Noise Control (edited by C. M. Harris), Chap. 16, 1957.
- 3) N. DEN; On the Frequency Analysis of the Earthquake Motions, Geophys. Bull. of the Hokkaido Univ. **9**, 87-102 (1962).

$$e_A = \frac{1}{2}(1 + e^{-j\phi_A}) \cdot e_{in} \tag{4}$$

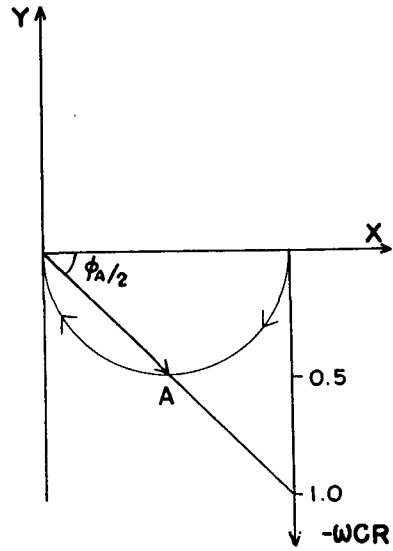
次に、2-a 図の様に R と C を逆に組合せた時は、同様にしてベクトル図では 2-b 図の B 点で表現され

$$e_B = \frac{1}{2}(1 + e^{j\phi_B}) \cdot e_{in} \tag{5}$$



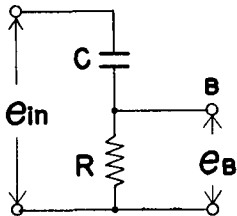
1-a 図 零回路の動作を考える為の R と C の組合せ

Fig. 1-a Combination of a resistor and a capacitor as a element of an electric null circuit.



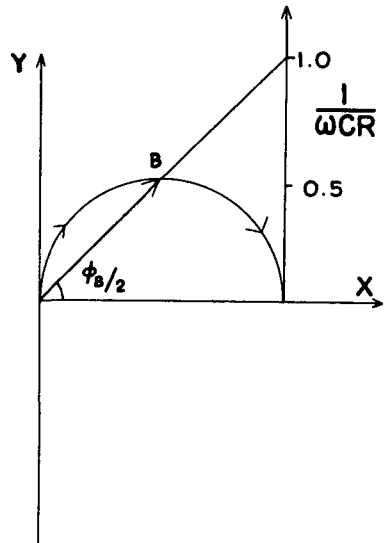
1-b 図 1-a 図のベクトル図

Fig. 1-b Vector diagram of Fig. 1-a



2-a 図 零回路の動作を考える為の R と C の組合せ

Fig. 2-a Combination of a resistor and a capacitor as a element of an electric null circuit.



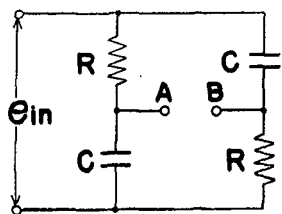
2-b 図 2-a 図のベクトル図

Fig. 2-b Vector diagram of Fig. 2-a

となる。但し

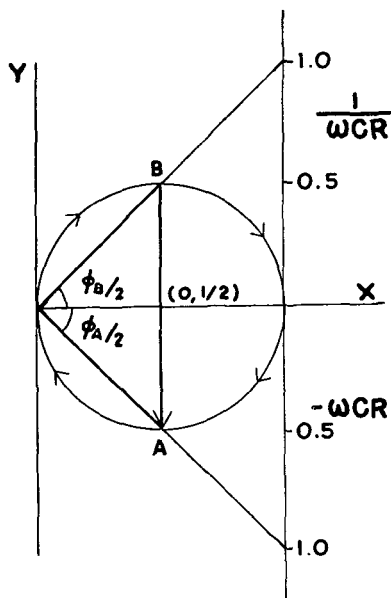
$$\tan \frac{\phi_B}{2} = \frac{1}{\omega CR} \tag{6}$$

この2つの素子を組合せて3-a 図を考えると A-B 端子間の電圧 e_{AB} は (4) 及び (5) 式から



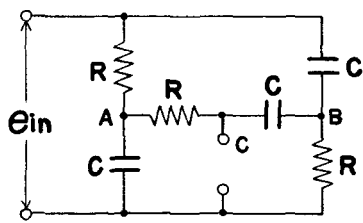
3-a 図 1-a 図の組と 2-a 図の組の組合せ

Fig. 3-a Combination of the elements of Fig. 1-a and Fig. 2-a.



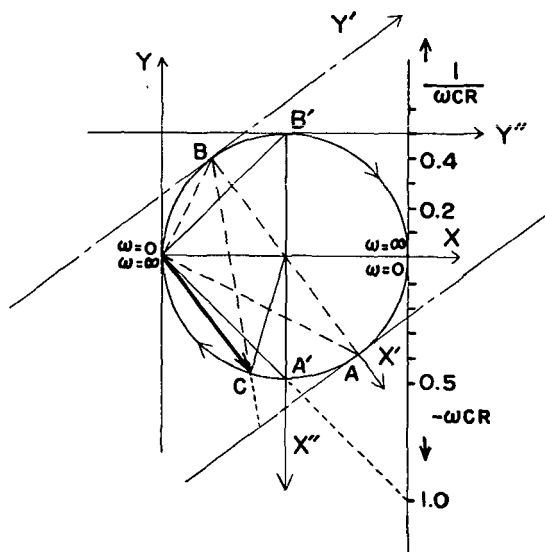
3-b 図 3-a 図のベクトル図

Fig. 3-b Vector diagram of Fig. 3-a.



4-a 図 零回路

Fig. 4-a An electric null circuit.



4-b 図 零回路のベクトル図

Fig. 4-b Vector diagram of an electric null circuit.

$$e_{AB} = e_A - e_B = \frac{1}{2} (e^{-j\phi_A} - e^{j\phi_B}) \cdot e_{in} \quad (7)$$

と表わされる。また(3)及び(6)式より

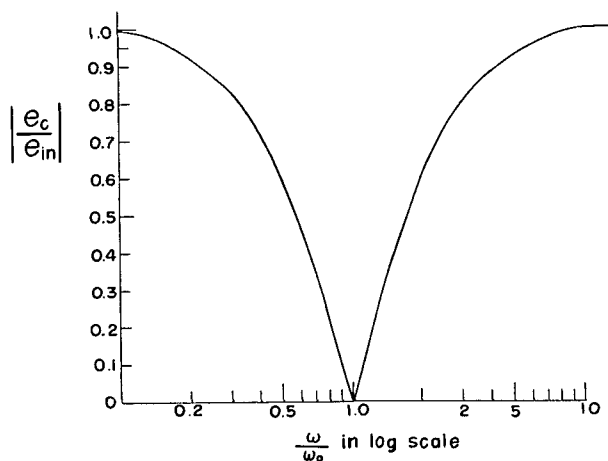
$$\phi_B = \pi - \phi_A \quad (8)$$

の関係がある。即ちベクトル図、3-b 図で AB は $(0, \frac{1}{2})$ を中心とし $\frac{1}{2}$ を半径とする円の直径で表わされる。従って

$$e_{AB} = e^{-j\phi_A} \cdot e_{in} \quad (9)$$

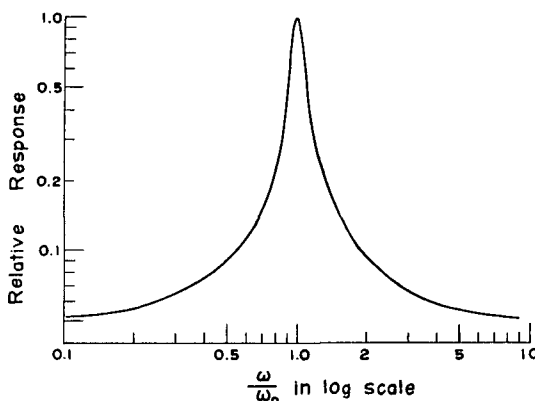
である。この A-B 端子間に更に R, C の組合せを入れて、4-a 図の様にした時の C 端の電圧 e_C は同様に

$$e_C = \frac{1}{2} (1 + e^{-j\phi_A}) e_{AB} + e_B = \frac{1}{2} (1 + e^{-j2\phi_A}) \cdot e_{in} \quad (10)$$



5 図 零回路の周波数特性

Fig. 5. Response vs. frequency of an electric null circuit.



6 図 零回路を負帰還回路に用いたフィルターの周波数特性

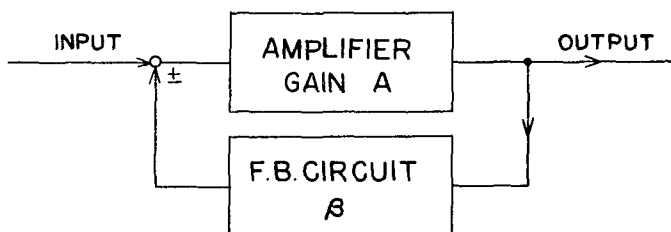
Fig. 6. Frequency characteristics of a filter with an electric null circuit in a negative feedback loop of an amplifier.

であり、その時のベクトル図は 4-b 図の如くである。\$e_c\$ は \$\omega_0 = \frac{1}{CR}\$ で、\$0, \omega = 0\$ 或いは \$\omega = \infty\$ で \$e_{in}\$ になりその振幅特性は 5 図の如くである。この回路網を負帰還回路に用いると \$R, C\$ で定る同調角周波数 \$\omega_0\$ では負帰還度が \$0, \omega_0\$ から離れた \$\omega\$ にはそれに応じた負帰還が掛り、6 図の様な選択度の良いフィルターが得られる。

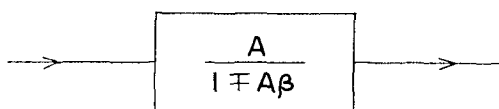
一般に帰還回路を用いた場合には 7-a 図は 7-b 図に等価であるから、このフィルターの場
合、その伝達特性 \$G\$ は

$$G = A \cdot A_f \tag{11}$$

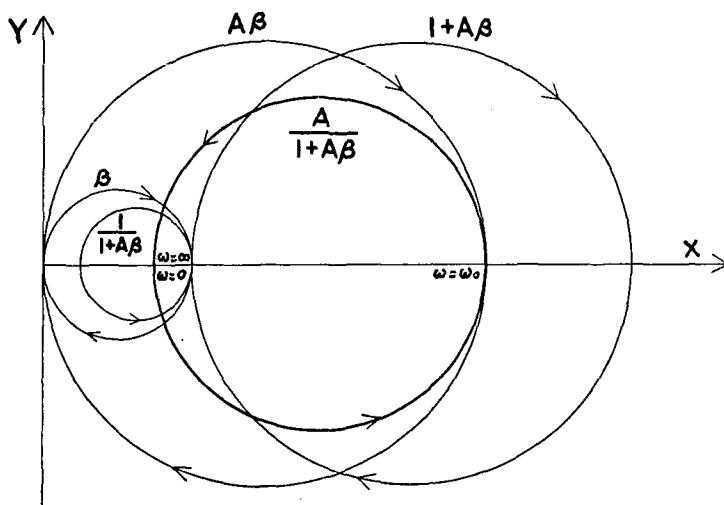
但し



7-a 図 帰還回路を用いた増幅器のブロック線図
Fig. 7-a Schematic diagram of feedback amplifier.



7-b 図 7-a 図に等価なブロック線図
Fig. 7-b Equivalent diagram of Fig. 7-a.



8 図 7-b 図のベクトル図
Fig. 8. Vector diagram of Fig. 7-b.

$$A_f = \frac{1}{1+A\beta}, \quad \beta = \frac{1}{2}(1+e^{-j2\phi A})$$

である。即ち

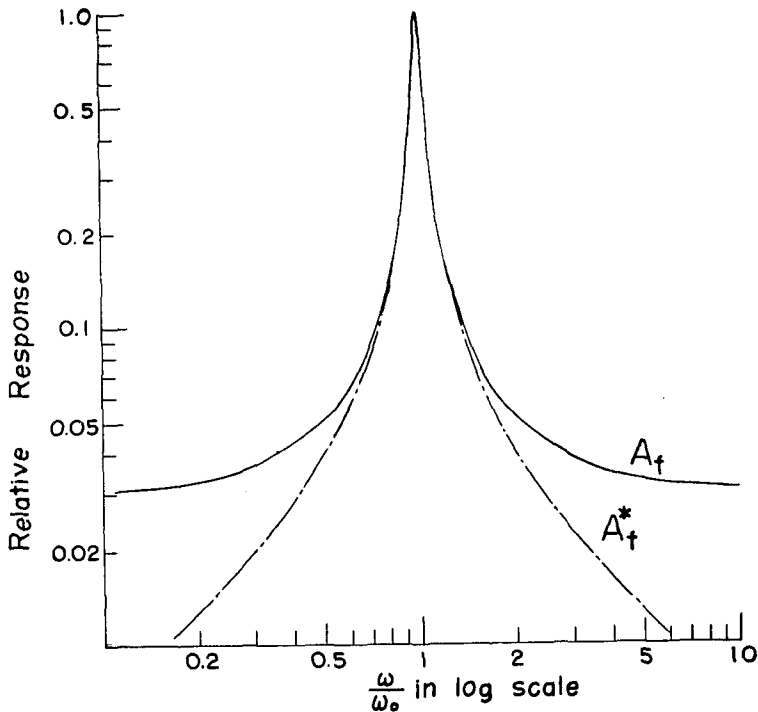
$$A_f = \frac{1}{1 + \frac{A}{2}(1+e^{-j2\phi A})} \quad (12)$$

で表わされる。この A_f をベクトル図で表わせれば、8 図の様になる。これから分る様に増幅度 A を大きくすれば選択度が良くなる。しかも、この回路は負帰還を利用しているので安定性も良い。もし更に若干の正帰還 ($\frac{A}{2}$ より小さい) を加えれば、選択度を高める事が出来るが、安定性の点から望ましいとは云えない。

フィルターの選択度 Q は同調角周波数を ω_0 、その時の山の高さを A とし $\frac{A}{\sqrt{2}}$ を与える角周波数が $\omega = \omega_0 \pm \Delta\omega$ とすると

$$Q = \frac{\omega_0}{2\omega\Delta} \quad (13)$$

で表わされる。そこで(12)式において、 $A \gg 1$ として近似計算すれば



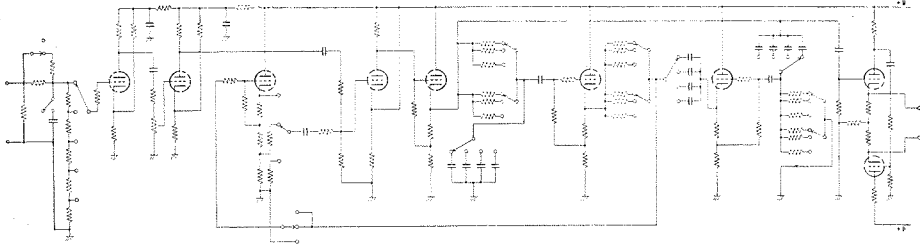
9 図 零回路を負帰還回路に用いたフィルターの特性と共振回路の特性図周波数分析装置の回路図

Fig. 9. Characteristics of the filter which has an electric null circuit in a negative feedback loop of an amplifier compared with that of a resonant circuit consisting of a resistor, capacitor, and an inductance (coil).

$$Q \approx \frac{A}{2} \tag{14}$$

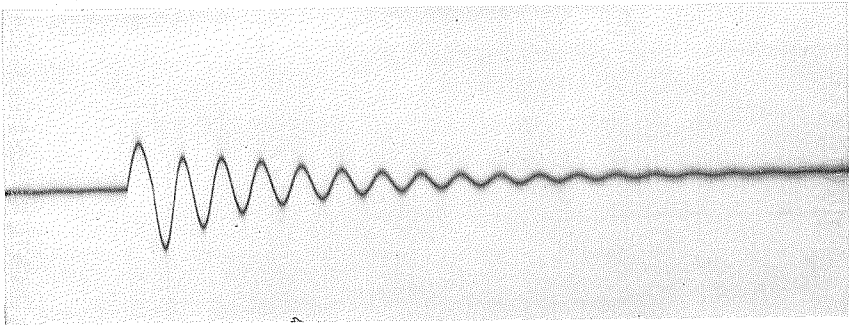
なる関係のある事が解る。

L, C, R による共振回路の周波数特性 A_f は



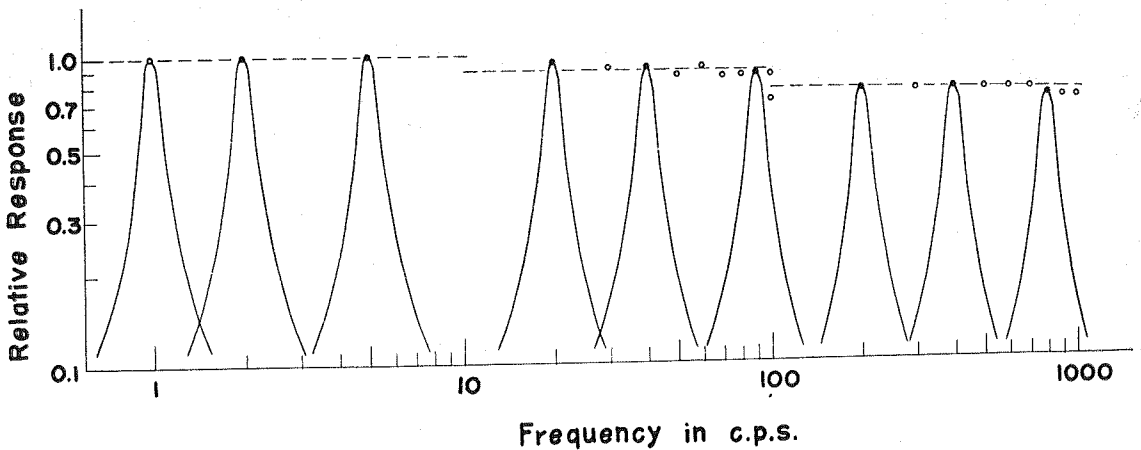
10 図 周波数分析装置の回路図

Fig. 10. Circuit diagram of the frequency analyzer.



11 図 このフィルターのインパルス・レスポンス

Fig. 11. Impulsive response of the filter.



12 図 周波数分析装置の周波数特性

Fig. 12. Over-all frequency characteristics of the frequency analyzer.

$$A_f^* = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(v-\frac{1}{v}\right)^2}} \quad (15)$$

但し

$$v = \frac{\omega}{\omega_0}$$

で表わされる。これと (12) による周波数特性 A_f を比較すると 9 図の如くであって ω_0 付近では殆んど完全に一致しているが裾の方では多少異なっている。しかし実用上では、この回路による解析理論を用いて説明して差支えないことが解る。

今回試作した装置の回路図は 10 図に示してある。好ましくない位相推移を避ける為に、一部に直流増幅やカソード・フォロワーを用いた。 ω_0 の選択は R 及び C を切換える事によって行なわれる。

周波数特性を検定するには、フィルター入力に正弦波発振器の出力を加えてフィルターの出力と入力の比を取って良いが、 Q が高いので発振器の周波数精度が問題となる。より正確に検定する為には、入力にパルスを加え 11 図の如き、出力として表われる減衰振動の周波数、振幅及び減衰常数から ω_0 , A 及び Q を求めるのが良い。この装置の特性は 12 図の如くである。 Q の値は約 17 で、同調周波数により殆んど変化がなく充分実用に供せられるものとする。

終りに終始御指導下さいました田 望助教授にお礼を申し上げます。

11. A Frequency Analyzer for the Analysis of Earthquake Motions

Hiroshi HOTTA

(Department of Geophysics, Faculty of Science, Hokkaido University)

A frequency analyzer has been designed to satisfy the following conditions in order to be used for the analysis of earthquake motions.

- 1) Frequency range covers down to 1 c.p.s. or less.
- 2) Selectivity and amplification do not change at any tuned frequency. Selectivity is sufficiently high.
- 3) Stability is good.

The 2 nd condition has especially important meaning in the analysis of the vibrating motions.

This instrument is characterized by an electric null circuit in a negative feedback loop of an amplifier and has Q value of about 17.

With this Q value, the analyzer may be of practical use.