HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	3. 土の熱伝導度について
Author(s)	小林, 大二; KOBAYASHI, Daiji
Citation	北海道大学地球物理学研究報告, 13, 37-51
Issue Date	1965-02-25
DOI	https://doi.org/10.14943/gbhu.13.37
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/13884
Type	departmental bulletin paper
File Information	13_p37-51.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

3. 土の熱伝導度について

小林大二*
(北海道大学理学部地球物理学教室)
— 昭和39年10月受理 —

I. まえがき

土の熱伝導度，温度伝導度（熱拡散率）は，温泉の1m深地温探査とか温泉地などの地熱地帯からの伝導による熱流量の測定，又気候学的に地温の解析を行なう場合等において，その正確な値を必要とするのであるが，現在までに筆者の知る限りにおいては，ほとんどの場合に空隙率とか，含水率，土壌構造等の函数としてではなく，定数として扱われてきた。もちろん，土の熱伝導率や温度伝導率が，そういうものの函数であることには多くの人々が注目して，その定量的関係を導びくことに努力してきたのであるが，その問題に関しては，多くの場合，定量的にはもちろんのこと，定性的にも，その結論が，種々多様であるようにみうけられたので，筆者は，それらに再検討を加える意味で，野外実験並びに，近似式による数値計算を行なってみたので報告する。

II. 実験の方法

土の熱伝導度の測定には，種々あるが，野外の土壌構造その他なるべく自然のままで，測定するために，オングストローム法[1]を用いた。ここでは，地温の一日波の伝播を利用することにした。但し，仮定として，次の2条件を満足する場合に初めて，適用できるのであるが，野外実験では，この点が弱点となると思われる。条件の第1は，地表面で，地温が純粋に周期的でかつ調和的であること。第2に，この過程は十分長く続き，最初の物体内温度分布の影響力がなくなり，温度場は外部から加えられた影響で，完全に決定できるものとする。以下次の記号のもとに関係式を記述すると次の如くなる。

t；任意の零点からの時間，t_0；1週期間の時間，θ；任意の点の温度，θ_M；この任意点における温度の最大振幅，θ_0；O点の温度，θ_{0M}；O点における温度の最大振幅，λ；熱伝導度，ρ；密度，c；比熱，α；温度伝導度，x；O点から任意の点までの深さ，$\Delta\varphi$；位相差。

熱伝導の微分方程式として

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\alpha\nabla^2\theta \qquad (1)$$

---

* 現在　北海道大学低温科学研究所　気象部門

1) 例えば，グレーベル・エルグ・グリグル：(坪内，加藤訳)；熱伝達の基礎 (1961), 74.

境界条件として

$$\theta_0 = \theta_{0M} \sin\left(\frac{2\pi t}{t_0}\right) \tag{2}$$

解として

$$\theta = \theta_{0M} e^{-x\sqrt{\frac{\pi}{\alpha t_0}}} \sin\left(-x\sqrt{\frac{\pi}{\alpha t_0}} + \frac{2\pi}{t_0} t\right) \tag{3}$$

(3) より

$$\theta_M = \theta_{0M} e^{-x\sqrt{\frac{\pi}{\alpha t_0}}} \tag{4}$$

$$\Delta\varphi = x\sqrt{\frac{\pi}{\alpha t_0}} \tag{5}$$

(4) より

$$\alpha = \left(\frac{x\sqrt{\frac{\pi}{t_0}}}{\log\frac{\theta_M}{\theta_{0M}}}\right)^2 \tag{6}$$

(5) より

$$\alpha = \left(\frac{x\sqrt{\frac{\pi}{t_0}}}{\Delta\varphi}\right)^2 \tag{7}$$

地温の日変化は，24 等分の調和解析によって 1 日波を求め，その場合の温度伝導度を実験の場合は求めた。

なお，熱伝導度と温度伝導度の関係は，

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \tag{8}$$

III. 実　　験

実験は，オングストローム法のための地温測定と，熱伝導率，温度伝導率を変化させる要素と思われる土の含水率，空隙率，密度等についての測定を行なった。野外実験場としては，表層土壌がなるべく均質で，昼夜観測に便利な北大第一農場を選んだ。土壌は，札幌植土[2] ということである。1963 年 8 月から 10 月の間の，条件の良い日に 24 時間以上連続した約 10 回の野外測定を行なった。

地温；0.1℃ 目盛で，0.01℃ まで読みとり可能の，サーミスターを，5 cm，10 cm 深の 2 点に埋めた。感温部の直径はガラス被膜を含めて，1 mm 位である。その他に曲管地中温度計 (アルコール) を，1, 5, 10, 20, 30 cm 深の，5 点に垂めた。測定は，最高地温，最低地温になる時刻の近傍は，2 分ないし 3 分間隔で行ない，その他の時間は，1 時間毎に行なった。

2) 北海道地下資源調査所；5 万分の 1 地質図，「札幌」(1956).

土の含水量； 石膏の内部に電極を封入した抵抗計で，土湿計として市販されているものを，土の中に 1, 5, 10, 20, 30 cm 深の 5 点に埋め込み，その抵抗を測定した。これは約 2 時間毎に行なった。絶対水分は，円筒状のサンプラー（径 10 cm，長さ 50 cm で，半円筒を 2 枚合わせて取手をつけたもの）を用いてサンプリングを行ない，室内で赤外線水分計にて，重量含水率の測定を行なった。これは抵抗土湿計の標準曲線を作る意味で，1 日，2〜3 回行なった。

土の空隙率； 一定体積の土を標量線入りビーカーに取り，赤外線水分計で乾燥重量を計り，それに飽和するまで水を入れ，その重量増加により空隙率を計算した。飽和させるために約 2 日間放置した。

土の真の密度； 土の空隙率と乾燥重量より計算した。計算式を念のために記せば，

$$P=\frac{W_w-W_s}{V_s\cdot\rho_w}$$

$$\rho_t=\frac{W_s}{V_s(1-P)}$$

但し，P；空隙率，ρ_t；土の真の密度，V_s；土の体積，W_s；土の乾燥重量，W_w；土を水で飽和させたときの重量。

その他； 抵抗土湿計の温度補正は，室内で同一湿度の土（ビーカーに土を入れて，密閉したもの）と，蒸溜水中，水道水中（地下水），食塩水中の 4 種で行ない，半対数方眼紙の対数軸に抵抗をとり，他方に湿度をとって測定結果を整理した所，ほぼ同一傾斜の直線上にのったので，その結果による補正を行なった。なお，温度変化は前記のサーミスターを石膏の上下に密接させて測定した。なお比熱の値は，東[21]，鈴木[23] の測定値を借用した。

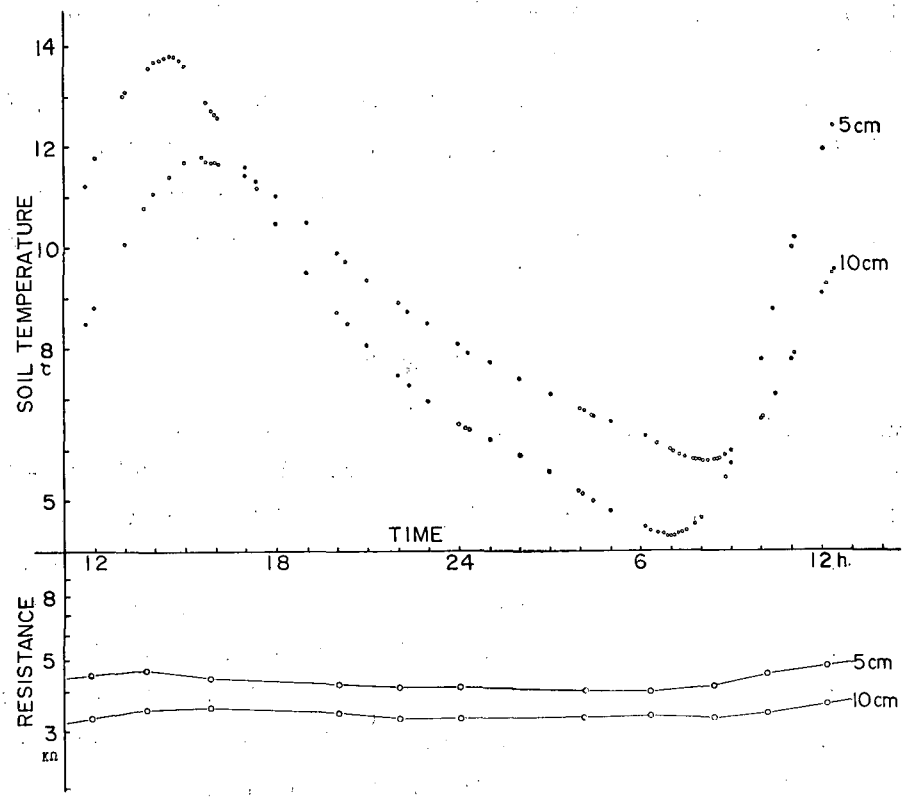
IV. 実 験 結 果

地温と，抵抗土湿計の温度補正した結果の例として，10 月 23 日から 24 日にかけての測定結果を第 1 図に示す。上方に地温，下方に抵抗を示す。抵抗と絶対含水率の関係を第 2 図に示す。第 2 図に関しては，あまりいい結果が得られなかったが，これは土の含水量，電解質濃度などが，場所によって異なるであろうこと等に主としてよるものと思われる。一応半対数方眼紙上で直線関係を仮定して，相関係数を求めたが，あまり相関がよくない。そういうわけで，第 1 図の抵抗変化が含水率の変化を忠実に示しているか疑問であるが，抵抗の部分は，埋めこんだ場所に固定されていること，絶対含水量の日変化が少ないこととにより，電解質濃度の日変化も少なく，ほぼ抵抗変化に従った水分の日変化があるものと思われる。この水分の日変化とおもわれるものは，他の日のデーターでもほぼ同様で，5, 10 cm 層に関するかぎりは，昼間乾燥し，夜間 22h 頃までにやや水分が回復し，以後朝まで大体同水分に保たれるという結果が出ている。

21), 23) 後出.

水分の日変化を測定したのは，オングストローム法による温度伝導度算出上の問題点の一つである土中の水分の移動の問題を，定量的に確める目的があったのであるが，その点のデーター整理はまだ行なってないので，第2報以下で報告したい。地温については，sine curve になっていないことは，図より明らかであるが，一応 sine curve とみなして，その位相差と振幅の比から温度伝導度を求めたのが第1表である。

位相の遅れは，最高，最低起時の遅れから求めたのであるが，最低起時の位相の遅れよりも，最高起時のそれがかなり大きいことはほぼ共通した現象である。原因は解析中である。地温を調和解析し，その1日波についてオングストローム法より温度伝導度を計算した結果を第2表に示めす。調和解析には図より1時間毎の地温を読みとり，24等分法によって行なった。土の含水率と温度伝導度との関係は，土の含水率の変化が，10% 弱であったので，本来の目的であるこれらの量の定量的関係をみい出すことについては，ほんの一部しかデーターを提出することか出来なかったが，その相関図を第3図に示めす。その相関係数と回帰直線は調和解析の結果の位相の遅れより求めた温度伝導度についてのものである。振幅比より求めたものは，



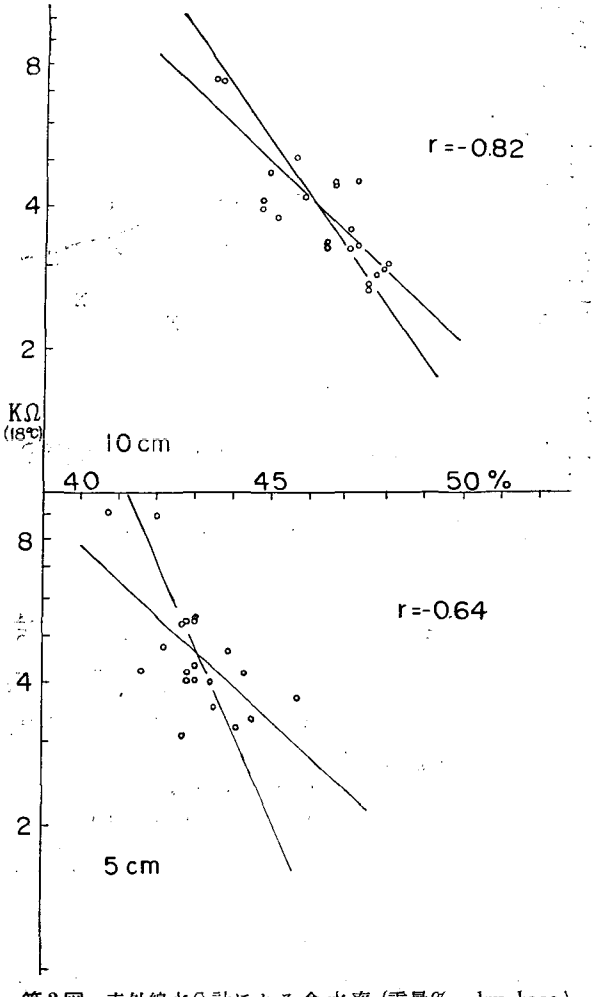
第1図 地温（サーミスターによる）と電気抵抗（多孔質石膏ブロック式土湿計による）との日変化測定例 (1963. 10. 23—24).

Fig. 1. An example of diurnal variations of soil temperature measured by thermister and electric resistance by soil moisture meter of porous gypsum blocks on Oct. 23-24, 1963.

水分の移動などが原因してより不正確になると言われているので[3),4)], 回帰直線の実験式の算出には使わなかった。これで一応約40%から50%の重量含水率の間では，水分が増加すれば温度伝導度も増加するという結果を得た。なお土の含水率は電気抵抗で示したが，その値は24時間中の平均値を使った。比重は約2.5g/cc空隙率は約55%前後となった。

V. 近似理論式による数値計算

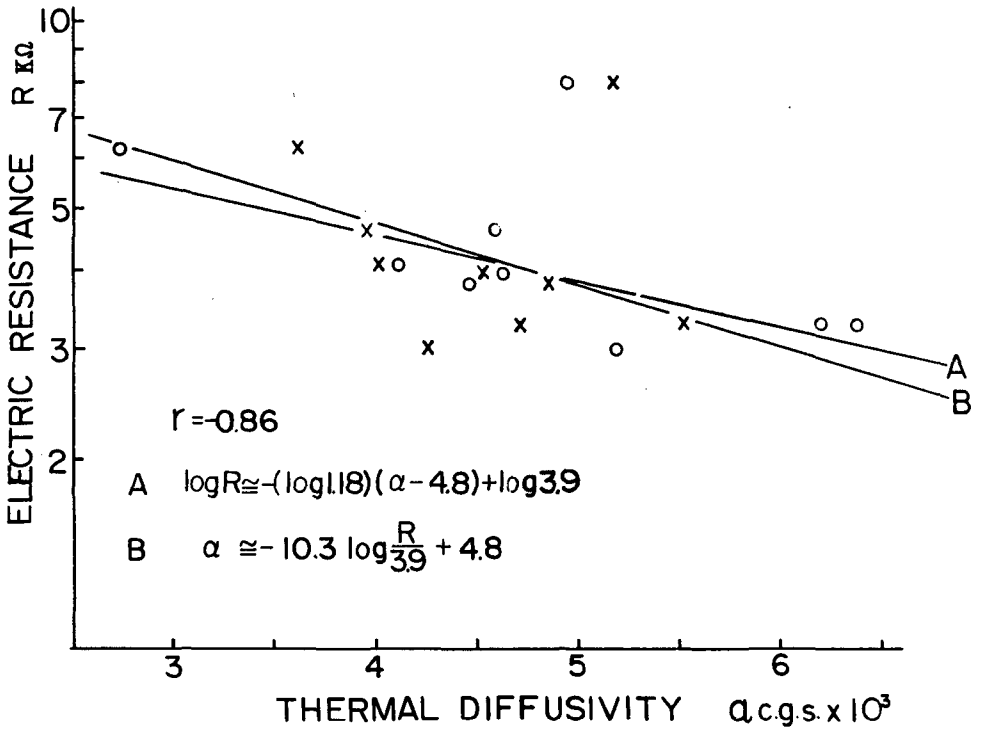
野外実験では，どうしても水分の変化範囲が小さく，又水分の移動等の複雑な現象がともなうことがあるので，一応は理論的取り扱いをして，どんな要素がどのように熱伝導度，温度伝導度に影響するのかを考察する必要があると思われたので，ここに近似式をいくつか立てて数値計算を試みた。この種の理論的取り扱いは，MAXWELL[5)]の電気伝導度に関する近似理論式の応用[6)~9)]がいくつかなされているだけのようである。しかもその応用にあたっては，モデルを一種類しか想定していない



第2図 赤外線水分計による含水率（重量%, dry base.）と土湿計の電気抵抗との関係.

Fig. 2. Relation between moisture content of soil by infrared moisture meter and electric resistance by soil moisture meter.
(r: correlation coefficient)

3) 沢田孝士；地温の日変化より土壌の温度伝導度を求める時の誤差について，学芸（北海道学芸大学），2 (1950), 178.
4) 沢田孝士；地温の日変化より求めた土壌の温度伝導度の特性について，学芸，4 (1952), 10.
5) J. C. MAXWELL; A Treatise on Electricity and Magnetism, 1 (1904), 435.
6) C. ZWIKKER; Physical Properties of Solid Materials, (1955), 50.
7) E. C. BULLARD, A. E. MAXWELL and R. REELLE; Advances in Geophysics, 3 (1956), 162.
8) K. HORAI and S. UYEDA; Relation between Thermal Conductivity of Sedimentary Rocks and Water Content, Bull. Earthq. Res. Inst., 38 (1960), 199.
9) 長谷川敏男；多孔性物質中における熱輸送と水分移動との関係，北海道学芸大学紀要，14 (1963).



第 3 図　温度伝導度と電気抵抗との関係

Fig. 3. Relation between thermal diffusivity and electric resistance in the field experiment.
A, B; Regression line of α_p
○: α_p: Thermal diffusivity from phase lag.
×: α_a: Thermal diffusivity from amplitude ratio.

ようなので，その他のモデルについての考察を試みた。モデルは第 4 図に，数値計算の結果は，第 5 図に熱伝導度を，第 6 図に温度伝導度を示した。第 4 図の K1 は，土，水，空気が互層をなしてその反復が無限に続いている場合で，これに熱が平行に流れるという仮定をした場合である。この場合の全体の熱伝導度を示す式は教科書[10] にもよくのっている式である。電気抵抗のモデルにすれば直列の場合にあたる。

$$\lambda=\frac{\lambda_s\delta_s+\lambda_w\delta_w+\lambda_a\delta_a}{\delta_s+\delta_w+\delta_a} \qquad \text{(K1)}$$

λ は全体の熱伝導率，λ_s, λ_w, λ_a はそれぞれ土，水，空気の熱伝導率，δ_s, δ_w, δ_a は，それぞれの体積の割合である。結果は，第 5 図で最も値の大きな線となっている。第 5 図の横軸は，容量百分率と重量百分率の両方で含水率を示してある。この場合の容量百分率は

$$\frac{\delta_w}{\delta_s+\delta_w+\delta_a}\times 100$$

10) 前出 1).

第 1 表 地温の日変化を正弦曲線とみなした場合の諸常数と温度伝導度

Table 1. Some constants and thermal diffusivity caluculated under assumption that diurnal variations of soil temperature were sine curve.

Date	Depth	Occurence		Time lag		α_p (c.g.s)		Amp.	Amp. Ratio	α_a
		Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.			
	(cm)	h m	h m	m	m			°C		(c.g.s)
8m25d	5	15.08	6.00	101	80	4.68	7.46	4.93	1.60	4.15
	10	16.49	7.20					3.09		
9m 5d	5	14.32	6.12	78	62	7.86	12.42	5.24	1.56	4.56
	10	15.50	7.14					3.35		
9m 8d	5	14.35	6.34	103	45	4.50	23.60	5.40	1.55	4.70
	10	16.18	7.19					3.98		
9m9-10d	5	14.31	6.14	103	53	4.50	17.01	5.71	1.67	3.48
	10	16.14	7.07					3.43		
9m14-15d	5	15.00	5.57	84	67	6.77	10.64	5.51	1.50	5.41
	10	16.24	7.04					3.67		
10m 3d	5	14.20	6.33	91	66	5.77	10.97	5.21	1.58	4.38
	10	15.51	7.39					3.31		
10m 4d	5		6.42		53		17.01	5.45	1.56	4.65
	10		7.35					3.51		
10m23-24d	5	14.15	6.58	64	71	11.30	9.47	4.74	1.58	4.38
	10	15.19	8.09					3.00		

α_p: Thermal diffusivity calculated from phase lag.
α_a: Thermal diffusivity calculated from anplitude ratio.

重量百分率は

$$\frac{\rho_w \cdot \delta_w}{\rho_s \cdot \delta_s} \times 100$$

で定義してある。ρ_w は水の密度でこの場合，強結合水（土に対して湿潤熱を生じて結合する水で，湿潤熱約 80 cal.，比重約 1.7，比熱約 0.5～0.8 で，重量百分率で 4～5% といわれる[11]。）のことは考慮しなかったので，$\rho_w=1$ g/cc とした。ρ_s は土の真の密度で，この場合 $\rho_s=2.5$ g/cc とした。この場合の空隙率は筆者の実験と種々の空隙率に対するデーター[12] から 55% を仮定した。よって，容量百分率で 55% の含水率までは土の量は 45% で一定で，空隙は水と空気で満たされていると仮定したわけである。含水率 55% より大なる所では，土が水によって少しずつ置換されてついには水が 100% になるとしたわけである。55% 以後も実際は空気の混入がかなりあるのであるが，空気は入っていないと仮定している。

縦軸については，熱伝導率 λ を絶対値で目盛ってあるが，実際の数値計算は λ_w に対する比で行なった。λ_w としては 1.40×10^{-3} c.g.s (20°C) をとり，$\lambda_s=4\lambda_w$ を仮定した。これは λ_w の値と KARSTEN[13] による水にて飽和した土の熱伝導率測定の資料とから，外挿法によって求めた値を考慮して仮定した値である。$\lambda_a=1/20\cdot\lambda_w=0.07\times10^{-3}$ c.g.s と仮定した。乾燥空気の $\lambda\fallingdotseq$

11) A. A. ロージェ (山崎不二夫監訳)；土壌と水，1955.
12) 前出 11).
13) 八鍬利助；農業物理学，(1961) に引用.

第 2 表 地温の日変化を調和分析した場合の 1 日波より求めた諸常数と温度伝導度

Table 2. Some constants and thermal diffusivity caluculated from daily variation which is obtained by harmonic analysis of soil temperature.

Date (from)	Depth	Constants of harmonic analysis			Occurence		Phase lag	α_p	Amp. Ratio	α_a
		a_1	a_0	A_1	Max.	Min.	Time lag			
	cm	°C	°C		h m	h m		c.g.s.		c.g.s.
8m24-25d	5	4.37	23.10	182°49′	15.49	3.49	21°37′	6.39	1.55	4.71
(24d11h)	10	2.82	22.81	161.12	17.15	5.15	86.47m			
8m25-26d	5	4.08	22.76	141.55	15.32	3.32	25°23′	4.64	1.57	4.53
(25d19h)	10	2.61	22.63	116.32	17.14	5.14	101.50m			
9m4-5d	5	4.99	19.27	175.12	15.19	3.19	26°59′	4.11	1.61	4.01
(4d21h)	10	3.10	19.52	148.13	17.07	5.07	107.90m			
9m8-9d	5	5.19	18.20	298.21	15.07	3.07	25°31′	4.59	1.62	3.95
(8d5h)	10	3.22	18.39	272.50	16.49	4.49	102.10m			
9m9-10d	5	5.27	18.71	37.57	15.28	3.28	33°06′	2.73	1.65	3.62
(9d12h)	10	3.20	18.69	4.51	17.41	5.41	132.40m			
9m14-15d	5	5.26	15.72	22.54	15.28	3.28	24°34′	4.95	1.52	5.19
(14d11h)	10	3.46	16.13	358.20	17.07	5.07	98.30m			
10m3-4d	5	4.76	12.66	280.27	15.18	3.18	23°59′	5.19	1.59	4.26
(3d4h)	10	3.00	13.12	256.28	16.54	4.54	95.90m			
10m3-4d	5	4.75	12.45	51.32	15.34	3.34	21°56′	6.21	1.50	5.52
(3d13h)	10	3.17	12.96	29.36	17.02	5.02	87.70m			
10m23-24d	5	4.03	8.29	20.17	15.49	3.49	24°34′	4.46	1.54	4.85
(23d11h)	10	2.62	8.54	354.25	17.22	5.22	98.30m			

$T = a_0 + a_1 \cdot \sin(wt + A_1) + a_2 \cdot \sin(2wt + A_2) + \cdots\cdots$

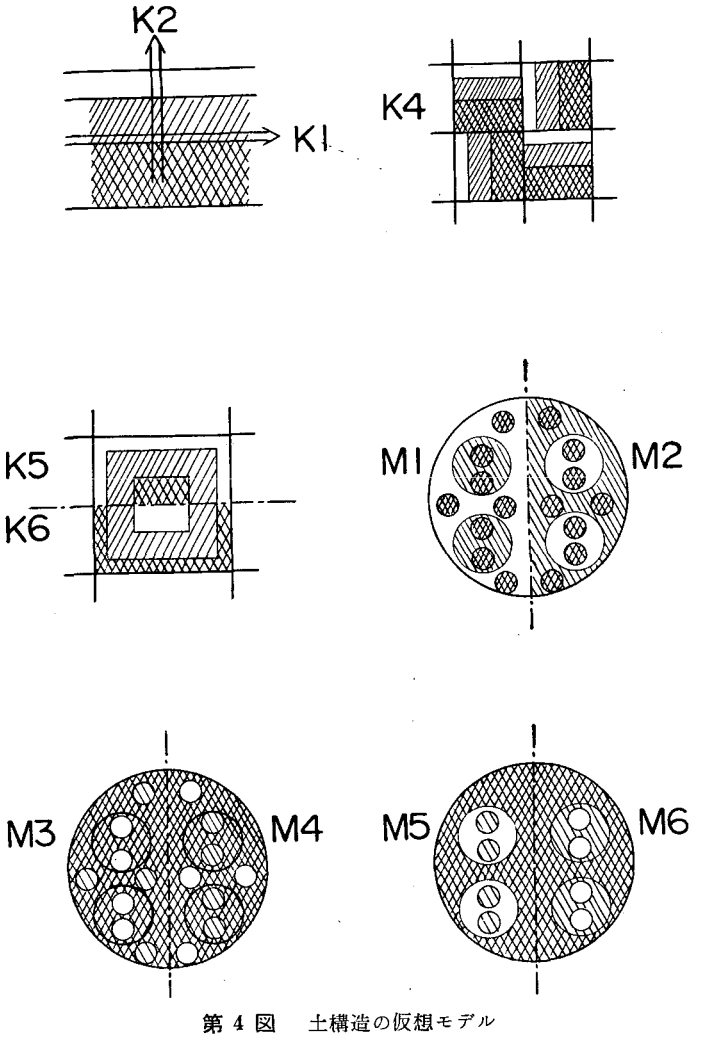
0.0574 (20°C), 湿った空気の $\lambda \fallingdotseq 0.0704$ (水蒸気 7.1%, 80°C[14]) を考慮して，計算を簡単にするために 1/20 λ_w を仮定したわけである。モデル K2 は，K1 と同じモデルで，熱の流れが層に垂直であると仮定した場合で，式は電気抵抗の並列の組みあわせの場合と同じである。これも教科書にのっている[15]。

$$\lambda = \frac{\delta_s + \delta_w + \delta_a}{\dfrac{\delta_s}{\lambda_s} + \dfrac{\delta_w}{\lambda_w} + \dfrac{\delta_a}{\lambda_a}} \qquad \text{(K2)}$$

この場合の λ は第 5 図にみる如く，ここに考えたモデルの中では最小値をとっている。以上の 2 つのモデルでも，熱伝導率と含水率，空隙率の関係がほぼ明らかになったわけである。K1 の場合については初田[16] もモデルを想定しないで，土の熱伝導率の近似式として計算しておられる。古くは SMITH と BYERS[17] が乾燥土つまり $\delta_w = 0$ での場合について，やはり K1 の式を近似式 (おそらく実験式) としてあげている。

次に実際の土はもっと均質なもので異方性があまりないと考えられるので，K4 のモデルでは，K1, K2 のモデルの小立方体の図のような組合わせを考えた。熱は小立方体の境界のある

14) 東京天文台；理科年表，(1963).
15) 前出 1).
16) 初田甚一郎；地温による温泉探査，温泉科学，6 (1955), 57.
17) L. D. BAVER; Soil Physics, (1956), 374 に引用.



第 4 図　土構造の仮想モデル

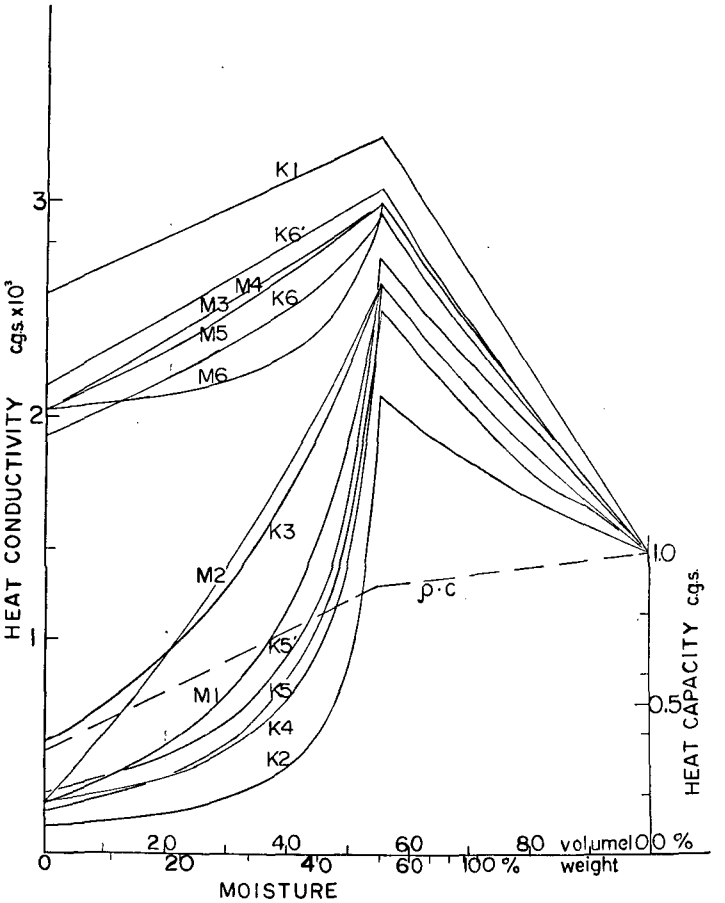
Fig. 4. Assumed models of soil structures

方向に平行に流れると仮定する。各小立方体を無限に小さくすれば，この近似は一応成立つと思われる。式は

$$\lambda=\frac{2}{\dfrac{\delta_s}{\lambda_s}+\dfrac{\delta_w}{\lambda_w}+\dfrac{\delta_a}{\lambda_a}+\dfrac{1}{\delta_s\lambda_s+\delta_w\lambda_w+\delta_a\lambda_a}} \tag{K4}$$

K5 のモデルは，土が立方体の小塊となっており，そのまわりを水が，更に空気がそれぞれ一定の厚さでとりまくという単位の連続体を考え，その境界にやはり平行に熱流があるという仮定の場合である。

$$\lambda=\delta_s^{\frac{2}{3}}\frac{1}{\dfrac{\delta_s^{\frac{1}{3}}}{\lambda_s}+\dfrac{\delta_{w'}^{\frac{1}{3}}-\delta_s^{\frac{1}{3}}}{\lambda_w}+\dfrac{1-\delta_{w'}^{\frac{1}{3}}}{\lambda_a}}+(\delta_{w'}^{\frac{2}{3}}-\delta_s^{\frac{2}{3}})\frac{1}{\dfrac{\delta_{w'}^{\frac{1}{3}}}{\lambda_w}+\dfrac{1-\delta_{w'}^{\frac{1}{3}}}{\lambda_a}}+(1-\delta_{w'}^{\frac{2}{3}})\,\lambda_a \tag{K5}$$



第 5 図 第4図のモデルにおける熱伝導率と熱容量と含水率 (空隙率55% の場合)

Fig. 5. Theoretical changes of heat conductivity and heat capacity with moisture content for assumed models in fig. 4.
(Constants are assumed as following:
λ_s (of pure soil) = 5.6×10^{-3} c.g.s.
λ_w (of water) = 1.4×10^{-3} c.g.s.
λ_a (of wet air) = 0.07×10^{-3} c.g.s.. Porosity is 55%.)

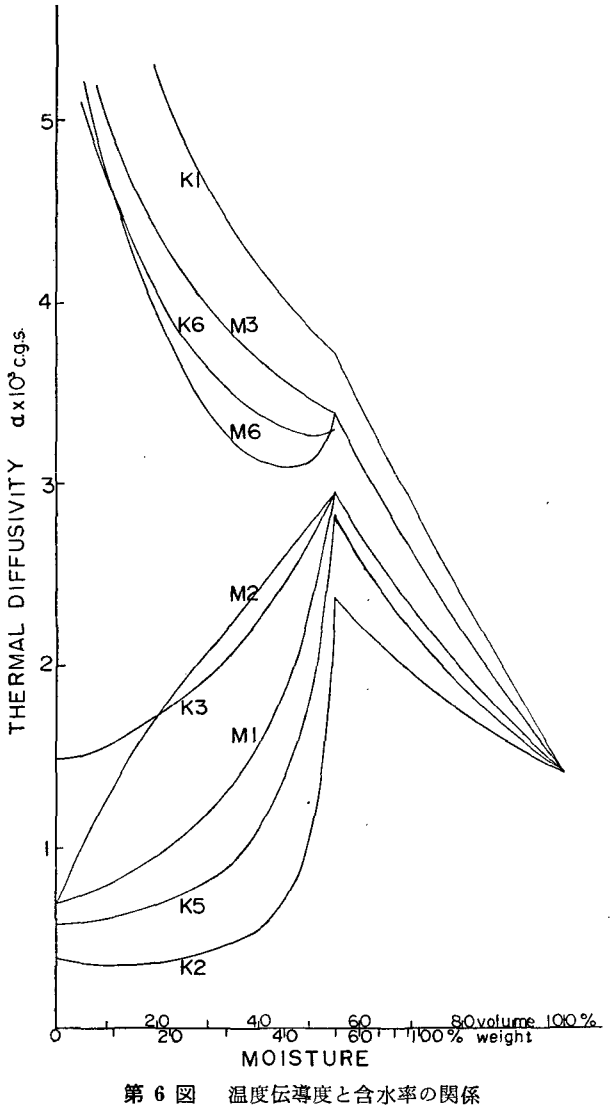
$$\lambda=\frac{1}{\dfrac{\delta_s^{\frac{1}{3}}}{\delta_s^{\frac{2}{3}}\lambda_s+(\delta_{w'}^{\frac{2}{3}}-\delta_s^{\frac{2}{3}})\lambda_w+(1-\delta_{w'}^{\frac{2}{3}})\lambda_a}+\dfrac{\delta_{w'}^{\frac{1}{3}}-\delta_s^{\frac{1}{3}}}{\delta_{w'}^{\frac{2}{3}}\lambda_w+(1-\delta_{w'}^{\frac{2}{3}})\lambda_a}+\dfrac{1-\delta_{w'}^{\frac{1}{3}}}{\lambda_a}} \qquad \text{(K5')}$$

但し

$$\delta_s+\delta_w+\delta_a=1$$

$$\delta_{w'}=\delta_s+\delta_w$$

K5 と K5′ の違いは，モデル K5 について計算するときの方法の違いによるものであるが，結果は第5図にみる如く少し異なる。つまり式 K5 は熱流に対して，平行に分割して計算したものであり，K5′ は垂直に分割して計算したものである。同じモデルについて二つの異なる結



第 6 図　温度伝導度と含水率の関係

Fig. 6. Theoretical changes of thermal diffusivity with moisture content.

果が出るのは，近似計算であるということに原因があると思われるがさだかでない。

K6 のモデルは，K5 においての空気と土の位置が置換された場合で，土が格子状になっている場合である。従って計算式は，K5, K5′ において，δ_s と δ_a を置換するだけで型は K5, K5′ と同じになるが数値ははるかに大となる。

MAXWELL が電気比抵抗の場合に次のようなモデル，つまり大球の中に大球と比抵抗が異なる小球が互いに影響しあわない程度に分散している場合の大球全体の電気比抵抗について導いた式[18]

18) 前出 5).

$$K=\frac{2k_1+k_2+P(k_1-k_2)}{2k_1+k_2-2P(k_1-k_2)}k_2 \qquad \text{(MAX 1)}$$

但し，K は大球全体の，k_1 は散在する小球の，k_2 は大球のそれぞれ比抵抗であり，P は，小球全体の大球全体に対する体積比である。この MAXWELL の式の比抵抗 k のかわりに，$k=1/\Lambda$ とおけば，Λ は電気伝導率であり，熱伝導率で置きかえてもよいことになる。小球の熱伝導率を λ_S，大球のを λ_L，大球全体のを λ とすれば[19]，

$$\lambda=\lambda_L\frac{3-2\delta_{L\text{-}S}\left(1-\frac{\lambda_L}{\lambda_S}\right)}{3\frac{\lambda_L}{\lambda_S}+\delta_{L\text{-}S}\left(1-\frac{\lambda_L}{\lambda_S}\right)} \qquad \text{(MAX 2)}$$

ここで $\delta_{L\text{-}S}$ は大球全体の体積から小球の体積を差引いたものの全体に対する比である。ここで，MAX 2 式において以下の置換をし，その定義に従って λ を用いて，第 4 図の M1, M2,…… 以下のモデルの計算式を説明する。まず λ_s を土の，λ_w を水の，λ_a を空気のそれぞれ熱伝導率とする。

$\lambda_L\to\lambda_w$，　$\lambda_S\to\lambda_s$　の時 $\lambda\to\lambda_1$

$\lambda_L\to\lambda_a$，　$\lambda_S\to\lambda_s$　の時 $\lambda\to\lambda_2$

$\lambda_L\to\lambda_s$，　$\lambda_S\to\lambda_w$　の時 $\lambda\to\lambda_3$

$\lambda_L\to\lambda_s$，　$\lambda_S\to\lambda_a$　の時 $\lambda\to\lambda_4$

$\lambda_L\to\lambda_a$，　$\lambda_S\to\lambda_w$　の時 $\lambda\to\lambda_5$

$\lambda_L\to\lambda_w$，　$\lambda_S\to\lambda_a$　の時 $\lambda\to\lambda_6$

M1 のモデルは，λ_1 の小球が λ_2 の大球の中に散在するという場合で，宝来，上田[20] の考えた場合はこれにあたる。宝来，上田の場合はこのモデル一つで岩石の熱伝導率の実験とよくあうとしている。ただ空気の熱伝導率を実際の 2〜3 倍にとらないとうまくいかないとしているが，以下のモデルの結果を考えあわせて第 5 図を見ていただけば，空気の熱伝導率をあまり大きく仮定しなくても，宝来，上田の実験結果を説明できそうである。

計算式は，

$$\lambda=\lambda_2\frac{3-2\delta_{2\text{-}1}\left(1-\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)}{3\frac{\lambda_2}{\lambda_1}+\delta_{2\text{-}1}\left(1-\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)} \qquad \text{(M1)}$$

M2 のモデルは，λ_2 の小球が λ_1 の大球の中に散在していると仮定した場合で，M1 で水滴が土の微小粒子を所々で取りかこんでいるようなモデルに対して，M2 では，気泡が土の微小粒子をとりかこんでいるような場合になっている。従って，計算式は λ_1 と λ_2 がいれかわり，

19) 前出 6).
20) 前出 8).

$$\lambda = \lambda_1 \frac{3-2\delta_{1-2}\left(1-\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)}{3\frac{\lambda_1}{\lambda_2}+\delta_{1-2}\left(1-\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)} \tag{M2}$$

M3 のモデルは，K6 のモデルのように，土の中に微小粒空間がある場合で，その空間に小球状に空気がある場合となる。従って λ_4 の小球が λ_3 の大球の中に散在している場合となる。

$$\lambda = \lambda_3 \frac{3-2\delta_{3-4}\left(1-\frac{\lambda_3}{\lambda_4}\right)}{3\frac{\lambda_3}{\lambda_4}+\delta_{3-4}\left(1-\frac{\lambda_3}{\lambda_4}\right)} \tag{M3}$$

M4 のモデルの場合は，M3 のモデルと逆の場合であって，λ_3 の小球が λ_4 の大球の中に散在するような場合となる。

$$\lambda = \lambda_4 \frac{3-2\delta_{4-3}\left(1-\frac{\lambda_4}{\lambda_3}\right)}{3\frac{\lambda_4}{\lambda_3}+\delta_{4-3}\left(1-\frac{\lambda_4}{\lambda_3}\right)} \tag{M4}$$

M5 のモデルは，M3, M4 のモデルの場合の微小粒空間の中に空気があり，その中には微小水滴があると仮定した場合で，M6 のモデルは微小粒空間の中に水があり，その中に気泡があるという場合である。

$$\lambda = \lambda_s \frac{3-2\delta_{s-5}\left(1-\frac{\lambda_s}{\lambda_5}\right)}{3\frac{\lambda_s}{\lambda_5}+\delta_{s-5}\left(1-\frac{\lambda_s}{\lambda_5}\right)} \tag{M5}$$

$$\lambda = \lambda_s \frac{3-2\delta_{s-6}\left(1-\frac{\lambda_s}{\lambda_6}\right)}{3\frac{\lambda_s}{\lambda_6}+\delta_{s-6}\left(1-\frac{\lambda_s}{\lambda_6}\right)} \tag{M6}$$

以上のモデルの他に，モデルははっきりせぬが，土，水，空気の熱伝導度の幾何平均にあたるものも計算して第 5 図に入れた。

$$\lambda = \lambda_s^{\delta_s} \cdot \lambda_w^{\delta_w} \cdot \lambda_a^{\delta_a} \tag{K3}$$

なお，K1, K2 はそれぞれ算術平均，調和平均にあたることになる。

以上の結果を第 5 図にみれば，モデルの構造の違いによって，かなりの変動が熱伝導度に生じてくることがわかる。又，大きくは土が粒子状になって散在するか，格子又は網目状になっているかで，二つのグループに分かれて来るようである。なおこの場合，空隙率なるものを 55% に仮定して計算してあるが，空隙率が小さくなるに従って，全体の熱伝導率が水の熱伝導率と，真の土の熱伝導率を結ぶ曲線上に頂点がくるように，急激に増加することは，計算値と実測値を比較するとき注意すべき点の一つであろう。

これで熱伝導度については，およその見当がついたので次に温度伝導度については第 5 図

から，その数例について，温度伝導度に換算したものを第6図に示す。土の比熱を東[21]，鈴木[22]の測定を参考にし，0.3 cal/g·°C と仮定し，水を1とする。

空気の比熱を無視すれば一応全体の熱容量として，次の式を仮定し計算値を第5図に示す。

$$\rho c = 0.75\,\delta_s + \delta_w$$

第6図にみる如く，温度伝導度の場合は飽和点の所が最大値を示さない場合が出てくる。この計算の場合にはたまたま格子状のモデルについては全部含水率の増加とともに，温度伝導率はほぼ減少（飽和点の近傍では極大値をもつものもある。）し，土が粒子状の場合には熱伝導度の場合と同じような傾向を示した。いずれにしろ温度伝導度の場合は，モデルの違い，種々の定数のとり方の違いなどによって，その分散の度合が非常にはげしいので実際の土の温度伝導度の実験値との比較においては注意を要すると思われる。従来の温度伝導度の諸量との関係に関する議論の混乱はあるいはこの辺にあったのかもしれない。従来の文献にも二通りの例がみられる。最大値を示す例としては東[23]の実験，減少のみの例としては鈴木[24]の記述がみられる。含水量の増加とともに温度伝導率増加の例としては，F. MONGELLI[25]等がある。熱伝導度の実験例[26)~28)]としては，そのほとんどが，飽和含水量以上の所の実験はしていないようであるが，一応モデルによる計算値とはその傾向において，矛盾しないと云える。ただ，細部にわたっての比較は空隙率，飽和点での熱伝導度などが不明であるので出来ない。又数値計算からの結果はあくまでモデルについての，しかも近似計算であるので，実際の土の構造等といかに対応するかは今後の問題である。

VI. あ と が き

土の温度伝導度に関する野外実験，並びに熱伝導度，温度伝導度に関してモデルを想定しての数値計算を行なった。実験では当初の目的を達成出来なかったが，数値計算の方は一応の結果を得た。熱伝導度，温度伝導度に関して，含水量，空隙率，構造，比熱，密度等がいかに影響し，どのような相互関係を示すかを図示できた。今後この種の実験の場合，又地温に関する種々の測定の場合いくらかは参考になると思う。

この研究は，修士論文として，福富教授の御指導のもとに行なわれたものである。

---

21) A. HIGASHI; On the Thermal Conductivity of Soil, J. Fac. Sci. Hokkaido Univ. Ser. II, **4** (1951), 21.
22) S. SUZUKI; A Method of Measuring Actual Amount of Rate of Percolation, Specific Heat and Heat Conductivity of Soil, Geophys. Mag., **28** (1958), 499.
23) 前出 21).
24) 鈴木誠太郎；農業気象学，(1961), 171 における記述.
25) F. MONGELLI; Il Coefficinte di Diffusivita Termica del Suolo, Bollettino di Geofiisica Teorica ed Applcata, **3** (Marzo 1961), 49.
26) H. E. PATTEN; (1909) 17) に同じく引用.
27) 前出 21).
28) 前出 13).

終始御指導いただいた福富教授，種々御助言をいただいた藤木助教授，同教室の諸先生方に厚く感謝します。

3. On the Thermal Conductivity and Diffusivity of Soil

By Daiji KOBAYASHI
(Department of Geophysics, Faculty of Science, Hokkaido University)

The dependence of thermal conductivity and diffusivity of soil on water content and porosity has been studied by many investigators. And yet, it is not clear on some points. The relation between thermal diffusivity and water content is particularly not clear. Referring to conductivity, it is said that MAXWELL's equation does not give the empirical values in a water-poor region.

To make those problems clear, the writer assumed some models of soil structure (Fig. 4), and calculated conductivity and diffusivity, using the approximate equations (K1～K5, M1～M6). The result is shown in Figs. 5 and 6 Conductivity rises with increase of water content in an extent of unsaturating pore, and falls gradually in oversaturated region as indikated by other investigators[8]. Concerning diffusivity, however, there are two types. In one type, it behaves the same change as conductivity, and in the other, it decreases with increase of water content in the whole range. The writer carried out also field experiments by ÅNGSTROM's method, but he could not obtain the satisfactory result (Fig. 3).