



Title	4. 地下水起源の温泉の温度
Author(s)	福富, 孝治; FUKUTOMI, Takaharu
Citation	北海道大学地球物理学研究報告, 13, 53-70
Issue Date	1965-02-25
DOI	https://doi.org/10.14943/gbhu.13.53
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/13885
Type	departmental bulletin paper
File Information	13_p53-70.pdf



4. 地下水起源の温泉の温度

福 富 孝 治

(北海道大学理学部地球物理学教室)

— 昭和 39 年 10 月受理 —

I. 序 言

近年、アメリカにおける水素の放射性同位元素である Tritium の研究結果から、温泉水の 95% 以上は地下水であると言われている。

地下に特殊な熱源のない普通の土地では、地下 20 m ぐらいの太陽熱の影響する範囲を除いて、地下深く入ると地温が 100 m 毎に 2~3°C の割合で上昇することは周知の事実であり、浅い地下水の温度はその土地の年平均気温よりも数度高くに過ぎない¹⁾ ので、このような土地で地下水が温泉となるためには地下深くに侵入した地下水を考えなければならないが、その深さについては、現在はあまり明らかでなく、流動する地下水の存在するのは 2~3 km の深さまでであると考えられている。しかし、このような普通の場所では高温な温泉はほとんど認められていないのである。

したがって、高温な地下水起源の温泉が生ずるためには、

- (1) 地下 2~3 km 程度まで侵入している深い地下水が存在していること、
- (2) 特殊な熱源が地下に存在して、その影響として普通の地温勾配よりも大きな地温勾配が地中に存在すること

が必要である。温泉が火山地域や新しい火成活動の地域に多いことから、この特殊熱源はこれらの地域の地下数 km に存在する岩漿の溜り (Magma chamber) であると一般に信ぜられている。

このようなわけで、本論文においては、地下数 km の深さに上面をもつ岩漿の溜りのような高温な熱源があつて、その上層の岩石中を流動する深い地下水が熱伝導によって熱せられる場合、定常的状态においてこの地下水がいかほどの温度となるかを理論的に検討したのである。一温泉地域のもつ湧出量に対して計算された温度から温泉地域の熱エネルギーの可能な最大値を推定し、実際の温泉地域から放出される熱エネルギーと比較して温泉水の総てが地下水起源として説明可能であるかどうかを吟味した。

1) 福富孝治; 微温泉と冷泉との境界温度, 北大地球物理学研究報告, 2 (1952), 17.

II. 予 備 的 考 察

1. 従 来 の 研 究

筆者の知る限りでは、この方面で過去に行なわれた定量的研究は少ない。瀬野²⁾は地温が地表から深さに対し温泉地に実在する種々な勾配で直線的に上昇している場合に、管を地表からある深さまで往復させ、それに水温が地表温度に等しい水のある流速で流入させたとき湧出する水の温度がどうなるかを理論的に考察した。この方面の初めての研究として注目すべきものであるが、冷水の昇温に伴う周囲岩石の温度低下が無視できるとした仮定に問題がある。福富³⁾は地下に水平で無限に広い熱源を考え、その熱源と地面との間の岩石中に水平方向に無限に広がった帯水層がある場合に帯水層の一方から地下水が流入して他方に流出するとき如何に昇温するかを近似的に考察した。この論文では冷水の昇温に伴う付近地温変化は考慮されているが、帯水層を流れる水量と温泉の湧出量との関係があまり明瞭でないことと、受熱部として水平な帯水層を考えているところに少し問題がある。地下水が地下深くに侵入し、あるいは温泉が深い所から上昇する通路は深い帯水層のこともあり得るが、多くは岩石中の裂隙であると考えられるからである。

2. 岩石中の裂隙の大きさ

温泉はしばしば断層線に沿って湧出することが認められているが、断層線上の到る所に分布することは少なく断続的に所々に集まって湧出することが多い⁴⁾。これは断層面が完全な平面ではなく所々におうとつがあり断層両側の相対運動に伴い断層面に密着した部分と裂隙の部分とを生じ、これらの裂隙を伝って地下水が地下深くへ降下し、あるいは温泉が地下深くから上昇すると考えればよく説明される。

温泉が地下深くから上昇する通路となる裂隙の大きさの概値を知るために、主に北海道の主要温泉地域のうち温泉が裂隙から湧出するものにつき温泉の帯状分布の長さ、または地下に裂隙が推定される地域で1 m深地温の高温部が帯状をなすものにつきその長さを測って第1表に示した。

表から判るように、温泉に関係ある裂隙の長さの範囲は0.5~2.0 km であるが0.6~0.8 km が多い。

3. 一温泉地域からの温泉湧出量

本論文で取扱う問題では温泉湧出量の多いか少ないかが、その温度に影響する。従って、

2) 瀬野錦蔵；地温のみによる温泉の可能性，地球物理，5 (1941)，216.

3) T. FUKUTOMI；On the Possibility of Volcanic Hot Springs of Meteoric and Magmatic Origin and Their Probable Life Span, Jour. Fac. Sci., Hokkaido Univ., VII, 1 (1960), 259.

4) 例えば，石川俊夫・高橋俊正・近堂祐弘；温根湯温泉地質班調査報告，北海道衛生部編，北海道温泉調査，9 (1962)，57.

福富・藤木・須川・大谷・和田；後出 10)

第 1 表 温泉に関係のある裂隙の大きさ

Table 1. Length of fissures which have intimate connection with hot springs.

温泉地域 Hot spring locality	裂隙の長さ Length of fissure (km)	備 考 Note
湯の川 ⁵⁾	0.65	
濁川 ⁶⁾	1.2	Caldera 壁沿いの温泉
洞爺湖 ⁷⁾	0.6	金比羅山割目
壮瞥 ⁷⁾	2.1	(西丸山—東丸山) 噴気孔列
登別地獄谷 ⁸⁾	0.6	
糠平 ⁹⁾	0.45	
温根湯 ¹⁰⁾	0.7	
弟子屈 ¹¹⁾	0.75	
屈斜路硫黄山 ¹²⁾	0.6	A 噴気孔列
"	0.72	B 噴気孔列
熱海(静岡) ¹³⁾	0.6	

平均値=0.82 km

第 2 表 温泉の熱階級別の北海道内 1 温泉地域平均総湧出量*

Table 2. Mean total volume out-put from a hot spring locality in Hokkaido classified by heat energy index of hot spring.

温泉の熱階級 Heat Energy Index	熱エネルギーの範囲 Extent of Heat Energy ($\times 10^7$ cal/min)	一温泉地域当りの 平均総湧出量* Mean Total Volume Output (ℓ /min)	平均に使用した 温泉地域数 Number of Hot Spring Localities used in Average	北海道内の温泉 地域数と(百分率) Number of Hot Spring Localities in Hokkaido
VI	100 ~ 316	6360	4	1 (1.2%)
V	31.6 ~ 100			3 (3.5%)
IV	10.0 ~ 31.6	1980	6	8 (9.4%)
III	3.2 ~ 10.0	730	6	8 (9.4%)
II	1.0 ~ 3.2	290	10	16 (18.8%)
I	0.32 ~ 1.0	210	5	42 (49.4%)

* 一温泉地域にある 30°C 以上の温度をもつ温泉からの湧出量の和の地域についての平均

- 5) 福富孝治・藤木忠美・須川明・大谷清隆・和田昭夫; 湯の川, 谷地頭温泉の調査, 北海道衛生部編, 北海道温泉調査, 19 (1962), 1.
- 6) 福富・藤木・須川・大谷・和田・徳永; 北海道濁川温泉の調査, 北大地球物理学研究報告, 10 (1963), 61.
- 7) 福富・藤木・須川; 洞爺湖温泉附近の 1 m 深地温調査, 北海道衛生部編北海道温泉調査, 4 (1957), 1.
- 8) 福富・藤木; 昭和 26 年 11 月から 27 年 3 月頃の登別温泉地獄谷の活動, 北大地球物理学研究報告, 3 (1953), 23.
- 9) 福富孝治; 糠平温泉調査報告, 北海道衛生部編北海道温泉調査, 1 (1955), 1.
- 10) 福富・藤木・須川・大谷・和田; 温根湯・北見・塩別・シケレベツ諸温泉の調査, 北海道衛生部編北海道温泉調査, 9 (1962), 43.
- 11) 福富・須川・藤木; 弟子屈温泉および当別温泉について, 北大地球物理学研究報告, 5 (1957), 33.
- 12) 福富・須川・小林・徳永・和氣; アトサヌブリより放出される地熱エネルギー, 未印刷(昭 39.9 月日本火山学会秋季大会において発表).
- 13) T. FUKUTOMI; On the Hot Springs of Atami, Izu Peninsula, Bull. Earthq. Res. Inst., 15 (1937), 113.

一温泉地域からの温泉湧出量の範囲を知る必要がある。第2表は北海道の主な温泉地につき温泉の各熱階級ごとにその平均総湧出量¹⁴⁾を求めたものである。

4. 岩漿の溜りの深さ、大きさとその温度

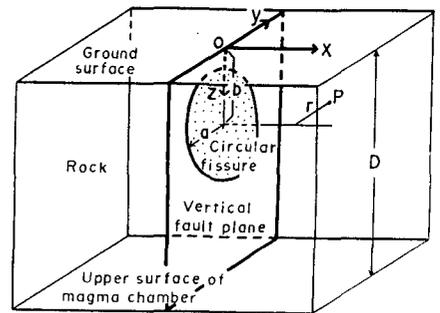
岩漿の溜りについては別報¹⁵⁾に詳細に述べたので、ここに詳しく述べるのは略すが、火山地域における岩漿の溜りの地面下の深さは凡そ 3.5~10 km であり、その横の大きさの比較的大きいものは北日本の大型の Caldera から半径 6~12 km であると推察されている。岩漿の温度も火山から流出する熔岩の温度から 900°~1200°C と推定される。

III. 理論的考察

地表を水平な平面 (温度は常に 0°) とし、地下 D の深さに地面に平行な熱源 (温度は常に T°) が無限に広がっているものとする。両面間には均質な岩石がありその熱伝導率を κ とする。熱的平衡状態においては地表面から熱源までの岩石中では一様な温度の勾配 $\tau = \frac{T_0}{D}$ が存在する。

次に2つの場合を考える。第一の場合はこの岩石中に地面に垂直な断層面があり、この断層面内に地表から b の深さに中心をもつ半径 a の円形の裂罅 (その厚さは極めて薄いとす) が存在して、その裂罅の内部には水が充満しているものとする。第二の場合はこの岩石中に地表から b の深さに地面に平行な薄い半径 a の円形の帯水層が存在する場合である。両方の場合共に2本の細い断熱壁をもつ導水管が地表から裂罅または帯水層まで通じ、1本からは θ_0 の冷水が流入し他の1本からは裂罅または帯水層で熱を受けて θ となった温水が一定の水量 q だけ流出していると考え。第1図および第2図はそれぞれ鉛直な円形裂罅および水平な円形帯水層の場合を示したものである。以上二つの場合において最初水の流通がない熱的平衡状態を考えれば、前に述べたように岩石中では地表から熱源まで一様な鉛直方向の温度勾配が存在する。このような状態の下に一定量 q の水の流動を始めると初めは裂罅または帯水層の円形の壁からの熱伝導による熱の流入量は大きい時間が経過とともに減少し、遂に岩石中の温度分布が平衡に達すると熱の流入量は一定となり水の湧出温度 θ も一定値に到達する。本論文ではこのような熱的平衡状態にある場合を取扱う。以下に2つの場合に分けて議論を進める。

1. 円形裂罅中で地下水が熱せられて生じた温泉



第1図 鉛直な円形裂罅の模型

Fig. 1. A schematic representation of the assumed model of a vertical fissure of circular shape.

14) T. FUKUTOMI; Rates of Discharge of Heat Energy from the Principal Hot Spring Localities in Hokkaido, Japan, Jour. Fac. Sci. Hokkaido Univ., VII, 1 (1961), 315.

15) 前出 3)

の温度

第1図において裂隙を含み地面に直角に交る断層面と地面との交線上において円形裂隙中心の鉛直上方の点に座標原点をとり、地面上で交線に直角に x 軸を、交線上に y 軸を、鉛直下方へ z 軸をとる。地面から深さ z の岩石中の任意の点 P の温度を T とし、その点から円形裂隙の中心軸までの距離を r とする。

岩石中の熱伝導の方程式は

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \tag{1}$$

となる。境界条件は次式のように与える。

$$\left\{ \begin{array}{l} z = 0 ; T = 0 \\ z = D ; T = T_0 \text{ (但し } T_0 = rD) \\ x = 0, r \leq a ; \frac{\partial T}{\partial x} > 0 \\ x = 0, r > a ; \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \\ x \rightarrow \infty \text{ または } y \rightarrow \infty ; T = rz \end{array} \right. \tag{2}$$

$$\tag{3}$$

$$\tag{4}$$

$$\tag{5}$$

$$\tag{6}$$

但し、裂隙面の両側は全く対象であるので $x \geq 0$ の範囲だけを考えた。また、円形裂隙の両面の岩石から熱伝導によって裂隙中へ単位時間に流入する熱量を Q とおけば、

$$Q = q\rho c(\theta - \theta_0) \tag{7}$$

であるが、 ρ, c は夫々水の密度、比熱である。また、 θ は $\theta_0 \leq \theta \leq rb$ なる値であるが

$$\theta = \overline{|T|}_{\substack{z=0 \\ r \leq a}} \tag{8}$$

を満足するものとする。但し、(8) 式の仮定は裂隙の壁の岩石温度の平均値が裂隙から流出する温泉の温度に等しいということである。裂隙の厚さは薄いので裂隙の壁の温度はそれが接する裂隙中の場所の水温に等しいが、裂隙から流出する温泉の温度は裂隙中のすべての場所の水の混合結果、すなわち平均水温となっていることを仮定している。

(1) 式を境界条件(2)~(6)を満足するように解くために

$$T = U_1 + rz \tag{9}$$

とおけば、 U_1 について次式を得る。

$$\frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial z^2} = 0 \tag{10}$$

境界条件は次式となる。

$$\left\{ \begin{array}{l} z = 0 ; U_1 = 0 \\ z = D ; U_1 = 0 \\ x = 0, r \leq a ; \frac{\partial U_1}{\partial x} > 0 \end{array} \right. \tag{2'}$$

$$\tag{3'}$$

$$\tag{4'}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x=0, r>a; \frac{\partial U_1}{\partial x}=0 \\ x \rightarrow \infty \text{ または } y \rightarrow \infty; U_1=0 \end{array} \right. \quad (5)'$$

$$\left. \vphantom{\left\{ \right.} \right. \quad (6)'$$

U_1 を解く前に, (1)', (4)', (5)', (6)' を満足し, (2)', (3)' の代りには

$$z \rightarrow \pm \infty, \text{ すなわち } r \rightarrow \infty; u_1 = 0 \quad (10)$$

を満足する u_1 なる量を考えることにする。 u_1 は円形裂罅の中心軸に対し対象であるから, (1)' 式の代りに (1)' を円筒座標で表わした

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = 0 \quad (11)$$

を用いてもよい。この場合は, 無限の拡がりをもつ岩石中に半径 a なる薄い厚さの円形熱源があり, 熱源の温度は $-V$ の一定温度に保たれていて無限遠では温度 0 であって熱的平衡状態にある場合と考えても上記の総ての条件は満足される。この場合は既に解れて¹⁶⁾いて (11) 式の解は次式で表わされる。

$$u_1 = \frac{-2V}{\pi} \int_0^\infty e^{-\lambda x} J_0(\lambda r) \cdot \sin \lambda a \frac{d\lambda}{\lambda}, \quad \text{但し } x \geq 0 \quad (12)$$

故に

$$\left. \frac{\partial u_1}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{2V}{\pi} \int_0^\infty J_0(\lambda r) \cdot \sin \lambda a \, d\lambda \quad (13)$$

となる。Bessel function の公式によれば

$$\left. \begin{array}{l} r > a; \int_0^\infty J_0(\lambda r) \sin \lambda a \, d\lambda = 0 \\ r < a; \int_0^\infty J_0(\lambda r) \sin \lambda a \, d\lambda = \frac{1}{\sqrt{a^2 - r^2}} \end{array} \right\} \quad (14)$$

であるから

$$\left. \begin{array}{l} r > a; \left. \frac{\partial u_1}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \\ r < a; \left. \frac{\partial u_1}{\partial x} \right|_{x=0} = \left(\frac{2V}{\pi} \right) / \sqrt{a^2 - r^2} \end{array} \right\} \quad (15)$$

となって u_1 は (4)', (5)' および (10)' を満足している。(12) 式を地面を基準とした直角座標で表わすと

$$u_1 = \frac{-2V}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda} \sin(\lambda a) \cdot J_0(\lambda \sqrt{(z-b)^2 + y^2}) \, d\lambda \quad (16)$$

となる。

ここで U_1 に戻って地面および熱源の条件 (2)' および (3)' を考えると, (16) 式のほかに断層面内で z の負および正の延長上に円形裂罅の image を鏡像法により無数に考え, その表面温度の絶対値は u_1 の場合同様 V とすれば次式を得る。

16) H. S. CARSLAW and J. C. JAEGER; Conduction of Heat in Solids, (1959), 214.

$$U_1 = \frac{-2V}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda z}}{\lambda} \sin(\lambda a) \cdot \varphi(\lambda, z, y) d\lambda \quad (17)$$

但し

$$\begin{aligned} \varphi(\lambda, z, y) = & J_0(\lambda\sqrt{(z-b)^2+y^2}) - J_0(\lambda\sqrt{(z+b)^2+y^2}) - \sum_{s=1}^{\infty} J_0(\lambda\sqrt{\{(z+b)-2sD\}^2+y^2}) \\ & + \sum_{s=1}^{\infty} J_0(\lambda\sqrt{\{(z-b)+2sD\}^2+y^2}) + \sum_{s=1}^{\infty} J_0(\lambda\sqrt{\{(z-b)-2sD\}^2+y^2}) \\ & - \sum_{s=1}^{\infty} J_0(\lambda\sqrt{\{(z+b)+2sD\}^2+y^2}) \end{aligned} \quad (18)$$

である。故に(9)式によつて T は次式で表わされる。

$$T = rz - \frac{2V}{\pi} \int_0^\infty \frac{\exp(-\lambda x) \cdot \sin(\lambda a)}{\lambda} \varphi(\lambda, z, y) d\lambda \quad (19)$$

(19) 式は (1), (2), (3) および (6) 式を満足する。また

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{2V}{\pi} \int_0^\infty \sin(\lambda a) \cdot \varphi(\lambda, z, y) d\lambda \quad (20)$$

であるから $\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0}$ は Bessel function の公式により、 $r > a$ の範囲では 0 となつて (5) 式を満足する。

$$r \leq a \quad \text{では} \quad \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{2V}{\pi} \int_0^\infty J_0(\lambda r) \cdot \sin(\lambda a) d\lambda \quad (21)$$

となり、この場合は Bessel fu. の公式により

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{2V}{\pi} \frac{1}{\sqrt{a^2-r^2}} \quad (22)$$

となり、 $\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} > 0$ で (4) 式を満足する。

故に円形裂罅の両面の岩石から熱伝導によつて裂罅中へ単位時間に流入する熱量 Q は岩石の熱伝導率を κ とおけば

$$Q = 2 \int_0^a 2\pi r \kappa \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} dr = 8\kappa a V \quad (23)$$

となる。また、(19) 式から

$$|T|_{x=0} = rz - \frac{2V}{\pi} \int_0^\infty \varphi(\lambda, z, y) \frac{\sin(\lambda a)}{\lambda} d\lambda \quad (24)$$

であるから、Bessel fu. の公式により

$$\left. \begin{aligned} r > a; \quad \int_0^\infty J_0(\lambda r) \frac{\sin(\lambda a)}{\lambda} d\lambda &= \sin^{-1} \frac{a}{r} \\ r \leq a; \quad \int_0^\infty J_0(\lambda r) \frac{\sin(\lambda a)}{\lambda} d\lambda &= \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

であることに注意すれば、(24) 式は

$$|T|_{x=0} = rz - \frac{2V}{\pi} \left\{ P - \sin^{-1} \frac{a}{\sqrt{(z+b)^2 + y^2}} - \sum_{s=1}^{\infty} \sin^{-1} \frac{a}{\sqrt{\{(z+b)-2sD\}^2 + y^2}} \right. \\ \left. + \sum_{s=1}^{\infty} \sin^{-1} \frac{a}{\sqrt{\{(z-b)+2sD\}^2 + y^2}} + \sum_{s=1}^{\infty} \sin^{-1} \frac{a}{\sqrt{\{(z-b)-2sD\}^2 + y^2}} \right. \\ \left. - \sum_{s=1}^{\infty} \sin^{-1} \frac{a}{\sqrt{\{(z+b)+2sD\}^2 + y^2}} \right\} \quad (26)$$

但し、

$$\left. \begin{aligned} r > a; \quad P = \sin^{-1} \frac{a}{\sqrt{(z-b)^2 + y^2}} \\ r \leq a; \quad P = \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

である。従つて、 $|T|_{x=0}$ すなわち裂隙壁面の温度は一定値ではなく、 z, y によつて変化するが、深さ z の影響の方が大きく z が増加すると温度が高くなる。天然の裂隙においても温度は定性的には深い所が高くなつていゝと考へられる。いま、半径 a なる円形裂隙に接する岩石部分の温度の平均値は近似的には円形裂隙の中心の温度に等しいと考へられるから

$$\overline{|T|}_{x=0, r \leq a} \simeq rb - \frac{2V}{\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} \frac{a}{2b} + R_1 \right\} \quad (28)$$

となる。但し、

$$R_1 \equiv \sum_{s=1}^{\infty} \left(2 \sin^{-1} \frac{a}{2sD} - \sin^{-1} \frac{a}{2(sD-b)} - \sin^{-1} \frac{a}{2(sD+b)} \right) \quad (29)$$

である。

故に、(7), (8), (23) および (28) 式から V と Q を消去すれば

$$\theta \simeq \theta_0 + (rb - \theta_0) \left/ \left\{ 1 + \frac{q\theta c}{4\pi\kappa a} \left(\frac{\pi}{2} - \sin^{-1} \frac{a}{2b} + R_1 \right) \right\} \right. \quad (30)$$

を得る。これが求むる地下水型温泉の温度の近似値である。

常に $D > b > a$ で且つ $D - b \geq a$ であるが、特に $D \gg b$ の場合には $R_1 \simeq 0$ となり R_1 の項は無視することができる。

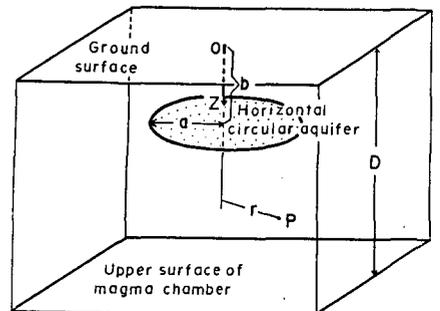
2. 円形帯水層(または水平な円形裂隙)中で地下水が熱せられて生じた温泉の温度

第2図において水平な円形帯水層または裂隙の中心軸と地面との交点に座標の原点をとり、鉛直下方に z 軸をとり、岩石中の任意の1点 P (温度 T) から z 軸に引いた距離を r とする。

岩石中の熱伝導の方程式は

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (31)$$

となる。境界条件は次式のように与える。



第2図 水平な円形帯水層の模型

Fig. 2. A schematic representation of the assumed model of a horizontal aquifer of circular shape.

$$\left\{ \begin{array}{l} z = 0 ; T = 0 \end{array} \right. \quad (32)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} z = D ; T = T_0 \text{ (但し } T_0 = rD) \end{array} \right. \quad (33)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} r \rightarrow \infty ; T = rz \end{array} \right. \quad (34)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} z = b, r \leq a ; \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=b-0} \neq \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=b+0} \end{array} \right. \quad (35)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} z = b, r > a ; \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=b-0} = \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=b+0} \end{array} \right. \quad (36)$$

また、円形帯水層の上下両面の岩石から熱伝導によって帯水層へ流入する熱量 Q は (7) 式と同様に

$$Q = q\rho c(\theta - \theta_0) \quad (37)$$

であり、この場合には帯水層で熱せられて流出する水の温度 θ は円形帯水層の中心の温度に近似的に等しいと仮定すれば、(8) 式の代りに

$$\theta = \left. T \right|_{\substack{z=b \\ r=0}} \text{ である。} \quad (38)$$

この問題を解くため、(9) 式と同様に

$$T = U_2 + rz \quad (39)$$

とおけば、 U_2 について次式を得る。

$$\frac{\partial^2 U_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 U_2}{\partial z^2} = 0 \quad (40)$$

境界条件は次式で与えられる。

$$\left. \begin{array}{l} z = 0 ; U_2 = 0 \\ z = D ; U_2 = 0 \end{array} \right\} \quad (41)$$

$$r = \infty ; U_2 = 0 \quad (42)$$

(35), (36) 式の代りはこれらの式の T の代りに U_2 を入れればよい。

U_2 を解く前に、他の条件は U_2 と同様であるが

$$z = \pm \infty ; u_2 = 0 \quad (43)$$

を満足する u_2 なる量を考えると、前の u_1 と同様に

$$\left. \begin{array}{l} u_2 = -\frac{2V}{\pi} \int_0^\infty e^{-\lambda(z-b)} J_0(\lambda r) \frac{\sin(\lambda a)}{\lambda} d\lambda \quad [\text{但し } z \geq b] \\ u_2 = -\frac{2V}{\pi} \int_0^\infty e^{\lambda(z-b)} J_0(\lambda r) \frac{\sin(\lambda a)}{\lambda} d\lambda \quad [\text{但し } z \leq b] \end{array} \right\} \quad (44)$$

が 1 つの解である。但し、 $-V$ はこの場合の帯水層に接する岩石部分の温度で一定値である。

次に U_2 に戻って考えると、 U_2 は次式で表わされる。

$$\left. \begin{array}{l} U_2 = -\frac{2V}{\pi} \int_0^\infty J_0(\lambda r) \frac{\sin(\lambda a)}{\lambda} \{e^{-\lambda(z-b)} - \psi(\lambda, z)\} d\lambda \quad [\text{但し } z \geq b] \\ U_2 = -\frac{2V}{\pi} \int_0^\infty J_0(\lambda r) \frac{\sin(\lambda a)}{\lambda} \{e^{\lambda(z-b)} - \psi(\lambda, z)\} d\lambda \quad [\text{但し } z \leq b] \end{array} \right\} \quad (45)$$

但し,

$$\psi(\lambda, z) \equiv e^{-\lambda(z+b)} + \sum_{s=1}^{\infty} [e^{-\lambda\{2sD-(z+b)\}} - e^{-\lambda\{2sD+(z-b)\}} - e^{-\lambda\{2sD-(z-b)\}} + e^{-\lambda\{2sD+(z+b)\}}] \quad (46)$$

故に,

$$\left. \begin{aligned} T &= rz - \frac{2V}{\pi} \int_0^{\infty} J_0(\lambda r) \frac{\sin(\lambda a)}{\lambda} \{e^{-\lambda(z-b)} - \psi(\lambda, z)\} d\lambda \quad [\text{但し } z \geq b] \\ T &= rz - \frac{2V}{\pi} \int_0^{\infty} J_0(\lambda r) \frac{\sin(\lambda a)}{\lambda} \{e^{\lambda(z-b)} - \psi(\lambda, z)\} d\lambda \quad [\text{但し } z \leq b] \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

となる。この T は (31)~(36) を満足する。従つて,

$$|T|_{z=b} = rb - \frac{2V}{\pi} \int_0^{\infty} J_0(\lambda r) \frac{\sin(\lambda a)}{\lambda} \{1 - F(\lambda)\} d\lambda \quad (48)$$

但し,

$$F(\lambda) \equiv e^{-2\lambda b} + \sum_{s=1}^{\infty} \{e^{-2\lambda(sD-b)} - 2e^{-2\lambda sD} + e^{-2\lambda(sD+b)}\} \quad (49)$$

である。この場合も $|T|_{z=b}$ は円の中心からの距離によってその値が多少変化する。

(25) の関係と

$$\int_0^{\infty} e^{-2c\lambda} \frac{\sin(\lambda a)}{\lambda} d\lambda = \tan^{-1} \frac{a}{2c} \quad (50)$$

であることに留意すれば,

$$|T|_{z=b} = rb - \frac{2V}{\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{a}{2b} \right) + R_2 \right\} \quad (51)$$

但し,

$$R_2 \equiv \sum_{s=1}^{\infty} \left\{ 2 \tan^{-1} \left(\frac{a}{2sD} \right) - \tan^{-1} \frac{a}{2(sD-b)} - \tan^{-1} \frac{a}{2(sD+b)} \right\} \quad (52)$$

となる。また, (47) 式から

$$\left| \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=b+0} - \left| \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=b-0} = \frac{4V}{\pi} \int_0^{\infty} J_0(\lambda r) \sin(\lambda a) d\lambda \quad (53)$$

であるが, 右辺の積分は $r > a$ では 0, $r < a$ では $\frac{1}{\sqrt{a^2 - r^2}}$ となる。故に,

$$\left| \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=b+0} - \left| \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=b-0} = \frac{4V}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^2 - r^2}} \quad (54)$$

従つて, 円形帯水層の上面, 下面から帯水層に熱伝導により流入する熱量 Q は

$$Q = 2\pi k \int_0^a r \left\{ \left| \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=b+0} - \left| \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=b-0} \right\} dr = 8\pi k a V \quad (55)$$

となる。

故に, (37), (38), (51) と (55) 式から V と Q を消去すれば

$$\theta = \theta_0 + (r_b - \theta_0) / \left\{ 1 + \frac{q\theta c}{4\pi k a} \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{a}{2b} + R_2 \right) \right\} \quad (56)$$

を得る。これが求むる帯水層による地下水型温泉の温度の近似値である。

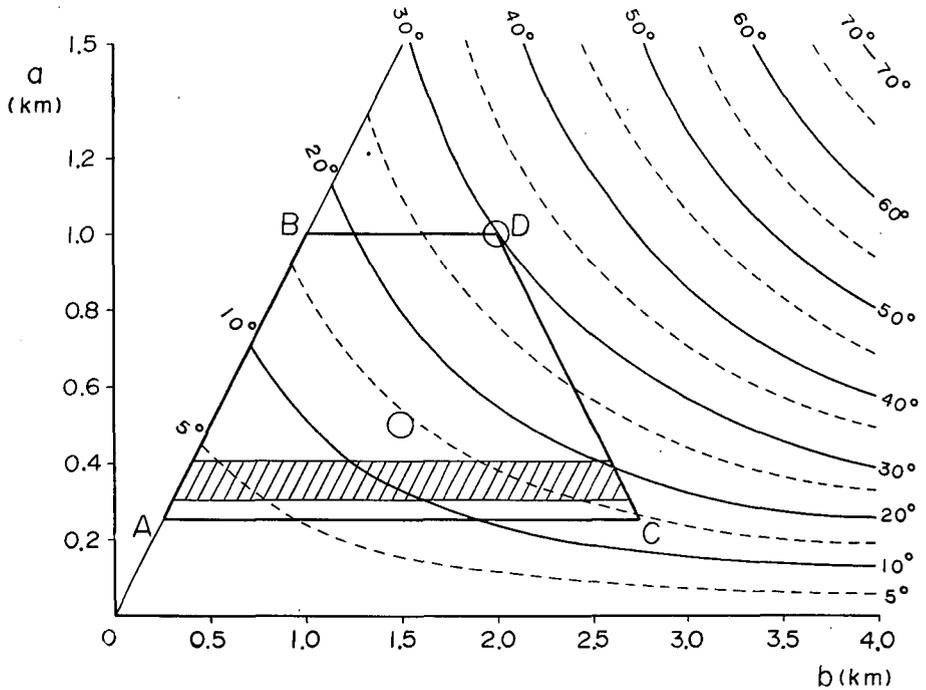
常に $D > b$ ではあるが、前例のように $D - b > a$ であるとは必ずしも言えない。しかし、 $(D - b) \gg a$ の場合には $R_2 \approx 0$ となり、 R_2 の項は無視することができる。

IV. 普通の地下増温率によっては地下水起源の高温な 温泉は生じ得ないことの検討

普通の地下増温率の値は $\gamma = 30 \times 10^{-5} \text{C/cm}$ 、すなわち地下へ 100 m 入る毎に 3°C の温度上昇があるものとする。岩石の熱伝導率は火山岩または水成岩の場合として $\kappa = 3.5 \times 10^{-3} \text{cal/deg-cm-sec}$ を採用する。流動する地下水の存在する深さの限度はあまり判然としていないが、火成岩中の裂隙の場合はおよそ 3 km、水成岩の場合すなわち帯水層の場合はおよそ 2 km と言われているので、これらの値を採用する。地下水の流動量としては一温泉地域のもつ温泉湧出量の最低値に近い値、すなわち温泉湧出口が数個というような熱エネルギーの小さい温泉地域(熱階級 I)の湧出量の平均値 $q \approx 200 \text{ l/min}$ を用いる。熱階級 II 以上の温泉地域の平均湧出量は、第 2 表から判るように、 200 l/min より大きい。 $q > 200 \text{ l/min}$ の場合は、第 5~8 図から判るように、求める温度上昇 θ の値が $q = 200 \text{ l/min}$ の場合より小であるので、この値を採用しておけば θ の最大値 θ_m を求めたことになり好都合である。また、裂隙あるいは帯水層に流入する地下水の温度 θ_0 は地表温度に等しいと仮定し $\theta_0 = 0$ とおく。ここで 0 とは地表温度を基準としてすべての温度を表わしたという意味である。

まず、III-1(第 1 図)に示した地中の円形裂隙内を地下水が流動しながら壁の岩石から受熱して湧出する場合を考える。円形裂隙の半径 a およびその中心の地面下の深さ b に種々の値を与えて(30)式によって湧出温度 θ_m を計算し、横軸に b の値をとり縦軸に a の値をとって、これらに対応する点に θ_m の計算値を記入し、 5°C 毎に等 θ_m 曲線を引いたのが第 3 図である。図中直線 AB は $a = b$ すなわち円形裂隙の上端が地表に接した場合を示し、直線 CD は裂隙の下端の深さ $b + a$ が流動地下水の限界深度 3 km に等しい場合を示し、直線 BD および直線 AC は第 1 表に掲げた温泉を伴う裂隙の大きさの上限 2 km および下限 0.5 km を夫々円形裂隙の直径 $2a$ の上限および下限とみなした場合を表わしている。

従って、実際に起り得る θ_m は台形 ABDC 内の値である筈であり、図から判るように、 θ_m は 30°C 以下ということになる。しかし、裂隙の大きさは、第 1 表から判るように多くは 0.6~0.8 km であるから、この値を $2a$ とすれば第 3 図によれば θ_m の多くは 20°C 以下であることが推定される。本邦における地面温度の年平均値は、北海道の北端から九州の南端までの範囲においておよそ $7 \sim 19^\circ\text{C}$ であるので、普通の地下増温率の場合に裂隙による地下水型温泉として期待される湧出温度は多くの場合 $27 \sim 39^\circ\text{C}$ 以下、稀に最大値として $37 \sim 49^\circ\text{C}$ 以下という値もとらうことになる。これは、普通の土地には高温の温泉は認められないという常識とほぼ一致する。



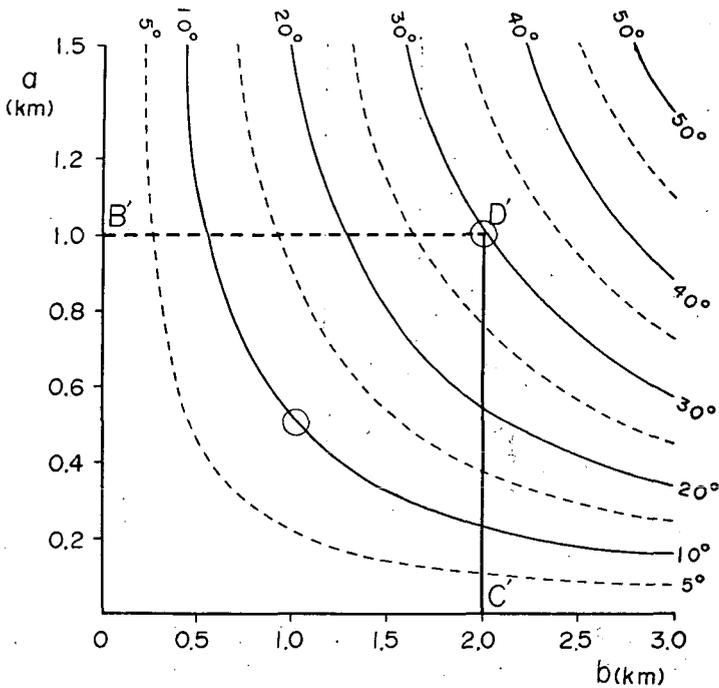
第3図 普通の地下増温率の場合に、岩石中の鉛直な円形裂隙（半径 a 、平均深度 b ）内を地下水が流動する途中、周囲の岩石から熱伝導により熱せられた定常的溫度上昇、但し $q=200 \text{ l/min}$ とする。

Fig. 3. Stationary temperature rise of deep ground water due to heat conduction of surrounding rock on the course of circulation through a vertical fissure of radius a and of mean depth b in the case of the normal ground temperature gradient.

次に III-2 (第2図) の円形帯水層の場合を考える。円形帯水層の半径 a およびその地面下の深さ b に種々の値を入れて (56) 式により湧出温度 θ_m を計算し、第3図と同様に等 θ_m 線を第4図に示した。図中直線 $C'D'$ は帯水層の深さ b が水成岩における流動地下水の限界深度 2 km に等しい場合である。深い帯水層の横の拡がりについてはよく判らないので、この場合は逆に考えて、普通の地下増温率では高温な温泉は実在しないことから前に述べたように θ_m の可能な最大値として $\theta_m=30^\circ\text{C}$ と仮定する。従って、第4図から流動地下水の限界深度 $b=2 \text{ km}$ に対し円形帯水層の半径の最大値として $a=1.0 \text{ km}$ を得る。

V. 岩漿のような特殊熱源が地下に存在する場合の 地下水起源の温泉の温度

前章では地下増温率が普通の土地の値 $r=30^\circ\text{C/km}$ で湧出量は $q \geq 200 \text{ l/min}$ である場合に、地下深くの裂隙あるいは帯水層中を流動する地下水が熱伝導により熱を受けて温度が最高でどの位まで昇るかを調べた。本章においては、地下 3 km から 30 km までの深さに岩漿（温度 900°C ）があり、そのために地下増温率が 30°C/km から 300°C/km までの値をとる場合、一



第 4 図 普通の地下増温率の場合に、岩石中の水平な円形帯水層 (半径 a 、深度 b) 内を地下水が流動する途中、周囲の岩石から熱伝導により熱せられて生じた定常的溫度上昇、但し $q=200 \ell/\text{min}$ とする。

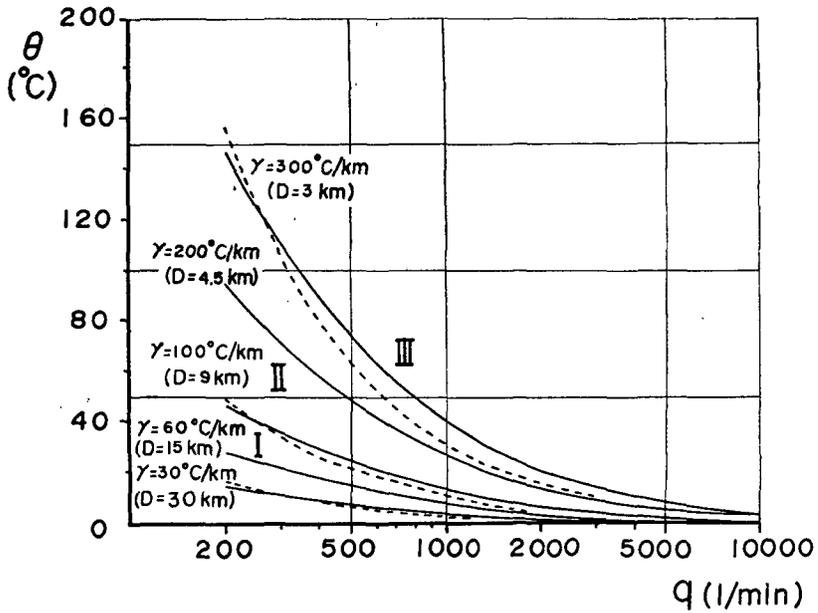
Fig. 4. Stationary temperature rise of deep ground water due to heat conduction of surrounding rock on the course of circulation through a horizontal aquifer of radius a and depth b in the case of the normal ground temperature gradient.

温泉地域のもち得る湧出量 $q=200 \ell/\text{min}$ から $q=12,000 \ell/\text{min}$ に対し、鉛直な裂罅または水平な帯水層中を流動する地下水が熱伝導により受熱して如何なる温度となるかを (30 式) または (56) 式を用いて求めた。ただし、岩石の熱伝導率その他の仮定は前章の場合と全く同様である。

まず、地面下 $b=1.5 \text{ km}$ の深さにその中心をもつ鉛直な円形裂罅があり、この裂罅の半径は実際に多く認められている大きさに近い値として $a=0.5 \text{ km}$ である場合の例を第 5 図に掲げた。図中実線は (30) 式によって計算された θ の値であり、点線は温泉の熱階級 0, I, II の範囲を示す境界線である。この境界線は、 Q を各熱階級のもつ熱エネルギーの境界値とし、 q をその湧出量とすれば、 Q/q によって計算される。図は D が 3~15 km の値に対し熱階級 II または I の温泉を生じ得ることを示している。

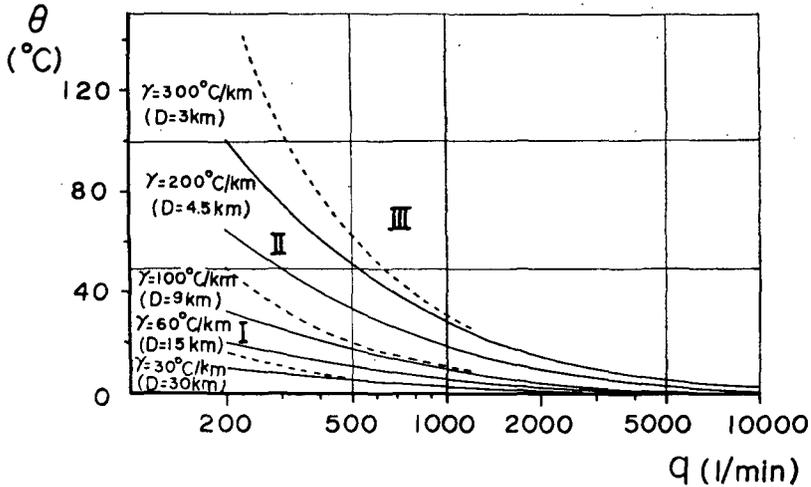
第 6 図は半径 $a=0.5 \text{ km}$ の円形帯水層が地面下 $b=1.0 \text{ km}$ に存在する場合の例であるが、 $D=3\sim 10 \text{ km}$ の値に対し熱階級 II または I の温泉が生じ得ることを示している。

火山の岩漿溜りの深さは 3.5~10 km であることが知られているので、上に述べた 2 例の裂罅または帯水層が新しい火山付近の地下に存在する場合には熱階級 II あるいは I の温泉地域がその火山付近に存在し得ることになる。



第 5 図 岩漿の上にある岩石中の鉛直な円形裂隙内を地下水が流動する途中、周囲の岩石から熱伝導により熱せられて生じた定常的温度上昇、但し、 $a=0.5$ km, $b=1.5$ km, $\kappa=3.5 \times 10^{-3}$ c.g.s. の場合

Fig. 5. Stationary temperature rise of deep ground water due to heat flow conducted by surrounding rock from underlying magma on the course of circulation through a vertical fissure of circular shape in the rock cover for $a=0.5$ km, $b=1.5$ km and $\kappa=3.5 \times 10^{-3}$ c.g.s.



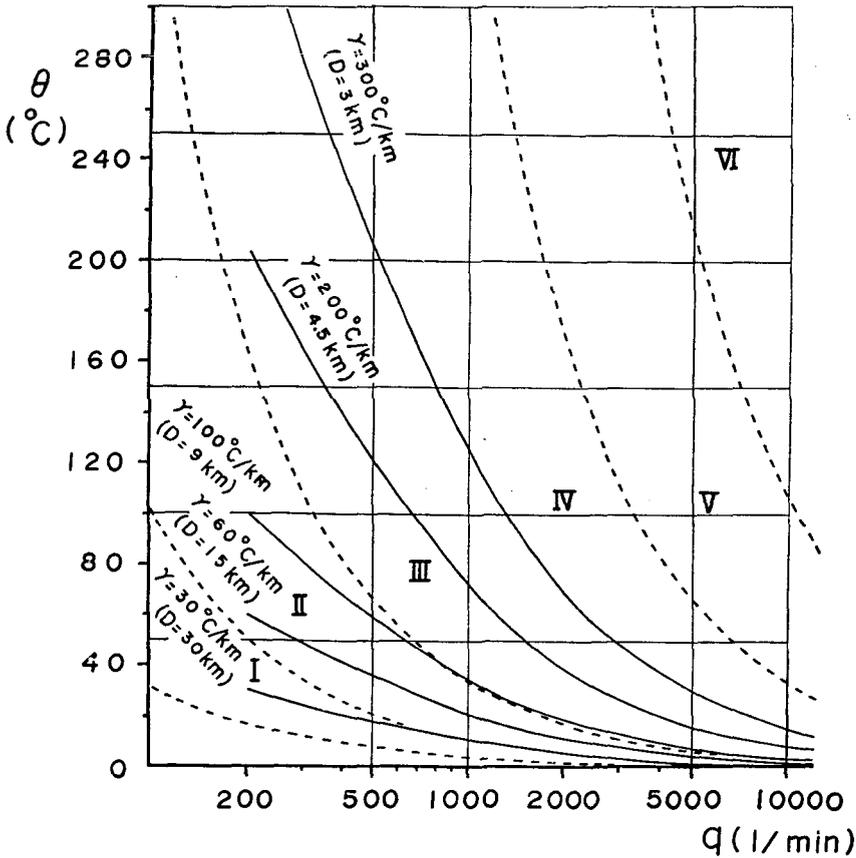
第 6 図 岩漿の上にある岩石中の水平な円形帯水層内を地下水が流動する途中、周囲から熱伝導により熱せられて生じた定常的温度上昇、但し、 $a=0.5$ km, $b=1.0$ km, $\kappa=3.5 \times 10^{-3}$ c.g.s. の場合

Fig. 6. Stationary temperature rise of deep ground water due to heat flow conducted by surrounding rock from underlying magma on the course of circulation through a horizontal aquifer of circular shape in the rock cover for $a=0.5$ km, $b=1.0$ km and $\kappa=3.5 \times 10^{-3}$ c.g.s.

次にこのような機構で最高どの程度の温度まで可能であるかを調べてみよう。

裂隙の場合には、第3図において温度が最高になるD点の a 、 b の値をとり、 $a=1$ km、 $b=2$ km (すなわち $b+a=3$ km) とおく。第7図には地地下岩漿までの深さ D を夫々 30 km、15 km、9 km、4.5 km および 3 km とした場合、すなわち地下増温率 γ を夫々 $30^\circ\text{C}/\text{km}$ 、 $60^\circ\text{C}/\text{km}$ 、 $100^\circ\text{C}/\text{km}$ 、 $200^\circ\text{C}/\text{km}$ および $300^\circ\text{C}/\text{km}$ とした場合、湧出量 q が 200 ℓ/min から 12000 ℓ/min まで変化したときの温度上昇 θ の変化を実線で示した。点線は熱階級が **0** から **VI** までの境界温度を前に述べたと同様の方法で求め図示したものである。

図の最下方の実線は $D=30$ km 換言すれば裂隙から横に充分離れた岩石中の地下増温率が深さ 100 m 毎に 3°C の上昇の割合、すなわち普通の土地の地下増温率の場合である。図から判

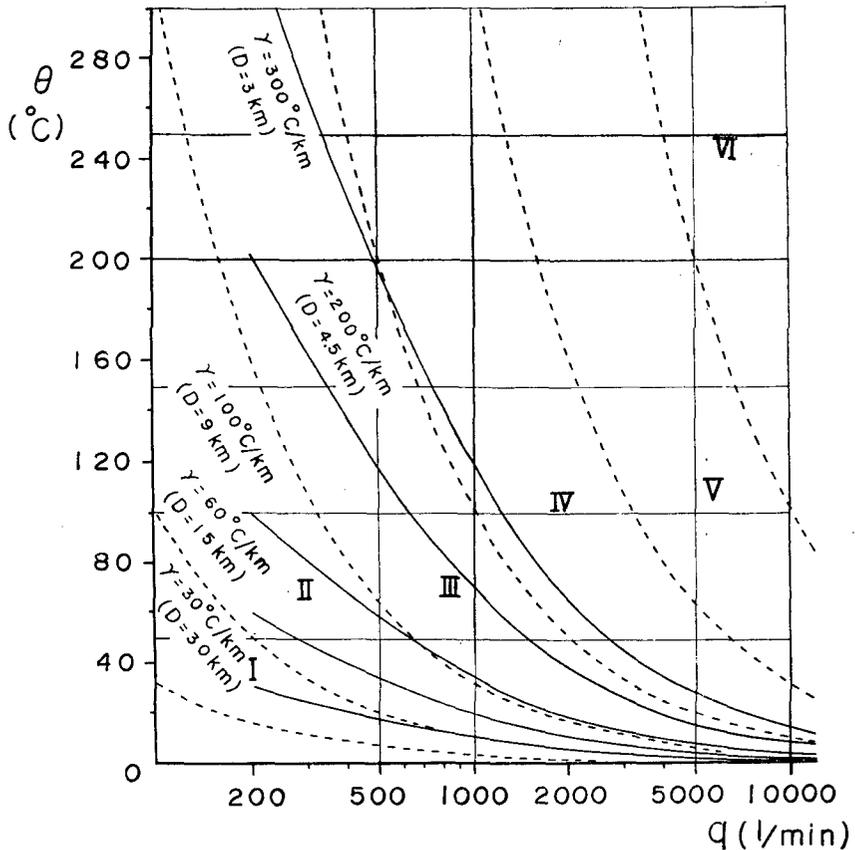


第7図 岩漿の上にある岩石中の鉛直な円形裂隙内を地下水が流動する途中、周囲の岩石から熱伝導により熱せられて生じた定常的温度上昇、但し考えられる最大値として $a=1.0$ km、 $b=2.0$ km、 $\kappa=3.5 \times 10^{-3}$ c.g.s. とする

Fig. 7. Stationary temperature rise of deep ground water due to heat flow conducted by surrounding rock from underlying magma on the course of circulation through a vertical fissure of circular shape in the rock cover for the possible maximum values $a=1.0$ km, $b=2.0$ km and $\kappa=3.5 \times 10^{-3}$ c.g.s.

るように、この場合には温泉の湧出量が変わっても θ は 30°C 以下である。最も上方の実線は、地面下岩漿までの深さが 3 km で円形裂隙が鉛直面内で深さ 1 km から岩漿上面まで拡がっている場合であるが、湧出量が 3000 l/min では温度が約 50°C 、 1300 l/min 以下では温度が 100°C 以上になることを示している。この場合は実在可能な地下水起源の温泉の最高温級かそれに近い場合と考えられる。さて、これらの実線と点線で示した各熱階級の境界温度とを比較してみると、熱階級 III 以下すなわち熱エネルギー 10^8 cal/min 以下の温泉地域は何れもこれら実線の範囲に入っており、ここで考えているような地下水起源の温泉と考えても説明可能である。

次に深い帯水層の場合には、前に述べたように、実在可能な最大の値として $a=1\text{ km}$ 、 $b=$



第 8 図 岩漿の上にある岩石中の水平な円形帯水層内を地下水が流動する途中周囲の岩石から熱伝導により熱せられて生じた定常的温度上昇、但し考えられる最大値として $a=1.0\text{ km}$ 、 $b=2.0\text{ km}$ 、 $\kappa=3.5\times 10^{-3}\text{ c.g.s.}$ とする

Fig. 8. Stationary temperature rise of deep ground water due to heat flow conducted by surrounding rock from underlying magma on the course of circulation through a horizontal aquifer of circular shape in the rock cover for the possible maximum values $a=1.0\text{ km}$ 、 $b=2.0\text{ km}$ and $\kappa=3.5\times 10^{-3}\text{ c.g.s.}$

2 km をとれば、第 7 図 (裂罅の場合) に対応する帯水層の場合として第 8 図を得る。第 8 図と第 7 図を比較すれば、帯水層の θ の値がわずかに小さいことを除いて全く一致しており、裂罅の場合に述べたと同一の結論が得られる。

要するに、熱階級 **III** 以下の温泉地域、すなわち温泉地域の総数のおよそ 86% に当る多くの温泉地域 (第 2 表参照) は裂罅あるいは帯水層による地下水起源の温泉と考えても説明が可能であるとの結論に達する。しかしながら、熱階級 **V** 以上、すなわち熱エネルギーで $10^{8.5}$ cal/min 以上の大きな熱エネルギーをもつ温泉地域は第 7 図または第 8 図で最高温級と考えた実線の外にあって地下水起源の温泉としては到底説明し得ないことになる。この **V** 以上の熱階級に属する温泉地域は北海道では登別湯沼地域、登別地獄谷地域、川湯温泉ならびにアトサヌプリ地域、定山溪地域などである。このような温泉地域数は総数の 5% 程度に過ぎないので重要でないようにみえるが、全温泉地域の熱エネルギーの総計¹⁷⁾ からみればおよそ 50% に達する値であつて、決して無視できないものである。従つて、このように熱エネルギーの大きい地域では、地下水起源の温泉を考えるならば、直接岩漿から上昇する高温な水蒸気または熱水が加わっていると考えなければ説明は困難である。さきにあげた例のうち、登別地域、川湯一アトサヌプリ地域は比較的新しい火山活動の中心近くにあつて、岩漿から直接上昇する熱水を考えても少しも矛盾しない。

VI. 総括および結語

普通の地下水が地下に深く侵入して熱せられ温泉となつて湧出する場合、どの程度の温度が期待されるかを定量的に検討するため、本論文においては、地下に岩漿のような高温な熱源が横に広く広がつていて、その上層の岩石中に鉛直な円形の裂罅または水平な円形の帯水層が存在し、そのなかを流動する深い地下水が熱伝導によつて熱せられる場合、定常的状态においてこの地下水のもちうる温度の近似式を理論的に導き、この式に含まれる常数に実際に可能な数値を代入してその温度を求めた。その結果、次の結論を得た。

1. 温泉地域総数のおよそ 86% に当る熱階級 **III** 以下 (熱エネルギー 10^8 cal/min 以下) の温泉地域の温泉は地下水起源であると考えても説明可能である。

2. 熱階級 **V** 以上 (熱エネルギー $10^{8.5}$ cal/min 以上) の大きな熱エネルギーをもつ温泉地域の温泉は地下水起源のみとしては到底説明し得ない。その数は温泉地域総数の 5% 程度に過ぎないが、熱エネルギーの見地からは温泉総エネルギーのおよそ 50% にも当るので重要であつて、これらの温泉を説明するためには岩漿から直接上昇した熱水を考えるか、この熱水が地下水起源温泉に加わっていると考えざるを得ない。

3. 普通の地下増温率の場合における深い地下水の温度上昇は多くの場合 20°C 以下、最高 30°C であろう。従つて高温な温泉が期待されないのは常識の通りである。

17) 福富孝治; 前出 14)

終りに、本研究に要した費用の一部は文部省科学研究費によつたことを記し謝意を表する。

4. Temperature of Hot Springs of Meteoric Water Origin

By Takaharu FUKUTOMI

(Department of Geophysics, Faculty of Science, Hokkaido University)

The writer tried to estimate theoretically the temperature rise of deep ground water in stationary state due to heat flow conducted by surrounding rock from underlying magma in the course of circulation through a vertical fissure of circular shape or a horizontal aquifer of the same shape in the rock cover as shown in Figs. 1 or 2. The order of magnitude of the temperature θ was obtained as equation (30) or (56), where θ and q are respectively the temperature and the flow rate of ground water flowing into the fissure or the aquifer, of which radius and mean depth below the ground surface are respectively a and b , ρ and c respectively the density and the specific heat of water, κ the thermal conductivity of rock, $r = T_0/D$, T_0 and D respectively the temperature and the depth of the magma, and R is a quantity indicated by equation (29) or (52).

Substituting the known possible numerical values to these constants, temperature rise for the possible maximum values of a and b is calculated as illustrated in Figs. 7 and 8. From the figures, it may be concluded that hot springs of which heat energy index is less than **III**, that is, heat energy is less than 10^8 cal/min, are able to consider as those of meteoric water origin. Numbers of hot springs which belong to this category attain to 86% of the total number of hot springs. But, with regard to hot springs of which energy index is more than **V**, that is, heat energy is more than $10^{8.5}$ cal/min, it is difficult to acknowledge as those of meteoric water origin. All or a part of water of these hot springs are supposed to be magmatic water origin.